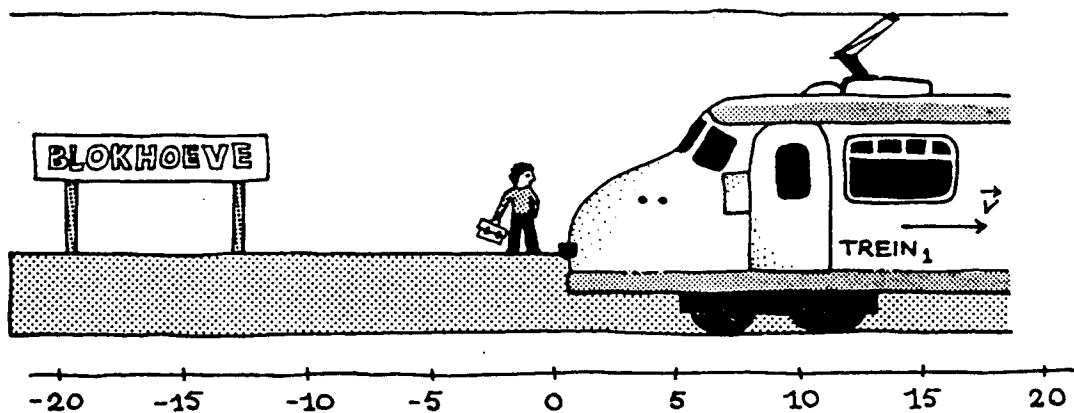


BLOK

BEWEGINGEN



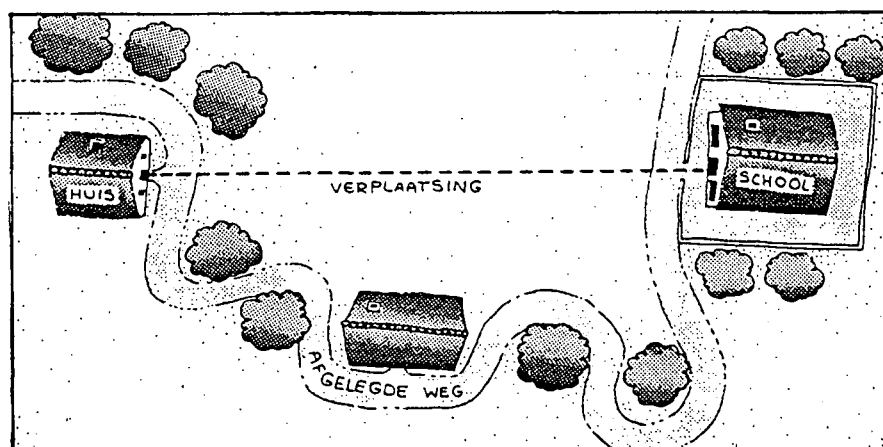
lerarenhandleiding

vwo bovenbouw
natuurkunde project
1e herziene versie

PLON UvA RUG

VOORWOORD	3
1 PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK	5
2 LEERSTOF, VAARDIGHEDEN, BEGINSITUATIE	8
3 VERGELIJKING MET DE VORIGE VERSIE	10
4 EEN LESSENPLAN	12
5 DIDAKTISCHE OPMERKINGEN	13
6 UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN	21
BIJLAGE	39

VOORWOORD BIJ DE 1e HERZIENE VERSIE



Het idee van 'blokken' naast thema's in het PLON-VWO bovenbouw curriculum heeft vorm gekregen in de blokken *Bewegingen*, *Arbeid en energie* en *Deeltjes in velden*. De ervaringen met de eerste twee blokken wijzen uit dat er met de gekozen opzet in de klas goed te werken is. Als verrassend punt komt naar voren dat leerlingen zich erg uitgedaagd voelen om de 'problemen' op te lossen. Die blijken een aanknopingspunt om de relevante leerstof nog eens terug te zoeken en te bestuderen.

Drie hoofddoelstellingen liggen ten grondslag aan de blokken in het curriculum:

- . vergroten van de toepasbaarheid van begrippen voor de leerling, o.a. door de begrippen met mathematische methoden scherper te definiëren (in de diepte);
- . vergroten van de wendbaarheid van begrippen door de begrippen in nieuwe konteksten toe te passen (in de breedte);
- . de leerlingen de vaardigheid probleem-oplossen aanleren met een nadruk op het 'vertalen' van een probleem in een fysisch oplosbaar vraagstuk.

Het blok *Bewegingen* is het eerste blok in het curriculum. Hierin wordt de kinematica vanuit een systematische gezichtshoek behandeld, waarbij vooral de eerste hoofddoelstelling veel aandacht krijgt. Zo is bijvoorbeeld een apart *figurenboekje* beschikbaar voor verwerkingsopdrachten waarbij getekend moet worden. Bij de revisie van *Bewegingen* is verder gekozen voor een voorzichtige start bij het probleem-oplossen, in die zin dat in de leerlingentekst bij de problemen wel hints worden gegeven, maar nog geen expliciete heuristiek wordt aangeboden.

Ervaringen in de klas met de eerste versie van dit blok zijn bij de revisie verwerkt. Speciaal voor hen die deze versie kennen is hoofdstuk 3 in deze lerarenhandleiding opgenomen. Opmerkingen en aanvullingen op basis van ervaringen met de herziene versie van zowel de leerlingentekst als deze lerarenhandleiding stellen we erg op prijs.

Het PLON-team en de medewerkers van het VWO-bovenbouwproject
Lab. voor Vaste Stof
Princetonplein 1
Postbus 80.008
3508 TA Utrecht

december 1985

1 PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK

1.1 De plaats van het blok in 4 VWO

Het blok *Bewegingen* is geschreven voor 4 VWO. Het kan naast ieder leerboek gebruikt worden als vervanging van de hoofdstukken over kinematica. Het is zeer geschikt om te gebruiken in aansluiting op het thema *Verkeer* voor de 4e klas van het VWO-bovenbouwproject.

In *Bewegingen* ligt de nadruk op de systematische kant van de natuurkunde met een voorzichtige introductie van wiskundige technieken. Het biedt de leerlingen aldus een voorproefje van meer systematisch werk na een pakketkeuze met natuurkunde, en na een keuze voor een op natuurkunde gerichte vervolgopleiding.

Gezien de eisen gesteld aan het cognitieve niveau en de wiskundige voorkennis van de leerlingen adviseren wij dit blok niet direct in het begin van 4 VWO te behandelen.

1.2 Achtergrond en verantwoording

Het VWO-bovenbouwproject heeft gekozen voor een cursusopbouw waarin afwisselend thematisch en systematisch wordt gewerkt. Het systematisch werken staat evenwel in dienst van het thematisch werken, hier opgevat als het gebruiken van natuurkundige kennis voor probleemstellingen die ontleend zijn aan de omgeving van de leerling, aan de techniek, de samenleving of de wetenschapsbeoefening.

Wordt in een thema vanuit een vraagstelling de daarvoor benodigde natuurkunde gezocht, in een blok wordt de omgekeerde methode gehanteerd. Vanuit het aanleren van een stukje systematische natuurkunde worden probleemsituaties gezocht waarin het geleerde zinvol toegepast kan worden. Enerzijds worden er in de leertekst situaties aangeboden die aanleiding geven tot het zinvol aanbrengen en verscherpen van leerstof en begrippen. In die leertekst staan allerlei opdrachten die bedoeld zijn om de leerstof te verwerken en ermee te oefenen. Anderzijds staan er aan het eind van elk hoofdstuk *problemen* uit diverse konteksten die bedoeld zijn om de leerstof actief op te roepen en te gebruiken vanuit *thematische* vraagstellingen. Bovendien wordt daarmee een eerste oriëntatie op *probleem-oplossen* gegeven.

De begrippen uit de mechanica, ook als die in het thema *Verkeer* aan de orde zijn gekomen, hebben nog onvoldoende diepgang met het oog op het gebruik daarvan in volgende thema's, c.q. andere gebieden van de natuurkunde. Daarom worden er in het blok *Bewegingen* aan de inhoud van de begrippen nieuwe aspecten toegevoegd zoals het beschrijven van het veranderlijke karakter van snelheid door snelheid als een wiskundige functie te beschrijven.

Het blok is opgebouwd rond een tweetal centrale vragen:

- Welk *gereedschap* uit de natuurkunde en de wiskunde kunnen we gebruiken om bewegingen te beschrijven en te voorspellen?
- Welke *vereenvoudigingen* moet je maken voor het oplossen van een gegeven bewegingsprobleem om het ontwikkelde gereedschap zinvol en met succes te kunnen gebruiken? Welke oplossingsmethoden horen daarbij?

Deze twee vragen maken het mogelijk een zinvolle invulling te geven van een tweetal algemene doelen van het onderwijs op het VWO:

- 1 Kennismaking met de wetenschap en de toepassingen daarvan
 - begrippen die bij één gebied ontwikkeld zijn proberen toe te passen op een ander gebied;

PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK

- de verwevenheid van de natuurkunde met mathematische methoden zien en daarmee leren werken;
- de interne samenhang van de natuurkunde leren kennen.

2 Voorbereiding op verdere studie

- wendbare kennis hebben van basisbegrippen en standaardmethoden;
- een goede probleemoplossingsvaardigheid verwerven;
- een indruk krijgen van het bezig zijn met natuurkunde op een hoger niveau met het oog op het al dan niet kiezen van een op natuurkunde gerichte vervolgopleiding.

1.3 Globale opzet

In het blok worden drie doelen nagestreefd:

- . Het vergroten van de *toepasbaarheid* van begrippen voor de leerlingen door de begrippen met mathematische methoden scherper te definiëren, zodat bijvoorbeeld ook niet-constante snelheden of snelheden die niet langs een rechte lijn lopen daarmee beschreven kunnen worden.
- . Het vergroten van de *wendbaarheid* van de begrippen (ver)plaats(ing), snelheid en versnelling voor de leerlingen. Zij gaan deze begrippen daartoe in nieuwe konteksten toepassen, bijvoorbeeld in sport, ruimtevaart, liften, bij bewegingen van dieren (naast 'oude' konteksten zoals verkeer).

HOOFDSTUK 1

Oriëntatie

HOOFDSTUK 2

Snelheid • leerteksten doornemen
• opdrachten, oefenvragen maken in groepjes

pro ble men op los sen

terugblik op de problemen

HOOFDSTUK 3

Versnelling • leerteksten doornemen
• opdrachten, oefenvragen maken in groepjes

pro ble men op los sen

terugblik op de problemen

HOOFDSTUK 4

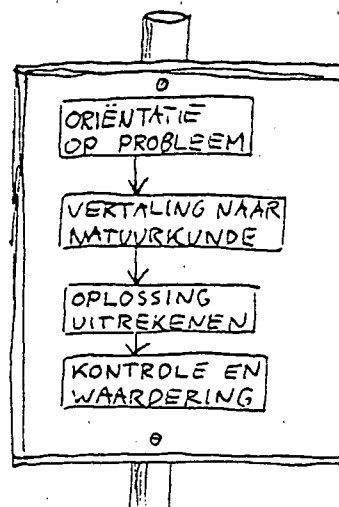
Richtingen • leerteksten doornemen
• opdrachten, oefenvragen maken in groepjes

pro ble men op los sen

terugblik op de problemen

- . Een begin maken met het aanbrengen van de vaardigheid *probleem-oplossen* door leerlingen problemen voor te leggen waarbij ze zelf een oplossingsmethode moeten zoeken. In een bijlage achterin het leerlingenboek staat voor elk probleem een hint die de leerlingen kan helpen bij het vinden van de oplossing. In de nabespreking van de problemen kan de leraar eventueel de nadruk leggen op de noodzaak van het aanbrengen van oplossingsstappen: oriëntatie, vertaling in fysische vorm, berekening, controle en waardering.

Deze drie doelen zijn te herkennen in de opzet van het blok, waarin het op-halen en verbreden van oude leerstof, het leren en het verwerken van nieuwe leerstof en het gebruiken van de leerstof voor het oplossen van uitdagende nieuwe problemen opgenomen zijn. Het schema van de opzet staat op pagina 6.



