

LEREN DOOR ZELF MODELLEREN: CONSTRUCTIEF EN UITDAGEND ONDERWIJS

René Westra, Elwin Savelsbergh, Koos Kortland, Gjalt Prins, Ad Mooldijk¹
Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen, Universiteit Utrecht

Veel realistische verschijnselen in de biologie, scheikunde en natuurkunde zijn zo complex dat het moeilijk te begrijpen is hoe alle factoren op elkaar inwerken. Door zelf een computermodel te maken kunnen leerlingen sommige van die situaties wel met succes aanpakken. Met geschikte modelleerssoftware is deze aanpak ook voor minder wiskundig ingestelde leerlingen haalbaar. Leerlingen en docenten vinden het bovendien een leuke manier van werken, zo blijkt uit de evaluatie op school. Er is onderwijsmateriaal beschikbaar voor een aantal onderwerpen uit de natuurkunde, scheikunde en biologie, en er zijn mogelijkheden om zelf hiermee aan de slag te gaan.

Sportevenementen als de Tour de France, Wimbledon, schaatstoernooien of marathonlopen vormen voor velen een nooit opdrogende bron van vragen. Zijn de dunne, lichte renners in het voordeel bij een bergetappe of juist die met iets meer spieren? Hoe houden sporters de vochtbalans in hun lijf op peil? En helpen die sportdrankjes nou eigenlijk, of kun je beter iets anders gebruiken? Wat deze vragen gemeen hebben is dat er meerdere factoren in het spel zijn, die ook elkaar weer beïnvloeden. Bovendien gaat het om processen die enige tijd in beslag nemen. Voor een nauwkeurig antwoord kun je niet volstaan met een momentopname, maar moet je volgen wat er gedurende het gehele proces gebeurt.

Dat lijkt voor de gemiddelde VWO-er wellicht te hoog gegrepen. Toch zochten we naar mogelijkheden om zulke dynamische situaties wel met enige diepgang aan te pakken. We hebben daarom, in samenwerking met docenten van het Bonifatius College en het Gregorius College in Utrecht, lesmateriaal ontwikkeld waarmee leerlingen betrekkelijk eenvoudig een computermodel kunnen construeren, evalueren en bijstellen. In een computermodel kun je wél de dynamiek en complexiteit van een realistische situatie zichtbaar maken. We gebruikten een bestaande grafische modelleeromgeving, omdat bij grafisch modelleren de nadruk minder ligt op de wiskundige formules, en meer op het nadenken over relevante variabelen en relaties. Doordat deze relaties ook overzichtelijk op het beeldscherm worden weergegeven, kunnen leerlingen ook eenvoudig elkaars modellen interpreteren en bediscussiëren.

Tot nu toe hebben we lesmateriaal ontworpen voor natuurkunde, scheikunde en biologie in 5 VWO (N&G, N&T), aangevuld met een afsluitende praktische opdracht. Omdat (computer)modellen relevant zijn in alle natuurwetenschappelijke vakken hebben we een samenhangende didactische lijn ontwikkeld, zodat de drie vakken van elkaar kunnen profiteren. Bij ieder vak verwerven de leerlingen nu een deel van de benodigde modelleervaardigheden. Modelleren is hier echter geen doel op zich, maar eerder een manier om het onderwijs over dynamische processen vorm te geven.

Van statisch naar dynamisch

Computermodellen bieden de mogelijkheid om dieper in te gaan op onderwerpen die zonder computer te moeilijk waren. We denken daarbij vooral aan *dynamische* en *complexe* verschijnselen. Bij een dynamisch proces treedt verandering op in de tijd. In complexe situaties spelen meerdere factoren een rol, die elkaar ook wederzijds kunnen beïnvloeden.

