HANS MORÉLIS
Instituut voor Leerplanontwikkeling

Significante cijfers ... hoe zit dat nou?

Het *nieuwe C- en D-examenprogramma scheikunde* voor mavo en lbo zal binnenkort van kracht worden. In het onderwijs (NVON e.d.) is alles er reeds lang klaar voor. Alleen het Ministerie heeft zoals gebruikelijk veel meer tijd nodig om alle bureaucratische hobbels te nemen. In ieder geval is het nu vrijwel zeker dat met ingang van het *cursusjaar 1991-1992* het langverwachte nieuwe examenprogramma dan eindelijk zal worden ingevoerd.
Daarin zal ook opgenomen zijn, dat uitkomsten van berekeningen in het juiste aantal significante cijfers moeten worden geschreven. Dit geldt overigens al lang voor de reeds eerder ingevoerde examenprogramma's van de WES (Werkgroep Examens Scheikunde) en de WEN (Werkgroep Examens Natuurkunde). Uit examenbesprekingen in de NVON-kringen is gebleken, dat het werken met significante cijfers vaak verwarring geeft. Daarom hierbij wat informatie.

Zakrekenmachine

Met het gebruik van de zakrekenmachine bij natuurwetenschappelijke berekeningen werd het nodig aandacht te schenken aan het verschijnsel *significante* cijfers.
90,2 gram natriumchloride (molecuulmassa 58,5 u) is 1,54 mol (3 significante cijfers), maar de rekenmachine geeft 1,5418803 mol als uitkomst.
2,5 gram lood (dichtheid 8,96 g.cm^{-3}) heeft een volume van 0,28 cm^{-3} (2 significante cijfers) en niet 0,2790178 cm^{-3} zoals de rekenmachine ons wil doen geloven.
Significante cijfers worden nogal eens vereenzelvigd met de *cijfers achter de komma* en dat is meestal onjuist. Voor het schrijven van significante cijfers gelden enige eenvoudige vuistregels. Daarover nu meer.
We maken daarbij onderscheid in vermenigvuldigen & delen, optellen & aftrekken en logaritmen.

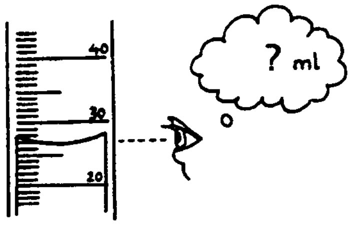
Vermenigvuldigen en delen

Berekeningen waarbij vermenigvuldigd of gedeeld moet worden komen in de natuurwetenschappen het meeste voor. We werken daarbij vaak met getallen, die op één of andere manier gemeten zijn. Een voorbeeld:
3,06 gram keukenzout wordt afgewogen met een balans en daarna opgelost in water. Vervolgens vullen we de oplossing heel nauwkeurig aan tot precies één liter. We hebben dan dus 3,06 gram per liter. Je kunt ook zeggen, dat er per ml steeds 3,06 mg keukenzout zit.
Met een maatcilinder meten we 26,8 ml van de zoutoplossing af. Hoeveel zout hebben we nu?

We nemen de rekenmachine, typen 3,06 * 26,8 in en lezen af. De uitkomst is 82,008 (mg).
Hier klopt iets niet. We beginnen met twee getallen van maar drie cijfers en krijgen een uitkomst van vijf cijfers, waarvan drie achter de komma. De uitkomst is veel nauwkeuriger dan de meetwaarden waarmee we begonnen zijn. Dat kan natuurlijk niet.

Afronden

Laten we nog eens kijken naar het aflezen van de maatcilinder. Hoeveel hebben we hier? In ieder geval meer dan 26 ml maar minder dan 27 ml. Waarschijnlijk is het 26,8 ml, maar 26,7 ml en 26,9 ml zijn ook acceptabel. Het laatste cijfer is dus geschat. Dat is bijna altijd zo met meetwaarden, dus ook met de afgewogen hoeveelheid keukenzout van 3,06 gram. Dat had net zo goed 3,05 gram of 3,07 gram kunnen zijn.