LEERSTOF, VAARDIGHEDEN, BEGINSITUATIE

2 LEERSTOF, VAARDIGHEDEN, BEGINSITUATIE

2.1 Leerstof

Hoofdstuk 1 geeft een oriëntatie op de werkwijze van het blok en op het verschil met het thema *Verkeer*. Verder worden de leerlingen georiënteerd op aspecten van snelheid (niet-constante snelheid, richting) die tot dan toe niet uitgebreid aan de orde zijn geweest.

Hoofdstuk 2 gaat vooral over de verscherping van het begrip snelheid. De eenparige beweging wordt als een eerste vereenvoudiging van de werkelijke beweging van een trein ingevoerd. Aan de hand daarvan wordt de weg x als functie van de tijd t ingevoerd en wordt een x, t -grafiek gemaakt. Aan de hand van de helling van die grafiek (bij de benaming volgen we het *Hewet*-project voor wiskunde) komt de snelheid naar voren. In reëel opgenomen x, t -grafieken wordt de snelheid op een tijdstip ingevoerd als helling aan de grafiek op dat tijdstip. Uit de wiskunde wordt de herinnering opgehaald dat die helling hetzelfde is als de waarde van de afgeleide functie op dat moment. Vervolgens wordt de stap gemaakt dat ook de snelheid een functie van de tijd is en grafisch weergegeven kan worden. Uit het oppervlak onder de v, t -grafiek kan de afgelegde weg terugverkregen worden. Daarna gaan de leerlingen met behulp van het ontwikkelde 'gereedschap' enkele problemen oplossen. Dit kan gebeuren door de problemen over (groepjes) leerlingen te verdelen en/of deze als huiswerk op te geven. De leraar besteedt naar smaak aandacht aan de oplossingswijze die de leerlingen gevolgd hebben in een 'terugblik'. Tevens fungeert dat als uitwisseling van de oplossingen.

Hoofdstuk 3 breidt het gereedschap (helling en oppervlakte bepalen) uit tot versnelling en kracht, waarbij de wiskundige analogieën naar voren worden gehaald. De eenparig versnelde beweging wordt gehanteerd als een mogelijke benadering van reële bewegingen. Als afsluiting wordt weer een aantal problemen opgelost en nabesproken.

Hoofdstuk 4 gaat over richtingsaspecten van (ver)plaats(ing), snelheid en versnelling. Aan de hand van de beweging van een roltrap wordt na invoering van de snelheid als vektor de centripetale versnelling geïntroduceerd. De formules uit de hoofdstukken 2 en 3 worden tot vektorformules gegeneraliseerd. Enkele formeel moeilijke gedeelten zijn klein afgedrukt en kunnen eventueel worden weggelaten of uitgesteld. Tot slot worden problemen over kromlijnige bewegingen opgelost en nabesproken.

Een uitgewerkt voorstel voor een lessenplan staat in hoofdstuk 4 van deze lerarenhandleiding.

2.2 Vaardigheden

In dit blok komen geen praktikumopdrachten voor, zodat er *geen praktische vaardigheden* vereist worden.

Wel worden eisen gesteld aan *wiskundige vaardigheden*, en worden deze verder ontwikkeld. Er wordt een nadrukkelijke relatie gelegd tussen wiskunde en natuurkunde, maar de overstap van een natuurkundige grootheid naar een wiskundige functie van de tijd waarop wiskundige vaardigheden kunnen worden losgelaten wordt steeds zeer zorgvuldig gemaakt.

Ook wordt veel geëist van de leerlingen op het gebied van de *communicatieve vaardigheden*. De leerlingen moeten met elkaar in groepen verwerkings- en oefenopdrachten doen. Om echter alle opdrachten af te krijgen zullen de leerlingen veel taken moeten verdelen en elkaar op de hoogte moeten stellen van wat ze gevonden of uitgerekend hebben. Ze zullen ook dingen aan elkaar

moeten uitleggen. Bij een terugblik moeten ze aan andere groepen rapporteren via welke weg zij tot de oplossing van een probleem zijn gekomen. Juist omdat het hier gaat om 'theoretische' of 'praat' situaties, terwijl ze meestal dit soort vaardigheden hebben ontwikkeld in praktikumsituaties, zal dat een hoge eis aan de leerlingen zijn.

Probleemoplossingsvaardigheden zullen in dit blok een eerste impuls krijgen. Vooral belangrijk daarbij zijn:

- gegevens kunnen selekteren uit teksten, diagrammen, schema's, tekeningen of uit bekende situaties;
- bij een probleem passende formules kunnen selekteren;
- vergelijkingen kunnen oplossen;
- vereenvoudigingen kunnen maken en controleren of de vereenvoudigingen zinvol en relevant zijn;
- de grenzen van de geldigheid van formules kunnen hanteren en de gevolgen daarvan voor de gevonden oplossingen kunnen aangeven;
- orde van grootte kunnen bepalen;
- een werkplan kunnen volgen voor het oplossen van een probleem.

2.3 Beginsituatie

Vooraf de beginsituatie van de wiskundige kennis van de leerlingen is van belang. We hebben bij het schrijven van dit blok aangenomen dat de leerlingen bekend zijn met de belangrijkste regels van het differentiëren. Verder hebben we aangenomen dat zij de nodige kennis hebben van functies en kunnen omgaan met grafieken en de helling van een raaklijn en de oppervlakte onder een grafiek kunnen bepalen. Tenslotte veronderstellen wij de begrippen vektor en vektoroptelling bekend, evenals $\sin \alpha$ en $\cos \alpha$. Kennis van het begrip radiaal is niet nodig maar wel handig.

Veel natuurkundige voorkennis buiten wat in de onderbouw gebruikelijk is wordt niet vereist. Niettemin is het blok zo geschreven dat het aansluit op het thema *Verkeer*.

De leerlingen zullen nog niet erg gewend zijn aan het werken in groepen aan theorie en verwerkingsopgaven. Groepswerk kennen ze vooral uit praktikum- of onderzoeks-achtige situaties. Zij zullen dus goed georiënteerd moeten worden op deze 'nieuwe' werkvorm, zodat het mogelijk wordt zonder wrevel van de leerlingen ('Waarom legt u alles niet gewoon uit?') groepswerk met korte klassikale uitleg af te wisselen.

VERGELIJKING MET DE VORIGE VERSIE

3 VERGELIJKING MET DE VORIGE VERSIE

Dit hoofdstuk is vooral geschreven voor leraren die de vorige versie van *Bewegingen* kennen en daarmee in de klas gewerkt hebben. Zij kunnen zodoende snel een indruk krijgen van wat er met deze revisie is veranderd en wat niet.

overeenkomsten.

- 1 *Bewegingen* is een blok gebleven. Het behandelt de kinematica vanuit een systematische gezichtshoek uitgaande van de noodzaak de belangrijkste begrippen een grote wendbaarheid te geven. Speciale bewegingen worden behandeld als mogelijke benaderingen voor reële situaties.
- 2 Het blok blijft gesitueerd gedacht ergens in het midden van het leerjaar 4 VWO. Het biedt de leerlingen aldus een voorproefje van meer systematisch werk na een pakketkeuze met natuurkunde. Toch is het contextrijk lesmateriaal dat in dienst kan staan van een thematische aanpak in andere delen van het curriculum. De mogelijkheid van behandeling na het thema *Verkeer* is gehandhaafd.
- 3 Van de leerlingen worden geen praktische vaardigheden gevraagd. De mogelijkheid om theorie te verwerken in werkvormen die communicatieve vaardigheden vragen is ruimschoots aanwezig.
- 4 Het blok mikt op het zorgvuldig uitbreiden van het natuurkundig 'gereedschap' in samenhang met de wiskunde waarbij aansluiting bij *Hewet* gezocht wordt. Hieraan wordt zoveel aandacht besteed dat dit later tijdswinst zou kunnen opleveren.
- 5 Er wordt een aanzet gegeven voor probleem-oplossen als een essentieel van vaardigheidstraining verschillende activiteit. De probleemstellingen zijn meestal kernachtig geformuleerd en komen uit diverse contexten.
- 6 De globale omvang van de leerlingentekst is niet veranderd. De indeling van de vorige versie en ook de eerste drie hoofdstukken daaruit zijn zeer herkenbaar. In hoofdstuk 4 is het eenvoudige voorbeeld van warenhuis met roltrap blijven bestaan.

verschillen

Bij alle hieronder genoemde punten is voor de revisie dankbaar gebruik gemaakt van de ervaringen in de klas, zoals die uit interviews e.d. naar voren zijn gekomen.

- 1 Nu er geen sprake meer is van proefscholen die systematisch eenzelfde compleet 4 VWO-curriculum uitproberen is uitgegaan van een minder compact en bindend lessenschema. Aan het belang van een voorzichtig opstarten van een meer formele behandeling wordt aldus tegemoetgekomen. Verder is de redactie van de tekst gebaseerd op een situatie waarin *Verkeer + Bewegingen* als losse combinatie wordt behandeld; de verwijzingen naar *Verkeer* zijn hierbij zo summier gehouden dat het blok ook nog wel helemaal zelfstandig bruikbaar is.

- 2 Uit de reeks blok-doelstellingen: verbreding van kontekst - verdieping van begrippen door het aanbieden van extra gereedschap - aanleren van probleem-oplossingsvaardigheden, wordt voor dit blok een zeker accent gelegd op de tweede. Geprobeerd wordt om de *ontwikkeling van begrippen bij de leerlingen* en het gebruik van vaardigheden uit de wiskunde nog zorgvuldiger te begeleiden dan in de vorige versie, omdat dit als zeer noodzakelijk wordt ingeschat.
- 3 De verwachtingen op het punt van het probleem-oplossen zijn wat minder hoog gesteld. De leerlingen krijgen wat meer vrijheid om bij het probleem-oplossen te pionieren en worden niet direkt uitgenodigd over hun activiteiten na te denken in termen van een duidelijk heuristisch schema. De series hulpvragen zijn vervangen door enkelvoudige hints. De problemen zelf sluiten hopelijk wat beter aan op de behandelde vaardigheden. Uitwerkingen van alle problemen zijn in deze Avol opgenomen.
- 4 Geprobeerd is om onnauwkeurigheden en onzakelijkheden uit de tekst te weren en de overzichtelijkheid te vergroten. Figuren zijn veelal verbeterd en voor zover nodig nog eens extra afgedrukt in een apart figurenboekje waarin de leerlingen mogen tekenen.
- 5 Het symbool s is gereserveerd voor de (afgelegde weg langs de) baan. Voor de plaats (positie) wordt in eerste instantie x gebruikt, later $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.
- 6 De orientatie (hoofdstuk 1) is ingekort en meer toegespitst op *Bewegingen*. Details over een lessenplan zijn hieruit weggelaten. In hoofdstuk 2 is de behandeling van de plaatsfunctie en zijn grafische representatie tot één geheel verweven. In hoofdstuk 3 worden het begrip versnelling en het teken van de versnelling voorzichtiger geïntroduceerd. Analogieën met hoofdstuk 2 in het formalisme krijgen volop aandacht. Het begrip impuls komt niet ter sprake, wel het verband tussen kracht en versnelling.
- 7 Hoofdstuk 4 is vrij grondig herschreven. Gekozen is om de als moeilijk bekend staande kromlijnige bewegingen niet half, maar helemaal aan de orde te stellen tot en met de centripetale versnelling, c.q. kracht (alleen het begrip hoeksnelheid wordt niet ingevoerd). De bruikbaarheid als lessenserie wordt door deze keuze waarschijnlijk vergroot. In kleine letters zijn enkele stukken opgenomen die als verdieping of aanvulling zijn bedoeld. Zij kunnen eventueel worden overgeslagen of uitgesteld tot een later tijdstip. Bijvoorbeeld is de behandeling van stroboskopische foto's naar deze stukken verwezen. De behandeling van de snelheidsvektor gaat nu vooraf aan die van de gemiddelde versnelling als vektor.