Daardoor wordt het al snel ondoenlijk precieze uitspraken te doen over wat er zal gebeuren. In het onderwijs lossen we dit vaak op door een sterk vereenvoudigde situatie te behandelen, of door alleen in te gaan op de evenwichtstoestand of de eindsituatie. Dat levert duidelijke beperkingen op: de versnelling van een karretje dat van een constante helling afdalt (geen wrijving, geen luchtweerstand) levert al een lastige som op. De vraag of bij een afdaling de lichte of juist de zware wielrenners in het voordeel zijn, is zo zeker niet te beantwoorden; je moet dan rekening houden met de helling van de weg (die niet constant is), de luchtwrijving, de rolwrijving, de massa en de oppervlakte van wielrenner en fiets. Met een computermodel kunnen leerlingen stap voor stap laten narekenen wat er gebeurt en zodoende precies onderzoeken wat de relaties tussen deze factoren zijn.

Hoewel in de biologie vaker dan bij natuur- en scheikunde aandacht besteed wordt aan complexiteit, ligt daar meestal de nadruk op het statische aspect: beschrijven welke onderdelen er zijn en welke functies die vervullen. Als je wilt begrijpen hoe het lichaam de vochtbalans in stand houdt bij grote inspanning en hoe je bijvoorbeeld tijdens een marathon je vochtinname moet regelen, dan schiet zo'n aanpak tekort (zie Figuur 1).

Langs het parcours van een marathon staan om de vijf kilometer drinkposten met allerlei soorten drank. Hoeveel en hoe vaak moet iemand die een marathon loopt, daar nu van drinken? Wat is dan beter, water, een isotone dorstlesser, of een energiedrank? En hoe reageert het lichaam als je niet precies de juiste hoeveelheden drinkt?

Om daar achter te komen moet je precies bijhouden wat er tijdens zo'n inspanning gebeurt met allerlei variabelen in het menselijk lichaam. Bijvoorbeeld, hoeveel energie (glycogeen) is er opgeslagen in lever en spieren? Hoeveel energie verbruikt de loper? Dat hangt onder andere af van lichaamsgewicht en snelheid. Hoeveel water en zout gaan er verloren via transpiratie? Dat laatste hangt weer af van de buitentemperatuur en de relatieve luchtvochtigheid. Kortom, er spelen heel veel factoren een rol die bovendien in de tijd veranderen.

Figuur 1: Vragen die een rol spelen tijdens de marathon.

Modellen in wetenschap en techniek

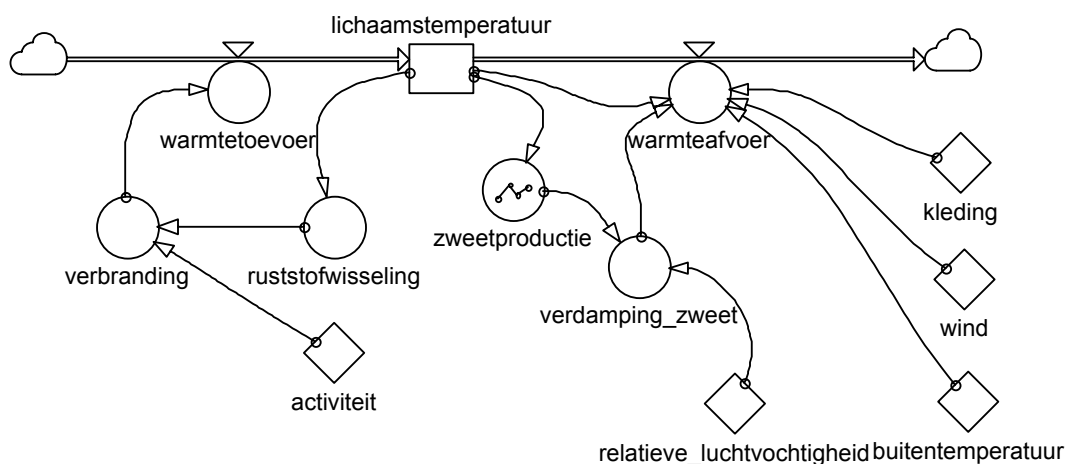
Er is nog een andere reden om aandacht te besteden aan computermodellen: zonder het te beseffen komen scholieren voortdurend uitkomsten van modellen tegen. 'Wereldbevolking over 5 jaar naar 8 miljard', 'Schaatsers op de 1500 meter binnenkort onder de 1 minuut 40', 'Afbraak ozonlaag gaat nog zeker 50 jaar door', 'Volgend jaar grotere haringvangst verantwoord'. Afhankelijk van het onderwerp kunnen die modellen allerlei vormen aannemen, zoals schaalmodellen, analogieën, wiskundige modellen en tegenwoordig heel vaak computermodellen. Ook in technische en natuurwetenschappelijke vervolgoopleidingen spelen computermodellen een steeds grotere rol.² Leerlingen zouden daarom iets moeten weten van de mogelijkheden én van de valkuilen van computermodellen.