In plaats van 26,8 * 3,06 = 82,008 (mg)
is ook mogelijk als uitkomst:
26,7 * 3,05 = 81,435 (mg)
of 26,9 * 3,07 = 82,583 (mg)

We zullen moeten **afronden**, dat wil zeggen één of meer van de laatste cijfers weg laten. Daarbij geldt:
als het eerste van de geschrapte cijfers 5 of meer is wordt het daarvóór staande cijfer (dus het meest rechtse van de op te schrijven cijfers) met 1 vermeerderd.
Kijkend naar de uitkomsten lijkt het redelijk „tot op 3 cijfers" af te ronden.
Dus:
82,008 wordt 82,0
81,435 wordt 81,4
82,583 wordt 82,6

Conclusie: de hoeveelheid zout in de maatcilinder ligt vrijwel zeker tussen 81,4 mg en 82,6 mg met 82,0 als meest waarschijnlijke uitkomst. Van het oorspronkelijke antwoord (82,008) zijn - na afronding op 82,0 - dus alleen de eerste drie cijfers van betekenis. We noemen dit **significante** cijfers.

> Cijfers die betekenis hebben noemen we significante cijfers.

Significante cijfers

Bij berekeningen schrijven we in de einduitkomst alleen de significante cijfers. Cijfers die geen betekenis hebben laten we weg.
Het aantal significante cijfers zegt iets over de nauwkeurigheid, *het aantal cijfers achter de komma (meestal) niet.*
Een autofabrikant die opgeeft dat een bepaald model 4135 mm lang is zou net zo goed kunnen schrijven:
431,5 cm of 42,15 dm of 4,315 m.
Het aantal significante cijfers is hier steeds gelijk aan vier en de nauwkeurigheid is in de getallen 4315; 431,5; 43,15;

en 4,315 even groot. Desnoods kun je ook 0,004315 km schrijven. Het aantal significante cijfers is dan nog steeds gelijk aan vier. De nullen, die links staan in tiendelige breuken tellen dus níet mee als significante cijfers.

Voorbeeld

0,00*123* heeft 3 significante cijfers.
0,0*10* heeft 2 significante cijfers.
0,*2* heeft 1 significant cijfer.

Dit type notaties is overigens eenvoudig te vermijden door het te schrijven als het produkt van een getal tussen 1 en 10 en een macht van 10.
Bijvoorbeeld:

0,*318* = $3{,}18 * 10^{-1}$
(3 significante cijfers)
0,0*2* = $2 * 10^{-2}$
(1 significant cijfer)
0,00*306* = $3{,}06 * 10^{-3}$
(3 significante cijfers)
0,000*140* = $1{,}40 * 10^{-4}$
(3 significante cijfers)
Het zal na het voorgaande zonder meer duidelijk zijn, dat er echt verschil in nauwkeurigheid is tussen $1 * 10^{+2}$ (1 significant cijfer) en $1{,}00 * 10^{+2}$ (3 significante cijfers). Het aantal significante cijfers in de schrijfwijze 10^2 is onbekend en vergelijkbaar met het woord „honderd".

Vuistregel

In hoeveel significante cijfers moeten we nu de uitkomst van een berekening schrijven? Dit hangt natuurlijk af van de nauwkeurigheid van de meetwaarden waar we mee rekenen. In het voorbeeld van de zoutoplossing bleek dat 21,2 * 3,08 als uitkomst een getal met 3 significante cijfers opleverde.
Hoe nauwkeuriger de meetwaarden, des te meer cijfers mogen we schrijven. In de onderwijspraktijk gebruiken we bij vermenigvuldigen en delen de volgende **vuistregel**.

> De uitkomst van een berekening heeft even veel cijfers als het gegeven met het minste aantal significante cijfers.

Voorbeeld:
Een rechthoekige kamer meet 3,5 × 4,5 m.
Wat is de oppervlakte?
3,5 × 4,5 = 15,75; afronden op 2 significante cijfers.
De oppervlakte is 16 m^2.

Een fles wijn van 75 cl bevat 11,5 % alcohol.
Hoeveel cl alcohol is dat?

$\frac{11{,}5}{100} * 75 = 8{,}625$; afronden op 2 significante cijfers.
In de fles zit 8,6 cl alcohol.

Optellen en aftrekken

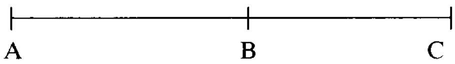
Bij optellen en aftrekken gelden andere regels. We illustreren dit weer met een voorbeeld. In een bekerglaasje wordt iets afgewogen:
massa bekerglaasje + inhoud = 79,7 gram (3 significante cijfers)
massa bekerglaasje = 58,32 gram (4 significante cijfers)

Beide moet je van elkaar aftrekken om de massa van de inhoud te weten.

```
                 79,7?
                 58,32 _
massa inhoud =   ..,.#
```

Je weet niet wat er in 79,7? op de plaats van het vraagteken ? staat.
Dus weet je ook niet wat er in het antwoord op de plaats van # moet komen. Daarom moet je afronden. In de einduitkomst mogen in dit geval maar 3 significante cijfers staan. Het antwoord is 21,4 gram en *niet* 21,38 gram.