EEN LESSENPLAN

4 EEN LESSENPLAN

In tabel I is een specificatie van aantallen lessen gegeven op basis van een schatting van 15 tot 20 lessen voor het hele blok *Bewegingen*.
In tabel II is een globaal lessenplan van 20 lessen uitgewerkt waarin tussen haakjes de behandeling van de kleine letters van hoofdstuk 4 is aangegeven.

tabel I

	theorie		problemen	totaal	
	min.	max.		min.	max.
hoofdstukken 1 en 2	4	5	2	6	7
hoofdstuk 3	2	3	2	4	5
hoofdstuk 4, grote letters	3	4	2	5	6
hoofdstuk 4, kleine letters	0	2	0	0	2
totaal	9	14	6	15	20

tabel II

les nr.	t/m opdr.	t/m blz.	evt. weg te laten opdr.	huiswerk t/m opdr.
1	2.3	11	1.1 1.2 2.1	2.7
2	2.13	15	2.11	2.15
3	2.20	18	2.15 2.20	2.22
4	2.23	20		2.25
5	2.29	24	2.27 2.28 2.29	2.29
6				
7	PROBLEMEN H2	31		
8	3.7	37	3.6	3.10
9	3.12	41	3.11	3.15
10	3.20	45	3.18 3.19 3.20	3.20
11				
12	PROBLEMEN H3	51		
13	4.8	60	4.7 4.8	4.10
14	4.14	64		(4.17)
(15	4.18	65		) 4.19
16	4.21	69		4.22
17	4.24	71		(4.27)
(18	4.29	73		) 4.29
19				
20	PROBLEMEN H4	79		

5 DIDAKTISCHE OPMERKINGEN

5.1 Opmerkingen bij de leerteksten

Hoofdstuk 1 orientatie

Als het thema *Verkeer* behandeld is, is het zinvol om bij deze orientatie even stil te staan. Het is de bedoeling zowel de kracht van het systematisch werken te laten zien als de zwakte ervan: in de praktijk is het de (maatschappelijke, technologische, wetenschappelijke) kontekst die bepaalt hoe zinvol het is om bepaalde aannamen te doen, benaderingen te maken of modellen te gebruiken.

Als het blok 'los' behandeld wordt moeten van de orientatie alleen blz. 7 en 8 gedaan worden.

In elk geval moeten goede afspraken gemaakt worden over de te hanteren werkvormen bij het maken van de verwerkingsopdrachten in de leerteksten en het oplossen en bespreken van de problemen.



Hoofdstuk 2 plaats, tijd, snelheid

Paragraaf 2.1 is een orientatie binnen hoofdstuk 2 in die zin dat variatie van de grootte van de snelheid wordt aangekaart. Het begrip verplaatsing wordt ingevoerd. Het symbool s wordt gereserveerd voor de (afgelegde weg langs de) baan. Het symbool Δ wordt gebruikt voor verandering. Richtingsverandering van de snelheid (opdracht 2.2) wordt verwezen naar hoofdstuk 4. Tenslotte wordt georiënteerd op het gebruik van de eenparige rechtlijnige beweging als benadering.

Paragraaf 2.2 voert de begrippen plaats en plaatsfunctie voor ééndimensionale beweging in. Het symbool x wordt gebruikt voor plaats (positie). Formele en grafische behandeling van het lineaire geval gaan hand in hand. Centraal staat diagram 2.4 waarmee de opdrachten 2.7 t/m 2.13 moeten worden uitgevoerd. Het begrip snelheid funktioneert als helling in de beschrijving. Voor de synchrone behandeling van functies en grafieken is bewust gekozen om een hoger abstraktieniveau binnen bereik te brengen.



DIDAKTISCHE OPMERKINGEN

Paragraaf 2.3 bevat een korte introductie over (grafieken van) niet-lineaire plaatsfuncties en hoe deze te benaderen. Daarna wordt de grafiek van de plaatsfunctie van een optrekkende trein gepresenteerd waaruit verschillende gemiddelde snelheden en snelheden op verschillende tijdstippen moeten worden bepaald. De aldus naar voren komende hellingfunctie wordt vergeleken met een gemeten snelheidsfunctie. Het is van belang ruimschoots stil te staan bij de samenhang tussen het differentiëren uit de wiskunde enerzijds en het verband tussen plaats en snelheid in de natuurkunde anderzijds.

Paragraaf 2.4 preludeert op het integreren van een snelheidsfunctie zonder dit woord te noemen. De verandering van de plaatsfunctie wordt gevonden door hokjes tellen in het snelheidsdiagram rekening houdend met de schaaleenheden, eerst bij een constante, daarna bij een variabele snelheid. Door hetzelfde voorbeeld te gebruiken als in paragraaf 2.3 wordt gestimuleerd dat de leerlingen helling bepalen en oppervlakte bepalen als inverse operaties zien. Paragraaf 2.5 bevat na een samenvatting (in kader) nog enkele oefenopgaven waarin de ontwikkelde vaardigheden terugkeren.

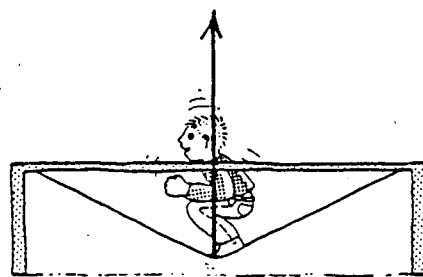
Hoofdstuk 3 versnelling

Aan de paragraaftitels valt te zien dat hoofdstuk 3 vrij sterk analoog aan hoofdstuk 2 is opgezet. Het is de uitdrukkelijke bedoeling dat de leerlingen zich hiervan ook bewust worden, zodat zij de macht van het gereedschap gaan voelen.

Paragraaf 3.1 introduceert het begrip versnelling als een in principe variabele grootte. De variatie van de richting gaat weer naar hoofdstuk 4.

Paragraaf 3.2 behandelt de eenparig versnelde rechtlijnige beweging als mogelijke benadering van reële situaties. Opdracht 3.4 kan door de leerlingen vergeleken worden met opdracht 2.7. Bij de behandeling van het teken van de versnelling wordt de valbeweging gebruikt.

Paragraaf 3.3 gaat weer over een trein. Ditmaal worden meetgrafieken van x , v en a aangeboden. De versnellingsfunctie als hellingfunctie doet zijn intrede. Paragraaf 3.4 behandelt aan hetzelfde voorbeeld het hokjes tellen in een versnellingsdiagram. Nieuw is hier het optreden van 'negatieve hokjes' (snelheidsafname). Ook wordt als toegift de oppervlakte bepaald in het snelheidsdiagram van de eenparig versnelde beweging.



Paragraaf 3.5 legt een verbinding met de dynamica door aan de versnellings-functie een variabele kracht te koppelen. Als het thema *Verkeer* behandeld is, is deze paragraaf een logische aanvulling. Zo niet, dan zal het begrip netto kracht enige toelichting behoeven en zal de dynamica uiteraard nog verder aan de orde moeten komen. Desnoods kan deze paragraaf worden overgeslagen. Paragraaf 3.6 is weer een samenvatting met opgaven.

Hoofdstuk 4 richtingen beschrijven

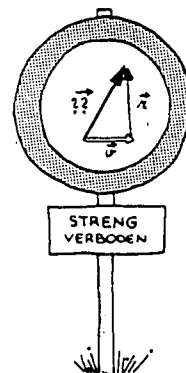
Dit hoofdstuk speelt zich grotendeels af in een waren-huis. Aan de ene kant is met opzet een wat triviaal voorbeeld gekozen om de wat moeilijker concepten rond richtingen op een wiskundig enigszins verantwoorde wijze aan te brengen. Anderzijds kunnen de leerlingen uit de problemen in paragraaf 4.6 gewaar worden dat zij opnieuw meer vat op het beschrijven van praktische situaties hebben gekregen.

Paragraaf 4.1 oriënteert op het nut van het wiskundig beschrijven van kromme bewegingen, en op het gebruik van twee coördinaatrichtingen als de beweging zich in een plat vlak afspeelt.

Paragraaf 4.2 behandelt plaats en verplaatsing als vectoren, waarbij naast de pijlnotatie ook de matrixnotatie wordt gebruikt. De (scalaire) matrixelementen worden 'componenten' genoemd; het gebruik van het woord componenten wordt aldus gekoppeld aan een orthogonaal coördinatenstelsel. Voor de vektoroptelling wordt de kop-staart methode gebruikt, omdat de optredende verplaatsingen na elkaar plaatsvinden en er geen sprake is van het samenstellen van bewegingen. Behandeling van Δx en Δy is nodig om later een vektor $\vec{r}$ te kunnen differentiëren.

De absolute waarde van $\vec{r}$ wordt voluit genoteerd met $|\vec{r}|$ i.p.v. met r . De reden is dat later de aanduiding $\vec{v}$ ambivalent zou worden: hiermee zou de grootte van het tijdsgemiddelde van de vektor $\vec{v}(t)$ bedoeld moeten worden, dus $|\vec{v}|$, en niet het tijdsgemiddelde van de grootte, $\overline{|\vec{v}|}$. Als deze ambivalentie nadrukkelijk wordt uitgesloten is voor de leerlingen misschien de korte schrijfwijze handiger.

Paragraaf 4.3 gaat eerst over gemiddelde snelheidsvectoren en hun componenten aan de hand van 'gebruikte' bewegingen. Voor de overgang naar $\vec{v}(t)$ wordt een vloeiende beweging gebruikt (parabool van propje). Opdracht 4.14 is noodzakelijk om de aangeboden theorie concreet te maken.



DIDAKTISCHE OPMERKINGEN

De kleine letters rond opdrachten 4.15 en 4.16 geven een verdieping die analoog is aan wat later op blz. 71 over de versnelling gezegd wordt. Weliswaar is de opsplitsing in v_r en v_a gebonden aan de ligging van het punt 0 en dus nogal arbitrair, maar dit geldt ook voor de componenten a_r en a_a t.o.v. de oorsprong in de snelheidsruimte: hierover gaat in wezen probleem 4.5.

Blz. 65 is op te vatten als extra oefenmateriaal.

Paragraaf 4.4 maakt duidelijk dat voor een richtingsverandering van de snelheid ook een versnelling nodig is. In de 'bocht' van een roltrap wordt de centripetale versnelling uitgerekend (deels in kleine letters). Het gedeelte na opdracht 4.22 is grotendeels in kleine letters uitgevoerd; het biedt enige generalisatie en verdieping. In opdracht 4.29 wordt de vektoroptelling alsnog met de parallellogrammethode bekeken, omdat de optredende krachten tegelijkertijd werkzaam zijn.

Paragraaf 4.5 is de samenvatting.

5.2 Opmerkingen bij de problemen

§ 1 Het oplossen van problemen

Het aanleren van de vaardigheid probleem-oplossen is een belangrijke doelstelling in het curriculum van het VWO-natuurkunde bovenbouwproject. De vraag is hoe we de leerlingen efficiënt bij het inoefenen van deze vaardigheid kunnen helpen. Wij kunnen ons allereerst eens afvragen hoe leerlingen, leerling probleemoplossers dus, tegen de hun voorgelegde praktische vraagstukken aankijken en hoe ze bij hun pogingen die op te lossen te werk gaan. Wij kunnen vervolgens ook nagaan welke methoden ervaren en/of meer getalenteerde probleemoplossers als regel kiezen.

De laatste jaren is nogal wat onderzoek op dit gebied gedaan. Zo heeft men bijvoorbeeld trachten te analyseren hoe docenten zelf de vraagstukken in de door hen gedoceerde leerstof oplossen ¹⁾. Ook zijn vergelijkende onderzoeken ²⁾ gedaan met experts die de hun voorgelegde problemen vlot weten op te lossen en leerlingen die daar niet in slagen.

Op een aantal scholen die al met de eerste druk van het blok *Bewegingen* gewerkt hebben, is ook door ons een eerste aanzet gemaakt om met zogenaamde "hardop denk protocollen" hier enig inzicht in te krijgen. Wij hebben telkens een tweetal leerlingen gezamenlijk een probleem voorgelegd en hen steeds gevraagd dit in onderling overleg tot een oplossing te brengen.

Aan de leerlingen werd uitdrukkelijk gevraagd hun gedachten en ideeën zoveel mogelijk hardop te uiten zodat we deze op de band konden vastleggen waardoor we na afloop van de zitting in staat waren hun hele denkproces zo volledig mogelijk te analyseren.