In het huidige onderwijs worden veelvuldig modellen gebruikt. Het gaat dan meestal om statische modellen. Vaak worden die modellen niet expliciet als model gepresenteerd maar als eindproduct. Ook als leerlingen met computermodellen werken gaat het bijna altijd om gegeven modellen; de opgave voor de leerling is om het model te begrijpen door het onder verschillende condities uit te proberen. Het model zelf staat dan niet ter discussie. Een meer kritische en constructieve benadering, waarbij leerlingen zelf computermodellen maken en beoordelen lijkt misschien te hoog gegrepen; vooral omdat de meeste computermodellen

bestaan uit een lange lijst formules in een onoverzichtelijke programmeertaal. Voor de meeste leerlingen, en ook voor veel docenten, belemmert dan de techniek van het programmeren het zicht op de vakinhoud.

Het onderwijsmateriaal

Toch zijn er wel mogelijkheden om op een meer conceptuele manier met computermodellen aan de slag te gaan. Er zijn inmiddels meerdere programma's voor *grafisch modelleren*. Daarbij begin je niet met programmeren maar met het schetsen van een relatiediagram (Figuur 2). Op het scherm ontstaat zo een overzicht van de belangrijke factoren en de relaties tussen die factoren. Het zo onstane 'model' is gemakkelijk bespreekbaar en uitwisselbaar. Pas als je tevreden bent over de globale structuur ga je verder met het invullen van waarden en formules. De benodigde wiskunde is daardoor eenvoudiger te hanteren en staat minder op de voorgrond. Leerlingen kunnen met zo'n programma in een korte cyclus een model maken, evalueren en bijstellen. Voorbeelden van grafische modelleerprogramma's zijn de modelomgeving van Coach5, Powersim, PSI, Vensim.³ Wij hebben gekozen voor Powersim Constructor, omdat daarbij de bediening en de schermopmaak eenvoudig en overzichtelijk zijn: je kunt het gemaakte model en de bijbehorende modelresultaten in een oogopslag overzien. Bovendien kun je in plaats van het invoeren van formules ook grafieken tekenen om de relatie tussen twee modelvariabelen te specificeren. Tenslotte is een praktische overweging dat het programma voor schoolgebruik gratis beschikbaar is. Hoewel in het uiteindelijk ontwikkelde onderwijsmateriaal soms verwezen wordt naar specifieke Powersim-functies, is het materiaal eenvoudig aan te passen voor gebruik met andere software. Een eerste indruk van de modelweergave in Powersim geeft Figuur 2.



Figuur 2: De warmtehuishouding van een marathonloper in Powersim.

Modelleren speelt een rol in alle natuurwetenschappelijke vakken,. Daarom hebben we gekozen voor een vakoverstijgende benadering. We hebben inleidend onderwijsmateriaal ontwikkeld voor natuurkunde, scheikunde, biologie en een afsluitende praktische opdracht met als centraal thema 'Systeem Aarde'. De doelgroep bestaat uit leerlingen in de N&G en N&T-profielen. In eerste instantie richten we ons daarbij op leerlingen in 5VWO. Figuur 3 geeft een overzicht van de opbouw van het onderwijs. Het gemeenschappelijke van de verschillende onderdelen zit vooral in de opbouw van modelleervaardigheden, bijvoorbeeld: begin met een simpel model en voeg dan stap voor stap details toe; of: onderzoek een model door steeds één beïnvloedende factor te veranderen en de andere gelijk te houden. De

