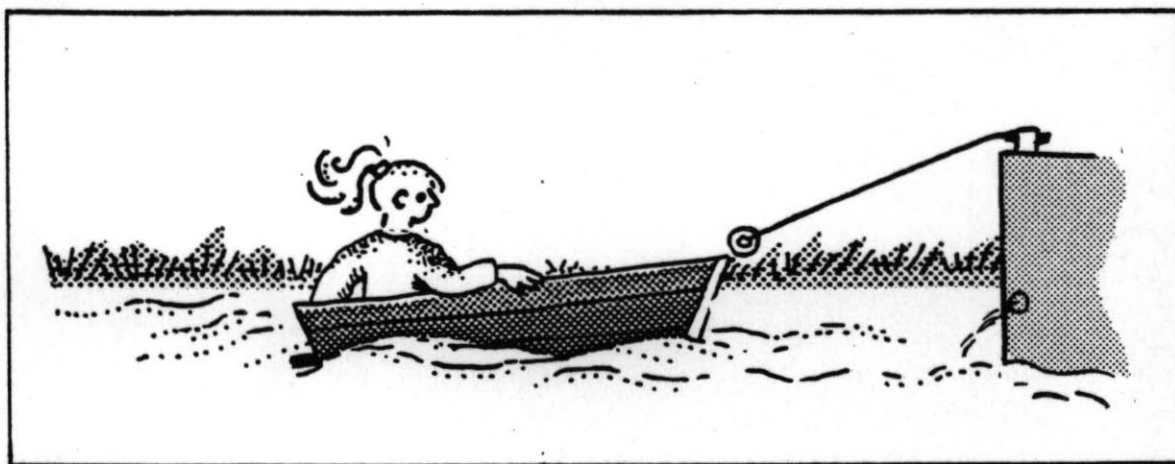


blok

ARBEID EN ENERGIE



Een lessenserie waarin leerlingen:

- leren over krachten die arbeid verrichten op een systeem
- leren over het verschil tussen "ik verricht arbeid" en "een kracht verricht arbeid"
- in probleemsituaties een 'systeem' kiezen, nagaan welke de relevante systeemenergieën en op het systeem werkende uitwendige krachten zijn
- de energievergelijking van een systeem leren opstellen als de som van arbeid- en energiestromen, die gelijk is aan de verandering van systeem-energie
- arbeid gaan berekenen in gecompliceerde situaties (richtingsverschillen tussen kracht en weg, veranderlijke krachten)
- het verschil tussen de verplaatsing van het zwaartepunt en de verplaatsing van het aangrijpingspunt van een kracht bij vervormende voorwerpen
- problemen gaan oplossen en nadenken over de stappen die daarvoor nodig zijn
- de leerlingen leren wat potentiële energie is

Experimentele uitgave voor de vijfde klas VWO

PLON UvA RUG

© 1985

Rijksuniversiteit Utrecht
Universiteit van Amsterdam
Rijksuniversiteit Groningen

Deze lerarenhandleiding maakt deel uit van experimenteel lesmateriaal. Overname of referentie uitsluitend na toestemming van de medewerkers van het PLON, Lab. Vaste Stof, Postbus 80.008, 3508 TA Utrecht, tel. 030-532717.

vwo bovenbouw natuurkunde projekt 1e herziene versie

INHOUD

Voorwoord	2
Plaats en karakter van het blok	3
1. De plaats van het blok in 5 VWO	3
2. Achtergronden en verantwoording	3
3. Globale opzet	5
Leerstof, vaardigheden, beginsituatie	8
1. Leerstof	8
2. Vaardigheden	9
3. Beginsituatie	10
Lessenplan	11
Opmerkingen per hoofdstuk	12
1. Oriëntatie	12
2. Arbeid berekenen	15
3. Arbeid gebruiken	22
Bijlagen	
D1 Tussenvragen bij de problemen	31
D2 Uitkomsten van de problemen	41
D3 'Arbeid' in het reguliere VWO-programma	53
D4 Suggesties voor extra 'problemen'	54
D5 Proefwerksuggesties	63
D6 Errata in het leerlingenboek	64
I1 Enkele gegevens over F , ΔS -diagrammen e.a.	65
I2 Pseudowork and real work, Bruce Arne Sherwood	69

VOORWOORD

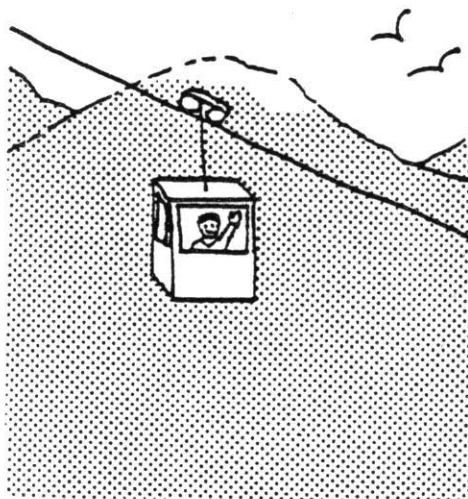
Het idee van 'blokken' naast thema's in het PLON-VWO bovenbouw curriculum heeft vorm gekregen in het blok 'Bewegingen' en in het blok 'Arbeid en energie'. De ervaringen met beide blokken wijzen uit dat er met de gekozen opzetten in de klas goed te werken is. Als verrassend punt komt naar voren dat leerlingen zich erg uitgedaagd voelen om de 'problemen' uit het blok op te lossen. Die blijken een aanknopingspunt om de relevante leerstof nog eens terug te zoeken en te bestuderen.

Bij de revisie van het blok 'Arbeid' is de opzet dan ook gehandhaafd met meer aandacht voor de relatie tussen de structuur van de theorie en de te volgen probleemoplosmethoden. Drie hoofdgedachten liggen ten grondslag aan het behandelen van de begrippen kracht, weg, arbeid en energie in dit blok.

- vergroten van de wendbaarheid van die begrippen voor de leerling door de begrippen in nieuwe contexten toe te passen (in de breedte)
- vergroten van de toepasbaarheid van de begrippen, o.a. door de begrippen met mathematische methoden scherper te definiëren (in de diepte)
- de leerlingen de vaardigheid probleem-oplossen te gaan leren met een nadruk op het 'vertalen' van een probleem tot een fysisch oplosbaar vraagstuk.

Deze Lerarenhandleiding is in de eerste plaats geschreven voor docenten die met het blok "arbeid en energie" gaan werken. Hij bevat daartoe suggesties voor een lessenplan, voor werkvormen en toetssuggesties.

Praktijkervaringen met het werken met de eerste versie van dit blok in de klas zijn verwerkt. We hopen de nieuwe ervaringen die opgedaan worden in een volgende versie van deze Lerarenhandleiding te kunnen verwerken. Opmerkingen en aanvullingen over zowel het blok als deze Lerarenhandleiding stellen we daarom erg op prijs.



Het PLON-team en de medewerkers van het VWO-bovenbouwproject
Lab. voor Vaste Stof
Princetonplein 1
Postbus 80.008
3508 TA Utrecht

oktober 1985

PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK

1. DE PLAATS VAN HET BLOK IN 5-VWO

Het blok 'Arbeid en energie' is geschreven voor 5 VWO. Het kan naast ieder leerboek gebruikt worden als vervanging van de hoofdstukken over mechanische energie en voor een deel ook over de 1e hoofdwet van de warmteleer. Het is zeer geschikt om te gebruiken naast de thema's 'Energie' en 'Sport' voor de 5e klas van het VWO-bovenbouwproject. Het blok zou in iets vereenvoudigde vorm aan het eind van 4-atheneum passen, maar gezien de complexiteit van de wiskunde en de formules waar de leerlingen mee uit de voeten moeten kunnen, is een plaats in het begin van de 5e klas te prefereren.

In het blok 'Arbeid en energie' ligt de nadruk op de systematische kant van de natuurkunde en het gebruik van wiskundige technieken. Blokken kunnen de leerling een idee geven over wat hem/haar te wachten staat als hij/zij een op natuurkunde gerichte vervolgopleiding kiest. Daarom kunnen blokken een rol spelen bij de bepaling van de keuze van de leerling voor een vervolgopleiding die de leerling in de loop van de 5e en 6e klas zal nemen.

2. ACHTERGROND EN VERANTWOORDING

Voor de achtergrond en verantwoording van het systematische werken in blokken naast het thematische werken in het VWO-bovenbouwcurriculum zij verwezen naar de lerarenhandleiding 'Bewegingen'. Dit blok is geschreven vanuit het idee dat begrippen als arbeid, kracht, energie, verplaatsing etc. al eerder geïntroduceerd zijn, bijv. in de thematische context van 'Verkeer', 'Energie' of 'Sport'. Deze begrippen worden verder verdiept, bijv. door het introduceren van het begrip potentiële energie.

Het blok 'Arbeid en energie' is opgebouwd rond twee centrale vraagstellingen:

- *Welke is de relatie tussen arbeid, kracht en verplaatsing van het aangrijpingspunt van de kracht enerzijds en veranderingen van energieën anderzijds.*

Voor het beantwoorden van deze vraag wordt het begrip 'systeem' ingevoerd. Er wordt een onderscheid gemaakt tussen uitwendige krachten op een systeem die arbeid op het systeem kunnen verrichten en inwendige krachten die voor interne energieomzettingen kunnen zorgen.

Verder wordt een onderscheid gemaakt tussen *systeemenergieën*: energie-soorten die in een systeem opgeslagen liggen, en *energiestromen*, zoals warmte, elektrische stromen, golving en straling die de systeemenergieën kunnen veranderen (evenals arbeid).

Dit leidt tot het opstellen van de energievergelijking van een systeem, waarin links de energiestromen Q en de arbeid W staan en rechts de veranderingen van de systeemenergieën. Energiestromen en arbeid die leiden tot vergroting van de totale energie van het systeem worden positief genomen:

$$Q + W = \Delta E_{\text{syst}}$$

Dit heeft tot gevolg dat de arbeid op een systeem (op een gas bijv.) positief genomen wordt, terwijl in de thermodynamica de arbeid *door* een gas (dit blok spreekt alleen over arbeid door krachten!) positief is. Dit

PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK

laatste leidt vaak tot verwarring omdat het in tegenspraak is met de rekenconventie in de mechanica. Nu, dit probleem is met deze energie-vergelijking opgelost.

• Wanneer mag je het produkt van de nettokracht en de verplaatsing van het zwaartepunt beschouwen als de som van de arbeiden door de samenstellende krachten en wanneer is dit niet toegestaan.

In de traditionele mechanica gebruikt men de wet van arbeid en kinetische energie. Over het hoofd wordt gezien dat het produkt van nettokracht en verplaatsing lang niet altijd een reële arbeid oplevert. In de veel voorkomende gevallen dat een voorwerp verwarmd wordt (opspringen van een mens, neerkomen van een blok klei) of gaat roteren (fiets bijv.) is de verplaatsing van het zwaartepunt niet gelijk aan de verplaatsing van het aangrijpingspunt van de krachten. De wet van arbeid en kinetische energie ('rekenregel van de kinetische energie' genoemd in dit blok) kan dan *niet* samenvallen met de energievergelijking (van een systeem met als enige systeemenergie de kinetische translatie-energie). Deze regel is wel geschikt om de nettokracht uit te rekenen. In feite is deze regel de weg $F_{\text{netto}} = m \cdot a$, maar dan is van beide kanten de integraal naar de weg genomen. $F_{\text{netto}} = m \cdot a$ en $F_{\text{netto}} \cdot \Delta s = \Delta E_k$ gaan dus altijd over het zwaartepunt. Bij probleemoplossen zal de leerling dus vaak moeten uitmaken of de rekenregel van de kinetische energie of de energievergelijking de beste weg is om tot een oplossing te komen. Zie ook het artikel Pseudo work and real work (bijlage J2).

In de *oriëntatie* wordt het begrip systeem geïntroduceerd en de termen systeemenergie en energiestroom. Er wordt verondersteld dat leerlingen al eerder op een intuïtieve manier (bijv. ik, of een hijskraan verricht arbeid). Het verschil tussen dat intuïtieve gebruik van het woord arbeid en het natuurkundige gebruik ('een kracht verricht arbeid') wordt aangegeven. Er wordt een onderscheid gemaakt tussen elektrostatische energie (in principe een 'opslagenergie') en energie die door elektrische stromen wordt getransporteerd en dus een energiestroom is. Verder wordt het woord inwendige energie vermeden omdat alle systeemenergieën 'inwendige' energieën van een systeem zijn. In de plaats daarvan wordt over *thermische* energie gesproken. Warmte wordt gezien als een energiestroom van thermische energie, getransporteerd via stroming en geleiding, *niet* via straling. Straling is een aparte soort energiestroom: deze gaat immers ook van lage naar hoge temperatuur. Bovendien gaat die energiestroom ook door vacuum heen, wat bij warmtestromen niet het geval is.

In het hoofdstuk *Arbeid uitrekenen* wordt aandacht besteed aan het rekenen met kracht als vektor, aan arbeid door krachten die onder een hoek met de weg werken, arbeid door een veranderlijke kracht en arbeid langs een kromme weg. Dit hoofdstuk is dus niet bedoeld om de fysisch-mathematische technieken te leren om arbeid in allerlei situaties uit te rekenen. Arbeid wordt op een aantal manieren als produkt van een gerichte kracht en een gerichte weg behandeld: projectie van de weg op de kracht (met name bij hellingen), projectie van kracht op de weg (bij katrolbaan), via een formule $W = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$, via componenten en ook via het inwendig produkt. Weliswaar wordt het inwendig produkt niet in de traditionele wiskundeleergangen van de 4e/begin 5e klas behandeld, maar bijvoorbeeld in het HEWET-materiaal is dat wel het geval (in de 4e klas). De veelzijdige behandeling is bedoeld om vooral 'gevoel' te krijgen voor de oplossing van het

PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK

richtingsprobleem en niet alleen te koppelen aan één oplossing: een (vaak verkeerd toegepaste) formule.

Het optellen van krachten als vectoren, waar al in 'Bewegingen' een aanzet toe is gedaan, wordt hier dieper behandeld: componenten en - meer fysisch gezien - het kloppend maken van de som van de krachten in elke richting: $\Sigma F_x = m \cdot a_x$

Hoewel het in de wiskunde van de middelbare school niet zoveel gebruikt wordt, voeren we het somteken in. Zonder index wordt impliciet aangenomen dat er over 'alle' krachten (of de andere bedoelde grootheden) gesommeerd wordt.

Het bepalen van de arbeid uit het oppervlak onder een F , s -grafiek wordt aangepakt zoals het bepalen van de afgelegde weg uit een v , t -diagram in 'Bewegingen'.

Integraalrekening komt kort aan de orde maar kan omzeild worden door te werken met de oppervlakte onder de F , s -grafiek.

De problemen vragen voornamelijk naar het uitrekenen van een arbeid, een vermogen of een rendement.

In het hoofdstuk *Arbeid gebruiken* wordt dieper ingegaan op het opstellen van een energievergelijking en op de rekenregel van kinetische energie. Naar aanleiding van krachten die wel noodzakelijk zijn voor de energieomzetting (i.v.m. het 'afzetten', m.a.w. impulsoverdracht) maar zelf geen (eigenlijk: nauwelijks) arbeid verrichten wordt er dieper ingegaan op wrijvingskrachten, met name de rol van de schuifwrijvingskracht bij rijden als geen arbeid verrichtende kracht. Rotatie energie komt daarbij aan de orde als een nieuwe systeemenergie. Theorie over traagheidsmomenten t.e. is hier echter niet nodig. Verder wordt arbeid gebruikt om potentiële energie te definiëren. De leerlingen wordt erop gewezen dat ze bij hun systeemkeuze het zwaartekrachtveld al dan niet kunnen meenemen in hun systeem. Door deze bewuste keuze zal wellicht voorkomen worden dat de leerlingen en de arbeid door de zwaartekracht en de verandering van zwaarteenergie in de energievergelijking meenemen.

In een (extra) paragraaf over de veerkracht als conservatieve kracht wordt de relatie met differentiëren en het bepalen van een primitieve functie gelegd. Ook als de integraalrekening in de wiskunde niet behandeld is kan deze paragraaf makkelijk gedaan worden. Weglaten geeft echter ook geen problemen in het vervolg van de cursus.

Tot slot bleek het in verband met de problemen nodig de arbeid door actie- en reactiekrachten mee te nemen. Vaak kun je de arbeid van een kracht uitrekenen door de arbeid van zijn reactiekracht (die over dezelfde afstand wordt verplaatst bij *contactkrachten* uit te rekenen. Dat is overigens niet het geval bij krachten die op een afstand werken!

De problemen zijn aanzienlijk ingewikkelder dan die van hoofdstuk 2 omdat er een vergelijking opgesteld moet worden (de energievergelijking of de rekenregel van kinetische energie) om het probleem op te lossen. De 'vertaling' van het probleem tot een vergelijking moet daarbij dus alle aandacht hebben.

3. GLOBALE OPZET

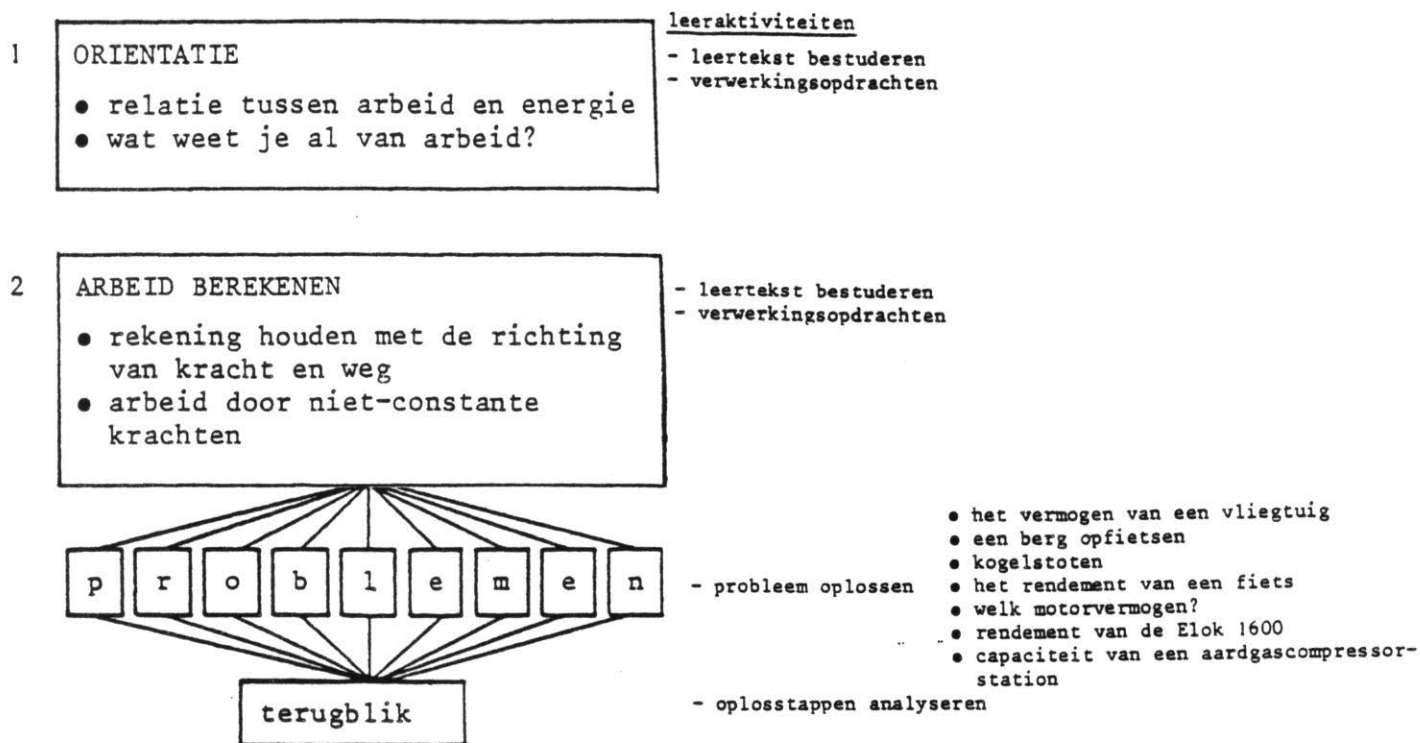
In het blok worden drie doelen nagestreefd:

- het vergroten van de wendbaarheid van de begrippen kracht, weg, arbeid en energie voor de leerling. De leerling gaat deze begrippen daartoe in nieuwe contexten toepassen, bijv. in sport, gastransport (naast

PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK

'oude' contexten zoals verkeer).

- het vergroten van de toepasbaarheid van begrippen: door de begrippen met mathematische methoden scherper te definiëren, zodat bijvoorbeeld ook situaties met niet-constante krachten of situaties waarin kracht en weg niet gelijk gericht zijn daarmee beschreven kunnen worden.
- het uitbouwen van de vaardigheid 'probleem-oplossen': door leerlingen problemen voor te leggen waarbij ze zelf een strategie moeten zoeken om deze op te lossen. In bijlage D1 van deze Lerarenhandleiding staan voor elk probleem een aantal tussenvragen die de leerlingen kunnen helpen bij het vinden van de oplossing. Bij de tussenvragen staan de standaardprobleemoplossingsstappen genoemd. In de nabespreking van de problemen kan de leraar de nadruk leggen op de noodzaak van deze stappen: oriëntatie, 'vertaling', berekening, controle en waardering. Deze drie doelen zijn te herkennen in de opzet van het thema, waarin het ophalen en verbreden van oude leerstof, het leren en het verwerken van nieuwe leerstof en het gebruiken van de leerstof voor het oplossen van uitdagende nieuwe problemen opgenomen zijn. Schematisch ziet de opzet er als volgt uit:



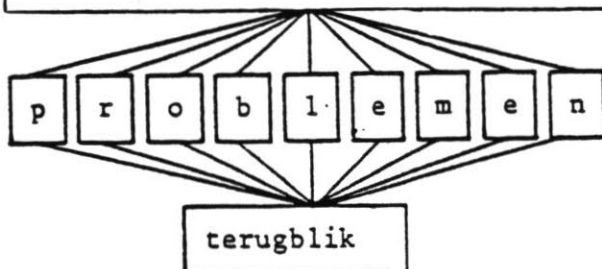
PLAATS EN KARAKTER VAN HET BLOK

3

ARBEID GEBRUIKEN

- energiesysteem en energievergelijking
- rekenregel voor de kinetische energie
- arbeid door wrijvingskrachten
- potentiële energie

- leertekst bestuderen
- verwerkingsopdrachten



- probleem oplossen

- kracht van polsstokhoogspringer
- energie van de polsstokhoogspringer
- loopweerstand bij hardlopen
- hoeveel energie kost het werpen van een bal?
- botsen de magneten?
- maximale springhoogte
- meegevend obstakels langs de weg

- oplosstappen analyseren

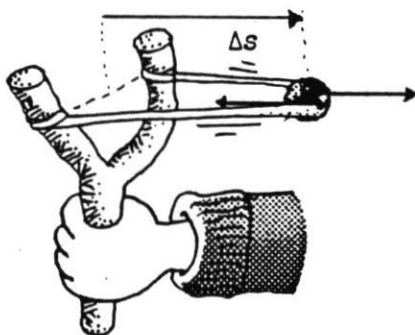
verwerkingsopdrachten maken

In de leerlingentekst staan veel verwerkingsopgaven. Die zijn vooral bedoeld als tegemoetkoming aan die leraren die de leerlingen elke denkstap actief willen laten meeleven door er een opdracht bij te maken.