Een van de ervaringen bij ons onderzoek was dat leerlingen snel op zoek gingen naar een voor hen herkenbaar deelaspect van het probleem. Als ze dat zagen of meenden te zien dan gingen ze daarmee ook direkt aan het rekenen. Ze pasten bijvoorbeeld vrij snel een kinematica-formule toe of gingen meteen grafisch integreren, maar controleerden bijvoorbeeld niet of onvoldoende of hun techniek voor het hele probleem geldig was.

Opvallend was ook dat leerlingen zich in zo'n detail-aanpak helemaal vastbeten. Als hun methodiekje niet tot de gewenste oplossing leidde waren ze hoogstens bereid kleine variaties te introduceren ("laten we eens een andere beginsnelheid nemen" of "misschien moet g in de formule een minteken hebben"), maar ze bleven fundamenteel op dezelfde voet voortgaan. Blijkbaar waren ze niet in staat een stapje terug te doen om het hele probleem nog eens te overzien. Onze ervaringen sluiten wat dit betreft goed aan bij meer uitgebreide onderzoeken. Een van de daarbij betrokken onderzoekers³⁾ concludeert op grond van zijn vergelijkend onderzoek bij leerling- en ervaren probleemoplossers dat de laatsten een hiërarchische oplossingsstrategie kozen. Dat wil zeggen ze beschouwden het probleem eerst globaal en in meer algemene termen (maak eens een situatieschets; welke wetten gelden hier; wat zijn de begincondities; wat verandert, wat niet e.d.) en gingen slechts geleidelijk over tot meer detail-werkzaamheden (b.v. formules gebruiken en numeriek uitrekenen).

1) o.a. in het heel leesbare proefschrift van Mettes en Pilot: Over het leren oplossen van natuurwetenschappelijke problemen; verkrijgbaar bij de TH Twente.

2) b.v. Larkin: Cognition of learning physics; Am.J.Phys.49 (534-541) 1981.

3) F. Reif: Teaching problem solving; Phys. Teacher, May 1981.

§ 2 Adviezen voor het onderwijs

Op basis van de in § 1 beschreven ervaringen willen wij proberen een paar suggesties te formuleren voor manieren waarop leerlingen geholpen kunnen worden bij het leren oplossen van problemen met een enigszins nieuwe kon-

DIDAKTISCHE OPMERKINGEN

tekst zoals ze in het blok *Bewegingen* worden aangeboden.

1e De leerling moet getraind worden een probleem suksessievelijk van meer globaal tot meer gedetailleerd aan te pakken.

Vooraf in de beginfase hebben leerling probleemoplossers het erg moeilijk. Ze overzien het probleem onvoldoende, kunnen bijvoorbeeld niet vlot de fysische concepten in het gegeven probleem herkennen. In de daardoor bij hen ontstane onzekerheid zijn ze maar al te graag bereid een voor hen beter herkenbaar detail-aspekt bij de kop te pakken en daar al hun energie in te steken. De kans is dan groot, vooral wanneer hun aanpak de oplossing niet veel dichterbij brengt, dat ze in een soort "oplos-spiraal" terecht komen die hen niet dichterbij, maar steeds verder van het einddoel af voert. Ze gaan bijvoorbeeld steeds meer twijfelen aan onderdelen van hun oplosmethode: ze veranderen $+g$ in $-g$, verwisselen begin en eindsituatie, halen er nog een andere formule of eigenschap bij, en zien het dan langzamerhand helemaal niet meer zitten.

2e Leerlingen moeten beschikken over een hiërarchisch gestructureerde basiskennis.

Dit betekent dat de leerlingen vooral goed getraind moeten worden op het wendbaar gebruiken van de meer algemene relaties en principes rond de (fysische) concepten. Bij het probleem van het jachtluipaard en de antilopen kunnen de leerlingen waarschijnlijk wel met behulp van grafisch integreren de verplaatsingen uitvissen, maar minstens zo belangrijk is dat ze zich realiseren dat verplaatsing en plaats niet hetzelfde is: de gegevens over verplaatsing en plaats moeten gecombineerd worden om iets over de beginposities te kunnen concluderen. Bij het probleem van de trampolinespringer is het goed inzicht hebben in de globale relatie tussen snelheidsverandering (positief en negatief) en versnelling belangrijker voor een goede start dan kennis van grafisch integreren of adequate formules. Bij een meer traditionele aanpak van het natuurkunde-onderwijs, waar sterk de nadruk ligt op het "degelijke handwerk" van het uitrekenen van een probleem, is het gevaar van verwaarlozing van een globale, maar wel direkt tot een goed inzicht bijdragende basiskennis erg groot.

Bij het PLON-lesmateriaal, in het bijzonder bij het blok *Bewegingen*, lijkt dit gevaar kleiner; er wordt voldoende aandacht gegeven aan het verdiepen en verbreden van de concepten. Toch is er een risico dat die verdieping te veel naar de mathematische onderbouwing neigt ten koste van meer inzicht in de toepasbaarheid van deze concepten in allerlei dagelijkse gebruikssituaties.

3e Leerlingen moeten de beschikking krijgen over een in algemene termen gestelde oplossingsstrategie.

Zoals in § 1 al gememoreerd is vertonen experts gewoonlijk een heel andere, n.l. meer systematische, oplosstrategie dan beginnende probleemoplossers. Ideaal zou zijn als we onze leerlingen gedetailleerde voorschriften zouden kunnen geven, instructies dus afgeleid uit het effectief oplosgedrag van experts, die altijd feilloos naar de oplossing leiden (zoals het zonder fouten toepassen van de a,b,c-formule altijd tot de goede oplossing van een vierkantsvergelijking leidt). Zulke precieze voorschriften (*algoritmen* genaamd) zijn bij fysische problemen niet mogelijk. Wat we wel kunnen is een aantal systematische aanwijzingen geven die de kans op succes bij het zoeken naar een oplossing vergroten (*heuristische* aanwijzingen).

In deze versie van *Bewegingen* hebben wij ervoor gekozen het leerlinggedrag met de *aanbieding* van de problemen in de leerlingentekst nog niet al te zeer te sturen. Wel worden zij aangemoedigd over een *methode* na te denken. De *hints*, die nader oriënteren op de problemen, zijn niet bij de problemen zelf afgedrukt maar in een bijlage van de leerlingentekst. De *uitwerkingen* van de problemen, die alleen in deze lerarenhandleiding zijn opgenomen (met de bedoeling dat de leraar ze naar eigen inzicht aan de leerlingen ter beschikking stelt), vertonen wel een structuur die een sturende functie heeft. De oplossingsstappen *orientatie*, *vertaling*, *berekening* en *waardering* vormen een *basis-heuristiek*¹⁾ die de leerlingen op den duur moeten gaan herkennen. In de volgende blokken wordt hierop voortgebouwd.

¹⁾ zie ook de bijlage op blz. 39.



6 UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 2.1 HET JACHTLUIPAARD EN DE KUDDE ANTILOPEN

orientatie

Het jachtluipaard raakt eerst nog verder achter, maar begint dan snel in te halen. De door het jachtluipaard afgelegde afstand wordt zelfs tijdelijk groter dan de door de antilopen afgelegde afstand. Het grootst is het verschil op het moment dat het jachtluipaard zo uitgeput is dat zijn snelheid lager wordt dan die van de antilopen op hetzelfde tijdstip. Met dit maximale verschil kan het jachtluipaard volgens het gegeven zijn oorspronkelijke achterstand niet ongedaan maken.

vertaling

Het rechter snijpunt van de twee kurven levert het bovengenoemde tijdstip. De oppervlaktes onder de krommen geven de afgelegde afstanden.

berekening

Je leest af voor het snijpunt: $t \approx 32$ s.

Voor de oppervlaktes bij dit tijdstip lees je af:

$$A_{\text{jlp}} \approx 54 \text{ hokjes} \hat{=} 675 \text{ m}$$

$$A_{\text{ant}} \approx 44 \text{ hokjes} \hat{=} 550 \text{ m}$$

Het verschil is 10 hokjes $\hat{=} 125$ m, de minimale voorsprong die de antilopen bij de start nodig hebben.

waardering

De gemiddelde snelheden zijn:

$$\bar{v}_{\text{jlp}} = \frac{675}{32} = 21 \text{ m/s} \approx 76 \text{ km/h}$$

$$\bar{v}_{\text{ant}} = \frac{550}{32} = 17 \text{ m/s} \approx 62 \text{ km/h}$$

Dat is snel, maar toch realistisch.

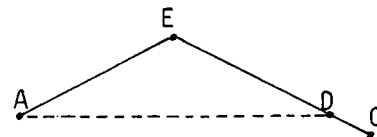
Gemiddeld loopt het jachtluipaard iedere seconde 4 meter in.

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 2.2 FIETSEN OVER DE HEUVELS

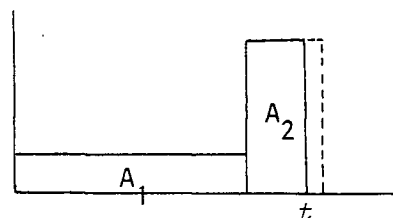
orientatie

Als je punt D (even hoog als A) als eindpunt zou nemen zou het resultaat voor de gemiddelde snelheid hetzelfde zijn als met B als eindpunt. De stukken AE en ED moeten even lang zijn. Uit het diagram kun je halen hoe lang, en ook wanneer D bereikt wordt.



vertaling

Het oppervlak A_1 stelt de weg AE voor. Omdat $ED = AE$, moet je een oppervlak A_2 tekenen dat even groot is als A_1 . De tijd t bij de rechter grens van A_2 is de reistijd van A naar D.



berekening

$$A_1 \cong \frac{9}{3,6} \times 1200 = 3000 \text{ m} \quad \text{dus van A via E naar D is 6000 m.}$$

$$A_2 \cong (t - 1200) \cdot \frac{36}{3,6} = 3000 \text{ m} \quad \text{dus } t = 1500 \text{ s.}$$

$$\text{Dus } \bar{v} = \frac{6000 \text{ m}}{1500 \text{ s}} = 4 \text{ m/s} = 14,4 \text{ km/h.}$$

waardering

Deze snelheid ligt veel dichterbij 9 km/h dan bij 36 km/h. Dat komt omdat de snelheid van 36 km/h (tijdens de afdaling) veel korter wordt volgehouden dan de snelheid van 9 km/h (tijdens de klim). Het gemiddelde is niet gek voor een heuvelig traject. De afstand van D naar C is kennelijk 1000 m; dat zie je zowel uit de tekening als uit het diagram.

In werkelijkheid kan de snelheid nooit een sprong maken!

Probleem 2.3 WELKE LIFT?

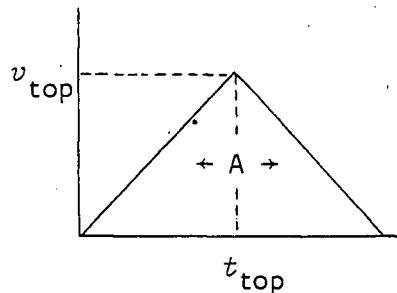
orientatie

Afgezien van de richting ($\uparrow$ of $\downarrow$) zijn er 4 soorten liftverplaatsingen: over 1, 2, 3 en 4 verdiepingen.

Je kunt aftellen hoeveel er van elke soort zijn. Als je van een lift weet hoever hij moet gaan om zijn topsnelheid te kunnen halen kun je zeggen in hoeveel % van de verplaatsingen dat gebeurt. (Aangenomen is dat ze allemaal even vaak voorkomen.)

vertaling

Het oppervlak A stelt de verplaatsing voor als de topsnelheid juist gehaald wordt.



berekening

Voor de liftverplaatsingen geldt het volgende schema:

aantal verdiepingen	reisjes	aantal reisjes	% van totaal	afgelegd (m)
1	KB B1 12 23	4	40	3,5
2	K1 B2 13	3	30	7
3	K2 B3	2	20	10,5
4	K3	1	10	14
totaal	-	10	100	-

Het oppervlak A is $v_{\text{top}} \cdot t_{\text{top}} = v_{\text{top}} \cdot \frac{v_{\text{top}}}{a} = \frac{v_{\text{top}}^2}{a}$

dus voor lift I: $\frac{2^2}{1} = 4 \text{ m}$ en voor lift II: $\frac{3^2}{1} = 9 \text{ m}$.