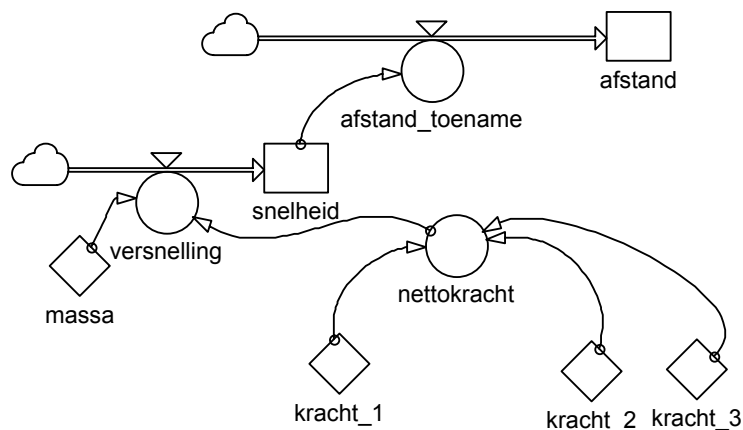
onderwerpen zijn zo gekozen dat in iedere volgende module voortgebouwd wordt op modelleervaardigheden uit de vorige modules, bovendien worden de benodigde modellen steeds complexer.⁴



Figuur 3: De opbouw van het onderwijs.

Natuurkunde: Schaatsen, vallen en fietsen

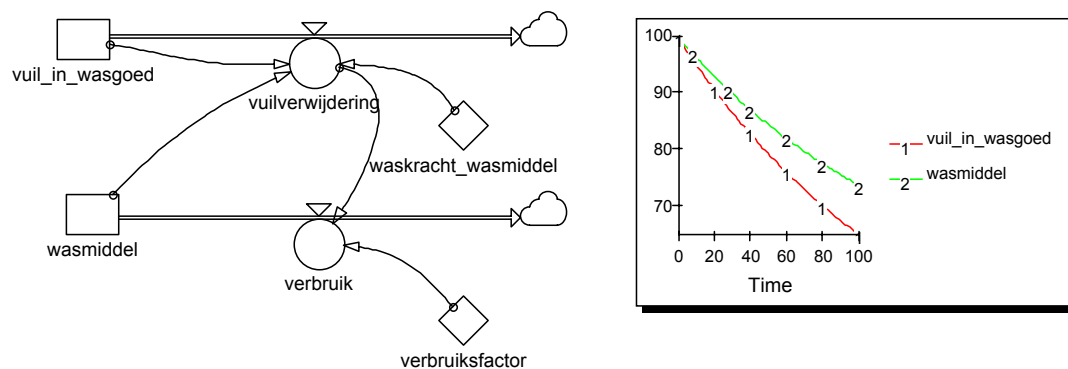
Het natuurkundemateriaal behandelt krachten en bewegingen in de sport onder de titel: ‘Een sportieve beweging’. We beginnen met een eenvoudige beweging: het uitrijden van een schaatser die na een 500 of 1000 meter met grote snelheid over de finish komt. De vraag is na hoeveel meter deze schaatser tot stilstand komt. Kan deze, zoals topsprinters beweren, wel een volle ronde lang uitglijden? In het eerste model zit alleen een constante glijweerstand. Deze beweging is daardoor nog te beschrijven met de mechanicakennis over geïdealiseerde bewegingen. Maar in het tweede model komt daar de luchtweerstand bij. Luchtweerstand zorgt ook voor snelheidsverandering, maar het lastige is dat de luchtweerstand zelf weer afhankelijk is van de snelheid van de schaatser op dat moment. Dit probleem is voor leerlingen niet met hun standaard mechanicakennis op te lossen, maar met een computermodel lukt het ze vrij eenvoudig. Vervolgens wordt op dezelfde manier een parachutesprong gemodelleerd, waarna de leerlingen terugkijken op de overeenkomsten en verschillen tussen de modellen van de schaats- en valbeweging. Dit leidt tot de vraag of het mogelijk is om een algemeen model voor kracht en beweging te ontwerpen (Figuur 4). Het algemene model wordt tenslotte toegepast om een antwoord te vinden op de vraag wie in het voordeel is in de afdaling van een wielervedstrijd; de zware of de lichte wielrenner?