Een bezwaar van zoveel verwerkingsvragen is de hoeveelheid tijd die de behandeling ervan vergt. Daarvoor zijn er twee oplossingen mogelijk.

- de leraar selecteert uit de opgaven en laat ze slechts voor een deel maken;
- de leerlingen kunnen beschikken over één of twee exemplaren van deze leraarhandleiding, met name (kopieën van) de bladzijden met oplossingen van alle opgaven. Zij kunnen daardoor hun eigen werk controleren.

Een combinatie van deze twee oplossingen is natuurlijk ook mogelijk.



LEERSTOF, VAARDIGHEDEN, BEGINSITUATIE

1. LEERSTOF

'Arbeid en energie' kan goed gebruikt worden om naar het VWO-programma op te leiden. De nadrukken zijn echter wel anders dan in de traditionele leerboeken: het gaat uiteindelijk om het oplossen van realistische probleemstellingen. Dat blijkt uitdagend te zijn voor de leerlingen. Maar het heeft ook tot gevolg, zowel dat de *volgorde* anders is als dat er *inhoudelijk problemen* (bijv. rond rotaties, rond het verrichten van arbeid door de wrijvingskracht, arbeid door reactiekrachten) uitgewerkt worden die traditioneel weinig aandacht krijgen.

Verder is er een poging gedaan technieken die in het (nieuwe) wiskunde-programma van de 4e of begin 5e klas behandeld worden in dit blok te gebruiken. Het risico daarvan is natuurlijk dat op sommige scholen het wiskunde- en natuurkundeprogramma niet op elkaar aansluiten omdat er een andere volgorde wordt gebruikt in de wiskundeles.

1. Orientatie

Nieuw zijn de begrippen systeem, systeemenergie en energiestromen. Er wordt gebruik gemaakt van de indeling energiebron - energiedrager (drager van systeemenergieën) en energiestroom. Deze termen worden gebruikt om aanwezige kennis over energiesoorten en omzettingen te ordenen. Arbeid wordt enerzijds gekoppeld aan uitwendige krachten op een systeem waarvan het aangrijpingspunt verplaatst wordt en anderzijds aan verandering van systeemenergieën, waarvan tenminste één mechanische energie (d.w.z. afhankelijk van plaats of verplaatsing) is. Het begrip energievergelijking (in de wet van behoud van energie in een uitgebreide vorm, eigenlijk de le hoofdwet van de warmteleer in een wat andere vorm) wordt geïntroduceerd.

2. Arbeid uitrekenen

- krachten ontbinden en krachten optellen; keuze van coördinatenstelsel;
- evenwichtvoorwaarden worden herhaald (inclusief $\sum M = 0$, dat bekend verondersteld wordt);
- normaalkracht wordt geïntroduceerd;
- $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s} = F \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$ wordt geïntroduceerd; keuze om $\Delta \vec{s}$ te ontbinden of F te ontbinden;
- arbeid door een veranderlijke kracht berekenen door hokjes te tellen onder een grafiek in een F, s -diagram;
- onderscheid tussen het gemiddelde van de kracht naar de weg en naar de tijd;
- arbeid langs een kromme weg wordt behandeld bij een van grootte en richting constante kracht (homogeen zwaartekrachtsveld) en bij een van grootte constante kracht die met de weg meedraait (wrijvingskracht).

3. Arbeid gebruiken

- energievergelijking opstellen bij een gekozen systeem;
- rekenregel van de kinetische energie (wet van arbeid en kinetische energie);
- de overeenkomst of het verschil in verplaatsing van aangrijpingspunt van een kracht en van het zwaartepunt bij starre en bij vervormbare voorwerpen; het verschil tussen de som van de arbeid door uitwendige krachten en het produkt van nettokracht en verplaatsing van het zwaartepunt;

LEERSTOF, VAARDIGHEDEN, BEGINSITUATIE

- toename van rotatie- en translatie energie, veroorzaakt door een netto kracht, danwel een netto koppel;
- schuifwrijvingskracht als zich aanpassende kracht; maximale schuifwrijvingskracht;
- onderscheid schuifwrijving, rolwrijving en luchtwrijving bij rollende voertuigen;
- potentiële energie in een krachtveld: $W_{\text{veld A} \rightarrow \text{B}} = -\Delta E_{\text{pot AB}}$; nulpuntskeuze voor de potentiële energie;
- conservatieve krachtvelden;
- veerkracht en veerenergie;
- arbeid door actie- en reactiekracht bij contactkracht en bij kracht op afstand.

2. VAARDIGHEDEN

In dit blok komen geen praktikumopdrachten voor, hoewel sommige van de in de 'problemen' geschetste situaties wel in de praktijk uitgevoerd kunnen worden en soms metingen behoeven aan het eigen lichaam (bijv. hoever je kunt inveren). Maar in het algemeen worden er *geen praktische vaardigheden* speciaal geëist of ontwikkeld.

Wel worden hoge eisen gesteld aan *wiskundige vaardigheden*, met name het manipuleren met formules, termen naar de andere kant van het = teken brengen, bepalen welk teken de termen krijgen enz. De formules waar de leerlingen mee om moeten kunnen gaan worden groter en abstracter in vergelijking tot de voorafgaande thema's/blokken. Verder moeten de leerlingen vektorrekening kennen, goniometrische functies en componenten kunnen bepalen.

Wat de natuurkundige kant van het omgaan met formules betreft, zullen de leerlingen vooral te maken krijgen met het opstellen van energievergelijkingen en het maken van keuzen van een systeem, dus van systeemenergieën en uitwendige krachten. Daarbij zullen ze in een aantal situaties moeten beslissen in hoeverre het noodzakelijk en/of verantwoord is bepaalde bijdragen (bijv. van de wrijvingskracht) te verwaarlozen. Dat betekent dat ze heel goed en op een vrij abstract niveau het gestelde probleem moeten kunnen analyseren in termen van kracht, weg, arbeid, energieveranderingen en energiebehoud.

Wat de *communicatieve* en *probleemoplossende vaardigheden* betreft wordt de lijn opgevat in het blok 'Bewegingen' voortgezet.

Er wordt veel geëist van de leerlingen op het gebied van de *communicatieve vaardigheden*. De leerlingen moeten met elkaar in groepen verwerkings- en oefenopdrachten doen. Om echter alle opdrachten af te krijgen zullen ze vaak taken moeten verdelen en elkaar op de hoogte moeten stellen van wat ze gevonden of uitgerekend hebben. Ze zullen ook dingen aan elkaar moeten uitleggen.

Bij de terugblik op de problemen moeten ze aan andere groepen rapporteren via welke weg zij tot de oplossing van een probleem zijn gekomen. Juist omdat het hier gaat om 'theoretische' of 'praat' situaties, terwijl ze meestal dit soort vaardigheden hebben ontwikkeld in praktiksituaties, zal dat een hoge eis aan de leerlingen zijn.

Probleemoplossingsvaardigheden zullen in dit blok systematisch geoefend gaan worden. Vooral belangrijk daarbij zijn:

- gegevens selekteren uit teksten, diagrammen, schema's, tekeningen of uit bekende situaties;
- bij een probleem passende formules kunnen selekteren;
- vergelijkingen opstellen;
- vereenvoudigingen kunnen maken en controleren of de vereenvoudigingen

LEERSTOF, VAARDIGHEDEN, BEGINSITUATIE

- zinnig en relevant zijn;
- de grenzen van de geldigheid van formules kennen en kunnen hanteren en de gevolgen daarvan voor de gevonden oplossing kunnen aangeven;
- orde van grootte kunnen bepalen;
- een werkplan kunnen volgen voor het oplossen van een probleem:
 - oriënteren: gegevens opschrijven, situatieschets maken, zich een situatie voorstellen, hypothese formuleren;
 - vertaling maken in fysische vorm door alle irrelevante (althans voor de natuurkundige kijk irrelevante) gegevens weglaten en de gegevens naar natuurkundige grootheden en verbanden interpreteren;
 - (standaard) problemen oplossen;
 - controlerende activiteiten uitvoeren; proberen langs een andere weg tot een oplossing te komen;
 - een waardering geven aan het resultaat door het te vergelijken met een 'te verwachten' antwoord vanuit de praktijksituatie of door consequenties van de oplossing voor de gegeven situatie aan te duiden.

3. BEGINSITUATIE

Dit blok is geschreven voor leerlingen die al een flinke kennis hebben van mechanica en kunnen omgaan met mathematische methoden in de natuurkunde. Begrippen als energie (kinetische, thermische, zwaarte-), energieomzetting, arbeid, rendement, worden bekend verondersteld, terwijl leerlingen een flinke vaardigheid moeten bezitten om met energieveranderingen te rekenen. In het algemeen zullen leerlingen aan het eind van de 4e klas of in het begin van de 5e klas atheneum deze kennis en vaardigheden hebben.

Er zijn enkele begrippen uit thema's (met name 'Verkeer' en 'Energie') die in dit blok bekend verondersteld worden, maar die in de gebruikelijke leerboeken niet voorkomen zoals de term nettokracht voor de som van de krachten, het onderscheid energiedrager, energiebron en energiestroom, het begrip rolwrijving (of rolweerstand) en luchtwrijving, het omgaan met de formule voor luchtwrijving, hellingspercentage. Er wordt ook aangenomen dat de leerlingen al kunnen rekenen met $F \cdot \Delta s$ en het teken ervoor kunnen bepalen. Verder dat ze daarmee om kunnen gaan bij verplaatsingen in het zwaartekrachtsveld die niet gelijk gericht zijn met de zwaartekracht (bijv. fietsen op een helling).

In dit blok worden ook stukjes statica bekend verondersteld: moment van een kracht; zwaartepunt; verplaatsing van het lichaamszwaartepunt bij het bewegen van armen en benen, krachten verplaatsen lang hun werklijn, koppel.

Bijzondere wiskundige kennis over inproduct en integreren is niet vereist. De paragrafen die deze kennis bekend veronderstellen kunnen zonder bezwaar weggelaten worden, maar zullen bij behandeling als voorschot op de behandeling in de wiskundeles ook niet zoveel problemen geven. Het bepalen van het oppervlak onder een grafiek door 'hokjes tellen' wordt wel bekend verondersteld.

Verondersteld is dat leerlingen al eerder aan 'problemen' (uit Bewegingen') hebben gewerkt. Leerlingen die nog niet eerder dit soort problemen opgelost hebben zijn wellicht niet gewend om zelf keuzen te maken uit alternatieve manieren om een probleem op te lossen en vooral gewend zijn aan standaardprobleemstellingen. Na een daarop gericht oriëntering door de leraar hoeft dat echter geen al te grote problemen opleveren en kan juist een uitdaging voor de leerlingen zijn.

LESSENPLAN

Bij evaluatie van de ervaringen met de eerste versie van dit blok in de klas bleek dat de omvang van het blok en vooral de diepgang en het abstractieniveau veroorzaakten dat er een flinke tijd voor dit blok gereserveerd werd, meer dan de toen voorgestelde 10 lessen. Mede gezien de uitbreiding van de leerstof op een aantal punten stellen we een lessenplan van 16 lessen voor.

onderdeel	geschatte lestijd	variatie
1. Oriëntatie	2 lessen	+ 1
2. Arbeid uitrekenen	4 lessen	+ 1
problemen	1½ les	+ ½
terugblik op problemen	½ les	+ ½
3. Arbeid gebruiken	5 lessen	+ 1/- 2
problemen	1½ les	+ ½
terugblik op problemen	½ les	+ ½
4. Proefwerk	1 les	+ ½
totaal	16	+ 4

Bij het opstellen van dit lessenplan zijn we er van uitgegaan dat de leerlingen de opgaven zelfstandig maken (ze kunnen de uitkomsten eventueel controleren door in deze lerarenhandleiding te kijken) en dat alleen de opgaven die grote problemen blijken te geven in de klas op het bord gemaakt worden.

Bovendien zijn we ervan uitgegaan dat niet alle leerlingen (groepen) alle problemen maken, maar slechts 2 à 3, die ze ook in deze lerarenhandleiding kunnen controleren (bijlage D2).

In de terugblik kan het 'oplosschema' van alle problemen op het bord komen zodat ze daarmee in principe de andere problemen ook kunnen oplossen.

beperking van het aantal lessen

Het aantal lessen kan beperkt worden door de volgende maatregelen:

- niet alle opgaven laten maken. Bijvoorbeeld weglaten de opgaven 1, 2, 7, 8, 11 en 12 van hoofdstuk 1; opgaven 2, 3, 4, 7, 9, 11, 15, 16 van hoofdstuk 2; opgaven 3, 4, 6, 13, 14, 20, 23, 25, 26, 27.
- niet alle paragrafen doen. De paragrafen die het verst van de traditionele leerstof afstaan kunnen daarvoor in aanmerking komen: bijv. par. 3.3. Let dan op: de problemen 3.5, 3.6 en 3.7 worden dan veel moeilijker om te maken.
- paragrafen weglaten omdat ze al behandeld zijn (bijv. par. 2.2 of omdat ze verderop in de cursus beter passen (o.a. door de complexiteit van de wiskunde zoals par. 3.8).

HOOFDSTUK 1: ORIENTATIE

Bedoeling

- Het introduceren van een systematische wijze van kijken naar een 'systeem' waarvan de systeemenergieën kunnen veranderen via energiestromen (warmte, straling, golving, elektrische stromen) en via arbeid door uitwendige krachten.
- Onderscheid maken tussen het intuïtieve gebruik van het begrip arbeid ("ik verricht arbeid") en de natuurkundige manier van gebruiken.
- Opfrissen van enkele begrippen: arbeid, teken van arbeid, energiesoorten.

Lessenplan

<i>lesnr.</i>	<i>onderzoek</i>	<i>aktiviteit</i>
1	vooruitblik blz. 3 en 5 par. 1.1 - 1.3	• klassikale oriëntatie op de opzet van het blok; doorbladeren • inleiding van de leraar op de kernbegrippen systeem, systeem energie, energiestroom, arbeid
2	par. 1.4 - 1.6	• zelfstandig maken van opgaven 1, (2), 3, 4, 5, 6 • introductie door de leraar van de energie-vergelijking • herhaling van $W = F \cdot \Delta s$ • zelfstandig werken aan opgaven (7), (8), 9, 10, (11), (12).

didactische aanwijzingen

Let op de volgende begrippen die wat anders gebruikt zijn dan in hun traditionele betekenis.

- *energiebron en energiedrager*: benzine is geen energiebron, maar een energiedrager. De bron is de plaats waar de olie wordt opgepompt.
- *arbeid*: er wordt geen onderscheid in inwendige en uitwendige arbeid gemaakt. Arbeid wordt alleen door uitwendige krachten verricht. Als inwendige energieomzettingen (veranderingen van de ene systeemenergie in de andere) in termen van arbeid geschreven moeten worden moet er een nieuw (sub-) systeem gekozen worden waarin de betreffende kracht een uitwendige kracht is. De formulering bij het werpen van een bal 'verricht ik arbeid' wordt in dit blok: in mij wordt chemische energie omgezet en de kracht van de bal op mijn hand verricht (negatieve) arbeid.
- *thermische energie*: de term inwendige energie is dubbelzinnig omdat alle systeemenergie een 'inwendige' energie is.
- *straling, stroming en geleiding* worden traditioneel altijd in één adem genoemd. Door de opvatting dat warmte een energiestroom is van thermische energie moet straling onderscheiden worden van stroming en geleiding: dat is energietransport door elektromagnetische straling, oftewel fotonen, niet van kinetische of potentiële energie van molekulen. Bovendien straalt een koud lichaam ook energie naar een warmer lichaam en hun straling vindt plaats door vacuum heen.
- *de energievergelijking* is een algemene formulering van de wet van behoud van energie en van de 1e hoofdwet van de thermodynamica. Let op dat in

de thermodynamica de arbeid *door* een gas positief genomen wordt en dat daarom de arbeidsterm aan de andere kant van het gelijktteken staat. In de mechanica is het echter de gewoonte de arbeid *op* een systeem (F en Δs gelijk gericht, dus de energie van het systeem neemt toe) positief te nemen.

NB: met de 'interne energieën' waarvan op blz. 13 sprake is worden de systeemenergieën bedoeld.

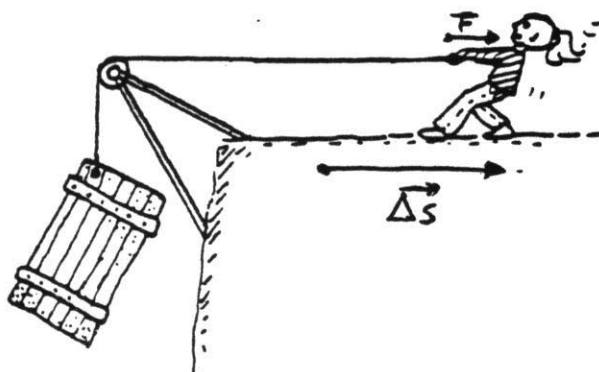
Uitkomsten

1. a. systeem auto. Kinetische energie wordt omgezet in thermische energie in de remmen.
b. wielrenner (evt. + fiets): luchtwrijving als uitwendige kracht die negatieve arbeid verricht.
c. hijskraan (zonder last) met een energiestroom naar binnen (bijv. in de vorm van elektrische stromen, warmte uit verbranding van benzine dat niet tot het systeem hoort (en naar buiten (afvalwarmte) en nuttige arbeid door de kracht van de last op de hijskraan.
2. a. kinetische energie, zwaarte energie, chemische energie, thermische energie.
b. kernenergie, thermische energie.
c. kinetische energie van de elektronen, elektrostatistische energie.
d. veerenergie, thermische energie.
e. thermische energie
3. a. chemische energie in de batterij en thermische energie; warmte en geluidsgolven.
b. kernenergie en thermische energie; straling.
c. thermische energie; energie opgevangen via straling; energie afgestaan via stroming (van het water: nuttig) en straling en geleiding en stroming van de lucht (verliezen).
4. a. kinetische energie; arbeid door de botskrachten.
b. kinetische energie, chemische energie en thermische energie; arbeid door de rol- en luchtwrijving; warmteafgifte via stroming en geleiding; opvangen (zon!) en afgifte van energie via straling.
c. kinetische energie, zwaarte energie; arbeid door de trekkracht. (of: kinetische energie, arbeid door de trekkracht en door de zwaartekracht).
5. a. alle drie situaties zijn statisch: er zijn geen verplaatsingen.
b. bij het denken en tillen
c. "denken en iets optillen kost arbeid" d.w.z. daarvoor is chemische energie nodig.

ORIENTATIE

OPMERKINGEN PER HOOFDSTUK

6. a.



systeem: meisje: afname
chemische energie. Arbeid
door de trekkracht en
warmte als energiestroom
 $Q: W + Q = \Delta E_{\text{chem}}$
 $< 0 \quad < 0 \quad < 0$

(Ook andere systeemkeuzen
zijn mogelijk, bijv. systeem
kist; systeem kist + zwaarte-
krachtveld of andere combina-
ties).

- b. systeem: jojo + zwaartekrachtveld. Bij naar beneden rollen: afname van zwaarte energie, toename van rotatie energie en van kinetische energie; deel van de zwaarte energie wordt afgevoerd door arbeid door de (lucht-)wrijvingskracht.
- c. systeem: klok. Externe krachten die arbeid verrichten: het krachtenkoppel. Toename veerenergie.
- d. systeem rolschaatser. Chemische energie van het systeem wordt omgezet in kinetische energie. Als de wrijvingskrachten te verwaarlozen zijn, zijn er geen krachten die arbeid verrichten. De afzetkracht tegen de muur blijft immers op zijn plaats.

7. Als de kracht en de weg gelijk gericht zijn (positieve arbeid) nemen de systeem energieën toe.

8. a. $W_z = \Delta E_k + \Delta E_{\text{therm}}$ of: $\Delta E_k + \Delta E_{\text{therm}} + \Delta E_z = 0$

- b. W_z positief (kracht en weg gelijk gericht) dus $\Delta E_k + \Delta E_{\text{therm}}$ neemt toe.

9. $P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$

10. a. $W_z = -F_z \cdot h = -85 \cdot 9.8 \cdot 150 = -1.2 \cdot 10^5 \text{ J}$

- b. over 12 km is de arbeid door de wrijvingskracht:

$$W_w = -4000 \cdot 12 = -4.8 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Omdat $\Delta E_k = 0$ moet gelden:

$$W_z + W_w + W_{\text{trap}} = 0$$

$$W_{\text{trap}} = 12 \cdot 10^4 + 4.8 \cdot 10^4 = 17 \cdot 10^4 \text{ J}$$

De tijd is 1000 s, dus $P = \frac{17 \cdot 10^4}{1000} = 170 \text{ W}$ (veel!)

11. a. 1 miljoen m^3 water $\rightarrow 10^9 \text{ kg}$ water

$$W_z = +10^9 \cdot 9.8 \cdot 7.5 = 7.4 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

b. $P = 0.95 \frac{7.4 \cdot 10^{11}}{24 \cdot 3600} = 8.1 \cdot 10^6 \text{ W}$

12. a. $F_{\text{slip}} = 64 - 19 = 43 \text{ N}$ omtrek wiel $= 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 0.35 = 2.2 \text{ m}$

$$W = -43 \cdot 2.2 \cdot 4 = 227 \text{ J}$$

b. $P = 0.98 \frac{227.57}{60} = 212 \text{ W}$

HOOFDSTUK 2: ARBEID UITREKENEN

bedoeling

- Optellen en ontbinden van krachten in een assenstelsel.
- kracht verplaatsen langs zijn werklijn.
- arbeid uitrekenen in ingewikkelde situaties zoals in situaties met een kracht die een hoek maakt met de weg, met een niet constante kracht (van grootte, van richting), met een kromme weg.

lessenplan

lesnr.	onderdeel	aktiviteit
3	2.1, 2.2	• inleiding op probleemstelling: hoek tussen kracht en weg; veranderlijke kracht; kromme weg. • aansluiten bij vektorrekening in de wiskunde • introductie <u>normaalkracht</u> • introductie $F = m \cdot a$. (zie de NB bij de didaktische aanwijzingen) • zelfstandig leertekst bestuderen en opgaven 1, (2), (3), 4, 5, 6, (7), 8 maken.
4.	2.3	• behandeling van evt. moeilijkheden uit 2.2 voor bord • uitleg ontbinden kracht en weg • aansluiten bij inwendig produkt (wiskunde) • zelfstandig leertekst bestuderen en opgaven (9), 10, (11), 12 maken.
5	2.4	• klassikale behandeling van evt. moeilijkheden bij de opgaven van 2.3 • uitleg gemiddelde kracht en oppervlak onder F, t- en F, s-grafiek • zelfstandig leertekst bestuderen en opgaven 13, 14, (15), (16), 17 maken
6	2.5	• introductie van het beschrijven van een baan met de plaatsvektor r • uitleg van de bijzondere gevallen: wrijvingskracht en zwaartekracht. • klassikale behandeling van de evt. moeilijkheden bij de opgaven van 2.4 en 2.5
7-8	problemen	• introductie op probleemoplossen • verdelen van problemen over de groepen • in groepen problemen oplossen
8	terugblik	• napraten over het oplossen van de problemen • op het bord zetten van de oplosstructuur

didaktische aanwijzingen

- Duid alleen de grote lijnen van de leerstof aan gedurende ca. 10 min. per les. Besteed de rust van de tijd aan het begeleiden van de leerlingen tijdens het zelfstandig werken.
- Laat de leerlingen zoveel mogelijk de opgaven zelfstandig doorwerken. Leg één lerarenhandleiding (of kopieën van de uitkomsten daaruit) in de klas waarin de leerlingen de uitkomsten kunnen controleren. Meer exemplaren

kan ook, maar met het gevaar dat er veel overgeschreven wordt.