Lift I haalt dus zijn top bij reisjes van 2 of meer verdiepingen, lift II bij 3 of meer. Uit de tabel volgt dat dit is in 60%, resp. 30% van de gevallen.

waardering

Je zou kunnen zeggen dat lift I de voorkeur verdient omdat deze het dichtst bij 50% komt. Maar als snelheid belangrijker is dan zuinigheid komt lift II ook in aanmerking.

De "punt" in de $v(t)$ -grafiek kan in werkelijkheid niet zo scherp zijn!

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 2.4 OP EEN CIRCUIT

orientatie

Uit het $s(t)$ -diagram kun je de gemiddelde snelheden van de coureurs aflezen; deze blijven in het verdere verloop van de race gelijk. Je kunt nu de tijd uitrekenen die nodig is om met de gemiddelde verschillsnelheid een voorsprong van 1 ronde op te bouwen.

vertaling

$$\text{snelle coureur: } \bar{v}_s = \frac{1 \text{ ronde}}{\text{kortste tijd}}$$

$$\text{langzame coureur: } \bar{v}_l = \frac{1 \text{ ronde}}{\text{langste tijd}}$$

berekening

$$\bar{v}_s = \frac{4200}{100} = 42 \text{ m/s}$$

$$\bar{v}_l = \frac{4200}{105} = 40 \text{ m/s}$$

$$\text{dus } \bar{v}_{\text{verschil}} = 42 - 40 = 2 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{1 \text{ ronde}}{\bar{v}_{\text{verschil}}} = \frac{4200}{2} = 2100 \text{ s.}$$

waardering

Omrekening geeft $2100 \text{ s} = 35 \text{ minuten}$. In een dergelijke tijd kun je wel een achterstand van ca 4 km wegwerken. Dat kost $\frac{2100}{100} = 21$ ronden.

Probleem 2.5 EEN INHAALMANOEUVRE

orientatie

Zodra auto A bv. 20 m op auto B voorligt kan hij weer naar rechts. Als je weet waar en wanneer dat gebeurt kun je dat vergelijken met de positie van de fietsers F op hetzelfde tijdstip.

vertaling

Neem $t = 0$ op het moment van de figuur en $x = 0$ bij het stoplicht. Dan kun je de plaatsfuncties van A, B en F opschrijven en de waarden hiervan op het bovengenoemde tijdstip bepalen.

berekening

$$x_B(t) = \frac{50}{3,6} t ; \quad x_A(t) = 100 + \frac{70}{3,6} (t - 10) \quad (\text{als } t \geq 10 \text{ s})$$

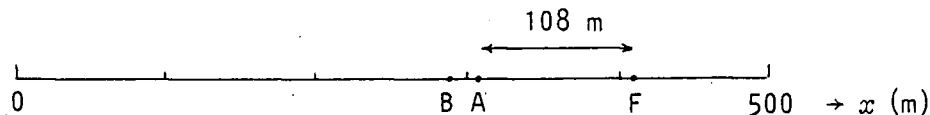
De voorwaarde voor 20 m voorsprong wordt dus:

$$x_A - x_B = 100 + \frac{70}{3,6} (t - 10) - \frac{50}{3,6} t = 20 \text{ m}$$

Dit levert $t = 20,6 \text{ s}$ en $x_A(t) = 306 \text{ m}$

$$x_F = 500 - \frac{15}{3,6} t = 500 - \frac{15}{3,6} \cdot (20,6) = 414 \text{ m}$$

Dus er is een speling van 108 m:



situatie op $t = 20,6 \text{ s}$

waardering

In 10 s optrekken naar 70 km/h, dat kan makkelijk.

Stel je nog eens voor wat er gebeurt: omrekening geeft 70 km/h $\approx$ 20 m/s dus A legt in de tweede 10 s ongeveer 200 m af. Dat klopt wel met 100 m in de eerste 10 s. De fietsers gaan ongeveer 4 m/s en leggen ca 80 m af.

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 2.6 TWEE RITJES VAN TRAMLIJN 3

orientatie

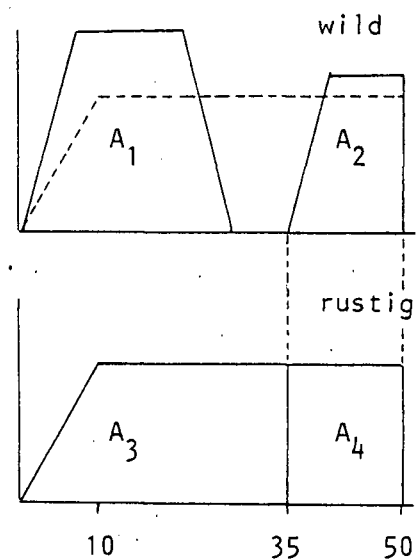
De wilde bestuurder is te vroeg bij het stoplicht. Kennelijk springt het stoplicht na 35 s op groen. Uit het rijgedrag van de wilde bestuurder kun je opmaken waar het stoplicht staat en hoeveel hij uiteindelijk aflegt. Reken je uit naar welke topsnelheid hij in 10 s had moeten om zonder stoppen uiteindelijk evenveel af te leggen, dan kun je nagaan of hij in dat geval laat genoeg bij het stoplicht zou zijn geweest.

vertaling

De oppervlakte A_1 stelt de afstand tot het stoplicht voor, $A_1 + A_2$ de totale afstand na 50 s. De totale afstand wordt ook voorgesteld door $A_3 + A_4$, terwijl A_3 minder moet zijn dan de afstand tot het stoplicht.

berekening

Af te lezen valt: $A_1 = 34\frac{1}{8}$ hokjes $\hat{=}$ 273 m
 $A_2 = 15$ hokjes $\hat{=}$ 120 m
 dus $A_1 + A_2 \hat{=}$ 393 m.



De rustige bestuurder rijdt 10 s lang gemiddeld op halve snelheid en 40 s op topsnelheid; dat heeft hetzelfde effect als 45 s op topsnelheid. Deze snelheid is dus

$$v_{\text{top}} = \frac{393}{45} = 8,73 \text{ m/s.}$$

Hieruit volgt: $A_4 = 15 \times 8,73 = 131 \text{ m}$

dus $A_3 = 393 - 131 = 262 \text{ m}$, dus $A_3 < A_1$.

Na 35 s is hij dus nog niet bij het stoplicht.

waardering

Een ruwe schatting in het plaatje geeft voor de benodigde gemiddelde snelheid $8 \text{ m/s} \approx 30 \text{ km/h}$; dat is wel realistisch. Je moet als bestuurder wel weten wanneer het licht groen zal worden!

De "knikken" in de $v(t)$ -grafieken kunnen in werkelijkheid niet zo scherp zijn!

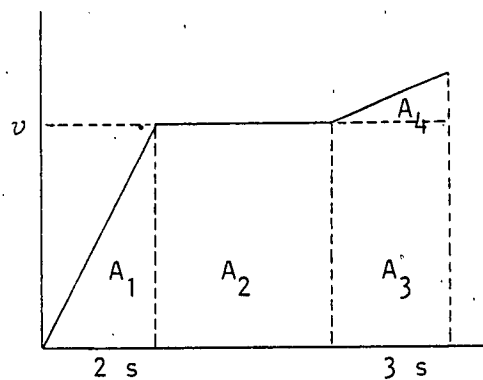
Probleem 3.1 DE SPRINTER CARL LEWIS

orientatie

Het enige verschil tussen de twee races is dat de stukken met de constante snelheid niet even lang duren waardoor de afgelegde afstanden verschillen. Hieruit volgt direkt deze snelheid. Je weet dan ook hoeveel afstand tijdens start plus middengedeelte kan worden afgelegd en dus hoeveel voor het laatste tijdvak nog over blijft om af te leggen. Daaruit haal je de daarvoor benodigde versnelling.

vertaling

A_1 , A_3 en A_4 zijn in deze modelgrafiek voor beide races gelijk, A_2 niet. Het verschil gedeeld door het tijdsverschil geeft de constante snelheid v , waarna ook A_1 , A_2 en A_3 bekend zijn. Hieruit volgt A_4 en daaruit uiteindelijk weer de eindversnelling.



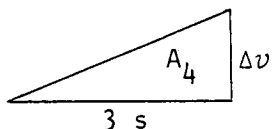
berekening

$$A_2(200 \text{ m}) - A_2(100 \text{ m}) = 100 \text{ m} = v \cdot (19,78 - 10,32) \text{ dus } v = 10,57 \text{ m/s.}$$

$$\text{Voor de 100 m sprint geldt dan: } A_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (10,57) = 10,57 \text{ m}$$

$$A_2 = (10,32 - 5) \cdot (10,57) = 56,24 \text{ m}$$

$$A_3 = 3 \cdot (10,57) = 31,71 \text{ m}$$



$$\text{dus } A_4 = 100 - (10,57 + 56,24 + 31,71) = 1,48 \text{ m.}$$

$$\text{Voor de eindversnelling } a \text{ geldt } a = \frac{\Delta v}{3} \text{ dus } A_4 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \Delta v = \frac{3}{2} \cdot 3a = 1,48 \text{ m}$$

$$\text{dus } a = 0,33 \text{ m/s}^2.$$

waardering

De toptijden uit dit probleem zijn nog niet zijn absolute toptijden!

Als de eindversnelling zou ontbreken zou hij maar $1\frac{1}{2}$ m minder afleggen; het gaat dus om een grote inspanning voor een vrij klein effect.

De eindsnelheid is $v + \Delta v = 11,56 \text{ m/s} \approx 41,6 \text{ km/h}$.

Als je een 'afgeronde' modelgrafiek neemt krijg je waarschijnlijk een iets ander resultaat!

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

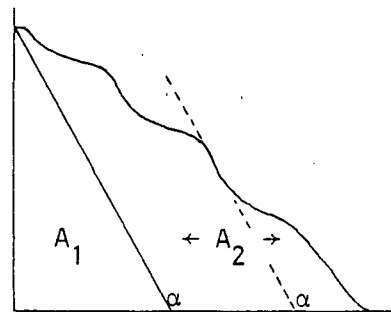
Probleem 3.2 NOODSTOP VAN EEN TRAM

orientatie

Bij maximale remkracht is de remvertraging maximaal. Als de maximale remvertraging bekend is kun je de minimale remweg uitrekenen en vergelijken met de werkelijke remweg.

vertaling

De maximale vertraging komt overeen met de steilste helling in het diagram, de minimale remweg met het oppervlak A_1 , de werkelijke remweg met $A_1 + A_2$.



berekening

Maximale vertraging betekent minimale versnelling, als de beginsnelheid positief is.

Je leest in de figuur af: $\text{tg } \alpha \approx -1$

$$\text{dus } a_{\min} = \frac{-20 \text{ km/h}}{1 \text{ s}} \hat{=} -5,6 \text{ m/s}^2$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot \frac{v_0}{-a_{\min}} = \frac{1}{2} \left(\frac{52}{3,6} \right)^2 \frac{1}{5,6} = 19 \text{ m}$$

Voor $A_1 + A_2$ lees je af: $A_1 + A_2 \approx 29 \text{ hokjes} \hat{=} 40 \text{ m}$

Het verschil A_2 is dus 21 m.

waardering

De remweg wordt door het slippen meer dan verdubbeld. De gemiddelde remvertraging zakt van $5,6 \text{ m/s}^2$ naar $2,9 \text{ m/s}^2$. Dat is veel lager dan de wettelijke eis voor een personenauto (6 m/s^2).

In de stad is een remweg van 40 m erg lang.

Probleem 3.3 EEN COMFORTABEL VERSNELDE LIFT

orientatie

In het gegeven diagram zijn maximum snelheid en versnelling direkt af te lezen. De 'ruk' is de afgeleide functie van de versnelling. Om de maximale waarde van deze ruk te schatten moet je dus $a(t)$ schetsen.