Figuur 4: Algemeen model voor kracht en beweging. Kracht 3 is snelheidsafhankelijk.

Scheikunde: Hoe krijg ik die vlek uit mijn broek?

Bij de scheikundemodule is er geen directe link met sportactiviteiten. We hebben gekozen voor een ander proces waarbij we verwachtten dat leerlingen een constructieve inbreng konden hebben en waar het tijdsaspect van de reactie goed duidelijk werd, namelijk de chemie achter textielreiniging. In het materiaal worden, onder de titel ‘Waskracht!’, vragen behandeld als: Waarom gaat een vetvlek er zo moeilijk uit? Wat doen enzymen die in een het wasmiddel zitten nu eigenlijk? Welke invloed hebben temperatuur en waterhoeveelheid op het wasresultaat? Leerlingen starten met exploratie van een sterk vereenvoudigd model waarbij vuil wasgoed in een wasmachine wordt gereinigd onder invloed van wasmiddel (Figuur 5).



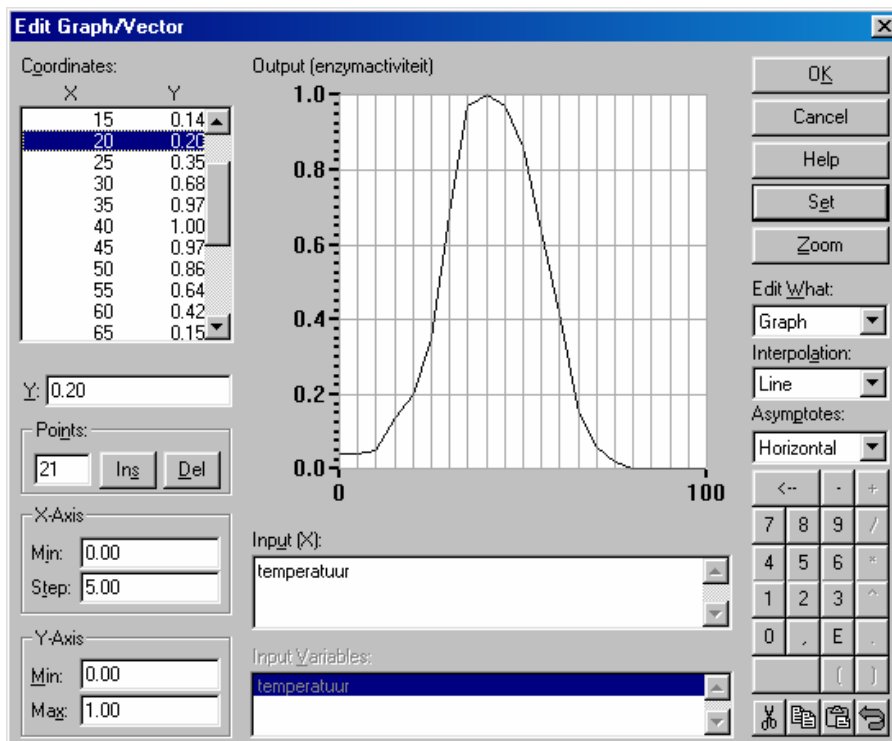
Figuur 5: Een eenvoudig ‘wasmodel’.

Tijdens het testen van dit model komen leerlingen er achter dat dit model de werkelijkheid onvoldoende benadert. Vanuit deze constatering beginnen ze met het ontwikkelen van een nieuw model waarin de kinetiek van drie categorieën vlekken wordt beschreven:

- Wateroplosbaar vuil, zoals zouten in transpiratievocht.
- Wateronoplosbaar vuil, zoals vet.
- Enzymafbreekbaar vuil, zoals vuil van voedingsmiddelen.

Het verbeterde model wordt opgebouwd in fasen. Iedere fase levert als tussenproduct een werkend model. Door het modelleren herontdekken leerlingen diverse chemische begrippen in een nieuwe context. Ze gebruiken in hun model onder andere de begrippen: concentratie; polair versus apolair; hydrofiel versus hydrofoob; zepen en zeepwerking; katalysatoren (enzymen); waterhardheid.