Bij optellen gaat het net zo:



lengte AB = 3,1 cm (2 significante cijfers)
lengte BC = 1,32 cm (3 significante cijfers)
+
lengte AC = 4,4 cm (2 significante cijfers) en niet 4,42 cm.

Er geldt dus: bij optellen en aftrekken mag het eindresultaat niet meer cijfers achter de komma hebben dan het meetresultaat met het kleinste aantal decimalen.

Het juist toepassen van deze regel kan er bij optellen toe leiden dat het antwoord meer significante cijfers heeft dan de gegevens waar mee begonnen wordt. Bijvoorbeeld:

beginvolume 61,3 ml (3 significante cijfers)
toegevoegd 43,8 ml (3 significante cijfers)
+
eindvolume 105,1 ml (4 significante cijfers)

En bij aftrekken kun je een significant cijfer „kwijtraken".

beginhoeveelheid 29,7 gram (3 significante cijfers)
eindhoeveelheid 22,4 gram (3 significante cijfers)
−
verdwenen 6,3 gram (2 significante cijfers)

Logaritmen

Bij logaritmen moet er weer goed gelet worden op wat er voor de komma staat en wat er achter. Alleen het decimale gedeelte (de zogenaamde mantisse) zegt iets over de nauwkeurigheid. Het cijfer voor de komma bepaalt slechts de exponent van de macht. Dit is van belang voor *p*H berekeningen.
Van de uitkomst *p*H = 2,3 zegt formeel het cijfer *3* iets over de nauwkeurigheid (1 significant cijfer).
Het cijfer *2* voor de komma geeft slechts aan, dat $[H_3O^+(aq)]$ tussen 10^{-2} en 10^{-3} mol.l^{-1} ligt.
Kijken we naar tabel 49 uit BINAS dan zien we, dat het daar goed staat wat betreft nauwkeurigheid. K_z staat opgegeven in twee significante cijfers en dus heeft pK_z ook 2 cijfers achter de komma.

Wat nu?

De vraag is hoe we hier mee moeten omgaan in de onderwijspraktijk. Het is knap ingewikkeld voor leerlingen alle regels goed toe te passen.
In het eindexamenprogramma scheikunde staat zowel bij havo als vwo:

„uitkomsten van berekeningen in de juiste nauwkeurigheid kunnen aangeven met behulp van vuistregels over de significante cijfers".

In het voorstel voor het nieuwe C- en D-examenprogramma staat:

„uitkomsten van berekeningen kunnen geven met een nauwkeurigheid, die overeenkomt met de nauwkeurigheid van de meetgegevens".

In het correctievoorschrift van de examens staat:

„Is bij een berekening de nauwkeurigheid van het antwoord duidelijk niet in overeenstemming met de nauwkeurigheid van de verstrekte gegevens, dan geldt dit als een rekenfout".
Dit ziet er allemaal dreigender uit dan het is. De volgende zin, eveneens uit het correctievoorschrift voor de examens, biedt waarschijnlijk voor iedereen genoeg speelruimte:

„Een antwoord mag één cijfer meer of minder bevatten dan op grond van de nauwkeurigheid van de verstrekte gegevens verantwoord is".

Conclusie:
In plaats van ingewikkeld te doen over significantieregels is het voldoende de leerlingen slechts één vuistregel te laten

hanteren en dat is natuurlijk de regel voor het vermenigvuldigen en delen.

De uitkomst heeft evenveel cijfers als het gegeven met het minste aantal significante cijfers.

Uiteraard kan het geen kwaad de leerlingen er op te wijzen dat dit een vuistregel is, ofwel: het is niet altijd in overeenstemming met de officiële foutenleer, maar voor het onderwijs voldoet de regel prima.

Tenslotte

- Bij het afronden letten we alleen op meetwaarden en niet op telwaarden. Als je viermaal 25,0 ml afmeet dan heb je dat niet 3,7 of 4,4 keer gedaan. De uitkomst blijft in 3 cijfers significant.
- In het dagelijks leven gebruiken we andere normen. Als we spreken van één liter melk bedoelen we niet een hoeveelheid die tussen 0,5 en 1,4 liter in ligt.
- Bij berekeningen moet je niet tussentijds afronden, maar alleen de einduitkomst.
- Wees er op bedacht dat slimme leerlingen in de gaten zullen hebben, dat volgens onze vuistregel de waarden voor K_z en pK_z in tabel 49 van BINAS niet kloppen.