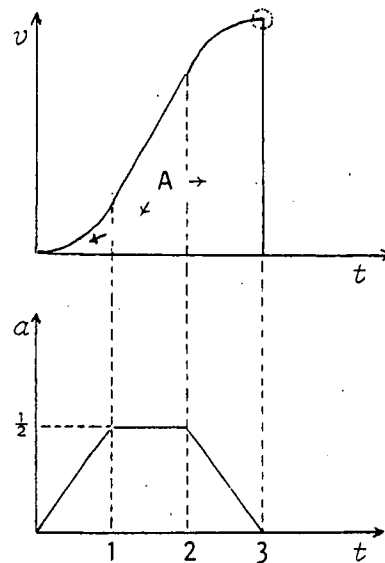
Uit het gegeven diagram kan ook de afgelegde afstand tijdens het versnellen worden afgelezen.

vertaling

Je ziet dat op het laatst v niet meer toeneemt: $\frac{dv}{dt} = 0$. Op $t = 3$ s lees je dus $v_{\max}$ af. Uit de steilste helling volgt $a_{\max}$. Het oppervlak A is de afgelegde afstand tijdens het versnellen.

Door in nog wat punten van de $v(t)$ -grafiek de helling te bepalen kun je de geschetste $a(t)$ -grafiek vinden.

Uit de steile stukken van $a(t)$ volgt de grootste waarde van de ruk.



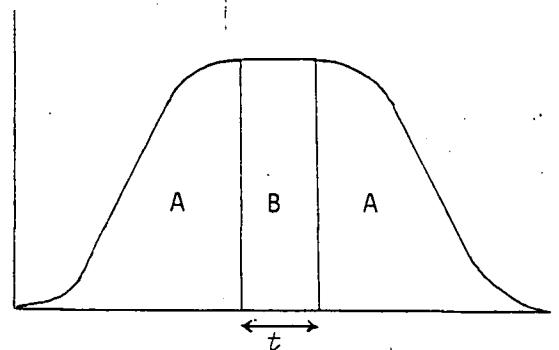
berekening

Je leest af uit $v(t)$: $v_{\max} = 1$ m/s, en $a_{\max} = 0,5$ m/s²

$$\text{uit } a(t): \left(\frac{da}{dt}\right)_{\max} = 0,5 \text{ m/s}^3$$

De lift voldoet ruim aan de eisen.

Het oppervlak A is 30 hokjes $\approx 1\frac{1}{2}$ m. Dus bij een reisje van 4 m wordt 3 m gebruikt voor versnellen en vertragen, zodat oppervlak B nog 1 m voor moet stellen. Hieruit volgt $t = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 1$ s, zodat het reisje 7 s duurt.



waardering

De lift voldoet zo ruim aan de eisen dat hij wel erg traag is. Als je bv. een twee keer zo grote ruk toestaat kan in 3 seconden vanuit stilstand al 2 m afgelegd worden.

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 3.4 EEN MAANLANDING

orientatie

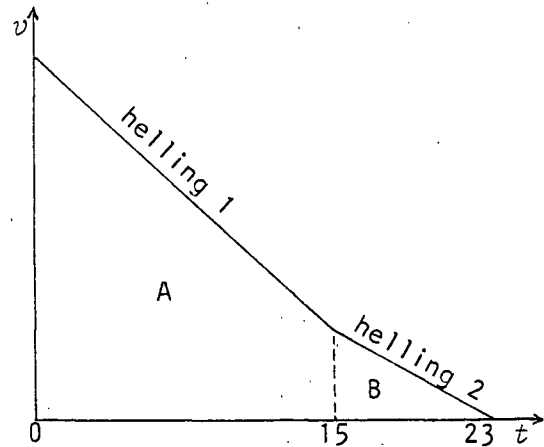
Je weet de beginsnelheid niet, maar je weet dat de eindsnelheid nul moet zijn (zachte landing). Uitgaande daarvan kan je terugwerken: je vindt dan eerst de snelheid 8 seconden vóór de landing en daarna de snelheid 23 seconden vóór de landing. Als het hele snelheidsverloop bekend is kan je de totale afstand ook bepalen.

vertaling

De snelheid als $t = 15$ s vind je uit helling 2.

Daarna vind je de snelheid als $t = 0$ uit $v(15)$ en helling 1.

Als $v(0)$ en $v(15)$ bekend zijn kun je $A + B$ uitrekenen: dit is de gevraagde hoogte.



berekening

$$\text{helling 2} = \frac{-v(15)}{23-15} = -1,25 \quad \text{dus} \quad v(15) = 10 \text{ m/s}$$

$$\text{helling 1} = \frac{v(15) - v(0)}{15 - 0} = \frac{10 - v(0)}{15} = -3 \quad \text{dus} \quad v(0) = 55 \text{ m/s.}$$

$$\text{Dus } A + B \approx \frac{1}{2} \cdot 15(55+10) + \frac{1}{2} \cdot 8(10) \approx 530 \text{ m.}$$

waardering

De maanlander had ook vast wel een horizontale snelheid. Die moet bij het landen ook verdwenen zijn!

De 'knik' in de grafiek kan niet echt scherp geweest zijn.

Probleem 3.5 TRAMPOLINESPRINGEN

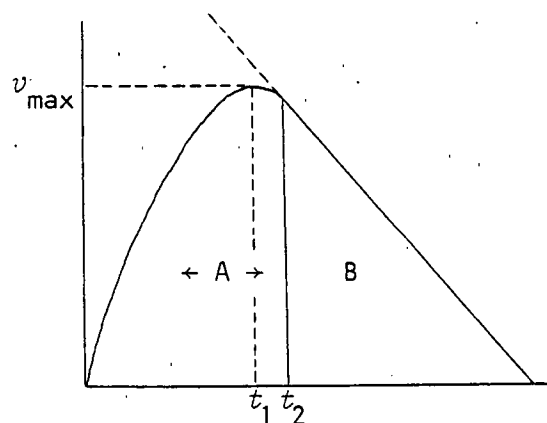
orientatie

Als de springer loskomt is het vel in de evenwichtstoestand. Zijn snelheid is dan al weer aan het dalen, want de valversnelling is werkzaam(!). Het gezochte tijdstip valt dus iets *na* het bereiken van de maximumsnelheid (dit laatste gebeurt als veerkracht en zwaartekracht elkaar opheffen).

De na het gezochte tijdstip door het zwaartepunt afgelegde afstand is de spronghoogte boven het vel, de vóór dit tijdstip door het zwaartepunt afgelegde afstand geeft de doorbuiging van het vel + de eventuele inverting van de springer weer.

vertaling

In de figuur is t_1 het tijdstip waarop $v_{\max}$ bereikt wordt; t_2 is het gezochte tijdstip waarop de vloeiende snelheidskurve in de rechte overgaat. Het is moeilijk om t_1 en t_2 nauwkeurig af te lezen! Oppervlak B is de spronghoogte, oppervlak A de doorbuiging + de eventuele inverting.



berekening

In fig. 3 lees je af: $t_1 = 0,19$; $t_2 = 0,22$ s

In fig. 4 lees je af: $t_1 = 0,24$; $t_2 = 0,28$ s

Dus $A_3 \approx 7,5$ hokjes ≈ 75 cm $B_3 \approx 115$ cm

$A_4 \approx 115$ cm $B_4 \approx 175$ cm

Hij komt dus hoger: $B_4 - B_3 = 175 - 115 = 60$ cm

Zijn inverting is: $A_4 - A_3 = 115 - 75 = 40$ cm

waardering

De waarde voor het door de knieën zakken is wel aannemelijk. De aflezing van t_2 is zo onnauwkeurig dat de antwoorden er wel enkele cm naast kunnen zitten. De som blijft echter $(A_4 + B_4) - (A_3 + B_3) = 290 - 190 = 100$ cm.

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 3.6 DE REMWEG VAN EEN AUTO

orientatie

In het ongunstigste geval is de reaktietijd 0,7 s en de zweltijd 0,8 s. De beweging is eerst eenparig (90 km/h), daarna zwak vertraagd, tenslotte sterk vertraagd. Door een $v(t)$ -diagram te tekenen kun je de beweging overzien.

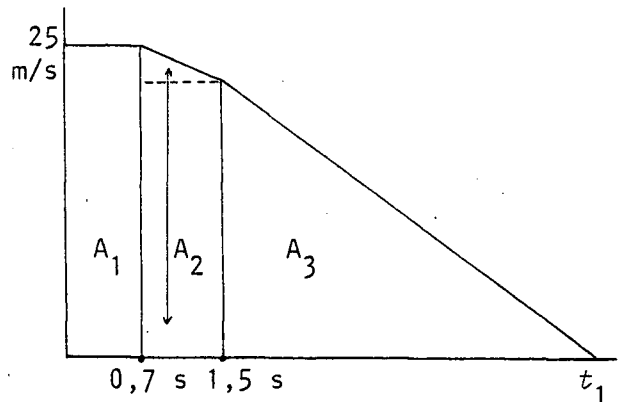
vertaling

A_1 stelt de afgelegde weg tijdens de reaktietijd voor.

A_2 is de weg tijdens de zweltijd;

A_3 de weg bij volle remkracht.

$A_1 + A_2 + A_3$ moet kleiner zijn dan 80 m.



berekening

$$\frac{v(1,5) - v(0,7)}{1,5 - 0,7} = \frac{v(1,5) - 25}{0,8} = -3 \quad \text{dus} \quad v(1,5) = 22,6 \text{ m/s}$$

$$\frac{v(t_1) - v(1,5)}{t_1 - 1,5} = \frac{0 - 22,6}{t_1 - 1,5} = -6 \quad \text{dus} \quad t_1 - 1,5 = 3,8 \text{ s.}$$

$$\text{Dus } A_1 = (0,7) \cdot 25 = 17,5 \text{ m}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot (1,5 - 0,7) (25 + 22,6) = 19 \text{ m}$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot (3,8) \cdot (22,6) = 43 \text{ m}$$

$A_1 + A_2 + A_3 = 79,5 \text{ m}$ dus aan de vuistregel kan bij 90 km/h voldaan worden.

waardering

De gemiddelde vertraging is $\frac{25}{1,5 + 3,8} = 4,7 \text{ m/s}^2$.

Als de verliestijden er niet waren zou de remweg $\frac{25^2}{2 \cdot 6} = 52 \text{ m}$ bedragen, dus aanzienlijk minder!

Het $v(t)$ -diagram is slechts een benadering.

Probleem 4.1 EEN BOCHT IN EEN SPOORBAAN

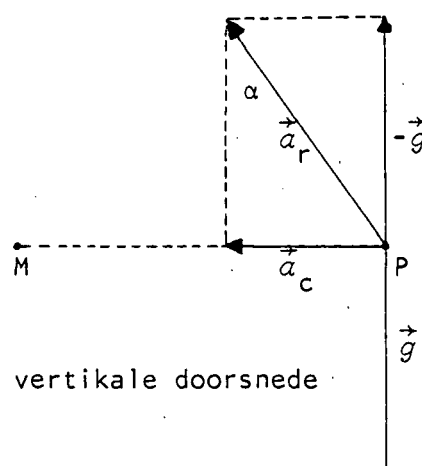
orientatie

De netto kracht moet precies de centripetale versnelling leveren. Deze kracht is de vektorsom van de zwaartekracht op de trein en de kracht van de rails op de trein. In een bepaald punt zijn van de netto kracht en de zwaartekracht de richtingen en de onderlinge verhouding van de grootten bekend. Daaruit is de richting van de derde kracht te halen.

vertaling

M is het middelpunt van de bocht; de trein is in P.

De centripetale versnelling $\vec{a}_c$ wijst naar M, de valversnelling $\vec{g}$ staat daar loodrecht op.



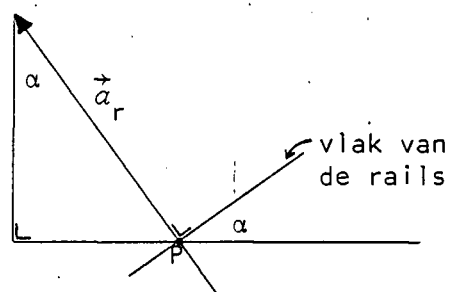
berekening

Voor de versnelling die moet worden geleverd door de kracht van de rails geldt: $\vec{a}_r = \vec{a}_c - \vec{g} = \vec{a} + (-\vec{g})$.

In het ideale geval maakt de vektor $\vec{a}_r$ dezelfde hoek α met de vertikaal als het vlak van de rails met de grond.