Anders dan bij de natuurkundemodule zijn hier niet voor iedere relatie precieze formules bekend. Er zijn in zo'n geval twee mogelijkheden: de leerling maakt een schatting van hoe de formule er ongeveer uit zou kunnen zien, of de leerling tekent een grafiek die de relatie weergeeft. Powersim kan zo'n grafiek gebruiken bij de verdere berekeningen (Figuur 6).



Figuur 6: Schets van de relatie tussen enzymwerking en temperatuur.

Na afsluiting van iedere fase wordt de modeluitkomst vergeleken met de eigen verwachtingen. Aan de hand daarvan wordt besloten of het model voldoende functioneert. Gaandeweg wordt het model complexer en neemt het aantal factoren toe: diverse stoffen, de waterhoeveelheid, temperatuur van het waswater, zeepwerking en enzymactiviteit. Aan het eind krijgen de leerlingen de opdracht een wasprogramma te ontwikkelen dat een *optimaal* wasresultaat geeft. Tijdens deze laatste opdracht ervaren leerlingen dat een optimaal resultaat vraagt om een compromis tussen de procescondities: 100% schoon wordt het wasgoed nooit.

Biologie: Dilemma's van een hardloper

Voor biologie ontwikkelden we materiaal onder de naam 'Water, zout en warmte: een levend lichaam'. Hierin staat het begrip homeostase bij de mens centraal. In het eerste model moet de leerling proberen de waterhoeveelheid in het lichaam op een bepaald niveau te houden. Al snel wordt duidelijk dat dit onder wisselende omstandigheden moeilijk te realiseren is. Met onderlinge relaties tussen verschillende factoren in het lichaam gaat het beter. Vanuit dit basismodel wordt het model verder ontwikkeld. Er is immers in het lichaam geen sprake van zuiver water, maar van een oplossing van (onder andere) zouten in water. Ook de concentratie van die zouten dient op een bepaald niveau te blijven. Een van de waterverliesposten (transpiratie) speelt een belangrijke rol bij het constant houden van een andere grootte, de lichaamstemperatuur. Dat leidt tot ingewikkelder modellen, waarbij bovendien allerlei uitwendige factoren een rol spelen, zoals de verschillende opname - en afgiftemogelijkheden van water, de buitentemperatuur, de zoutconcentratie van de verschillende input- en outputfactoren en de relatieve luchtvochtigheid.

Nog sterker dan bij het scheikundemateriaal geldt hier, dat er niet voor alle relaties precieze waarden en formules voorhanden zijn. Vaak is alleen een grafiek met meetdata of een beschrijving in woorden beschikbaar. Waarden die allerlei factoren kunnen aannemen worden

vaak gegeven in de vorm van een bepaald bereik, waarbij de individuele waarde afhankelijk is van bijvoorbeeld grootte, geslacht en leeftijd van het individu. De mogelijkheid om een grafiek te tekenen in plaats van het invoeren van een formule is in dit deel van het onderwijs dan ook veel gebruikt.

Steeds is getracht het contact met de werkelijkheid vast te houden door de leerlingen reële waarden te laten uitzoeken voordat ze iets invulden, en door steeds het model te toetsen aan min of meer extreme, maar realistische situaties (Figuur 7).

Een marathonloopster in de problemen

5 augustus 1984. Olympische marathon in Los Angeles. Extreme hitte. De Zwitserse Gabriele Andersen-Schiess zwalkt het Olympisch Stadion binnen. De laatste paar honderd meter zijn een martelgang. Gabriele haalt volkomen gedesoriëteerd de eindstreep, ze wordt onmiddellijk per brancard afgevoerd. (bewerkt naar een artikel uit Runners, Maandblad voor de Loopsport, oktober, 1984)

Laat met behulp van het model zien wat er met Gabriele gebeurd is. Leg uit.

Figuur 7: Opgave uit het lesmateriaal biologie.