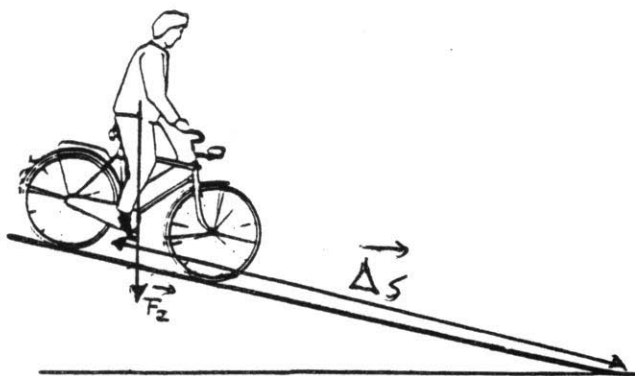
- Opgave 1 kan als proef buiten gedaan worden (zie ook het havo/vwo-thema 'Verkeer').

t.a.v. problemen

- Los eerst de problemen zelf op om te kijken waar de leerlingen eventueel moeite mee krijgen. Je kunt de leerlingen veel sneller helpen als ze vast komen te zitten. Bovendien kun je bij de uitleg van de voorafgaande paragrafen bepaalde kwesties die in de problemen voorkomen benadrukken.
- Leg kopieën van de tussenvragen (bijlage D1) in de klas zodat de leerlingen die als hulp kunnen gebruiken.
- Houd de uitkomsten van de problemen (bijlage D2) beschikbaar zodat de leerlingen hun uitkomsten kunnen controleren. De uitkomsten in bijlage D2 zijn gestructureerd via de tussenvragen van bijlage D1.
- Bedenk van te voren wat je op het bord wilt krijgen bij de nabespreking van de problemen. Hieronder worden daarvoor suggesties gegeven.

NB: Het blijkt erg moeilijk te zijn om in complexe situaties met $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ te werken. Opgave 6 kan dan ook veel problemen opleveren als een dergelijke situatie nog niet eerder behandeld is. Daar kan het nodig zijn enkele extra vraagstukken over dit probleem te laten maken en moet er zeker een les voor uitgetrokken worden.

1. a.



b. $W = + 80 \cdot 9,8 \cdot 0,10 = 78 \text{ J}$

c. $W^z = -78 \text{ J}$

$W_{\text{rol}} = -F_{\text{rol}} \cdot 10 \Rightarrow F_{\text{rol}} = 7,8 \text{ N}$

2. Nee arbeid heeft zelf geen richting.

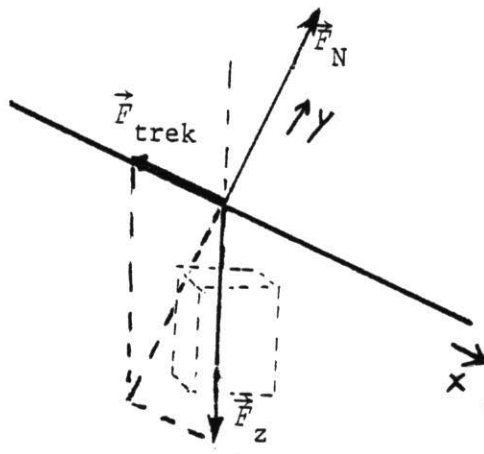
3. -

- 4.
- x -richting in de richting van de snelheid, y -richting vertikaal
 - x - langs de helling naar beneden, y -richting loodrecht op de helling
 - x -richting horizontaal, y -richting vertikaal
- NB: andere keuzen mogen ook!

ARBEID UITREKENEN

OPMERKINGEN PER HOOFDSTUK

5. a.



b. $3 \text{ cm} \equiv 6000 \text{ N}$

$F_N: 2,8 \equiv 5,6 \cdot 10^3 \text{ N}$

$F_{\text{trek}}: 1,2 \text{ cm} \equiv 2,4 \cdot 10^3 \text{ N}$

c.

$$F_{zx} = F_z \cdot \sin \alpha$$

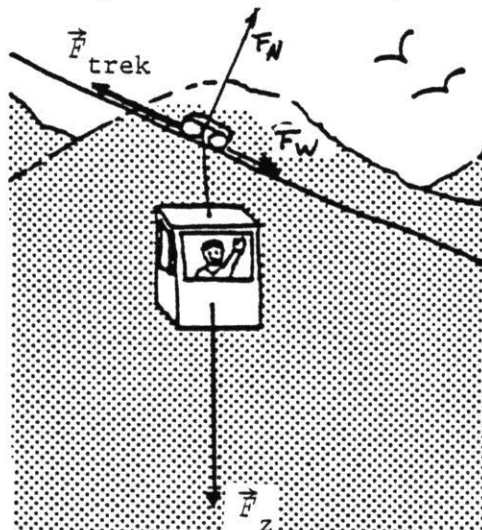
$$= 6000 \cdot \frac{1}{2} = 3000 \text{ N}$$

$$F_{zy} = F_z \cdot \cos \alpha = 6000 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$= 6000 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 5200 \text{ N}$$

conclusie: in de tekening is de hoek niet 30° genomen (bij nameting blijkt deze 23° te zijn).

6. a.



$F = 6000 \text{ N}$

$F^z = 500 \text{ N}$

$F^w = 3500 \text{ N}$

$F_w = 5200 \text{ N}$

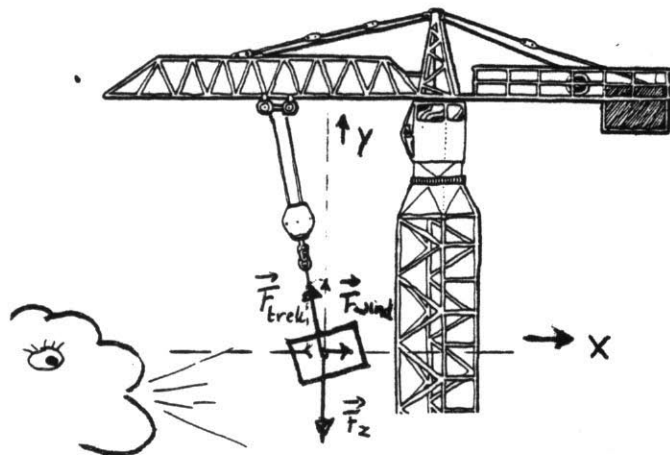
b. Nu staat F_w langs de kabel omhoog!

$F_z = 6000 \text{ N}; F_w = 500 \text{ N}; F_{\text{trek}} = 2500 \text{ N}; F_w = 5200 \text{ N}$

c. F_{trek} neemt nu toe met $600 \cdot 1 = 600 \text{ N}$, maar boven tot 4100 N .

De rest blijft als in a.

7.



a. $\sum \vec{F} = 0$

$\sum \vec{M} = 0$

c. $F_z = 400 \text{ N}$

$F_{trekx} = 400 \text{ N}$

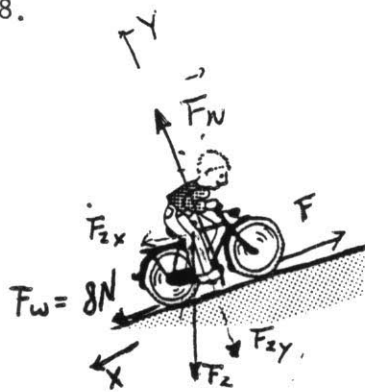
$\tan 20^\circ = \frac{F_{trekx}}{F_{treky}}$

$F_{trekx} = 400 \cdot 0,36$

$= 146 \text{ N}$

$F_{wind} = 146 \text{ N}$

8.



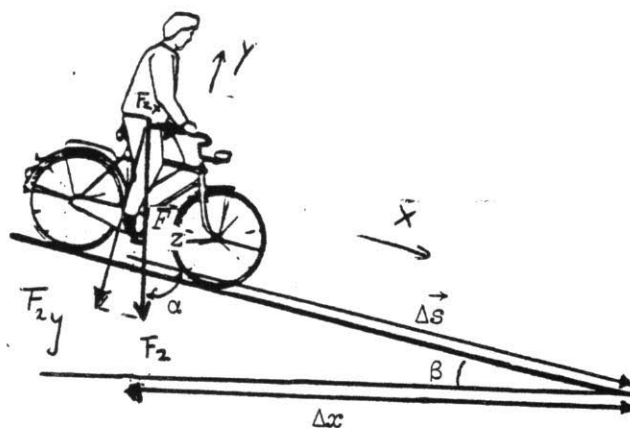
a. $F_{zx} = 78 \text{ N}$ ($\sin \alpha = 0,10, \cos \alpha = 0,99$)

$F_{zy} = F_N = 7,8 \cdot 10^2 \text{ N}$

$F = 78 + 8 = 86 \text{ N}$

b. $P = F \cdot v$
 $= 86 \cdot 3 = 2,6 \cdot 10^2 \text{ W}$

9.



a. $F_{zx} = F_z \sin \beta = F_z \cos \alpha$

$F_{zy} = F_z \cos \alpha = F_z \sin \beta$

b. $W = F_z \cdot \cos \alpha \cdot \Delta s$

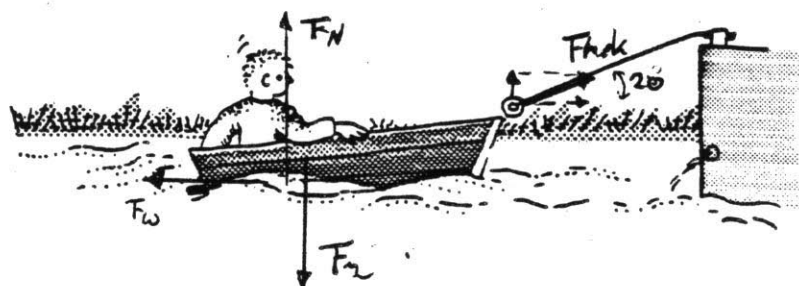
Die is hetzelfde als $F_z \cdot \Delta s \cdot \cos \alpha$

10. a. $F_z = 200 \cdot 9,8 = 1,96 \cdot 10^3 \text{ N}$

$F_{trek} = 250 \text{ N}$

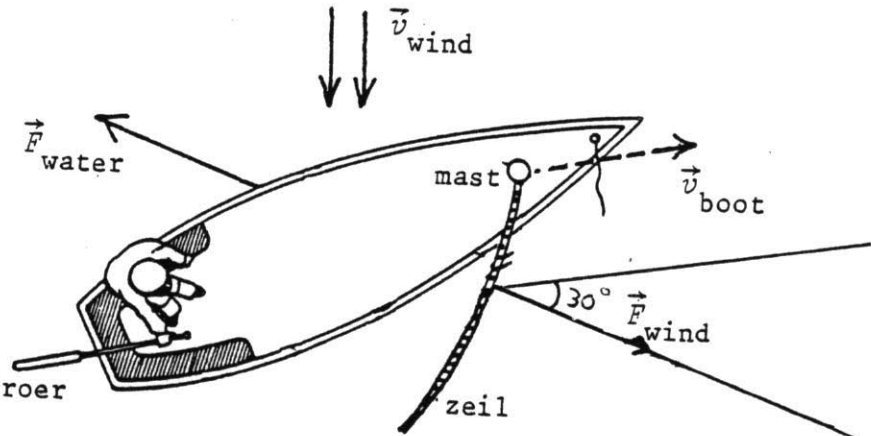
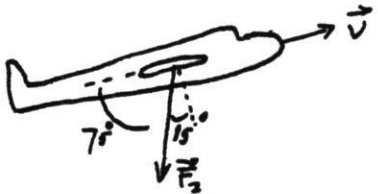
$F_{trekx} = 235 \text{ N}$

$F_{treky} = 86 \text{ N}$



ARBEID UITREKENEN

OPMERKINGEN PER HOOFDSTUK

- $F_N = 1,96 \cdot 10^3 - 86 \text{ N} = 1,87 \cdot 10^3 \text{ N}$
- b. • Valentijn zit achterin
• de punt van het bootje wordt omhoog getrokken
- c. $P = F_{\text{trek}} \cdot v = 86 \cdot 2 = 1,7 \cdot 10^2 \text{ W}$
11. a. $F_{\text{wind}} = 3600 \text{ N}$
 $P = F_{\text{wind}} \cdot \cos 30^\circ$
 $= 3600 \cdot 2,6 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 8,1 \cdot 10^3 \text{ W}$
- b. Daardoor wordt de wrijvingskracht tegen de richting van de bootas in kleiner
- 
12. $F_z = 20 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 2,10^5 \text{ N}$
 $F_z^z \cdot v \cdot \cos 75^\circ = 2,0 \cdot 10^5 \cdot 100 \cdot 0,26 = 5,2 \cdot 10^6 \text{ J} (= 86 \%)$
- 
13. a. 1. $W = 50 \cdot 25 + 10 \cdot 50 = 1750 \text{ J}$
2. $F_{\text{gemiddeld}} = \frac{1}{2} (50+10) = 30 \text{ N}; \Delta s = 75 \text{ m}$
 $W = 2250 \text{ J}$
- b. de eerste methode is zeker goed, want je hebt de juist F maal de juiste Δs genomen. De tweede moet dus fout zijn.
14. zie 13a.1. of via $F_{\text{gemiddeld}} = 24 \text{ N}$
 $W = F_{\text{gem}} \cdot \Delta s = 23 \cdot 75 = 1725 \text{ J}$
15. a. $50 \times 25 + 10 \times 50 = 1750 \text{ J}$
b. hokjes tellen: 1 hokje = $20 \times 10 = 200 \text{ J}$
c. ca. 8,7 hokje, dus $8,7 \times 200 = 1,7 \cdot 10^3 \text{ J}$
16. a. Het is een F, t -grafiek: het geeft de impuls (stoot)
b. Eerst de afgelegde weg uitrekenen, maar dat is moeilijk!
Je kunt er een slag naar slaan door de gemiddelde kracht (naar de tijd!) te nemen (ca. 120 kN), daaruit de versnelling (ca. 140 m/s^2).
In 0,15 geeft dat een afstand van ca. 70 cm.
Dus $W = 1,2 \cdot 10^5 \cdot 0,70 = 0,84 \cdot 10^5 \text{ J}$ (negatief: afremmend)
Maar $F \cdot \Delta s = \Delta E_k$
 $\Delta E_k = -\frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 13,8^2 = 8,6 \cdot 10^4 \text{ J}$. Dus dat klopt ongeveer.
17. a. 1 hokje is $6 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 30 \text{ J}$
Bij uitrekken ongeveer 4,2 hokje: $1,3 \cdot 10^2 \text{ N}$
b. Bij het ontspannen ca. 3,1 hokje: 93 N
18. afstand ca. 15 cm, dus 150 m
 $W = 12 \cdot 150 = 1,8 \text{ kJ}$

problemen

Voor de uitgewerkte oplossingen: zie bijlage D2.

Hieronder staan de globale *oplossingsstructuren* gesuggereerd. Deze zouden op het bord kunnen verschijnen bij het napraten over het probleemoplossen. Voor de vraag: wat doe je bij het probleem x precies in de oriëntatiefase, vertaalfase etc. kunnen de tussenvragen (zie bijlage D1) als antwoorden opgevat worden.

2.1 vermogen: $P = F_{\text{voort}} \cdot v$

constante snelheid: $\Sigma F = 0$

$$F_{\text{voort}} = F_{\text{drag}} + F_z \sin \alpha \rightarrow F_{\text{voort}} = \dots$$

$$P = F_{\text{voort}} \cdot v \Rightarrow P = \dots$$

2.2 Welke hoogte kan hij maximaal in één seconde omhoog stijgen?

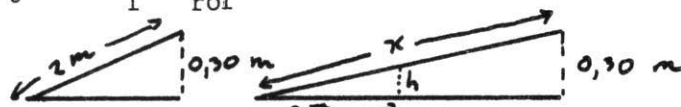
Stel deze h

in 1 seconde: 2 m vooruit, 140 J energie geleverd.

Energievergelijking fietser + fiets

$$W_z + W_w = \Delta E_{\text{chem}} + \Delta E_k$$

$$- mgh - (F_1 + F_{\text{rol}}) \cdot v \cdot t = P \cdot t \Rightarrow h = \dots$$



$$\text{dus } \frac{2}{h} = \frac{x}{0,30} \Rightarrow x = \dots$$

NB: De eerste stap is de moeilijkste!

2.3 Energievergelijking van de kogel:

$$W_{\text{stoot}} + W_z = \Delta E_k$$

$$W_{\text{stoot}} - mgh = \frac{1}{2} m \cdot (v_e^2 - v_b^2)$$

$$h_{\text{opmeten}} \text{ uit de tekening} \Rightarrow W_{\text{stoot}} = \dots$$

2.4 $\phi \cdot N \cdot \Delta s$: van -90° tot 90° is $\frac{1}{2}$ omwenteling: $\Delta s = \pi r$

$$\text{één cm op de } \phi\text{-as staat voor } \frac{\pi}{6} r = \frac{\pi}{6} \cdot 0,17 = 0,09 \text{ m}$$

$$\text{één hokje staat voor } 0,089.50 = 4,45 \text{ J}$$

Er zijn 9 hokjes, dus 40 J

Enkele omwenteling 80 J

$$W = (F_w + F_l) \cdot \Delta s$$

$$= (4,8 + 10,2) \cdot 5,1 = \dots \text{ dus } \eta = \dots$$

NB: vaak wordt vergeten dat je twee maal het oppervlak moet nemen voor één keer rondgaan.

2.5 Neem de 'zwakste' motor.

Energievergelijking op de helling ($\Delta E_k = 0$: constant rijden)

(neem $t = 1$ s)

$$W_z + W_w = \Delta E_{\text{chem}}$$

ARBEID UITREKENEN

OPMERKINGEN PER HOOFDSTUK

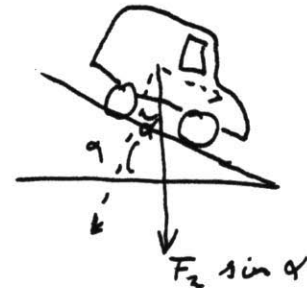
$$W_z = -F_z \cdot \sin \alpha \cdot 30$$

$$W_w = - (F_1 + F_{\text{rol}}) \cdot 30$$

$$F_1 = 0,33 \cdot 2,0 \cdot \frac{1,3}{2} \cdot 30^2 = \dots$$

$$\Delta E_{\text{chem}} = 44,6 \text{ J (in 11)}$$

⇒ te berekenen



- 2.6 Neem als systeem: Elok 1600

energievergelijking:

$$W_w + W_{\text{trek}} = \eta \cdot \Delta E_{\text{el}}$$

$$\text{neem } t = 1 \text{ s : } \Delta s = 30 \text{ m/s}$$

$$W_w = -5,0 \cdot 10^3 \cdot 30$$

$$W_{\text{trek}} = -110 \cdot 10^3 \cdot 30 \quad \Rightarrow \quad \eta = \dots$$

$$\Delta E_{\text{el}} = -4,0 \cdot 10^6$$

- 2.7 Neem als systeem: het gas

Bereken uit de grafiek ($F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s$; $A = 1 \text{ m}^2$ de arbeid tijdens samenpersen, uitdrijven en inzuigen. Dan is de energie voor 1 m^3 gas van 43 bar bekend; vermogen is bekend dus aantal m^3 per seconde is bekend.

HOOFDSTUK 3: ARBEID GEBRUIKEN

bedoeling

- Energievergelijking opschrijven.
- Rekenregel voor de kinetische energie opschrijven.
- Verschil leren tussen verplaatsing van het zwaartepunt en verplaatsing van het aangrijpingspunt bij vervormbare lichamen en rollende voorwerpen.
- Onderscheid translatie- en rotatie energie.
- Schuifwrijving als een zich aanpassende kracht; maximale wrijvingskracht.
- Onderscheid rolwrijving, luchtwrijving, schuifwrijving.
- Systeem kiezen met zwaarte energie: voorwerp + zwaartekrachtveld.
- Potentiële energie en conservatief krachtveld leren.
- veerkracht en veerenergie uitrekenen.
- arbeid door actie en reactiekrachten: wanneer zijn ze gelijk en wanneer niet?

lessenplan

<i>lesnr</i>	<i>onderdeel</i>	<i>aktiviteit</i>
9	vooruitblik blz. 41 par. 3.1, 3.2	• bestuderen vooruitblik en par. 3.1 + opgaven 1, 2, (3) maken • introductie rekenregel voor de kinetische energie van het zwaartepunt • opgave (4), 5 maken
10	par. 3.3	• moeilijkheden over opgaven 1 t/m 5 bespreken • introductie van de drie voorbeelden • zelfstandig opgaven 8, 9, 10, 12, (13) maken
11	par. 3.4	• moeilijkheden over opgave 8 t/m 13 bespreken • introductie wrijvingskrachten • zelfstandig opgaven (14), 15 t/m 19 maken
12	3.4 - 3.7	• moeilijkheden opgaven 14 t/m 19 bespreken • introductie zwaarte-energie, conservatief krachtveld en potentiële energie • zelfstandig opgaven (20), 21, 22, (23) maken
13	3.8 - 3.9	• moeilijkheden opgaven 20-23 bespreken • introductie veerkracht, veerenergie, evt. demo proef veren (evt. beperken tot $E = \frac{1}{2} C \cdot u^2$) • introductie arbeid door actie- en reactiekrachten • zelfstandig opgaven 24, (25), (26), (27), 28-30.
14-15	problemen par. 3.10	• problemen kiezen • in groepen problemen oplossen
15	terugblik op problemen	• napraten over het oplossen en de oplossingsstrategie • op bord zetten van oplosstructuur

didaktische aanwijzingen

- Opgave 7 ontbreekt in het boek.
- In opgave 14 staan foute gegevens. In bijlage D6 is een goede versie opgenomen.
- De strikte scheiding tussen energievergelijking en kinetische energie-rekenregel is nodig om de arbeid en energieveranderingen in realistische

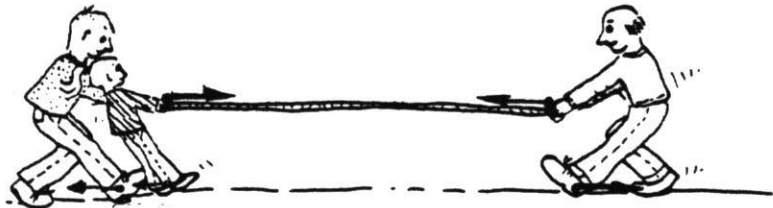
probleemstellingen te kunnen uitrekenen. Zonder deze scheiding is het onduidelijk wanneer je de 'wet van arbeid en kinetische energie' kunt toepassen en wanneer dat zinloos is.