Er geldt dan: $\text{tg } \alpha = \frac{|\vec{a}_c|}{|\vec{g}|}$, dus

$$\text{tg } \alpha = \frac{v^2}{rg} = \frac{140^2}{(3,6)^2(1000)(9,8)} = 0,154 \quad \text{dus } \alpha = 8,8^\circ.$$



waardering

Stel de rails zijn onder een hoek van $8,8^\circ$ gelegd. Als de trein nu langzamer rijdt dan 140 km/h is $\vec{a}_c$ kleiner, zodat $\vec{a}_r$ steiler gaat staan. Maar de rails kun je niet verleggen zodat $\vec{a}_r$ dan toch weer scheef op het vlak van de rails staat. Je kunt α het beste zo kiezen dat hij hoort bij de gangbare snelheid in de bocht.

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 4.2 HOOGSPRINGEN

orientatie

De snelheid verandert voornamelijk van richting dus gedurende de 0,3 s zal de versnelling hier ruwweg loodrecht op staan. Gemiddeld wijst de versnelling dus schuin omhoog tegen de looprichting in. Hoe het precies zit haal je uit de snelheidsverandering die je afleest in een vektordiagram.

vertaling

De gemiddelde versnellingsvektor is gedefinieerd als

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

De gemiddelde kracht is $\vec{a}$ maal je massa.

berekening

$$|\Delta \vec{v}|^2 = |\vec{v}_1|^2 + |\vec{v}_2|^2 = (25 + 36) \text{ m}^2/\text{s}^2$$

dus $|\Delta \vec{v}|$ is 7,8 m/s.

$$|\vec{a}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{7,8}{0,3} = 26 \text{ m/s}^2$$

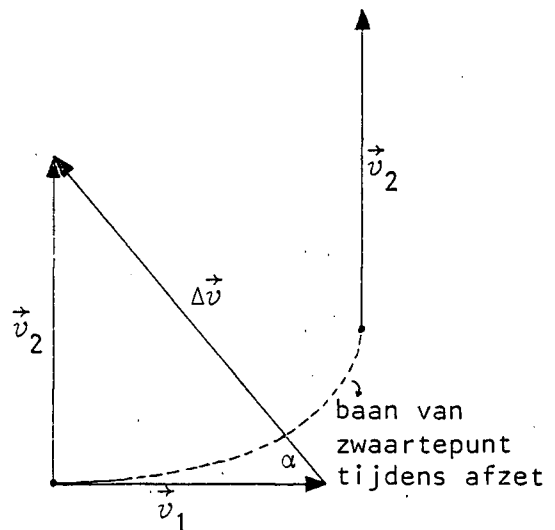
Als je massa 60 kg is, dan is $|\vec{F}| = 60 \times 26 = 1560 \text{ N}$.

De richting van $\vec{F}$ is de richting van $\Delta \vec{v}$:

$$\text{tg } \alpha = \frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} = \frac{6}{5} \quad \text{dus } \alpha = 50^\circ.$$

waardering

De benodigde versnelling is groter dan wanneer je onder dezelfde condities uit stand zou springen (dus: $\Delta t = 0,3 \text{ s}$; $\vec{v}_2 = 6 \text{ m/s}$; $\vec{v}_1 = 0$); toch gaat het met een aanloop makkelijker omdat voor de richtingsverandering van de snelheid geen energie nodig is.



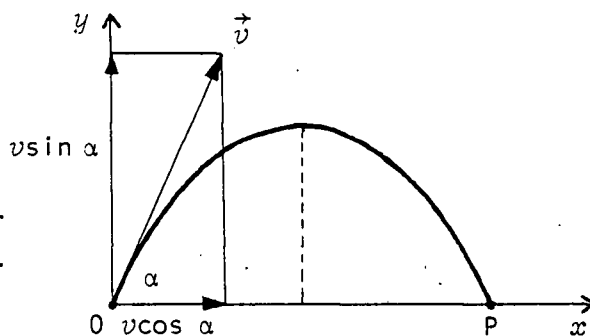
Probleem 4.3 KOGELSTOTEN

orientatie

De luchtwrijving op de zware ronde kogel zal niet zo groot zijn dat hij de beweging erg beïnvloedt. Als de beginsnelheid qua grootte en richting vast ligt ligt ook de baan die beschreven zal worden vast. Als je niet steil genoeg gooit heeft de kogel geen tijd om een horizontale afstand af te leggen. Als je te steil gooit is de horizontale component van de snelheid weer te laag.

vertaling

Stel 0 is het punt waar de kogel losraakt op $t = 0$. Bij een in grootte en richting gegeven beginsnelheid $\vec{v}$ (noem de grootte v) kun je eerst de componenten van v en dan die van $\vec{r}(t)$ opschrijven. In het punt P moet $y(t)$ nul zijn, terwijl $x(t)$ afhangt van de richting van $\vec{v}$.



Bij een gegeven waarde van v kun je α zo kiezen dat x_p zo groot mogelijk wordt.

berekening

De valversnelling kan worden voorgesteld door $\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$.

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \cos \alpha \\ v \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \text{dus} \quad \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos \alpha \cdot t \\ v \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$$

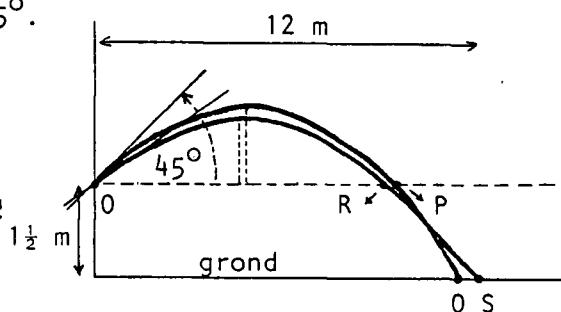
Stel P wordt bereikt als $t = t_1$ (dan is $t_1 \neq 0$).

$$\text{Dan geldt } y_p = y(t_1) = v \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = 0 \quad \text{dus} \quad t_1 = \frac{2v \sin \alpha}{g}$$

$$\text{en } x_p = x(t_1) = v \cos \alpha \cdot \frac{2v \sin \alpha}{g} = \frac{v^2}{g} \sin 2\alpha$$

x_p is maximaal als $\sin 2\alpha = 1$ dus $\alpha = 45^\circ$.

Als 0 en P boven de grond liggen valt de kogel bv. in Q. Er zijn dan ook banen ORS denkbaar zodat R dichterbij ligt dan P maar S toch verder weg dan Q!



waardering

De afstand van 12 m is zo groot ten opzichte van 1,5 m dat S maar enkele cm verder kan liggen dan Q. Maar: wie zijn rekord wil verbeteren moet op de kleintjes letten!

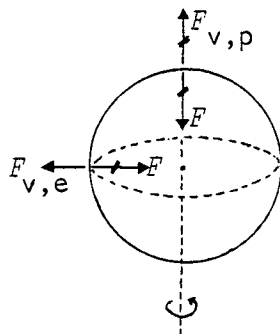
UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

Probleem 4.4 WAAROM IS DE VALVERSNELLING NIET OVERAL OP AARDE EVEN GROOT ?

orientatie

Denk je in dat je eerst op de pool staat en later op de evenaar. Op de pool is je zwaartepunt in rust en is dus de netto kracht nul. Op de evenaar draai je rond en wijst de netto kracht naar het middelpunt, met de aantrekkingskracht van de aarde mee. De vloer waarop je staat zal dus in het tweede geval deze aantrekkingskracht niet meer helemaal opheffen.

vertaling



Doe alsof er geen afplatting is zodat de grootte van de aantrekkingskracht F van de aarde overal op aarde gelijk is. Noem de kracht die je van de vloer ondervindt op de pool $F_{v,p}$ en op de evenaar $F_{v,e}$. Dan is $F_{v,p}$ gelijk aan F , maar $F_{v,e}$ is een beetje kleiner.

berekening

Zonder afplatting zou gelden:

grootte aantrekkingskracht op evenaar = grootte aantrekkingskracht op pool

$$F_{v,e} + F_{\text{centripetaal}} = F_{v,p}$$

De kracht die je van de vloer ondervindt is in grootte gelijk aan je gewicht mg ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$):

$$mg_e + m \frac{v^2}{r} = mg_p$$

Dit levert $g_e + \frac{v^2}{r} = g_p$ (*) dus g_p is een beetje meer dan g_e .

Hoeveel scheelt het? De omtrek van de aarde is $2\pi r \approx 40000 \text{ km}$ dus

$$r = \frac{40000 \text{ km}}{2\pi} \approx 6400 \text{ km}; v = \frac{\text{omtrek}}{\text{omlooptijd}} \approx \frac{40000 \text{ km}}{24 \text{ uur}} \approx 465 \text{ m/s}$$

$$\text{Dus het verschil } \frac{v^2}{r} \text{ is } \frac{465^2}{6400 \times 1000} = 0,034 \text{ m/s}^2$$

Dat is ruim 0,3% van 10 m/s^2 .

waardering

Om je van de aarde af te laten vliegen zou $g_e = 0$ moeten worden. Dan zou uit (*) volgen: $\frac{v^2}{r} = g_p$; hieruit volgt een omlooptijd van ca $1\frac{1}{2}$ uur.

Als je wel rekening houdt met de afplatting krijg je i.p.v. (*):

$$g_e + \frac{v^2}{r} = (1 - 0,002)g_p$$

Dan wordt het verschil tussen g_e en g_p groter.

Probleem 4.5 EEN ZONNEBRIL VALT IN HET WATER

orientatie

Je kunt, zoals Tanja, proberen de beweging van de bril ten opzichte van de boot te beschrijven, of, zoals Marleen, ten opzichte van de wal.

vertaling

Als Tanja een coördinatenstelsel kiest, zal dat met de snelheid $\vec{v}_{\text{boot}}$ (gemeten t.o.v. de wal) bewegen t.o.v. elk door Marleen gekozen coördinatenstelsel. In het stelsel van Tanja staat, ondanks het windstille weer, een briesje tegengesteld aan $\vec{v}_{\text{boot}}$.

berekening

In het stelsel van Marleen 'werkt' de valversnelling. De bril heeft in dit stelsel bij het loslaten een horizontale snelheid $\vec{v}_{\text{boot}}$. Het effect is hetzelfde alsof iemand de bril horizontaal weggooit en hij zal met een boog naar voren gaan. Wel raakt hij door de luchtwrijving zijn horizontale snelheid gedeeltelijk kwijt.

In het stelsel van Tanja 'werkt' ook de valversnelling, maar de bril heeft daarin bij het loslaten geen beginsnelheid. In dit stelsel zal de bril dus door het briesje mee naar achteren genomen worden.

waardering

Tanja en Marleen hebben geen van beiden ongelijk, want je kunt uiteindelijk niet vaststellen of de boot 'werkelijk' beweegt. Allebei hebben zij een eigen beschrijvingswijze gevonden voor hetzelfde verschijnsel.

UITWERKINGEN VAN DE PROBLEMEN

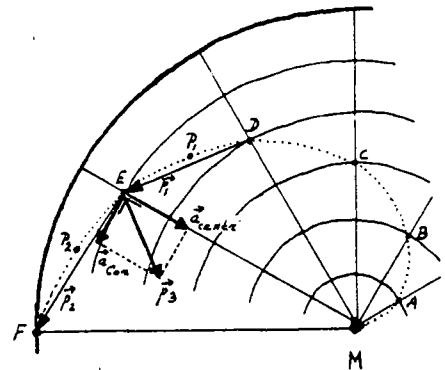
Probleem 4.6 DE CORIOLISVERSNELLING

orientatie

Iedere sekonde legt de draaimolen een hoek van 30° af. Op de getekende baan van Marijke liggen de punten M t/m F steeds 1 s uit elkaar.

vertaling

De vektor $\vec{p}_3$ is het vektorverschil van $\vec{p}_2$ en $\vec{p}_1$, dus $\vec{p}_3 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$. Je kunt $\vec{p}_1$ en $\vec{p}_2$ ook gebruiken als snelheden en het snelheidsverschil $\vec{p}_3$ als (maat voor de) versnelling in E. Als je dan de centripetale versnelling langs EM op dezelfde schaal tekent kun je de Coriolisversnelling construeren.



berekening

Voor de grootten p_1 , p_2 en p_3 lees je af:

$$p_1 = 17 \text{ mm} \quad p_2 = 21 \text{ mm} \quad p_3 = 12 \text{ mm}$$

Omdat 7 mm volgens het gegeven 1 m voorstelt betekent dit:

$$p_1 = 2,4 \text{ m} \quad p_2 = 3,0 \text{ m} \quad (\vec{p}_1 \text{ en } \vec{p}_2 \text{ zijn de verplaatsingen DE en EF})$$

Als je nu afsprekt dat 7 mm óók 1 m/s voorstelt geldt ook

$$p_1 = 2,4 \text{ m/s} \quad p_2 = 3,0 \text{ m/s} \quad p_3 = 1,7 \text{ m/s}$$

dus dan zijn $\vec{p}_1$ en $\vec{p}_2$ de gemiddelde snelheden op DE, resp. EF; dat zijn ongeveer de snelheden in P_1 en P_2 (P_1 en P_2 liggen weer 1 s uit elkaar).