Aan het eind proberen de leerlingen de deelmodellen met elkaar te verbinden tot een integraal 'homeostasemodel'. Natuurlijk geeft ook dit model maar een klein deel van de werkelijkheid weer, maar het is de vraag of je dit in een model volledig wilt nabootsen (Figuur 8).

- Het wordt steeds ingewikkelder en steeds minder waar een model eigenlijk voor is, namelijk de werkelijkheid vereenvoudigen.
- Dan wordt het model onoverzichtelijk.
- Elke verbetering zorgt voor nieuwe vragen.
- Door de complexiteit raak je de draad kwijt.

Figuur 8: Leerlingenuitspraken over het aanbrengen van steeds meer verbeteringen in een model.

Leerlingenproject

Om de verworven modelleervaardigheden toe te passen in een wat complexere situatie, wordt een leerlingenproject aangeboden. In de vorm van een praktische opdracht of een profielwerkstuk besteden de leerlingen in zelfstandig werkende groepjes 40 studielast-uren om een aantal modellen te construeren en nader te onderzoeken. We hebben vijf deelprojecten ontwikkeld rond het centrale thema 'Systeem Aarde'. Leerlingen kiezen één deelproject, bijvoorbeeld:

'Broeikas Aarde', over de invloed van de atmosfeer en haar samenstelling op de leefbaarheid van de Aarde en dan met name over de temperatuur die in de loop van de tijd op Aarde heerst.

'Ozonkinetiek', over processen in de ozonlaag. Ook de aantasting van de ozonlaag door menselijke activiteit en de gevolgen daarvan komen daarbij aan de orde.

‘T.rex of het einde van de dinosaurïers’, over de ondergang van de dinosaurïers. De verklaring voor die ondergang – de inslag van een komeet, gevolgd door een nucleaire winter, waarna de zoogdieren aan hun opmars begonnen – wordt met behulp van modellen kritisch bekeken.

Evaluatie in de klas

We waren natuurlijk erg benieuwd hoe dit materiaal in de praktijk zou uitpakken. De meeste leerlingen werkten zeer gemotiveerd; het kwam regelmatig voor dat leerlingen aan het eind van het uur verrast werden door de bel (Figuur 9). Ze kunnen al snel een model nabouwen en bijvoorbeeld getalwaarden in het model aanpassen om een beter resultaat te krijgen. Leerlingen zien het als een uitdaging om een model zodanig te ontwikkelen dat het draait zoals ze verwachten dat het moet draaien. Ze zijn verbaasd als een model onverwachte dingen doet. Soms lossen ze dit op door te sleutelen aan het model tot het wel de verwachte resultaten levert, in andere gevallen leidt het tot kritisch nadenken over hun verwachting. Ze hebben wel moeite met het benoemen van nieuwe relaties, het werken met formules en het schatten van constanten in zo’n formule. Soms kan dit worden opgelost door de bedoelde relatie te laten schetsen in de vorm van een grafiek. Inhoudelijke problemen doen zich vooral voor als leerlingen terugkoppelingsrelaties willen aanbrengen (welke factoren moeten er nu precies worden verbonden?) en als ze deelmodellen aan elkaar gaan verbinden tot een totaalmodel.



Figuur 9: Leerlingen aan het werk met computermodellen.

De leerlingenprojecten werden op een van de scholen afgesloten met een presentatie. Ook hier was de inzet van de leerlingen opvallend goed. De meeste leerlingen projecteerden hun modellen direct vanuit Powersim, een enkeling had een Powerpointpresentatie gemaakt. De

overgrote meerderheid van de leerlingen bleek in staat het gemaakte model in begrijpelijke termen aan klasgenoten uit te leggen en de werking van het model te demonstreren. Uitleggen waarom dit model nuttig was of wat de beperkingen waren, kostte de meeste leerlingen iets meer moeite. Dit is een aandachtspunt voor de herziening van het onderwijsmateriaal in de tweede ronde.