- Je kunt van par. 3.3 het derde voorbeeld over het rollende voorwerp weglaten zonder dat daardoor problemen achterin niet opgelost kunnen worden. Wel moet dan ook een selectie uit par. 3.4 gemaakt worden.
- Par. 3.7 kan beperkt worden tot $\vec{F} = -C \cdot \vec{u}$ en $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$. De formele behandeling is niet moeilijk meer als de leerlingen integraalrekening gehad hebben en kan evt. in de 6e klas aan de orde komen.
- Par. 3.9 is vooral van belang voor problemen 3.4, 3.6 en 3.7.

uitkomsten

1. -

2. a.



alle krachten in de horizontale richting zijn aan elkaar gelijk en worden over 3 meter verplaatst, behalve die van de grond op de man (deze slipt niet over de grond!)

man:

b. en $W_{\text{touw}} + W_{\text{grond}} + Q = E_{\text{chem}}$

c. $-3 \cdot 10^2 \cdot 3 + 0 - 10^4 = E_{\text{chem}}$

$$E_{\text{chem}} = -1,1 \cdot 10^4 \text{ J.}$$

kinderen:

$$W_{\text{touw}} + W_{\text{grond}} + Q = E_{\text{chem}}$$

$$+ 3 \cdot 10^2 \cdot 3 - 3 \cdot 10^2 \cdot 3 - 10^4 = E_{\text{chem}}$$

$$E_{\text{chem}} = 10^4 \text{ J.}$$

3. a. dan is het zinvol: op het hoogste punt draait de richting van de wrijvingskracht om.

b. dan kan het in één keer: de zwaartekracht blijft gelijk gericht.

4. $F = m \cdot a \quad 2 = 0,5 \cdot a \quad a = 4 \text{ m/s}^2$
 $s(t) = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 1,70 = \frac{1}{2} \cdot 4 t^2 \quad t^2 = 0,85 \quad t = 0,92 \text{ s}$
 $v(t) = a \cdot t \Rightarrow v(t) = 4 \cdot 0,92 = 3,69 \text{ m/s}$
 $\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot (3,69)^2 = 3,4 \text{ J}$

5. $F \cdot \Delta s = \Delta E_k$
 $2 \cdot 1,70 = \Delta E_k \Rightarrow \Delta E_k = 3,4 \text{ J}$

6. -

7. ontbreekt in de leerlingentekst.

8. De bal staat op 1,80 m met $E_k = 2,4 \text{ J}$.
De bal bereikt een extra hoogte h , waar $E_k = 0$
 $W_z = \Delta E_k$
 $- 0,080 \cdot 9,8 \cdot h = 0 - 2,4$
 $h = 3,1 \text{ m}$
De totale hoogte is dus $1,80 + 3,1 = 4,9 \text{ m}$
9. Bij het loskomen is haar snelheid 4 m/s , dus $E_k = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 4^2 = 480 \text{ J}$
Haar zwaartepunt zal over een hoogte h stijgen tot het een ogenblik stilstaat in het hoogste punt.
 $W_z = \Delta E_k$
 $- 60 \cdot 9,8 \cdot h = 0 - 480$
 $h = 0,82 \text{ m}$
10. a. Alle krachten worden over dezelfde weg verplaatst: $F_{\text{netto}} \cdot \Delta s = W_{\text{netto}}$
b. De botskracht wordt niet verplaatst, het zwaartepunt wel:
 $F_{\text{netto}} \cdot \Delta s \neq W_{\text{netto}}$
c. De remkracht wordt over een andere weg verplaatst dan het zwaartepunt.
d. De trekkracht op de kabel wordt niet verplaatst: de kabel wordt vervormd.
e. Het rekbare touw wordt vervormd.
11. De holle buis is later beneden dan de massieve staaf (door verschil in massaverdeling).
12. a. $F_{\text{netto}} \cdot 0,75 = \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 2,0^2 \Rightarrow F_{\text{netto}} = 2,7 \text{ N}$
 $F_{\text{netto}} = F_{2x} - F_w$
 $2,7 = 4,0 - F_w \Rightarrow F_w = 1,3 \text{ N}$
b. $W_z = F_{zx} \cdot \Delta s = +4,0 \cdot 0,75 = 3,0 \text{ J}$
 $W_w = 0$ (geen slip)
(normaalkracht verricht ook geen arbeid)
c. $W_z + W_w = \Delta E_{\text{trans}} + \Delta E_{\text{rot}}$
 $3,0 + 0 = 2,0 + \Delta E_{\text{rot}} \Rightarrow \Delta E_{\text{rot}} = 1,0 \text{ J}$
d. De versnelling is groter, dus de staaf moet minder tegengewerkt worden.
e. Een holle cylinder heeft (relatief, d.w.z. rekening houdend met de roterende massa) meer rotatie energie dan een massieve staaf.
f. Zoveel mogelijk massa aan de buitenkant van het vliegwiel.
13. a. De roterende delen moeten ook afgeremd worden waarvoor een (extra) wrijvingskracht nodig is.
b. $E_{\text{translatie}} = \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 10^3 \cdot 20^2 = 7,0 \cdot 10^6 \text{ J}$
 $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot 10^3 \cdot 20^2 = 7,0 \cdot 10^5 \text{ J}$
c. $7,7 \cdot 10^6 \text{ J}$ als warmte of (gedeeltelijk) als elektrische energie die aan het net teruggeleverd wordt.
d. energievergelijking:
 $W_w = E_{\text{trans}} + E_{\text{rot}}$

$$-F_w \cdot 70 = -7,0 \cdot 10^6 - 7,0 \cdot 10^5$$

$$F_w = 1,1 \cdot 10^5 \text{ N}$$

14. NB: enkele gegevens zijn fout in deze opgave: 58 N i.p.v. 3,0 N; 180 N i.p.v. 5,0 N, zie ook bijlage D6

a. $F_z = 4000 \text{ N}$ $F_{zx} = 400 \sin 24^\circ = 162 \text{ N}$

$$W_{\text{trek}} + W_z + W_w = \Delta E_k$$

$$58 \cdot 2,0 + 162 \cdot 2,0 - 180 \cdot 2,0 = \Delta E_k \Rightarrow \Delta E_k = 80 \text{ J} \quad v = 2 \text{ m/s}$$

b. $W_z + W_w = \Delta E_k$

$$+162 \cdot x - 180 \cdot x = -80 \Rightarrow x = 4,4 \text{ m}$$

15. $W_{\text{rol}} + W_{\text{wrijf}} + W_{\text{lucht}} = \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$

16. a. Geen arbeid door de krachten in het remsysteem omdat ze niet verplaatst worden.

b. $W_{\text{lucht}} + W_{\text{schuif}} = \Delta E_k + \Delta E_{\text{inw}}$

17. a. energievergelijking:

$$W_{\text{rol}} + W_{\text{lucht}} = \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$$

$$-5,5 - 5 \cdot F_1 = -60$$

$$F_1 = 9 \text{ N}$$

$$\Sigma F = 0 \quad F_{\text{schuif}} = 5 + 9 = 14 \text{ N naar voren!}$$

b. $P_{\text{rol}} = -5,5 = -25 \text{ W}$

$$P_{\text{lucht}} = -5,9 = -45 \text{ W}$$

$$P_{\text{schuif}} = 0$$

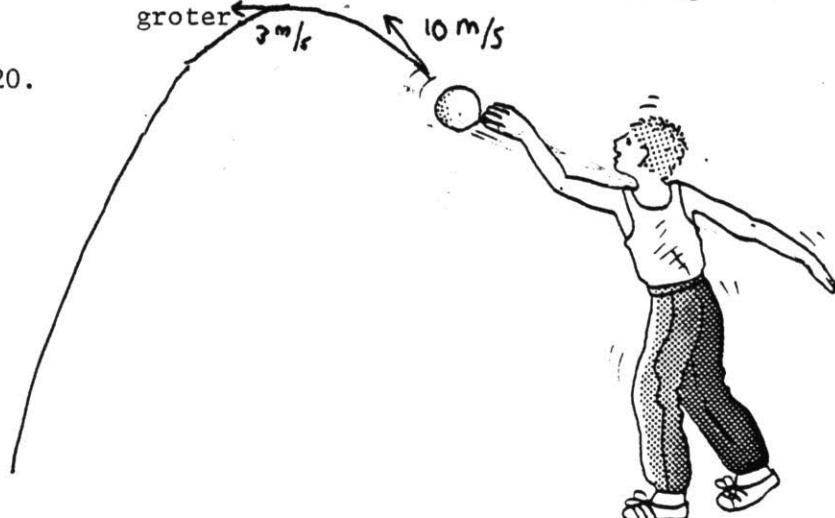
- c. zie a. (dit vraagonderdeel kan vervallen)

18. Bij met constante snelheid fietsen kan ook de schuifwrijvingskracht nul zijn.
om op gang te komen niet.

19. a. De schuif wrijvingskracht verricht in beide gevallen geen arbeid. Bij nat wegdek blijven je banden echter meer aan de weg 'plakken' waardoor de rolwrijving toeneemt.

- b. Door het ongelijke klinkerwegdek zullen de banden veel meer vormveranderingen ondervinden wat energie kost: de rolwrijving is dus groter

20.



- b. $-mgh = \Delta E_k$
 $-m \cdot 9,8 \cdot h = \frac{1}{2} m (3^2 - 10^2) \Rightarrow h = 4,6 \text{ m}$
 totale hoogte $2 + 4,6 = 6,6 \text{ m}$
- c. $mgh = \Delta E_k$
 $+m \cdot 9,8 \cdot 2 = \frac{1}{2} m (v^2 - 10^2) \quad v^2 = 139 \Rightarrow v = 13 \text{ m/s}$
- d. horizontale component: 3 m/s (als in het hoogste punt 3 m/s)
- $\cos \alpha = \frac{3}{13} = 0,24 \Rightarrow \alpha = 76^\circ$

21. a. systeem 'liftkooi + passagiers':
krachten op het systeem: trekkracht van de kabel
zwaartekracht
systeemenergieën: kinetische energie
energievergelijking:
$$W_z + W_{\text{trek}} = \Delta E_k$$
$$- 500 \cdot 9,8 \cdot 2 + F_{\text{trek}} \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 2,5^2$$
$$F_{\text{trek}} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$
- b. systeem 'liftkooi + passagiers + zwaartekrachtveld':
krachten op het systeem, trekkracht van de kabel
systeemenergieën: kinetische energie
zwaarte energie
energievergelijking
$$W_{\text{trek}} = E_k + \Delta E_z$$
$$F_{\text{trek}} \cdot 2 = + 500 \cdot 9,8 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 2,5^2$$
$$F_{\text{trek}} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ N}$$

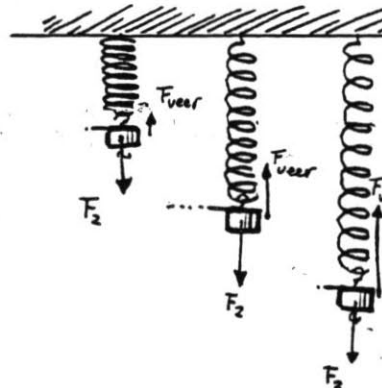
22. a. $\Delta E_z \text{ kooi} = (350 + 6.75) \cdot 9,8 \cdot 12 = 9,4 \cdot 10^4 \text{ J}$
 $\Delta E_z \text{ contra} = 500 (-12) \cdot 9,8 = -5,9 \cdot 10^4 \text{ J}$
Totaal verandert de E_z van het liftstelsel 'kooi + contragewicht' + $3,5 \cdot 10^4 \text{ J}$.
Deze energie wordt door de elektromotor die de lift omhoog hijst u uit het lichtnet opgenomen.
- b. $\Delta E_z \text{ kooi} = (350 + 3.75) \cdot 9,8 \cdot (-12) = -6,8 \cdot 10^4 \text{ J}$
 $\Delta E_z \text{ contra} = 500 \cdot 9,8 \cdot 12 = 5,9 \cdot 10^4 \text{ J}$
 $\Delta E_z \text{ totaal} = -0,9 \cdot 10^4 \text{ J}$
Deze energie moet op de een of andere manier in het ophijsmechanisme afgevoerd zijn, bijv. als warmte.
- c. Omdat hier twee tegengestelde bewegingen in het zwaartekrachtveld plaatsvinden.

23. Er zou energie verdwijnen.

24. a. • Zwaartekracht is constant
(veerkracht varieert: die is maximaal in de laagste stand en minimaal in de hoogste. De totale kracht is 0 in de evenwichtsstand en maximaal in de uiterste standen.

- kinetische energie is maximaal bij het passeren van de evenwichtsstand
- in de uiterste standen: $E_k = 0$
- In de onderste uiterste stand is de veerenergie maximaal.
(In de bovenste uiterste stand is de zwaarte energie maximaal.)

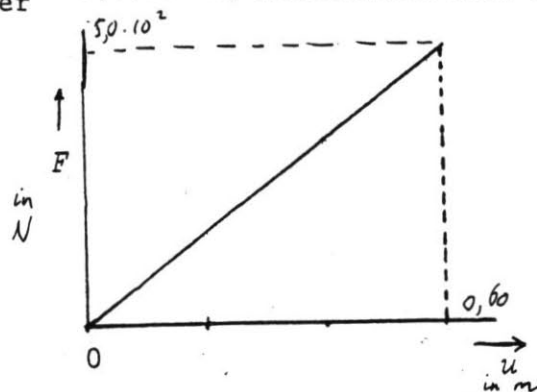
b.



25. a. $F_{\text{spier}} = F_{\text{veer}} = 8,4 \cdot 10^2 \cdot 0,60 = 5,0 \cdot 10^2 \text{ N}$, horizontaal naar buiten

b. $F_{\text{veer}} = 5,0 \cdot 10^2 \text{ N}$; horizontaal naar binnen

c.



$W_{\text{veer}} = -\frac{1}{2} \cdot 0,60 \cdot 5,0 \cdot 10^2 = 1,5 \cdot 10^2 \text{ J}$; Jacob heeft er $1,5 \cdot 10^2 \text{ J}$ ingestopt

d. $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$
 $= 8,4 \cdot 10^2 \cdot 0,60^2 = 1,5 \cdot 10^2 \text{ J}$

26. $E_{70\text{cm}} = \frac{1}{2} \cdot 8,4 \cdot 10^2 \cdot 0,70^2 = 2,1 \cdot 10^2 \text{ J}$
 $\Delta E = 0,6 \cdot 10^2 \text{ J}$

27. a. $W = F \cdot ds$
 $= \int (-15 \cdot 10^6 u^2) \cdot du$
 $= \frac{1}{3} \cdot (-15 \cdot 10^6 \cdot u^3) = -5 \cdot 10^6 \cdot u^3$

$W = \int (+720 \cdot 10^6 \cdot u^3) du = +\frac{1}{4} \cdot 720 \cdot 10^6 u^4 = +180 \cdot 10^6 \cdot u^4$

b. NB: bedoeld is opdracht 17.

$u = 2,0 \text{ cm}$

Bij uitrekken: $W = -5 \cdot 10^6 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^3 = -40 \text{ J}$

Bij ontspannen: $W = +180 \cdot 10^6 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^4 = +29 \text{ J}$

Klopt in het geheel niet.

28. a. Ja; kracht van de grond op de voet; vervorming van het lichaam (voet blijft op zijn plaats, de rest gaat naar voren).
 b. Ja; de kracht van de weg op de banden; het contactpunt tussen de weg en de band blijft op zijn plaats: rollen.
 c. Ja: de kracht van de wal op de stok; de mens vervormt (loopt bijv. over de boot).
 d. Ja; de uitlaatgassen van de raket zetten uit (op het systeem raket + uitlaatgassen werkt alleen de zwaartekracht!).
29. NB: Neem aan dat de auto's over 2 km rijden.
 a. $W_{\text{aktie}} = +1500 \cdot 2 \cdot 10^3 = 3 \cdot 10^6 \text{ J}$
 $W_{\text{reaktie}} = -3 \cdot 10^6 \text{ J}$
 b. de chemische energie van de trekkende auto neemt af; de aan de gesleepte auto toegevoerde energie wordt gebruikt door arbeid, door de rolwrijving en de luchtwrijving.
30. Beide krachten worden niet verplaatst: 0
 Chemische, kinetische energie en inwendige energie

Problemen

Voor de uitgewerkte oplossingen: zie bijlage D2.

Hieronder staan de globale *oplosstructuren* gesuggereerd. Deze zouden op het bord kunnen verschijnen bij het napraten over het probleem oplossen.

Voor de vraag: wat doe je bij het probleem x precies in de oriëntatiefase, vertaalfase etc. kunnen de tussenvragen (zie bijlage D1) als mogelijke antwoorden opgevat worden.

Probleem 3.1

- Systeem: springer + zwaartekrachtsveld $\rightarrow E_k$ en E_z ; verwaarloos massa van de stok.
- Alleen kracht van de stok op de springer verricht arbeid.
- Systeemvergelijking: $W = \Delta E_z + \Delta E_k$ begin: loslaten van de grond; eind: als de stok maximaal gebogen is.
- Schat het zwaartepunt en meet de hoogtetoeename (schaal!)
- Bepaal de doorbuiging van de stok (de weg waarover F_{stok} is verplaatst $\rightarrow$ uit $W = F_{\text{stok}} \cdot \Delta s$ is F_{stok} te bepalen: $-F_{\text{stok}} \cdot \Delta s = \Delta E_k + m \cdot g \cdot h$.

Probleem 3.2

- Systeem: springer + stok in zwaartekrachtsveld $\rightarrow E_k, E_z, E_{\text{chem}}, E_{\text{veer}}$
- Geen arbeid op dit systeem (de normaalkracht op de stok wordt niet verplaatst), de kracht van de springer op de stok is een interne kracht: omzetting van chemische energie).
- $0 = \Delta E_k + \Delta E_{\text{veer}} + \Delta E_z + \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$
 gevraagd is $\eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$
- Bepaal het zwaartepunt bij het 1e en het laatste figuurtje en bepaal daarmee het hoogteverschil, dus $\Delta E_z = m \cdot g \cdot h$.
- Op het hoogste punt is $E_k = 0$; aan het begin $0,20 \cdot (\frac{1}{2} m v_0^2)$

Probleem 3.3

- Keuze systeem: bovenste magneet $\Rightarrow$ alleen kinetische energie.
- Krachten: omhoog magnetische kracht en evt. wrijvingskracht; omlaag zwaartekracht.
- Stel $F_w = 0$: dan energievergelijking $W_z + W_{\text{magn}} = \Delta E_k$
- Twee onbekenden in deze vergelijking: afstand tussen de magneten en E_k
- Herformulering van het probleem: komt E_k op 0 of negatief uit als afstand 6 cm (magneten tegen elkaar) ingevuld wordt?
- Dan vergelijking met één onbekende: oplosbaar.

Probleem 3.4

- Kies systeem: bal $\Rightarrow$ alleen E_k
- Krachten op de bal: zwaartekracht; kracht van de hand. Vektoroptelling: samen leveren ze $m \cdot \vec{a}$ gericht langs de weg.
- Energievergelijking: $W_z + W_{\text{hand}} = \Delta E_k$
- ΔE_k is te berekenen uit het oppervlak onder de a, s -grafiek.
- De arbeid van de kracht van de hand op de bal is gelijk aan (-) de arbeid door de reactiekracht (contactkracht), dus aan $\eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$
- $\eta = \frac{W_{\text{hand}}}{\Delta E_{\text{chem}}}$

Probleem 3.5

NB: toevoegen: De massa van de loper is 80 kg, zijn paslengte (2 stappen) is 3,2 m.

- Systeem: loper: $\Delta E_k = 0$; chemische energie.
- Krachten die arbeid verrichten: luchtwrijving; loopweerstand.
- $W_{\text{loop}} = W_{\text{zwaarte}} + W_{\text{schoen}}$
- Energievergelijking: $W_{\text{loop}} + W_{\text{lucht}} = \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$

Probleem 3.6

- Neem kinetische energie-regel: daarin staat F_{grond} : die verricht geen arbeid! en komt dus niet in de energievergelijking voor.
- vrije val: $m \cdot g \cdot h = \Delta E_{k1}$
neerkomen: $(m \cdot g - F_{\text{grond}}) \cdot \Delta s = \Delta E_{k2}$
- $\Delta E_{k1} = -\Delta E_{k2}$
- Schat F_{grond} ; massa, Δs (door veerafstand). h is gevraagd.
- $m \cdot g \cdot h = (m \cdot g - F_{\text{grond}}) \cdot \Delta s$

Probleem 3.7

NB: dit is een moeilijk probleem:

- door het optreden van relatieve verplaatsingen;
- door het verschil in verplaatsing van het zwaartepunt en de verplaatsing van de kracht.

Het is dus aan te raden het probleem uitvoerig te behandelen indien daarvoor gekozen wordt. Daarom is er hier geen oplosstructuur gegeven.

Het verrassende resultaat dat de kracht op de auto's in de gevallen 1 en 2 gelijk zijn, terwijl de auto's over verschillende afstanden ingedeukt worden,

zit in het verschil tussen kracht, aangrijpend op het zwaartepunt (auto dus als puntmassa opgevat) en kracht, aangrijpend op de voorkant: de 'echte' kracht op de voorkant wordt dus maar over 25 cm verplaatst en daarnaast wordt de reactiekracht over 15 cm verplaatst (in geval 2).

Probleem 3.8

Ook dit is een moeilijk probleem door het optreden van relatieve snelheden, zij het wat makkelijker dan 3.7.

oplosstructuur:

- Ook de reactiekracht op de boot is van belang en verricht arbeid!
- Kracht op de fietser tijdens optrekken wordt over de optrekweg verplaatst (de verplaatsing van de boot niet meegerekend).
- Reactiekracht op de boot wordt over de afstand die de boot heeft gevaren verricht.
- Door het constant varen moet de motor extra energie leveren.

BIJLAGE D1

HULPVragen BIJ DE PROBLEMEN

Bij probleem 2.1 HET VERMOGEN VAN EEN Vliegtuig

oriëntatie

1. Wat zal er met 'netto voortstuwende vermogen' bedoeld worden?
2. Teken alle krachten op het (systeem) vliegtuig.
3. Welke krachten verrichten arbeid?
4. Welke kracht(en) is (zijn) van belang voor het gevraagde vermogen.
5. Welke relevante systeemenergieën veranderen, welke blijven constant?

vertaling

6. Wat kun je zeggen over de som van de krachten? Moet je daarbij rekening houden met richtingen? Schrijf zomogelijk een vergelijking voor de krachten op.
7. Schrijf de formule voor vermogen op en geef aan hoe je aan de grootheden, die je daarin moet invullen, komt.

berekening

8. Kies een geschikt assenstelsel, ontbind de zwaartekracht in twee componenten en bepaal deze.
9. Bepaal de voortstuwende kracht en vul deze in in de formule voor het vermogen.

controle en waardering

10. Bereken het vermogen dat door de tegenwerkende krachten aan het vliegtuig wordt onttrokken. Moet dat gelijk zijn aan het gevonden vermogen?
11. Maak een ruwe schatting van de hoeveelheid kerosine die het vliegtuig per tijd gebruikt (verbrandingswarmte ca. $3,5 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3$). Klopt dat met wat je zou verwachten?

Bij probleem 2.2 EEN BERG OPFIETSEN

oriëntatie

1. Teken de krachten op de fietser + fiets. Welke krachten zijn (on-) bekend?
2. Hoe luidt de formule voor het vermogen van een kracht die arbeid verricht? Bereken daarmee de kracht die (na aftrek van de wrijvingskrachten) 'over' is om de zwaartekracht te 'overwinnen'.
3. Waarom komt de fietser niet tegen de helling op? Bereken daartoe de component van de zwaartekracht langs de helling van 15%.

vertaling

4. Door de weg Δs_1 te verlengen tot Δs_2 , verklein je de helling in feite van een hoek α (15%) tot een hoek β . Teken beide hellingen in één tekening. Wat hebben beide gemeen? Wat verschilt?
5. Stel een vergelijking op waarin beide hoeken en de verhouding tussen de beide wegen voorkomen. Gebruik daartoe de tekening van 4.