De vektor $\vec{p}_3$ is dan de snelheidsverandering tussen P_1 en P_2 .

Als je tenslotte afsprekt dat 7 mm óók nog 1 m/s^2 voorstelt geldt ook nog

$$p_3 = 1,7 \text{ m/s}^2$$

Dan is $\vec{p}_3$ de gemiddelde versnelling tussen P_1 en P_2 ; dat is ongeveer de totale versnelling in E.

De centripetale versnelling $\vec{a}_{centr}$ in E heeft de grootte $\frac{v^2}{r}$ waarbij $r = 5 \text{ m}$ en $v = \frac{2\pi r}{\text{omlooptijd}} = 10\pi/12 \text{ m/s}$, dus $|\vec{a}_{centr}| = 1,37 \text{ m/s}^2$ ($\approx 9,5 \text{ mm}$).

Uit constructie volgt nu de Coriolisversnelling in E: $\vec{a}_{Cor} = \vec{p}_3 - \vec{a}_{centr}$.

Het blijkt dat $\vec{a}_{Cor}$ loodrecht op $\vec{a}_{centr}$ staat en een grootte van 1 m/s^2 heeft ($\approx 7 \text{ mm}$).

waardering

Om Marijke in haar baan te houden is dus behalve een centripetale kracht ook nog een kracht nodig loodrecht op de straal MF die zij aflegt.

Dat kun je zelf uittesten door Marijke eens na te doen.

Bijlage Gedeelte uit: 'Het leren maken van natuurkunde-
vraagstukken', Ir.J.S.v.d.Berg
Woudschotenconferentie '82

1. Leerlingen en vraagstukken

Hoe gaan leerlingen om met vraagstukken ? Deze vraag is een toespitsing van de vraag hoe mensen in het algemeen omgaan met vraagstukken en problemen.

In de psychologie is behoorlijk wat aandacht aan dit probleem gegeven. Bekend is het onderzoek van Köhler met apen: Buiten de kooi ligt een banaan, echter buiten het bereik van de aap. Ook met behulp van een stok kan de aap niet bij de banaan. Pas als de aap op het idee komt twee stokken aan elkaar te bevestigen lukt het hem de banaan naar zich toe te halen.

Wat hier aangeduid werd met 'op het idee komen' is bekend gebleven als 'doorbreken van inzicht' of als het krijgen van een 'aha-erlebnis'.

Bij de bestudering van de literatuur stuit je op het probleem dat er bij de onderzoeken bepaalde soorten problemen gebruikt worden: schaakproblemen, kryptogrammen, kryptoritmen, luciferpuzzels, verborgen figuren, enz. Deze problemen wijken nogal af van de vraagstukken die op school aan de orde komen. Men zal dus moeten nagaan in hoeverre de resultaten bruikbaar zijn voor de les-situaties.

Hoewel we bij de natuurkunde ook te maken hebben met inzicht, mogen we in onze didaktiek toch niet alles ophangen aan een 'aha-erlebnis'. In de vakdidaktiek als interdiscipline wordt o.a. aandacht besteed aan de 'aansluitingsproblematiek' tussen resultaten van de leerpsychologie (en aanverwante gebieden) en de praktijk van het onderwijs.

Men kan konstaten dat er mensen zijn die goed met vraagstukken omgaan en dat er mensen zijn die niet zo goed problemen kunnen oplossen. Vaak hangt ook dit weer af van de soorten vraagstukken die men voorgelegd krijgt. Een vrij algemene reactie bij minder goede probleemoplossers is onsystematisch trial and error gedrag (zie voordracht van Van Parreren). In een vooronderzoek heb ik aandacht besteed aan het gedrag dat leerlingen vertonen bij het maken van vraagstukken. Met behulp van enkele hardop-denken-protokollen heb ik getracht daarop wat zicht te krijgen. Daarbij kwamen enkele dingen naar voren (de protokollen zijn opgenomen in VWO-4 en VWO-6):

BIJLAGE

- a. leerlingen vertonen de neiging direkt naar formules te willen grijpen; weten ze zich niet direkt een formule te herinneren dan kunnen ze 'het' niet;
- b. er is vaak een fixatie op de vraagstellingen; leerlingen zijn vaak meer gericht op het produceren van een antwoord dat ze eerst de gegevens analyseren;
- c. leerlingen willen de leerstof nog wel eens door elkaar halen; dit gaat vaak samen met het vertonen van onzekerheidsgevoelens;
- d. een gegeven antwoord slaat soms niet op de vraag;
- e. sommige leerlingen vertonen inactief gedrag, zij weten niet hoe ze het vraagstuk aan moeten pakken;
- f. ook leerlingen vertonen vaak onsystematisch trial and error gedrag.

Vooraf de laatste twee gedragvormen komen nogal eens voor in de lessituatie, o.a. in 4-VW0. Als leraar kun je je dan de vraag stellen wat je daaraan kunt doen.

In dit paragraafje stel ik zo een paar dingen:

- a. de resultaten van de leerpsychologie zijn niet zonder meer toepasbaar in de lessituatie; hier ligt een 'vertalingsfunctie' van de vakdidaktiek.
- b. onderzoek naar het oplossingsgedrag van leerlingen bij het oplossen van vraagstukken laat zien dat dit gedrag voor verbetering in aanmerking komt; vooral onsystematisch trial and error gedrag en inactiviteit zijn voorkomende maar minder gewenste gedragingen. Het is nodig dat het leren maken van vraagstukken onderdeel van ons lesgeven wordt.

2. Sturen van leerlingengedrag

a. Heuristieken

Wil je het inactieve gedrag van leerlingen doorbreken, dan moet je ze activeren. Wil je onsystematisch trial and error gedrag voorkomen, dan moet je de leerlingen gerichte aanwijzingen geven.

Wat betreft dit laatste punt rijzen er problemen. Hoe gericht moeten of kunnen de aanwijzingen zijn? We kennen zeer algemene aanwijzingen als: lees eerst wat er staat en wat er gevraagd wordt, of: werk netjes en overzichtelijk, noteer de gegevens, het gevraagde en geef daarna de oplossing. Naast deze algemene aanwijzingen kennen we de zeer gerichte voorschriften met behulp waarvan b.v. een vierkantsvergelijking opgelost kan worden.

Volg je in dit laatste geval precies de voorschriften en maak je geen rekenfouten, dan krijg je onherroepelijk het goede antwoord. Zulke voorschriften die garanderen dat je het goede antwoord vindt worden algoritmen genoemd.

Algoritmische voorstellingen zijn niet altijd mogelijk en niet altijd gewenst. Als dit het geval is kun je toch meer doen dan alleen maar een paar zeer algemene aanwijzingen geven. Je geeft dan aanwijzingen die aktiveren en tegelijk meer systematiek in het gedrag brengen, maar die niet garanderen dat de oplossing gevonden wordt. Zulke aanwijzingen heten heuristische aanwijzingen. Het zijn zoekregels die de kans verhogen dat je een probleem tot een oplossing brengt. Een aantal van zulke regels samen kunnen 'gebundeld' worden tot een heuristiek. Een voorbeeld van een heuristiek is hieronder weergegeven.

BASISHEURISTIEK

1. Analyse van het probleem

- lees het hele vraagstuk
- maak een duidelijke tekening
- zet de gegevens in de tekening
- geef de gevraagde grootte aan in de tekening
- ga na welk(e) leerstof(schema) te gebruiken is.

2. Omwerking tot een standaardprobleem

Als je niet te maken hebt met een standaardprobleem:

- ga dan uit van het gevraagde en schrijf relaties op waarin het gevraagde voorkomt; ga daarbij na of de relaties voor de geschetste situatie geldig zijn
- ga na of de gegevens in één van deze relaties het gevraagde tot enige onbekende maken
- als dat niet het geval is, probeer dan de ontbrekende grootte (grootheden) op te zoeken.

3. Uitwerking

4. Controle van het oplossingsproces en het verkregen antwoord.

In deze basis-heuristiek is de volgende grondvorm aanwezig:

- | | | |
|-------------------|---|------------|
| 1. analyse | } | oriëntatie |
| 2. omwerking/plan | | |
| 3. uitwerking | | |
| 4. controle | | |

Enkele toelichtende opmerkingen:

1. Een oplossingsproces kan men opdelen in fasen. De grondvorm van de heuristiek geeft de namen van deze fasen. Men moet deze opdeling niet statisch opvatten. Het is niet zo dat eerst de analyse-fase volledig afgerond moet zijn voordat aan de volgende fase begonnen kan worden. In de praktijk zal een oplossings-

BIJLAGE

proces vaak cyclisch van karakter zijn. Het eerder gesignaleerde onsystematische trial and error gedrag vindt vaak zijn oorzaak in het feit dat leerlingen te snel naar de uitwerkingsfase willen. De leerlingen blijven dan in deze fase rondwroeten zonder het probleem voldoende geanalyseerd te hebben. Zij doorlopen de fasen noch lineair, noch cyclisch.

2. De opdeling in fasen is gebaseerd op onderzoeken bij zowel goede als slechte probleemoplossers. Men kan stellen dat het een algemeen te herkennen patroon is, dat al of niet goed funktioneert. Het is daarom gewenst alle leerlingen te confronteren met een goede manier van handelen bij het oplossen van vraagstukken.
3. De fase-indeling kan een hulpmiddel zijn om de problemen van de leerlingen op te sporen. Heeft de leerling een fase overgeslagen of onvoldoende afgevoerd? Loopt een leerling vast in de analyse-fase omdat de leerstof niet goed begrepen is of omdat de vraagstelling onduidelijk is? Enz.
4. Voor iedere fase zijn meer of minder aanwijzingen te formuleren. De basisheuristiek is slechts een voorbeeld. In de literatuur zijn er vele anderen te vinden. De aanwijzingen en de uitgebreidheid ervan hangen af van je doelstellingen en de soorten vraagstukken.
5. De fasen 1 en 2 worden nogal eens samen genomen; zij vormen dan de oriëntatiefase. Deze benaming heeft tot voordeel dat ze iets meer nadruk legt op de intentionele activiteit van de leerling. Daarnaast drukt ze uit dat fase 1 en 2 bij veel problemen nauwelijks te (onder)scheiden zijn. Bij de omwerking en het opstellen van een oplossingsplan zal men doorgaan met analyseren.
6. In de controle-fase gaat het niet alleen om de controle van het verkregen antwoord, maar ook om het rekapituleren van het oplossingsproces. Het is nodig dat leerlingen gaan nadenken over wat ze aan het doen zijn bij het oplossen van een probleem. Ze moeten komen tot een zekere reflectie. In het ideale geval kan dit ertoe leiden dat de leerlingen zelf heuristieken gaan opstellen of voor zichzelf de basisheuristiek gaan uitbreiden. Deze reflecterende activiteit is voor alle leerlingen van belang, ook voor de goede leerlingen. Bij het leren maken van vraagstukken gaat het in feite om het leren omgaan met vraagstukken en problemen.

Het oplossen van een vraagstuk doet een beroep op bepaalde activiteiten van de leerling. Een leerling moet iets doen en het liefst op wel-overwogen wijze. In het onderwijs kan daaraan aandacht gegeven worden door de leerlingen een strategie bij te brengen die zijn nut bewezen heeft. Dit strategische aspect van een oplossingsproces kan aangepakt worden m.b.v. een heuristiek.