Onder de deelnemende docenten bestond vooraf enige bezorgdheid over het gebruik van het programma. Dat bleek 100% mee te vallen: leerlingen kunnen vlot uit de voeten met het programma. De docenten worden daardoor niet zozeer op hun computerkennis aangesproken, maar vooral op hun vakdeskundigheid. Ze moesten wel even wennen aan de nieuwe invalshoek voor de bekende stof. Er worden onderwerpen verbonden die in het leerboek nogal apart staan. Na afloop reageerden de docenten enthousiast (Figuur 10).

- Een beter alternatief voor modelleren. Met dit type modellen kun je meer dan met andere. Samenwerking met andere vakken in een project. Kennis (denkwijze) opbouwen/aanleren voor later (studie). Ik ben benieuwd of leerlingen Powersim gaan gebruiken in profielwerkstuk.
- Mijn verwachting was dat leerlingen gemotiveerd zouden zijn door de andere werkvorm en door computergebruik. Nadat ik de modelleertool leerde kennen was ik wel bevreesd dat het voor de leerlingen een aardige kluif zou zijn die onder de knie te krijgen. Dit viel reusachtig mee!
- Iets nieuws doen. Computer daadwerkelijk nuttig/ondersteunend inzetten in onderwijs. Modellen maken is leuk. Het is inspirerend om daar in chemische context mee bezig te zijn. Mijn inschatting is dat Waskracht! ingebouwd in het huidige totale chemie curriculum een aantrekkelijke en nuttige module zal zijn.
- Ik vond het leuk, was nog niet bekend met modelleren. De verwachte drempel bleek lager dan verwacht. Ik heb Powersim later ook met plezier in mijn vakles gebruikt. Bij modelleren hanteer je een doelgerichte, stap voor stap werkwijze. 5-VWO leerlingen pakken deze werkwijze op.

Figuur 10: Docentenuitspraken over het onderwijs met Powersim.

Perspectief

Momenteel wordt het onderwijsmateriaal bijgesteld op basis van de ervaringen in het afgelopen jaar. Een belangrijk aandachtspunt daarbij is de toetsing: hoe kun je bij dit type onderwijs bepalen wat leerlingen ervan geleerd hebben? Een extra aansporing om hierover na te denken komt van de CEVO (Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven), die van plan is gedeelten van het centraal examen met behulp van de computer af te laten nemen (compex-examens). Hierbij kan het exploreren en construeren van modellen een belangrijke meerwaarde van een dergelijk type examen opleveren. Ook in de schoolboeken duikt het modelleren als vaardigheid steeds vaker op.

Intussen denken we over een vervolg. Verschillende ANW docenten hebben al aangegeven dat ze iets dergelijks ook binnen hun vak zouden willen doen, wellicht liggen daar mogelijkheden. In ieder geval willen we in een vervolgproject onderzoeken in hoeverre het huidige materiaal moet worden aangepast voor gebruik op andere scholen. **Als u belangstelling heeft om samen met de andere bèta-vakken op uw school daaraan deel te nemen nodigen wij u uit contact op te nemen met het projectteam.¹ Meer informatie**

**over het project computerondersteund modelleren vindt u op de site:
<http://www.cdbeta.uu.nl/model>, daar kunt u ook het onderwijsmateriaal downloaden.**

¹ Correspondentieadres: E.R. Savelsbergh, Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen, Universiteit Utrecht, Postbus 80000, 3508 TA Utrecht, email: E.R.Savelsbergh@phys.uu.nl. Dit project wordt mede mogelijk gemaakt door een subsidie van het ministerie van OC&W en door de bijdragen van de volgende docenten: Rob Burer, Frans Huijsmans, Kees Hooyman, John Meijer, Marijke Thijssen en Robert Wielinga. Wij bedanken Godelieve Nieuwendijk voor haar kritische commentaar op eerdere versies van dit artikel.

² Jan H. van Driel: Modellen en modelleren als rode draad in het natuurwetenschappelijk onderwijs, NVOX 7, september 1999, p.357-359

³ H. Jordens: Het simulatieprogramma PSI. Commissie Educatieve Natuurkunde Software, NVOX 8, oktober 2000, p. 438-440

⁴ Wobbe de Vos en Ton van der Vak: Modellen in wetenschap, modellen in onderwijs, NVOX 7, september 2000, p.335-338