BIJLAGE D1

berekening

6. Bereken met behulp van de uitkomst van 2 de hoek β .

7. Bereken daarmee $\frac{\Delta s_2}{\Delta s_1}$

controle en waardering

8. Is de verhouding $\frac{\Delta s_2}{\Delta s_1}$ groter of kleiner dan 1.

9. Neem Δs_2 , bijv. 2 m. Controleer of de arbeid dan de (juiste) kracht overeenkomt met de arbeid die je via het vermogen kunt uitrekenen.

10. Hoe reëel zijn je uitkomsten?

- Kan je zelf tegen een helling onder hoek β op (blijven) fietsen?
- Kan je je weg op een bergweg voldoende verlengen?

Bij probleem 2.3 KOGELSTOTEN

oriëntatie

- Teken alle krachten op het (systeem) kogel.
- Welke van die krachten verrichten arbeid? Welke zijn de relevante afgelegde wegen?
- Welke zijn de systeemenergieën? Nemen die toe of af?
- Welke gegevens heb je of kun je aflezen? Waarvoor kun je die gebruiken?

vertaling

5. Stel de energievergelijking op en ga na welke (on)bekenden je voor de oplossing daarvan nodig hebt.

berekening

6. Vul de gegevens in de energievergelijking in en bereken de gevraagde arbeid.

controle en waardering

- Kan je arm de benodigde kracht wel leveren?
- Kan je het benodigde vermogen wel leveren? Waarvoor heb je nog meer vermogen nodig bij het kogelstoten?

Bij probleem 2.4 HET RENDEMENT VAN EEN FIETS

oriëntatie

- Wat versta je onder het rendement van de fiets?
- Welke krachten op de fiets zijn daarvoor van belang? Over welke weg worden die verplaatst?
- Welke zijn de systeemenergieën van de fiets? Veranderen die?

vertaling

- Stel de energievergelijking op en geef aan welke gegevens je daarmee kunt bepalen.
- Hoe kun je de F, ϕ -diagram omzetten in een F, s -diagram? Wat stelt het oppervlak onder de grafiek dan voor?

BIJLAGE D1

berekening

6. Bepaal de erin gestopte energie uit de grafiek.
7. Bepaal de arbeid door de wrijvingskrachten.
8. Bepaal het rendement.

controle en waardering

9. Is het rendement inderdaad hoog, maar kleiner dan 100%?
10. Hoe groot is het vermogen dat Janny levert? Kan een 'normaal mens' dat wel leveren?

Bij probleem 2.5 WELK MOTORVERMOGEN?

oriëntatie

1. Teken alle kracht op het systeem auto op de helling.
2. Welke krachten verrichten arbeid? Geef de relevante wegen aan.
3. Welke krachten zijn gegeven, welke moet je uitrekenen, welke gegevens heb je daarvoor nodig?
4. Welke zijn de systeemenergieën, welke daarvan veranderen?

vertaling

5. Wat weet je van de som van de krachten?
6. Stel de energievergelijking op (evt. als vermogensvergelijking).
Waarom moet je het vermogen van de voortstuwende kracht als onbekend nemen?

berekening

7. Voor welke auto ga je de berekening eerst doen?
8. Bereken de luchtwrijving. Zoek de waarden van de ρ op in het tabellenboek.
9. Kies een assenstelsel en bereken de componenten van de zwaartekracht daarin.
10. Vul de resultaten in de energievergelijking en reken het vermogen van de voortstuwende kracht uit.
11. Vergelijk die met de gegeven vermogens. Wat is je conclusie?

controle en waardering

12. Wijkt het berekende vermogen erg af van het gegeven maximale netto-vermogen? Lijkt je dat reëel?
13. Wat is je conclusie betreffende de keuze tussen de modellen A en B bij gebruik in Nederland? En in de bergen?

BIJLAGE D.1

Bij probleem 2.6 RENDEMENT VAN DE ELOK 1600

oriëntatie

1. Teken alle krachten op het systeem lokomotief.
2. Welke zijn de systeemenergieën? Nemen die toe of af?
3. Welke zijn de energiestromen die de lokomotief in en uitgaan?
Welke zijn (on)bekend?
4. Welke krachten verrichten arbeid? Welke krachten of wegen zijn onbekend?

vertaling

5. Schrijf de energie- of vermogensvergelijking op met het rendement η als variabele.

berekening

6. Vul de gegevens in de gekozen vergelijking in en reken η uit.

controle en waardering

7. Komt de η niet boven 100%
8. Welke η zou je verwachten voor een elektromotor? Klopt dat met je uitkomst?

Bij probleem 2.7 CAPACITEIT VAN EEN AARDGAS COMPRESSORSTATION

oriëntatie

1. Kies als systeem een hoeveelheid gas dat binnengezogen wordt, samengeperst wordt en uitgedreven wordt.
Welke kracht(en) verricht(en) arbeid in die achtereenvolgende fasen?
2. Hoe is de relatie kracht-druk?
3. Het vermogen wordt via de zuiger overgedragen. Wat heb je nodig om de arbeid van de zuiger op het gas uit te rekenen?
4. Hoe kun je daaruit het aantal m^3 gas dat per seconde verpompt wordt uitrekenen?

vertalen

5. Hoe kun je uit het *drukverschil* aan weerszijden van de zuiger de kracht door de zuiger op het gas uitrekenen?
6. Hoe kun je met behulp van de grafiek de arbeid op het gas uitrekenen tijdens het samenpersen en tijdens het uitdrijven van het gas.

berekening

7. Bereken uit de grafiek de arbeid die verricht wordt tijdens het samenpersen en tijdens het uitdrijven van het gas (1 slag).
8. Om hoeveel m^3 gas gaat het bij één slag.
9. Hoeveel arbeid kan maximaal per seconde verricht worden? Hoeveel gas kan dus verpompt worden?

controle en waardering

10. Hoeveel m^3/s van normale druk (1 bar) is dat?

BIJLAGE D1

Bij probleem 3.1 KRACHT IN DE ARMEN VAN EEN POLSSTOK HOOGSPRINGER

oriëntatie

1. Kies een systeem, welke zijn de uitwendige krachten en de systeem-energieën.
2. Maak een tekening van de krachten en geef de verplaatsingen aan. Welke krachten verrichten arbeid?
3. Speelt het gewicht van de polsstok nog een rol die van invloed is? En de luchtwrijving?

vertaling

4. Kies je voor het uitwerken van de energievergelijking of voor de rekenregel voor de kinetische energie. Stel de vergelijking op.
5. Schrijf de grootheden in de gekozen vergelijking zoals arbeid en kinetische energie in formulevorm uit. Let op de tekens!

berekening

6. Bepaal de schaal van fig. 1.
7. Waar ligt het zwaartepunt van de springer ongeveer? Bepaal de toename van de hoogte van het zwaartepunt vanaf het loslaten van de grond tot bij maximale buiging van de stok.
8. Bepaal ook de Δs van de stok.
9. Vul de gegevens in de vergelijking in en bepaal de kracht in de armen.

controle en waardering

10. Zou jij in hangende positie de berekende kracht kunnen uitoefenen? Is je uitkomst wel ongeveer reëel?

Bij probleem 3.2 ENERGIE GELEVERD BIJ POLSSTOK HOOGSPRINGEN

oriëntatie

1. Kies een systeem, welke zijn de uitwendige krachten en welke de systeemenergieën?
2. Maak een tekening van de uitwendige krachten en geef aan over welke wegen die verplaatst worden. Verrichten ze arbeid?
3. Speelt het gewicht van de polsstok een rol die van invloed is? En de luchtwrijving?

vertaling

4. Welke vergelijking kun je opstellen voor deze situatie?
5. Schrijf de grootheden als kinetische energie, zwaarteenergie etc. uit en bepaal het teken van hun bijdragen.

BIJLAGE D1

berekening

6. Bepaal de schaal in fig. 1.
7. Waar ligt het zwaartepunt van de springer ongeveer bij het eerste en het laatste figuurtje? Bepaal hoeveel het zwaartepunt omhoog gegaan is.
8. Hoe groot is de begin kinetische energie en de kinetische energie op het hoogste punt (bij benadering)?
9. Vul de gegevens in de vergelijking in en reken de gevraagde energie uit.

controle en waardering

10. Een sportman kan ongeveer 300 à 500 W netto *top*vermogen leveren. Klopt dat ongeveer met je uitkomst?
11. Over welke afstand kan hij zich met de gevonden energie omhoog drukken. Is dat reëel?

Bij probleem 3.3 BOTSSEN DE MAGNETEN?

oriëntatie

1. Welk systeem kies je? Welke zijn de uitwendige krachten en welke de systeemenergieën?
2. Teken de krachten op je systeem en geef de (geschatte) wegen aan waarover ze worden verplaatst. Geef onbekende een naam.
3. Wat kun je aflezen uit je grafiek? Let daarbij op de punten op de grafiek zelf, de helling van de grafiek en/of het oppervlak onder de grafiek (of op de formules voor de magnetische kracht.
4. Kan je gezien de probleemstelling de wrijvingskracht wel of niet verwaarlozen?

vertaling

5. Kies je de rekenregel voor kinetische energie of de energievergelijking?
6. Schrijf de vergelijking op en werk de afzonderlijke grootheden zo veel mogelijk in formulevorm uit. Hoeveel onbekende komen in de vergelijking voor?
7. Meerdere onbekenden in een vergelijking maken deze onoplosbaar. Doe daarom een keuze voor één van de onbekenden: neem het uiterste geval; de twee magneten botsen tegen elkaar, hoe groot is één van de onbekenden dan? Herformuleer nu je probleem!

berekening

8. Vul de gegevens nu zo veel mogelijk in de vergelijking in.
9. Bepaal één van de onbekenden uit de grafiek. Wat stelt één hokje van het diagram voor?
10. Wat is je conclusie uit de uitkomst van de vergelijking?

waardering

11. Zou je de proef nu durven proberen?
12. Op welke hoogte is $F_z = F_{\text{magn}}$. Waarom komt de magneet (zonder de wrijving) toch voorbij dat punt?
13. Speelt de wrijvingskracht bij de reële proef een grote rol, denk je?

BIJLAGE D1

Bij probleem 3.4 HOEVEEL ENERGIE KOST HET WERPEN VAN EEN BAL?

oriëntatie

1. Van welk systeem is het rendement gegeven? Wat zit er allemaal in dat rendement verrekend? Wat moet je meer weten om via het rendement tot een uitkomst te komen?
2. Worden de aangrijpingspunten van de actie- en reactiekracht op bal en hand over dezelfde weg verplaatst? Wat is daarvan je conclusie?
3. Welke zijn de systeemenergieën van de twee relevante systemen?
4. Teken de krachten op het systeem bal.
5. Wat kun je uit het diagram bepalen over de verandering in het systeem bal. Waarom heb je daarbij de massa van de bal nodig?

vertaling

6. Schrijf de energievergelijking van beide systemen op. Zorg dat het rendement in één daarvan voorkomt.
7. Schrijf ook de rekenregel van kinetische energie en arbeid voor het systeem bal op. Wat kun je daarmee uitrekenen?

berekening

8. Hoeveel stelt de oppervlak van een hokje van het diagram vermenigvuldigd met de bal-massa voor?
9. Schat het oppervlak onder de grafiek. Wat bepaal je daarmee?
10. Vul de energievergelijking van de bal in.
11. Bereken uit het rendement de gevraagde energie.

controle en waardering

12. Met welke snelheid wordt de bal weggegooid? Lijkt je dat reëel?
13. Lijkt de uitkomst je reëel, gezien maximale bruto vermogen (ca. 800 W) dat een mens gedurende langere tijd kan leveren?

Bij probleem 3.5 LOOPWEERSTAND BIJ HARDLOPEN

oriëntatie

1. Waarom kan je de beweging van de loper, gezien de probleemstelling als rechtlijnig beschouwen?
2. Wat kies je als systeem? Welke zijn daarin de relevante systeemenergieën?
3. Teken de krachten op de loper en geef aan over welke afstanden ze worden verplaatst (per seconde of per stap).
4. Ga na hoe de energie absorptie in schoenen en spieren en pezen van invloed is op de loopweerstand(skracht).

vertaling

5. Stel de energievergelijking op.
6. Werk de termen die daarin voorkomen uit.
7. Hoe kun je uit de loopweerstand en de energie absorptie bij het dalen van het zwaartepunt de gevraagde bijdrage van schuiven in de schoen, vervorming e.d. bepalen?

BIJLAGE D1

berekening

8. Bereken de luchtwrijving.
9. Bereken de arbeid door de loopweerstand(skracht) uit de energievergelijking.
10. Bereken het deel van die arbeid die door energie absorptie in spieren en pezen bij het neerkomen nodig is.
11. Welk deel van de arbeid betreft energieabsorptie in de schoen door vervorming, schuiven etc.?

controle en waardering

12. Waarom zal een geoefende loper zijn zwaartepunt zo weinig mogelijk op en neer laten gaan?
13. Wat is het belang van goede schoenen bij het hardlopen?

Bij probleem 3.6 MAXIMALE SPRINGHOOGTE

oriëntatie

1. Verdeel de beweging in twee stukken: de vrije val en de geremde beweging tijdens het neerkomen. Teken de krachten op jou tijdens beide bewegingen in afzonderlijke tekeningen. Schat de grootte van de krachten aan de hand van gegevens van je eigen lichaam.
2. Teken in afzonderlijke tekeningen de afgelegde weg tijdens de beide bewegingen. Schat waar nodig de grootte ervan aan de hand van je eigen lichaam en geef die wegen een naam.
3. Welke krachten verrichten (+ of -) arbeid, welke niet? Welke krachten zouden hier verwaarloosd kunnen worden?

vertaling

4. Zijn er energieomzettingen *binnen* het systeem ten gevolge van de gevraagde uitwendige kracht die zelf geen arbeid verricht tijdens één van de twee bewegingsfasen?
5. Moet je dus de kinetische energieregel of de energievergelijking gebruiken? Schrijf de gekozen vergelijking op voor beide bewegingsfasen en ga na welke onbekende(n) er in voorkomen.
6. Eén term komt in beide vergelijkingen voor. Maak van de twee vergelijkingen één, door die term te elimineren. Let daarbij op het teken!

berekening

7. Vul de geschatte waarden voor de krachten en een afgelegde weg in en bereken de andere afgelegde weg.

controle en waardering

8. Controleer je uitkomst door de verandering van de kinetische energie voor beide bewegingsfasen uit te rekenen.
9. Denk jij dat je van de gevonden hoogte durft af te springen (zonder boven op de kast door je knieën te zakken!).

Bij probleem 3.7 MEEGEVENDE OBSTAKELS LANGS DE WEG

oriëntatie

1. Hoe blijkt uit de gegevens dat effect 3 zeker optreedt?
2. Voor het bestuderen van de effecten 1 en 2 moet je twee verschillende systemen bekijken. Welke zijn dat?
3. Welke zijn de uitwendige krachten daarop en welke zijn de systeemenergieën?
4. Over welke afstanden zijn de aangrijpingspunten van de krachten verplaatst?
5. Welk gegeven over de bestuurder is wel bij de betonnen muur, maar niet bij de meegevende wand gegeven? Waarom moet dat gegeven in beide gevallen gelijk zijn?

vertaling

6. Kies je voor het opstellen van de rekenregel voor kinetische energie of voor de energievergelijking?
7. Stel de gekozen vergelijking op.

berekening

8. Voer de berekeningen uit.
9. Wat is je conclusie ten aanzien van de kracht op de auto en de versnelling van de bestuurder?
10. Wat is je conclusie ten aanzien van de plaatsen waar de energieabsorptie plaatsvindt?

controle en waardering

11. Is het reëel om de krachten constant te veronderstellen?
12. Waarom zal de som van de wegen bij de 2e botsing meestal groter en *nooit* kleiner dan bij de 1e botsing zijn?

Bij probleem 3.8 FIETSEN OP EEN PONT

oriëntatie

1. Maak een tekening van de situatie met actie- en reactiekracht tijdens het optrekken. Wat is het effect van die krachten?
2. Welke krachten verrichten arbeid? Waardoor wordt de energie daarvoor geleverd?

vertaling

3. Welke kracht moet bovendien nog op de pont werken om de snelheid van de pont constant te houden?
4. Hoe kun je de afstand waarover de fietser optrekt uitrekenen?

berekening

5. Hoe groot is de versnelling van de fiets en de kracht op de fietser? En de optrekweg?
6. Hoeveel arbeid verricht de in 3 bedoelde kracht tijdens het optrekken?
7. Hoeveel arbeid verricht de kracht van de pont op de fietser?
8. Wie of wat levert de energie nodig voor de toename van de kinetische energie t.o.v. de pont?

BIJLAGE D1

Wie of wat levert/leveren de toename van de kinetische energie t.o.v. de wal?

controle en waardering

9. Zal het meer of minder energie aan de fietser kosten 5 m/s te gaan rijden op de pont als de snelheid van de pont t.o.v. het versnellen niet constant blijft?

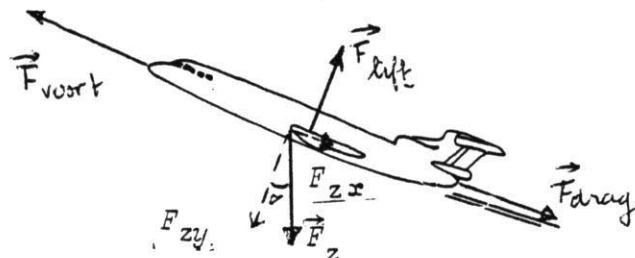
OPLOSSING VAN DE PROBLEMEN

NB: Deze oplossingen zijn gestructureerd volgens de tussenvragen van bijlage D1. De nummers verwijzen naar deze tussenvragen.

Oplossing van probleem 2.1 HET VERMOGEN VAN EEN VLIEGTUIG

1. Het netto voortstuwend vermogen is $\eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$

2.



3. $\vec{F}_{\text{voort}}$, $\vec{F}_z$ en $\vec{F}_{\text{drag}}$ verrichten arbeid.

4. De snelheid is constant dus $\Sigma \vec{F} = 0$.

$F_{\text{voort}} \cdot v$ levert het voortstuwend vermogen, maar $F_{\text{voort}} = F_{\text{drag}} + F_{zx}$

5. De chemische energie en de zwaarte energie veranderen (de inwendige energie ook, maar die is gelijk aan de warmtestroom naar buiten, je kunt dus $\eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$ nemen.

6. Zie 4: $F_{\text{voort}} = F_{\text{drag}} + F_{zx}$

7. $P_{\text{voort}} = (F_{\text{drag}} + F_{zx}) \cdot v$

$F_{zx} = F_z \cdot \sin \alpha$ (zie fig. bij 2: de hellingshoek α is ook de hoek tussen de y -richting en de verticale richting).

8. Zie 2 en 7: $F_{zx} = 150 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \sin 12^\circ = 306 \cdot 10^3 \text{ N}$

9. $F_{\text{voort}} = 306 \cdot 10^3 + 2,5 \cdot 10^5 = 5,6 \cdot 10^5 \text{ N}$

$$P = 5,6 \cdot 10^5 \cdot 140 = 7,1 \cdot 10^5 \text{ W}$$

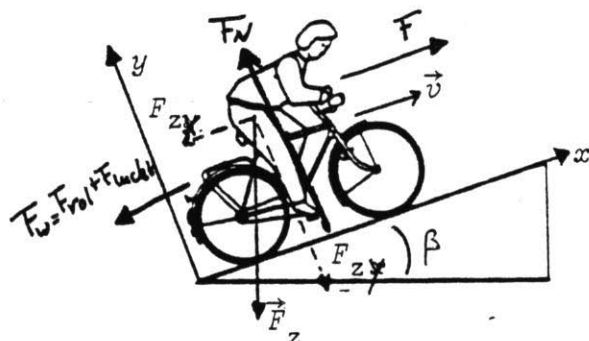
10. is gelijk.

11. Per seconde: $7,1 \cdot 10^5 \text{ J}$. Daarvoor is nodig $\frac{7,1 \cdot 10^5}{3,5 \cdot 10^9} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 0,2 \text{ l}$

Dat lijkt niet zo onwaarschijnlijk (0,2 l/min).

Oplossing van probleem 2.2 EEN BERG OPFIETSEN

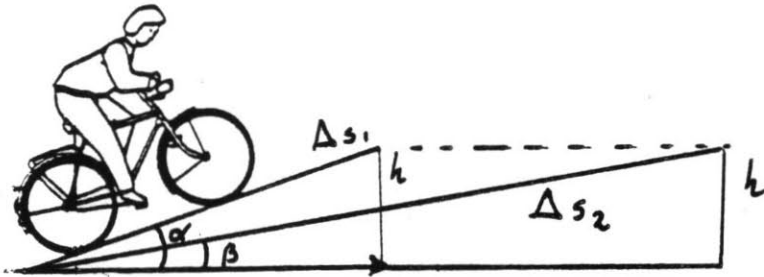
1.



F is onbekend; F_N is onbekend.

BIJLAGE D2

2. $P = F \cdot v = 140 \text{ W}$
Voor de wrijvingskrachten is nodig: $P = 2 \cdot (5+1) = 12 \text{ W}$
Over 128 W
3. $F_{zx} = F_z \cdot \sin 15^\circ = 80.9,8 \cdot \sin 15^\circ = 203 \text{ N}$
Benodigd vermogen: $P = F_z \cdot v = 203 \cdot 2 = 406 \text{ W}$. Er is maar 128 W beschikbaar.
- 4.

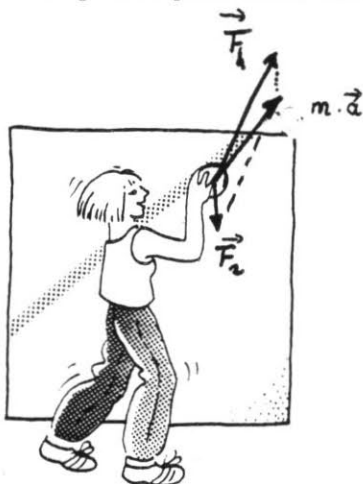


ΔE_z is gelijk, maar door de langere weg is de arbeid nodig voor de wrijvingskrachten groter.

5. $\sin \alpha = \frac{h}{\Delta s_1}; \sin \beta = \frac{h}{\Delta s_2} \quad \Delta s_1 \cdot \sin \alpha = \Delta s_2 \cdot \sin \beta$
6. In één seconde leg je 2 m af, daarbij is 128 J over voor het 'overwinnen van de zwaartekracht' over een helling β . Dan geldt:
Dan geldt: $F_z = F_z \sin \beta = 80.9,8 \sin \beta$
 $128 = 80.9,8 \cdot \sin \beta \cdot 2 \quad \sin \beta = 0,082.$
7. $\frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 15^\circ}{0,082} = 3,2$
8. verhouding is groter dan 1: klopt want Δs_2 moet groter zijn.
9. -
10. Je moet wel erg veel zigzaggen!

Oplossing van probleem 2.3 KOGELSTOTEN

1.

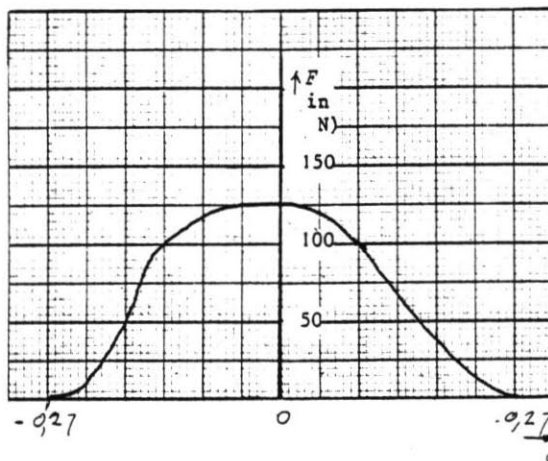


2. F_z en F_{hand} verrichten beide arbeid; relevante wegen: de verplaatsing van de kogel in plaatje 1 tot plaatje 4.

3. Alleen kinetische energie.
4. Afgelegde afstand $3,5 \text{ cm} \equiv 1,4 \text{ m}$; hoek 42° ; $t = 3,0,07 = 0,21 \text{ s}$
en de hoogte waarover de kogel wordt opgetild: $0,9 \text{ m}$
(klopt met $1,4 \cdot \sin 42^\circ$)
5. $W_z + W_F = \Delta E_k$
 $m \cdot g \cdot h + W_F = E_{kna} - E_{kvoor}$
6. $-3 \cdot 9,8 \cdot 0,9 + W_F = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6^2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2$
 $W_F = 74 \text{ J}$
7. $F = \frac{74}{1,4} = 53 \text{ N}$, in de richting van de weg: er bij komt een (kleine) component loodrecht op de weg!
8. $P = \frac{74}{0,21} = 253 \text{ W}$. Veel! maar bovendien is er vermogen nodig om de arme en de rest van het lichaam te versnellen.

Oplossing van probleem 2.4 HET RENDEMENT VAN EEN FIETS

1. $\text{rendement} = \frac{\text{arbeid tegenwerkende krachten}}{\text{door het trappen erin gestopte energie}}$
2. Van belang zijn de kracht op de trappers, de luchtweerstand en de rolweerstand. De trapkracht wordt over een cirkelvormige weg verplaatst, de weerskrachten over een rechte weg.
3. Alleen kinetische energie, maar die verandert niet.
4. $W_{\text{trap}} + W_{\text{rol}} + W_{\text{lucht}} = 0$
 $W_{\text{trap}} - W_{\text{rol}} \cdot \Delta s - F_{\text{lucht}} \cdot \Delta s = 0$
5. $s = r \cdot \psi$, dan stelt het oppervlak onder de F , s -grafiek de W_{trap} voor (ψ in radialen).
6. als $\psi = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \Rightarrow s = \frac{\pi}{2} \cdot 0,17 = 0,27 \text{ m}$
Een hokje uit onderstaand diagram wordt dan $0,09 \cdot 50 = 4,5 \text{ J}$.



Oppervlak onder grafiek is 19 hokjes: $W = 9 \cdot 4,5 = 40,5 \text{ J}$.

Per omwenteling wordt door beide benen getrapt: er wordt 81 J arbeid verricht.

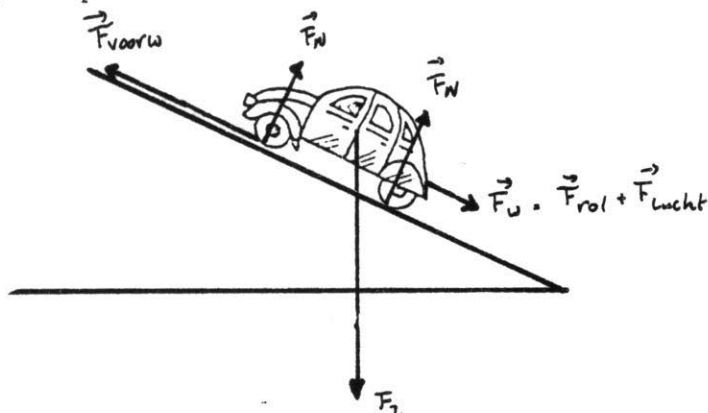
7. $W_{\text{rol}} = 4 \cdot 8,5,1 = 24 \text{ J}$
 $W_{\text{lucht}} = 10 \cdot 2,5,1 = 52 \text{ J}$
8. $\eta = \frac{24 + 52}{81} = 94\%$

BIJLAGE D2

9. Ja: hoog rendement $< 100\%$
 10. $20 \text{ km/h} = 5,6 \text{ m/s}$, dus $\frac{5,6}{5,1} = 1,09 \text{ omw./s}$
 $P = 81 \cdot 1,09 = 88 \text{ W}$. Dat is ongeveer normaal bij fietsen.

Oplossing van probleem 2.5 WELK MOTORVERMOGEN?

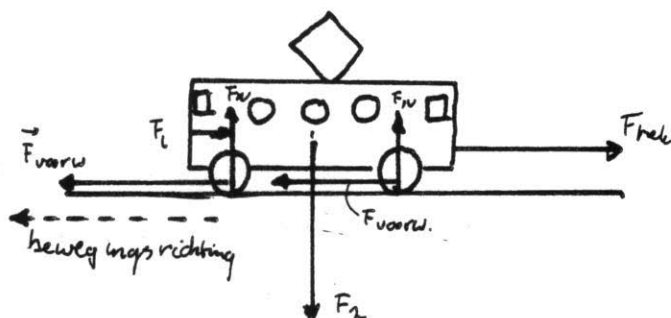
1.



2. De wrijvingskrachten en de voorwaartse kracht verrichten arbeid over de afgelegde weg. Ook F verricht arbeid over de hoogte waarover de auto gestegen is.
 3. Nodig sin: F_{zx} (langs de weg naar beneden gericht)
 F_{lucht} en $F_{voorwaarts}$
 Je hebt nodig de hellingshoek, de massa van de auto, het frontoppervlak, de luchtdichtheid, de snelheid en de cw-waarde.
 4. Systeemenergieën: kinetische energie en chemische energie.
 5. $\Sigma F = 0$, dus $F_{voorw} = F_{rot} + F_{lucht} + F_{zx}$
 6. $W_{rol} + W_{lucht} + W_z = \eta \cdot \Delta E_{chem}$, of $F_{rol} \cdot v + F_{lucht} \cdot v + F_{zx} \cdot v = P$
 7. Als de auto met het kleinere vermogen het haalt, haalt de andere het ook wel.
 8. $F_{lucht} = 0,33 \cdot 2,0 \cdot \frac{1,3}{2} \cdot 30^2 = 3,9 \cdot 10^2 \text{ N}$
 9. $F \cdot \sin \alpha = 885 \cdot 9,8 \cdot 0,0995 = 863 \text{ N}$
 10. $-2,4 \cdot 30 + 3,9 \cdot 10^2 \cdot 30 - 863 \cdot 30 = P$
 $P = 37 \text{ kW}$
 11. $P_{max} = 44,6 \text{ kW}$, dus hij haalt het.

Oplossing van probleem 2.6 RENDEMENT VAN DE ELOK 1600

1.



BIJLAGE D2

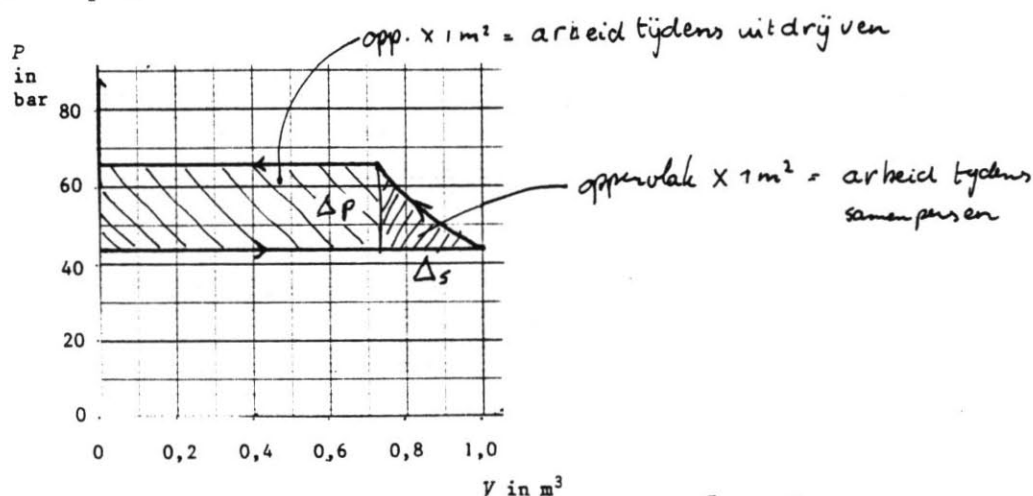
2. Alleen kinetische energie.
3. Een stroom elektrische energie de lokomotief in (bekend) en een warmte stroom eruit (onbekend).
4. F_{trek} en F_w verrichten arbeid. De wegen (eigenlijk: de snelheden) zijn bekend.
5. vermogensvergelijking.

$$F_w \cdot v + F_{\text{trek}} \cdot v = \eta \cdot \Delta E_{\text{el}}$$
6. $5 \cdot 10^3 \cdot 30 + 110 \cdot 10^3 \cdot 30 = \eta \cdot 4,0 \cdot 10^6$

$$\eta = \frac{3,45 \cdot 10^6}{4,0 \cdot 10^6} = 0,86$$
- 7/8 Dit is een vrij hoog rendement voor een elektromotor.

Oplossing van probleem 2.7

1. • Tijdens inzuigen: (vrijwel) geen arbeid
 • Tijdens samenpersen: alleen kracht van de zuiger verricht arbeid.
 • Tijdens uitdrijven: kracht van de zuiger verricht positieve arbeid en kracht van het gas in de leiding verricht negatieve arbeid.
2. $P = \frac{F}{A}$ dus met behulp van A kan F uit P berekend worden.
3. De kracht en de verplaatsing tijdens de drie fasen.
4. Als je de arbeid nodig voor 1 m^3 (1 cilinderinhoud) weet kan je uit het vermogen het aantal m^3/s berekenen.
5. $F = \Delta p \cdot A$
- 6.

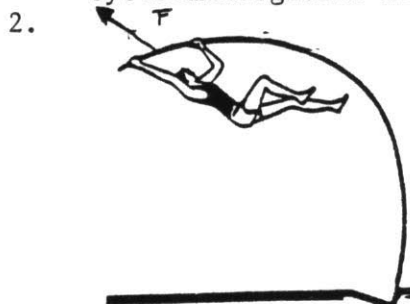


7. Samenpersen: van 44 naar 65 bar: $\Delta p = 21 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
 van 1,00 naar 0,74 m: $\Delta s = 0,26 \text{ m}$
 ongeveer een driehoek in het diagram: $W = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 10^5 \cdot 0,26 = 2,7 \cdot 10^5 \text{ J}$.
 Uitdrijven: $\Delta p = 21 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$; $\Delta s = 0,74 \text{ m}$ $W = 15,510^5 \text{ J}$.
8. 1 m^3
9. per seconde: $75 \cdot 10^6 \text{ W}$. per m^3 : $18,2 \cdot 10^5 \text{ J}$.
 dus $\frac{75 \cdot 10^6}{18,2 \cdot 10^5} = 40 \text{ m}^3$.

BIJLAGE D2

Oplossing van probleem 3.1 DE KRACHT VAN EEN POLSSTOKHOOGSPRINGER

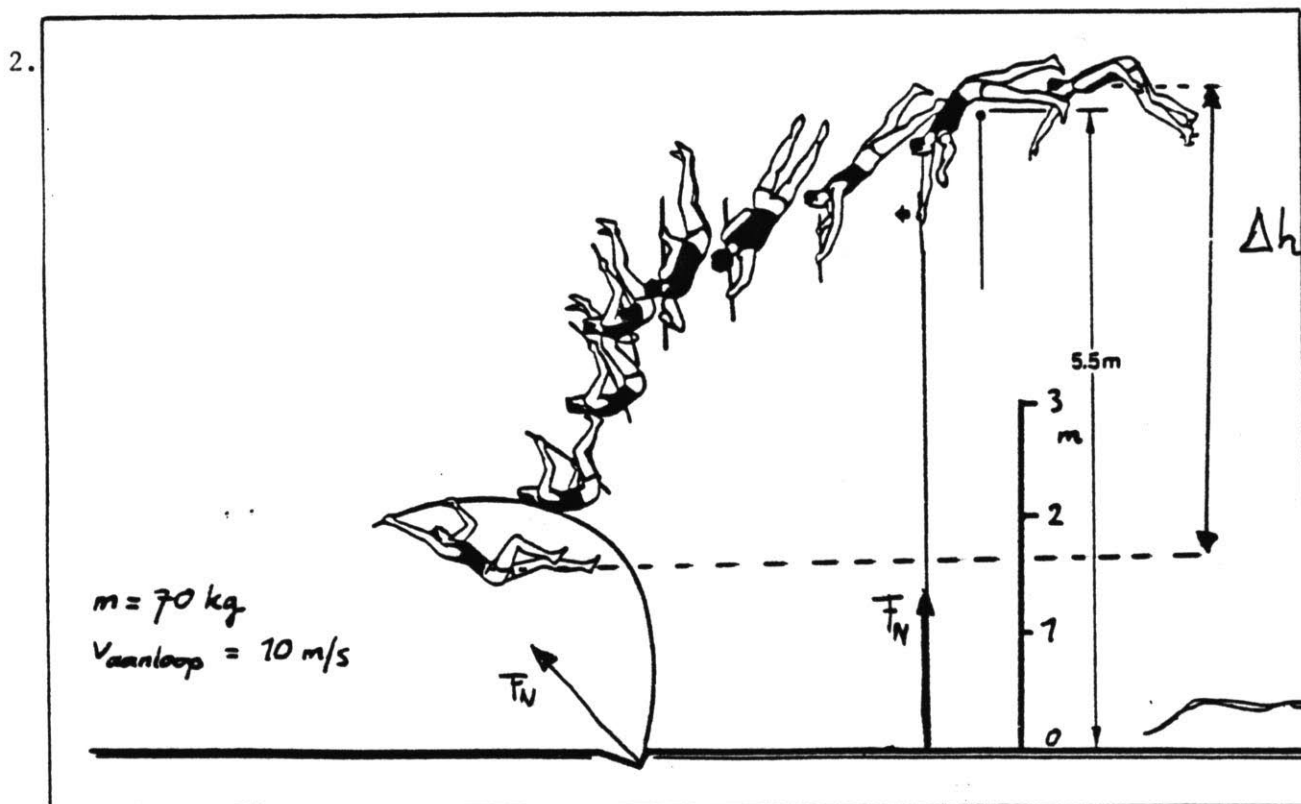
1. Als systeem kies ik de springer + het zwaartekrachtsveld. Alleen de kracht van de stok is dan een uitwendige kracht.
Systeemenergieën: kinetische energie en zwaarte energie.



3. De zwaarte energie van de stok wordt ook groter, maar niet zoveel: fiberstokken zijn niet zo zwaar (ca. 3 kg) en het zwaartepunt gaat niet zo veel omhoog (ca. 30 cm): verwaarloosbaar. De luchtwrijving zal wel een rol spelen, maar ook niet zo heel veel.
4. De energie vergelijking is het makkelijkst: je hoeft geen rekening te houden met de vektoropstelling van zwaartekracht en kracht van de stok.
5. $W = \Delta E_k + \Delta E_z$
 $- F \cdot \Delta s = -0,80 \cdot \left(\frac{1}{2} m v_{\text{begin}}^2 \right) + m \cdot g \cdot h$
6. $1 \text{ cm} \approx \frac{2}{3} \text{ m}$
7. Zwaartepunt ongeveer op de broekriem. Die gaat van 1,2 cm (3e figuurtje) naar 2,4 cm (6e figuurtje) dus $1,2 \cdot \frac{2}{3} = 0,8 \text{ m}$ omhoog.
8. De lengte van de rechte stok (bijv. 3 bij 11e figuurtje) is 7,1 cm, van de doorgebogen stok (6e figuurtje) 4,7 cm dus doorbuiging $\Delta s = 3,4 \text{ cm}$ $2,4 \cdot \frac{2}{3} = 1,6 \text{ m}$
9. $- F \cdot 1,6 = -0,80 \cdot \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 10^2 + 70 \cdot 9,8 \cdot 0,8$
 $F = 1,4 \text{ kN}$
10. De kracht komt meer op ca. twee maal het lichaamsgewicht. Via training is dat wellicht net te halen.

Oplossing van probleem 3.2 ENERGIE GELEVERD BIJ POLSSTOKHOOGSPRINGER

1. Aangezien veerenergie gegeven is kan het beste als systeem de springer + de stok in het zwaartekrachtsveld genomen worden:
Uitwendige krachten: alleen de kracht van de grond op de stok.
Systeemenergieën: kinetische, zwaarte- veer- chemische energie.
Gevraagd: de chemische energie.



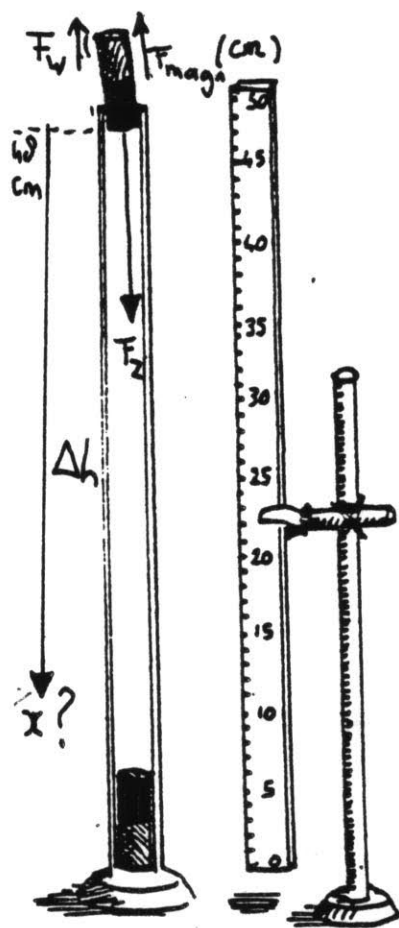
- De kracht van de grond op de stok wordt niet verplaatst: geen arbeid.
3. Beide spelen wel een rol, maar klein: zwaartepunt van de polsstok (ca. 3 kg) gaat van ca. 1,20 m naar 2,40 m; 36 J. Luchtwrijving: niet gegeven maar de snelheden zijn laag ($F_z \sim v^2$).
4. $0 = \Delta E_k + \Delta E_z + \Delta E_{\text{veer}} + \eta \Delta E_{\text{chem}}$
(η rendement van de energieomzetting in de spieren).
5. $0 = \Delta(\frac{1}{2} m \cdot v^2) + m \cdot g \cdot \Delta h + \Delta E_{\text{veer}} + \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$
 $\quad \quad \quad < 0 \quad \quad \quad > 0 \quad \quad \quad < 0 \quad \quad \quad < 0$
6. schaal 1,5 cm $\equiv$ 1 m.
7. Het zwaartepunt gaat van 2,4 cm naar 8,5 cm = 6,1 cm $\equiv$ 4,0 m
8. Aan begin: $E_k = 0,20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 10^2 = 700$ J; aan het eind vrijwel 0.
9. $0 = -700 + 70 \cdot 0,8 \cdot 40 - 1600 + \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$
 $\Rightarrow \Delta E_{\text{chem}} = -500$ J.
10. Over het opklimmen van het 3e naar het 6e figuurtje (ca. 1,5 m) moet hij ongeveer 1 s gedaan hebben: kan net wel.
11. $70 \cdot 9,8 h = 500 \rightarrow h = 0,7$ m: uit de tekening blijkt ca. 1,5 m maar in het 3e plaatje bezit hij ook nog kinetische energie van het omhoogdraaien van zijn lichaam: 500 J kan wel, maar is aan de lage kant.

Oplossing van probleem 3.3 BOTSSEN DE MAGNETEN?

1. Keuze van systeem: bovenste magneet tijdens de val. Krachten: zwaarte-
kracht, magnetische kracht, wrijvingskracht.

BIJLAGE D?

2.



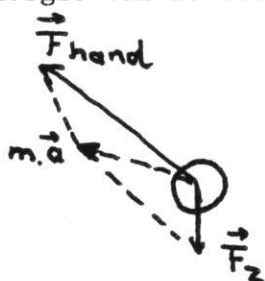
3. Uit het oppervlak onder de grafiek: de arbeid door de magnetische kracht (of uit de formule: $F_{\text{magn}} ds = W$)
4. Volgens Saskia wordt de magneet al door de afstotende kracht gestopt: dus $F_{\text{w}}^{\text{magn}}$ nul verondersteld worden. (de F werkt de snelheid alleen nog maar tegen).
5. energievergelijking:
 $W_z + W_{\text{magn}} = \Delta E_k$
6. $m \cdot g \cdot (0,48 - x) + \text{opp. onder grafiek van 48 cm tot } x = \Delta E_k$
7. twee onbekenden: x en ΔE_k
Herformulering van het probleem:
Uiterste geval: is $\Delta E_k = 0$ als $x = 6 \text{ cm}$?
(de twee magneten komen op elkaar?)
8. op 6 cm: $W_z = 0,06 \cdot 9,8 \cdot (0,48 - 0,06) = 0,25 \text{ J}$
9. Een hokje is $2 \text{ N} \cdot 0,05 \text{ m} = 0,1 \text{ J}$.
Aantal hokjes van 0,48 tot 0,06 m is geschat 2,9: $W = -0,29 \text{ J}$.
(negatief want de magneetkracht is tegengesteld gericht van de weg)
10. $0,25 - 0,29 = \Delta E_k$
 $\Delta E_k = -0,03 \text{ J}$.

Maar de beginsnelheid is 0 dus ΔE_k moet 0 of positief zijn. De magneet is al boven 6 cm gestopt en teruggegaan. Dus Saskia had gelijk.

11. Met de juiste magneten zeker wel: wel uitkijken dat de magneet in de buit omkeert zodat ze elkaar gaan aantrekken.
12. $F_z = 0,6 \text{ N}$: op 7 cm (afgelezen uit de grafiek) is $F_x = F_{\text{magn}}$.
13. Bij een smalle buis zeker: de lucht moet tussen de magneet en de buiswand doorstromen, die opening mag niet te groot zijn (zie 11).

Oplossing van probleem 3.4 HOEVEEL KOST HET WERPEN VAN EEN BAL

1. Van het systeem Arnold; de arbeid die de kracht van de hand van Arnold op de bal heeft verricht.
2. Systeem: bal
3. Systeem energie van de bal: kinetische energie krachten



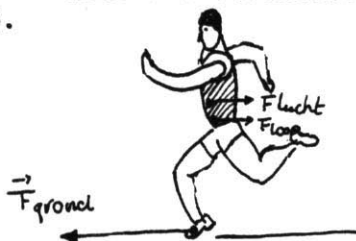
BIJLAGE D2

4. De 'arbeid door de netto kracht' $F_{\text{netto}} \cdot \Delta s$ dus ΔE_k
want $F_{\text{netto}} = m \cdot a$
5. Systeem bal: $W_z + W_{\text{hand}} = \Delta E_k$
6. $F_{\text{netto}} \cdot \Delta s = \Delta E_k$
7. $W_{\text{bal}} = \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$
(W_{bal}) systeem 1 = ($-W_{\text{hand}}$) systeem 2
In het rendement zitten 'verliezen' aan warmte, toename van kinetische energie van Arnold en toename van zwaarte energie van Arnold.
8. 1 hokje $30 \text{ m/s}^2 \cdot 0,2 \text{ m} = 6 \text{ m}^2/\text{s}^2$
Oppervlak: ca. 9 hokjes
Arbeid door de nettokracht = massa x aantal hokjes x $6 \text{ m}^2/\text{s}^2$
 $= 0,070 \cdot 9 \cdot 6 = 3,78 \text{ J} (= \Delta E_k)$
9. $W_z + W_{\text{hand}} = \Delta E_k$
 $- 0,070 \cdot 9 \cdot 8,0,60 + W_{\text{hand}} = 3,78$
 $W_{\text{hand}} = 4,2 \text{ J}$
10. $\eta = \frac{W_{\text{hand}}}{\Delta E_{\text{chem}}}$ $\Delta E_{\text{chem}} = \frac{4,2}{0,05} = 84 \text{ J}$

Oplossing van probleem 3.5 LOOPWEERSTAND BIJ HARDLOPEN

NB: Toevoegen: De massa van de loper is 80 kg, zijn paslengte (2 stappen) is 3,2 m.

1. De energie die nodig is voor de op- en neergaande beweging zit verwerkt in de loopweerstand; de hoek omgaan kost weinig extra energie (wel kracht, maar die wordt niet verplaatst).
2. Systeem: de loper; relevante systeemenergieën: alleen kinetische energie, maar die verandert niet; de chemische energie
3. F_{grond} wordt niet verplaatst



F_{lucht} en F_{loop} worden 'gewoon' met $4,8 \text{ m/s}$ verplaatst.

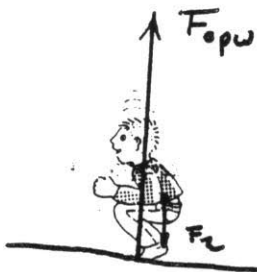
4. Hoe meer energie in spieren en pezen en in de schoen geabsorbeerd wordt, bij veren, des te groter is de loopweerstandskracht.
5. $W_{\text{loop}} + W_{\text{lucht}} = \eta \cdot \Delta E_{\text{chem}}$
neem als tijd 1 s, dus $\Delta s = 4,8 \text{ m}$.
6. Gevraagd is F_{loop} , te berekenen uit $W_{\text{loop}} = F_{\text{loop}} \cdot \Delta s$
 W_{lucht} is uit te rekenen uit $F_{\text{lucht}} \cdot \Delta s$
 $\eta \cdot \Delta E_{\text{chem}} = 0,20 \cdot 800 = 160 \text{ W}$
7. W_{loop} is te splitsen in 0,50 W_{zwaarte} en W_{schoen}
8. $F_1 = 0,7 \cdot 0,6 \cdot \frac{1,3}{2} \cdot (4,8)^2 = 6,3 \text{ N}$

BIJLAGE D2

9. $W_{\text{loop}} = 6,3 \cdot 4,8 = -160 \text{ J}$
10. $W_{\text{loop}} = -130 \text{ J}$ in 1 seconde
10. In een seconde (4,8 m) zet de loper 3 stappen ($1\frac{1}{2}$ pas): zijn zwaartepunt gaat daardoor $3 \times 8,4 = 25,2 \text{ cm}$ omhoog.
 $0,50 W_{\text{zwaarte}} = 0,50 \cdot 80 \cdot 9,8 \cdot 0,252 = 99 \text{ J}$
11. Over vanwege absorptie in schoen e.d.: $130 - 99 = 31 \text{ J}$.
12. Hoe minder je zwaartepunt omhoog gaat, desto kleiner is je loopweerstand.
13. Weinig schuiven in de schoen, veel energieopslag en zo weinig mogelijk energieabsorptie door vervorming.

Oplossing van probleem 3.6 MAXIMALE SPRONGHOOGTE

1. Vrije val: alleen de zwaartekracht werkt op je (verwaarloos de lucht-wrijving).
 Bij het neerkomen: de zwaartekracht en de kracht op je schoenen omhoog.
 Neem de maximale kracht die je kunt verdragen 3000 N.



2. Je zakt ongeveer over 60 cm door de knieën: massa 80 kg.
3. Bij vrije val: alleen zwaartekracht verricht positieve arbeid.
 Bij neerkomen: zwaartekracht verricht positieve arbeid.
 kracht van de grond verricht géén arbeid (die wordt niet verplaatst!)
4. Ja: kinetische energie en zwaarte energie worden tijdens het invallen omgezet in thermische- en veerenergie in de spieren.
5. De kinetische energieregel moet je gebruiken: die stelt je in staat de gevraagde kracht uit de som van de krachten te berekenen
 vrije val: $F_{\text{netto}} \Delta s = \Delta E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \Delta E_k$
 $F_{\text{netto}} \cdot \Delta s = \Delta E_k \Rightarrow (F_z - F_{\text{grond}}) \Delta s = \Delta E_k$
6. De ΔE_k bij de vrije val is positief en in absolute waarde even groot als de (negatieve) ΔE_k bij het neerkomen.
 $(F_z - F_{\text{grond}}) \cdot \Delta s = -m \cdot g \cdot h$
7. $(80 \cdot 9,8 + 3000) \cdot 0,60 = -80 \cdot 9,8 \cdot h$
 $h = 1,7 \text{ m}$

Oplossing van probleem 3.7 MEEGEVENDE OBSTAKELS LANGS DE WEG

1. Uit fig. 1 blijkt dat de auto 40 cm is ingedrukt, in fig. 2 is dat 25 cm.
2. Het systeem 'bestuurder' voor effect 1 en het systeem 'auto' voor effect 2.
3. Op systeem 'bestuurder': de kracht van de riemen; systeemenergie: kinetische energie.
Op systeem 'auto': de kracht van het obstakel op de auto; systeem-energie: kinetische energie, 'vervormingsenergie'.
4. Kracht van de riemen verplaatst over: $\Delta s = 15 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 55 \text{ cm}$
 $\Delta s = 15 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 55 \text{ cm}$ (1e geval)
 $\Delta s = y + 15 + 25 = 40 + y$ (2e geval)
Kracht van obstakel:
 $\Delta x = 0 \text{ cm}$ (1e geval)
 $\Delta x = 25 \text{ cm} + 15 \text{ cm}$ (2e geval)
5. De verplaatsing y : in beide gevallen moet de bestuurder over dezelfde afstand verplaatst zijn om door dezelfde kracht dezelfde ΔE_k te krijgen.
6. Rekenregel: het gaat immers (o.a.) over de versnelling, dus over de nettokracht (en over de verplaatsing van het zwaartepunt).
7. bestuurder (1e en 2e geval)
 $F_{\text{riem}} \cdot \Delta s = \Delta \frac{1}{2} m \cdot v^2$
auto (1e en 2e geval): $F_{\text{obstakel}} \cdot \Delta x = \Delta \frac{1}{2} m \cdot v^2$
NB: het zwaartepunt van de auto is tijdens de botsing over 40 cm verplaatst.
8. bestuurder: $-F_{\text{riem}} \cdot 0,55 = -\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 15^2$
 $F_{\text{riem}} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N}$
 $a = \frac{1,6 \cdot 10^4}{80} = 2,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2$
voor beide gevallen: effect 1 treedt dus niet op!
9. auto, 1e geval: $-F_{\text{obst}} \cdot 0,40 = -\frac{1}{2} \cdot 880 \cdot 15^2$
 $F_{\text{obst}} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$
2e geval: $-F_{\text{obst}} \cdot (0,25 + 0,15) = \frac{1}{2} \cdot 880 \cdot 15^2$
 $F_{\text{obst}} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ N}$
10. In geval 1 wordt de energie volledig in de auto geabsorbeerd, in geval 2 in de auto en in de wand.
11. Dat is nogal onwaarschijnlijk.

BIJLAGE D2

Oplossing van probleem 3.8 FIETSEN OP EEN PONT

1.



Het effect is dat de fiets versneld wordt en de pont vertraagd wordt door de reactiekracht.

2. Beide krachten verrichten arbeid. De energie voor het versnellen van de fiets t.o.v. de pont wordt door de fietser geleverd. De afremming van de pont levert de fiets een *extra* kinetische energie t.o.v. de wal.
3. De kracht van het water op de pont moet extra groot worden om de snelheid constant te houden: de motor moet harder draaien.
4. $s(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ met $a = v/t$
5. $a = \frac{5 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2$, dus $F = m \cdot a = 80 \cdot 1 = 80 \text{ N}$
 $\Delta s = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5^2 = 12,5 \text{ m}$
6. De kracht van de fietser op de pont is dus ook 80 N en de extra kracht op de boot vooruit moet dus ook 80 N zijn.
 In 5 s vaart de pont 15 m, dus $W = 80 \cdot 15 = 1200 \text{ J}$, energie geleverd door de motor.
7. De kracht op de fietser wordt 12,5 m verplaatst: $W = 12,5 \cdot 80 = 1000 \text{ J}$, energie geleverd door de fietser.
8. De 2200 J kinetische energie wordt dus voor 1000 J geleverd door de fietser en voor 1200 J door de boot.
9. Als de pont afgeremd wordt door de reactiekracht zal de fietser evengoed 1000 J leveren en de extra kinetische energie t.o.v. de wal komt van de vermindering van de kinetische energie van de pont.

'Arbeid' in het reguliere VWO-programma

De inhoud van het blok 'Arbeid' gaat vooral over de groepen *Dynamica* en *Mechanische energie, stoot en impuls*, terwijl enkele onderwerpen uit de groep *Energie* aan bod komen.

De onderwerpen die ter sprake komen zijn:

2. Dynamica

- kracht
- actie en reactie
- samenstellen en ontbinden van in één vlak gelegen krachten op een punt-massa
- normale kracht
- wrijvingskracht (geen wrijvingscoëfficiënt)
- beweging op een hellend vlak

3. Mechanische energie, impuls, stoot

- arbeid verricht door een constante en door een veranderlijke kracht
- $W = \int_{x_1}^{x_2} F \cos \alpha \, dx$
- vermogen
- kinetische energie
- wet van arbeid en kinetische energie
- potentiële energie
- conservatieve krachtvelden
- wet van behoud van mechanische energie

9. Energie

- warmte als vorm van energie
- de mogelijkheid voor het in elkaar omzetten van soorten energie
- nuttig effect (rendement)
- wet van behoud van energie
- eerste hoofdwet van de warmte

BIJLAGE D/4

SUGGESTIES VOOR EXTRA PROBLEMEN

1. Probleem WELKE KRACHTOPNEMER?

In een laboratorium voor wegtechniek wordt de kreukzone van een nieuw model auto uitgetest in een botsproef.

De auto ($m = 875 \text{ kg}$) wordt met 50 km/h tegen een betonnen wand gereden. Een krachtopnemer registreert de botskracht.

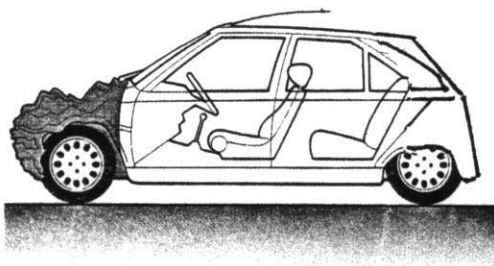


fig. 1. Het resultaat van de botsing.

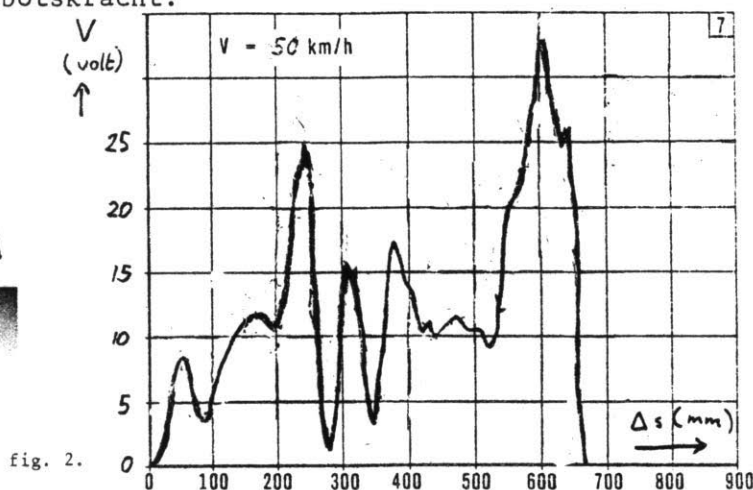


fig. 2.

In figuur 2 staat de gemeten spanning die de krachtopnemer afgeeft (in volt) uitgezet tegen de indrukking van de kreukzone.

De spanning kan op eenvoudige wijze in kracht worden omgerekend met een verhoudingsgetal: het aantal newton per volt.

Er worden twee soorten krachtopnemers in het laboratorium gebruikt: een van 10 kN per volt en een van 12 kN per volt. Door een domme, doch menselijke fout is niet meer bekend welke van de twee in het experiment gebruikt is. De proef herhalen is een beetje duur.....

- Bepaal welke van de twee krachtopnemers is gebruikt. Ga er daarbij vanuit dat de arbeid door de botskracht gelijk is aan de verandering van kinetische energie.
- Is de gegeven grafiek daar nauwkeurig genoeg voor af te lezen?

Bij probleem WELKE KRACHTOPNEMER?

orientatie

- 1) Hoe kun je de arbeid door de botskracht in principe uit de gegevens bepalen? Er zijn twee manieren.
- 2) Waarvoor heb je het aantal newton per volt nodig?

vertaling

- 3) Stel de vergelijking van de kinetische energie en de arbeid op.
 - 4) Hoeveel stelt één hokje uit het diagram voor?
- Let op: er zijn twee mogelijke waarden.

berekening

- 5) Bereken de verandering van kinetische energie.
- 6) Tel het aantal hokjes onder de grafiek en geef de nauwkeurigheid aan.

BIJLAGE D4

- 2) Wat weet je al over de grootte van het rendement van grote elektromotoren
- 3) Hoe groot is ΔE_k van de lokomotief?
- 4) Hoe groot is de afgelegde weg Δs ?
- 5) Waardoor ontstaat de trekkracht tussen lok en wagons? Wordt deze trekkracht nul als de trein niet meer versnelt?

"Vertaling" en berekening

- 6) Hoeveel (elektrische) energie wordt er opgenomen uit de bovenleiding?
- 7) Welk systeem kan je hier het handigste nemen?
Schrijf de energievergelijking op. Welke uitwendige krachten verrichten arbeid?
- 8) Beredeneer dat het rendement hier de verhouding tussen de arbeid van de stuwkracht en de toegevoerde energie is.

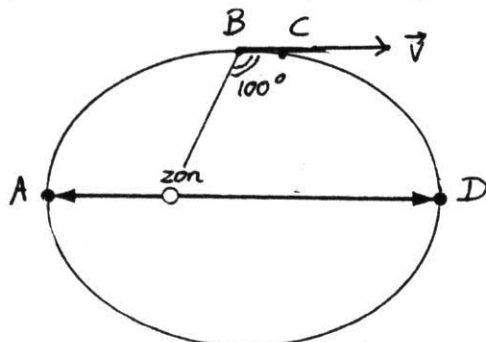
Controle en waardering

- 9) Klopt de grootte van het rendement dat jij als resultaat krijgt met wat je zou verwachten? Controleer zonodig je resultaat door schatting van alle energieën en arbeiden te maken.

2. Probleem SNELHEIDSVERANDERING VAN MERCURIUS

De planeten van ons zonnestelsel bewegen in cirkelvormige of licht elliptische banen rond de zon.

Bij de planeet Mercurius (en bij Pluto) is er een duidelijke afwijking van de cirkelvorm, wat ook te zien is aan de excentrische (= buiten het middelpunt) plaats van de zon (zie figuur 1).



Hierdoor is de baansnelheid van Mercurius niet constant: in A, het dichtste bij de zon, is die het grootst, en in D het kleinst. We bekijken het stuk BC (lengte $1,0 \cdot 10^{10} \text{ m}$ = tien miljoen km). De (aantrekkende) zwaartekracht tussen zon en Mercurius maakt op (bij benadering) dit gehele stuk een hoek van 100° met de bewegingsrichting, zoals in de figuur (wat overdreven) is aangegeven. Hierdoor wordt de planeet afgeremd.

fig. 1. Baan van Mercurius om de zon.
De ellips-vorm is enigszins overdreven.

BIJLAGE D⁴

►► Bereken de snelheid van Mercurius in het punt C.

Verdere gegevens: snelheid in B: $v_B = 5,0 \cdot 10^4$ m/s
 grootte van F_Z : $1,3 \cdot 10^{22}$ N en mag constant verondersteld worden over BC.
 massa Mercurius: $m = 3,23 \cdot 10^{23}$ kg.

Bij probleem SNELHEIDSVERANDERING VAN MERCURIUS

Orientatie

- 1) Hoe kan je zien dat Mercurius op BC wordt afgeremd?
- 2) Welke energieomzetting vindt er plaats?
- 3) Hoe groot is $E_{k, \text{begin}}$ van Mercurius?

"Vertaling en berekening"

- 4) Welk systeem neem je hier? Hoe ziet de energievergelijking er uit?
- 5) Hoe groot is de arbeid die de zwaartekracht over BC verricht?

Controle en waardering

- 7) De snelheden in A en D zijn: $v_A = 6,0 \cdot 10^4$ m/s en $v_D = 4,0 \cdot 10^4$ m/s.
 Kan dat kloppen met jouw antwoord? Kan een eventuele grote afwijking verklaard worden uit de afname van F_Z met $\frac{1}{r^2}$?
- 8) De afstand tussen zon en Mercurius in B bedraagt 57 miljoen km. Wat vind je van de benadering om de hoek steeds 100° te nemen op BC?
- 9) Speelt er geen enkele wrijvingskracht een rol in dit probleem?

3. Probleem NEERKOMEN VAN EEN PARACHUTESPRINGER



Elly maakt een afdaling aan de parachute. De luchtwrijving houdt haar valsnelheid constant, op 6 m/s. Het neerkomen vindt zij het lastigst: ze doet zich daarbij nogal eens pijn. Elly weegt 65 kg. Als ze haar benen goed neerzet, kan ze daarmee een kracht van 2200 N weerstaan, tijdens het inveren. Door na het inveren nog een koprol te maken kan ze de kracht, die dan nog op haar werkt, 'uitsmeren' over een langere weg.

► Is de koprol nodig en maakt Elly een harde val?

- 7) Bereken de tw-e mogelijke waarden van de arbeid door de botskracht en bepaal daaruit de oplossing.

controle en waardering

- 8) Schat de gemiddelde kracht en bereken daarmee de arbeid door de botskracht. Klopt die met de kinetische energieverandering?
- 9) Is de grafiek wel voldoende nauwkeurig af te lezen om het probleem op te lossen? Verwacht je dat de metingen in een laboratorium nauwkeuriger zullen zijn?

4. Probeer RENDEMENT VAN DE ELOK 1600

Een lokomotief van het type Elok, trekt, met 8 wagons, op tussen Helmond en Venlo op een horizontaal baanvak. De trekkracht tussen lokomotief ($m = 40$ ton) en de rest van de trein ($m = 505$ ton) wordt gemeten: deze is gemiddeld 110 kN . In figuur 1 staat de v, t -grafiek van een klein gedeelte van de beweging. Hieruit kan je o.a. de afgelegde weg halen. Het vermogen dat uit de bovenleiding wordt opgenomen, is ook geregistreerd: zie de P, t -grafiek in figuur 2.

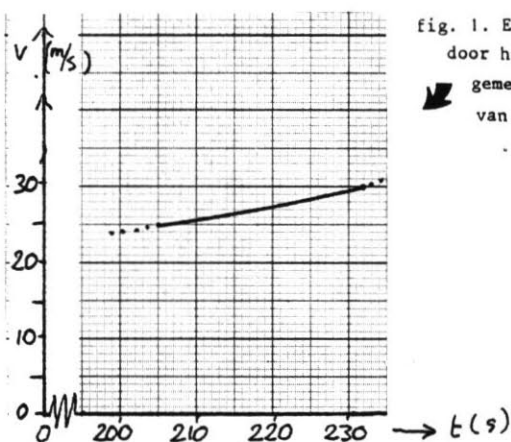


fig. 1. Een stukje van de door het CTO van de NS gemeten v, t -grafiek van de Elok-1600.

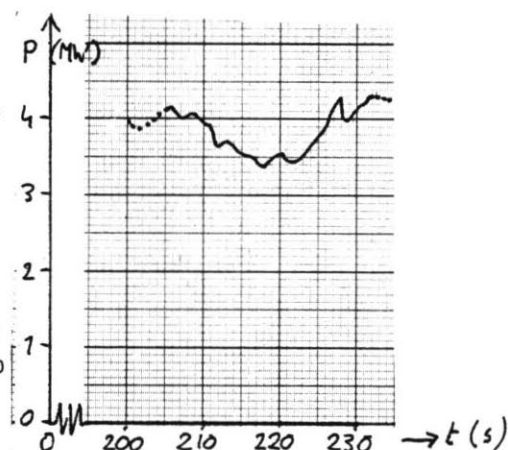


fig. 2: Een stukje van de P, t -grafiek van de Elok-1600

De wrijvingskracht op de lokomotief alleen mag je constant $5,0\text{ kN}$ nemen. Let op: de wrijvingskracht op de gehele trein is veel groter; dat zit in de trekkracht inbegrepen.

- Bereken het rendement van de Elok 1600, waarbij alle arbeid die nodig is voor het verplaatsen en versnellen van de gehele trein als nuttige arbeid gezien wordt.

Bij probleem RENDEMENT VAN DE ELOK 1600

Orientatie

- 1) Maak een tekening van alle krachten die op de lokomotief werken. Moet de nettokracht nul zijn?

BIJLAGE D4

Hulpvragen probleem NEERKOMEN VAN EEN PARACHUTESPRINGER

oriëntatie

- 1) Hoe groot is Elly's kinetische energie vóór het neerkomen?
- 2) Kan je het probleem makkelijker oplossen, als je de laatste zin boven de cursieve regel weglaat?
- 3) Mis je de gegevens om uit te kunnen maken of Elly een harde val maakt?

berekening

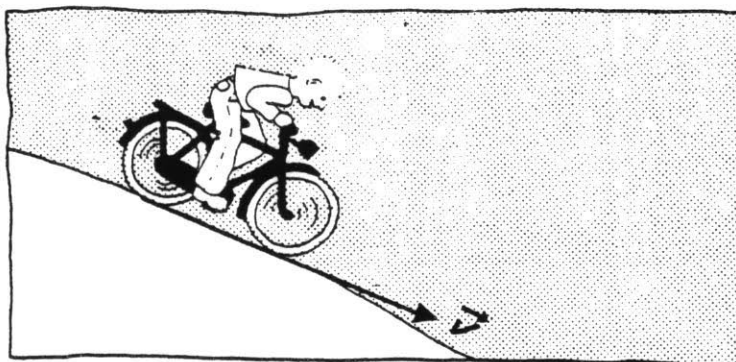
- 4) Over welke weg zou de kracht moeten werken om Elly tot stilstand te brengen?
- 5) Is die 2200 N dezelfde als de netto-kracht bij inveren?
- 6) Neem of meet een 'redelijke' inweer-afstand: hoe kan je nu verder?

controle en waardering

- 7) Bepaal de arbeid die tijdens inveren wordt verricht door
 - de zwaartekracht en
 - door de spierkracht in je benen.
- 8) Hoe groot is de kracht die jij met je benen kan uitoefenen?

5. Probleem DE HELLING AFFIETSEN

In heuvelachtige gebieden van Nederland vind je vaak hellingen van zo'n 3 %. Je kunt daar behoorlijk hard vanaf fietsen, zeker als je blijft trappen. Boven 40 km/h heeft trappen (bij een 3-versnellingen fiets) geen zin meer.



- Hoeveel vermogen moet je nog leveren om met 40 km/h van zo'n helling af te fietsen?

Neem daarbij aan:

- massa van fiets en fietser: 80 kg
- c_w -waarde 1,4 (rechttopzittend) of 0,9 (in wielrennershouding)
- oppervlak $0,5 \text{ m}^2$ (rechttopzittend) of $0,3 \text{ m}^2$ (in wielrennershouding)
- de rolwrijving is 5 N
- het vermogen dat je kunt ontwikkelen is 100 W.

Hulpvragen bij probleem DE HELLING AFFIETSEN

Oriëntatie

1. Wat doe je zelf, als je een helling affietst (houding, schakelen e.d.)?
2. Welke krachten verrichten arbeid, als je een helling affietst? Positieve of negatieve arbeid?

'Vertaling' en berekening

3. Wat kies je zelf als systeem? Welke zijn dan uitwendige krachten en welke zijn systeemenergieën?
4. Hoe groot is de luchtweerstand? (Gebruik $F_l = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$)
Welke houding neem je daarvoor op de fiets?
5. Hoeveel vermogen is er voor de luchtweerstand nodig?
6. Hoeveel daalt de fietser in 1 seconde? Hoeveel vermogen komt er aan zwaarte-energie bij?
7. Hoeveel vermogen is er nog nodig (of over)? Wat betekent dat?

Controle en waardering

8. Controleer je berekening.
9. Wat is het voordeel van een racefiets met 10 versnellingen?

6. Probleem VEERENERGIE IN EEN KATAPULT

Bart wil onderzoeken welk deel van de energie van een katapult aan een weggeschoten stalen knikker ($m = 31 \text{ g}$) wordt overgedragen. Daartoe meet hij op de wijze van figuur 1 de grafiek van de uitrekking en de daarvoor benodigde kracht (figuur 2).

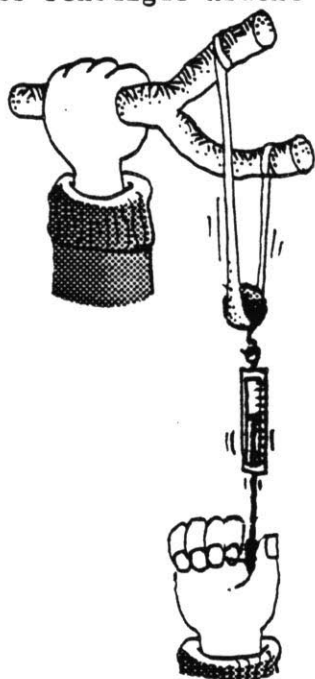
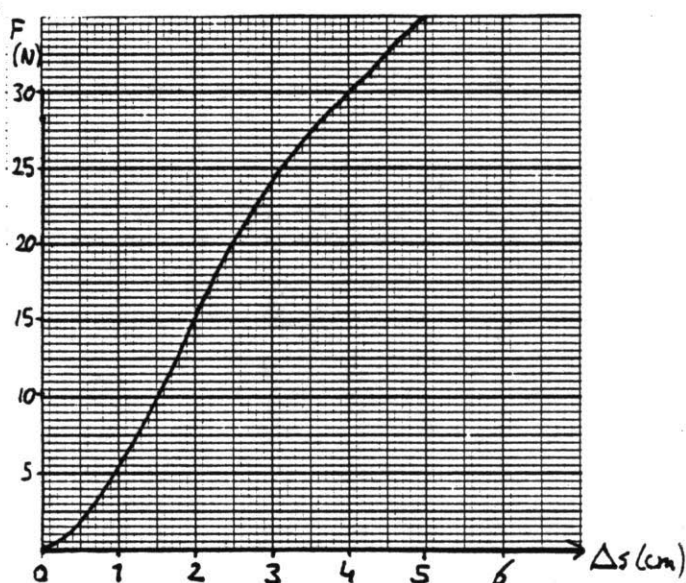


fig. 1.

fig. 2. De grafiek van de veerkracht van het elastiek en de uitrekking Δs .

BIJLAGE D⁴

Door aan te nemen dat alle energie uit het elastiek van de katapult aan de knikker wordt overgedragen kan hij met behulp van de grafiek uit figuur 2 de hoogte berekenen die de knikker kan bereiken. Als hij de proef zelf uitvoert blijkt de gemeten hoogte ($h = 2,5$ m) 20% minder te zijn dan verwacht. De uitrekking Δs is daarbij 5,0 cm geweest.

Bart concludeert dat 80% van de veerenergie aan de knikker is overgedragen, en de rest in de katapult zelf is blijven zitten.

Zijn klasgenote Loes gelooft dat niet.

Volgens haar verricht de luchtwrijvingskracht arbeid, waardoor de knikker minder hoog komt.

Uit "Verkeer" is de formule $F_1 = c_w \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$ bekend; met $c_w = 0,43$ voor een glad boloppervlak; de diameter van de knikker is 2,2 cm; de grootte van v bij het verlaten van de katapult is af te leiden met behulp van figuur 2.

►► Probeer uit te maken wie (meer) gelijk heeft.

Bij probleem VEERENERGIE IN EEN KATAPULT

Orientatie

- 1) Teken alle krachten op de knikker als die omhoog geschoten wordt en als die "vrij valt".
- 2) Bedenk hoe de knikker en het elastiek ten opzichte van elkaar bewegen als de knikker "los" is. Waar zal dat punt van loslaten ongeveer liggen? Kan je de (kinetische?) energie van het elastiek op dat punt schatten?
- 3) Waarom wordt F steeds groter als Δs toeneemt (zie figuur 2). Wat kun je nog meer uit de grafiek halen?
- 4) Waarom is het het beste de bewering van Loes na te gaan?
- 5) Welke onbekende zit in F_1 . Op welk punt van de beweging is die het grootst? Welke energievergelijking heb je nodig om die uit te rekenen?

"Vertaling" en berekening

- 6) Kies een systeem. Wat zijn de systeemenergieën? Welke uitwendige krachten verrichten arbeid?
- 7) Waarom is het zinvol in dit systeem de luchtwrijving te verwaarlozen? De zwaartekracht ook?
- 8) Hoe groot is de luchtwrijving op de knikker bij het verlaten van de katapult? Hoe groot is de luchtwrijving op de halve hoogte nog?
- 9) Maak een schatting van de totale arbeid van de luchtwrijving.

Controle en waardering

- 10) Denk je dat het elastiek 5 cm uitrekt als je de knikker van 2,5 m hoogte precies op het elastiek laat vallen?
- 11) "De omhoog geschoten stalen knikker is vrijwel een gesloten systeem" zou Bart kunnen argumenteren. Ben jij dat met hem eens?

7. Probleem KRACHT IN JE BENEN BIJ OPSPRINGEN .

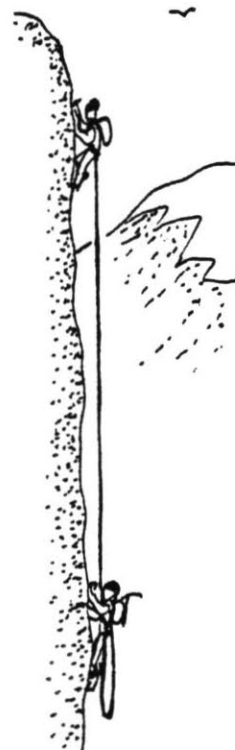
Bij een oefening op de trimbaan kijk je welke hoogte je kan bereiken door uit gehurkte stand op te springen en je hand zo hoog mogelijk op een schuine lat aan te tikken. Dat blijkt op 2,80 m te zijn.

- Bereken de afzetkracht in je benen, gebruik makend van een aantal metingen aan je eigen lichaam of dat van je buurman/-vrouw.

8. Probleem HOE VER VALT DE ALPINIST?

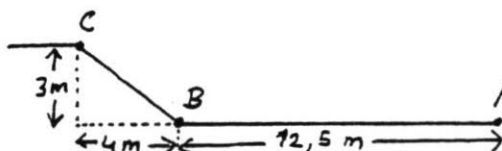
Twee alpinisten klimmen langs een loodrechte wand omhoog met een onderlinge afstand van 16 m. Het touw, waarmee ze aan elkaar vast zitten, is 20 m lang (zie figuur). Plotseling valt de onderste klimmer. Doordat het touw elastisch is, kan het de schok opvangen. Het touw heeft een veerconstante van 600 N/m en de alpinist weegt 80 kg (met rugzak).

- Hoever valt de alpinist, als je luchtweerstand niet meerekent?



9. Probleem HAALT RIKKERT DE HEUVEL?

Rikkert houdt van crossfietsen. Hij wil de steile heuvel oprijden: daarvoor trekt hij op vanuit stilstand (stuk AB) en blijft met *dezelfde, constante* kracht trappen op de helling (stuk BC). In B is zijn snelheid maximaal: 25 km/h. De luchtweerstandskracht is dan 15 N. Rikkert en fiets wegen samen 50 kg.



- Haalt Rikkert de top?

BIJLAGE D⁴

10. Probleem SPLIJTEN VAN HOUT

Wim wil een schatting maken hoe groot de kracht is die nodig is om hout te splijten. Daarom neemt hij een wig (tophoek 20°) die hij met één flinke klap 10 cm een blok hout indrijft, waardoor het hout splijt. Hij schat dat de hamer voor de klap 100 J kinetische energie bezat en dat die energie via de wig volledig is door het verrichten van arbeid door de wrijvingskracht op de wig.

- Bereken de horizontale component van de wrijvingskracht die nodig was om het hout te splijten.

11. Probleem DE SPRONGREDDER

Bij het redden van mensen uit brandende gebouwen maakt de brandweer soms gebruik van een *sprongredder*. Dat is een 2,0 m hoog, soepel luchtkussen onder 1,5 atm. druk ($1,5 \cdot 10^5$ Pa). Tijdens inveren (wanneer iemand er rug-gelings op valt) verandert deze druk nauwelijks.

- Bereken van welke hoogte mensen nog veilig op de sprongredder kunnen springen. Houd daarbij rekening met mensen van verschillend gewicht en verschillend rug-oppervlak.

VERDERE PROEFWERKSUGGESTIES

1. Veiligheidshelm in de bouw

Iemand laat per ongeluk een moer vallen van een 20 m hoge steiger.

De moer heeft een massa van 40 g en komt gelukkig op de helm van een bouwvakker, die op de grond loopt, terecht. De helm geeft 2 cm mee.

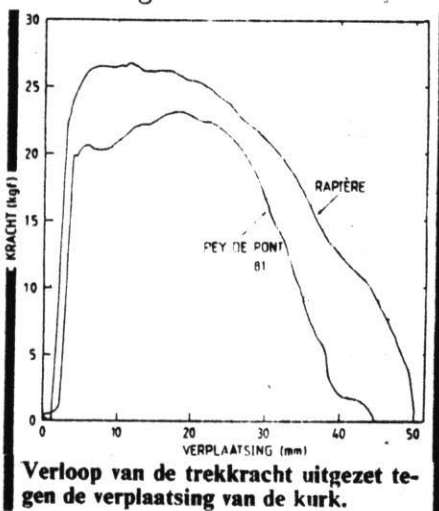
- Bereken de gemiddelde netto kracht op de helm.
- Welke eigenschappen van de helm voorkomen dat het hoofd van de bouwvakker door de moer beschadigd wordt?



2. Kurk trekken

In een artikel in de NRC van 3/10/'85 over de fysica van de kurketrekker heeft de schrijver, Prof. H. de Waard, als grappig maar serieus uitgevoerd experiment de kracht gemeten die nodig is om een kurk uit een fles te trekken.

Hij kreeg de grafiek (let op de assen!) dat met zijn commentaar hieronder staat afgedrukt.



Rapière en Pey de Pont zijn twee wijnmerken.

Bereken daaruit de arbeid die nodig is om de kurk uit de fles Rapière en Pey de Pont te trekken.

3. Stoommachine

In een bepaalde stoommachine die 'arbeid verricht' (bijv. een hijsblok optillen, een boot aandrijven etc.) wordt per seconde 10 kJ chemische energie omgezet. De stoommachine werkt met een rendement van 10%.

- Stel de energievergelijking van een stoommachine op.
- Bepaal het teken van de arbeid, verricht door de kracht (bijv. van een hijstouw), die op de stoommachine wordt uitgeoefend.
- Op welke wijze raakt de stoommachine de rest van de toegevoerde warmte kwijt? Licht dat toe aan de hand van bovenstaande formule.

BIJLAGE D6

ERRATA IN HET LEERLINGENBOEK

- blz. 13 regel 16 van boven: 'interne energie' vervangen door 'systeemenergie'.
- blz. 20 in fig. 2.6 (links) zijn de termen F_{zx} en F_{zy} omgewisseld.
- blz. 54 opgave 14: deze moet luiden:
14 SCHUIVENDE KIST
De kist van fig. 3.19 wordt vanuit rust door een kracht van 58 N in beweging gebracht, zodat die van de helling af gaat schuiven. De maximale wrijvingskracht is 100 N. De hellingshoek is 24° .
a. Bereken de snelheid van de kist als de kracht van 58 N 2,0 m is verplaatst (massa = 40 kg).
b. Bereken waar de kist weer stil zal staan als de trekkracht na de 1,0 m ophoudt met werken.
- blz. 64 opdracht 27b: opdracht 17 i.p.v. 26
- blz. 66 toevoegen: de weg is 2 km.
- blz. 56 opgave 17c kan vervallen
- blz. 70 toevoegen:
De massa van de looper is 80 kg
De lengte van een pas (2 stappen) is 3,2 m.

BIJLAGE 11

Enkele gegevens over $F, \Delta s$ -diagrammen bij botsingen, over aardgastransport, een neerstortend vliegtuig en transportkosten voor voertuigen en dieren.

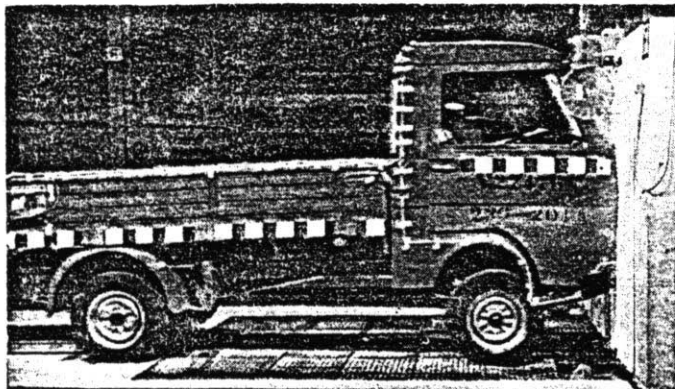


Bild 5. VW-LT beim Auffahrversuch gegen die Betonwand aus ca. 50 km/h

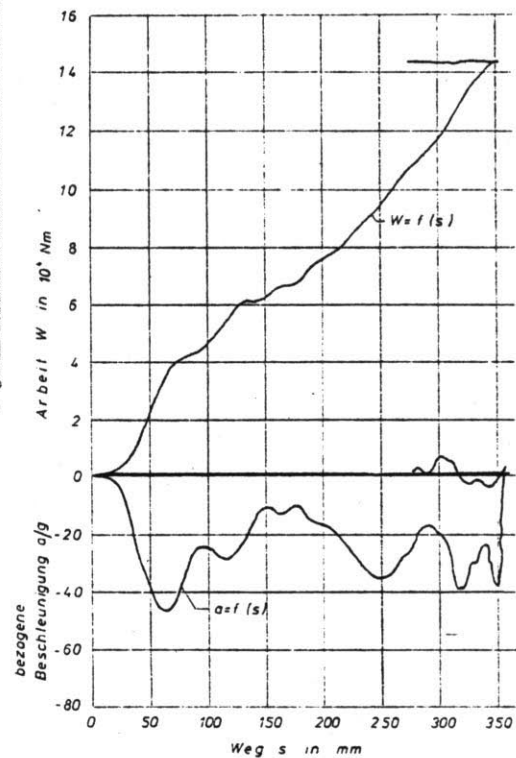


Bild 7. Arbeitsaufnahme W und Fahrzeugverzögerung a in Abhängigkeit vom Verformungsweg s beim Lasttransporter VW-LT (Frontalaufprall, Geschwindigkeit 48,6 km/h)

ATZ Automobiltechnische Zeitschrift 77 (1975) 12

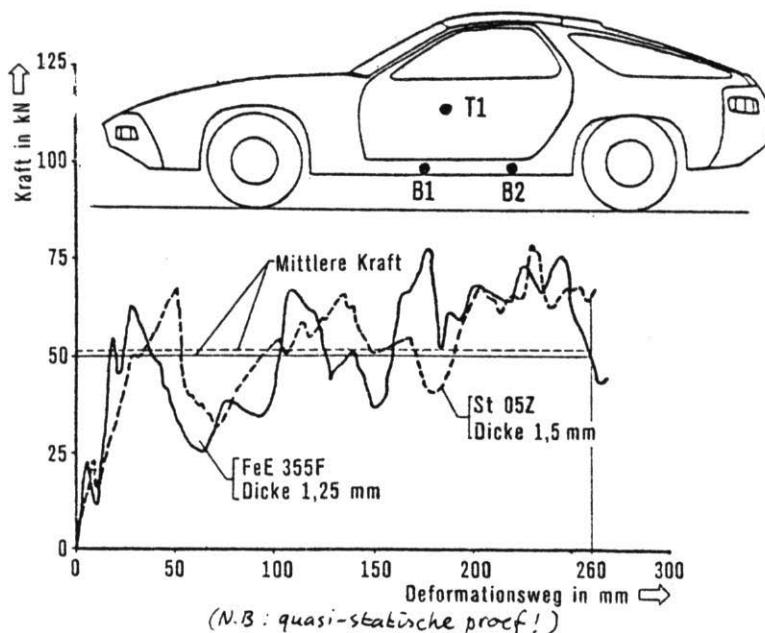
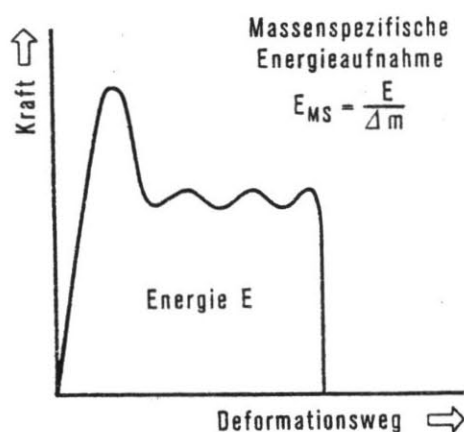


Bild 6 Vergleich der Kraft-Weg-Kurven von Karosserie-Längsträgern aus verschiedenen Werkstoffen

Eighth International Technical Conference on Experimental Safety Vehicles



Force-Crush-Distance Characteristic

Principally it is possible to determine and analyse the force-crush-distance characteristic of a component by static and dynamic tests.

The dynamic method (acceleration-time behaviour) applies to real conditions only, while the static method, the results of which cannot be easily applied to the dynamic case, is of importance mainly in the development of body structures and substructures.

In the interest of the occupants of the impacting vehicle /1/ and of the collision partner /2 - 5/ it is necessary to arrive at a precise tuning of the acceleration-time behaviour. For that reason, taking these requirements into consideration, there is a multitude of layouts available for vehicles of different mass categories (Figure 3), which can be realized by means of corresponding concepts and vehicle design. The stepped characteristic / 6 / favours compatibility, while the initial peak, which subsequently flattens down, improves occupant protection /7/.

A technology, suited for body structures, must leave unlimited scope for fixing arbitrary force-crush-distance characteristics.

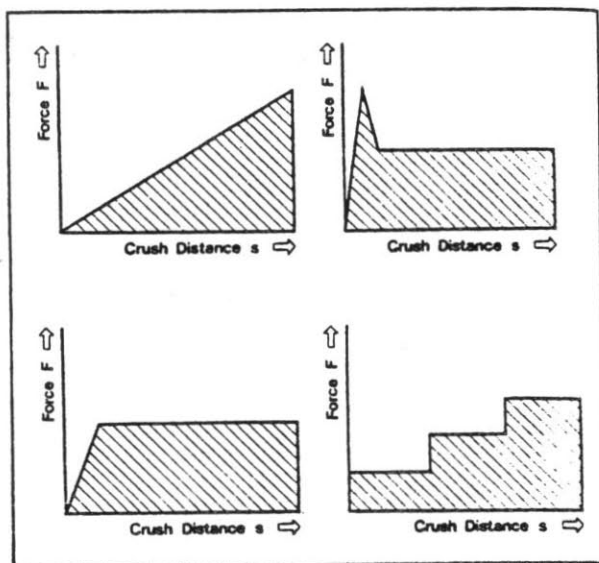


Figure 3. Various force-crush-distance characteristics for identical energy absorption.

BIJLAGE 11

Taken

1. Inkoop van aardgas Gewonnen door de Nederlandse Aardolie Maatschappij B.V. (NAM) en andere maatschappijen.
2. Transport

Totale lengte van het transportsysteem 9700 km,
3450 km hoofdleidingnet, geschikt voor een maximale druk van 67 ato, 6250 km regionaal leidingnet, geschikt voor een maximale druk van 40 ato.

Compressorstations (verhoging gasdruk): Ommen, Ravenstein, Wieringermeer, Oldeboorn, Beverwijk en Zweekhorst (in aanbouw: Spijk en Puth-Schinnen).
Opgesteld vermogen compressorstations: 600.000 pk.

Meet-en-regelstations: 74.
Meng-, reduceer- en injectiestations: 19.
Exportstations: 18.
Gasontvangstations: 1115.
Opslag vloeibaar aardgas, Maasvlakte (in aanbouw).
3. Leverantie van aardgas aan 139 gasdistributiebedrijven, 22 elektriciteitscentrales, 403 grote industrieën.
94% van de grote Nederlandse industrieën gebruikt aardgas.
93% van de huizen is op het aardgasnet aangesloten en 93% daarvan verwarmt het huis met aardgas.
4. Export naar West-Duitsland, België, Frankrijk, Italië.

Gasunie : feiten (mei '76)

de Volkskrant van ZATERDAG 1 SEPTEMBER 1984

Volgende maand zal een Boeing 720 van de Amerikaanse federale luchtvaartdienst FAA in de Amerikaanse Mojave-woestijn verongelukken. De ramp zal geslaagd worden genoemd als de vleugels en brandstoftanks aan flarden gaan, zonder dat er brand uitbreekt. Dat is dan te danken aan een nieuwe vliegtuigbrandstof die bij ongelukken in een soort kauwgum verandert. Technologie-medewerker René van Druenen over een spectaculair en kostbaar experiment, dat het vliegen er in elk geval niet goedkoper op zal maken.

Crash

De feitelijke plaats van neerstorten is een stuk betonbaan van 120 meter lengte en 75 meter breedte. Het toestel naderd dit platform met een snelheid van 150 knopen (280 km/u), bij een daalsnelheid van ruim 5 meter per seconde en een dalhoek tussen de 3 en 9 graden. Deze gegevens zijn als kenmerkend te voorschijn gekomen uit onderzoek van ongelukken die tijdens de start- en landingsfase gebeurden en die voor de inzittenden niet fataal geweest zouden zijn als op het neerstorten geen vuurzee was gevolgd.

Het is de bedoeling dat het toestel zelf met de neus 1 graad omhoog gericht neerkomt op zijn minst zwakke punt, net achter de vleugel-rompverbinding. De romp zal dan, hoopt men, intact blijven. Dat laatste is niet de bedoeling bij de vleugels. Na het neerkomen worden de vleugels en motoren door twee rijen 35 centimeter dikke stalen palen, opgesteld in de vorm van de vleugels, losgescheurd. Daardoor barsten de brandstoftanks open en komt de kerosine zowel in vloeibare als vluchtige vorm vrij.

Normaal gesproken zou daarop onmiddellijk de kerosine door vonken worden afgevoerd. In dit geval...

BIJLAGE 11

VOERTUIG OF DIERSOORT	Gewicht (in grammen)	Transport- methode	wielen	Transportkosten (in calorieën per gram per km)
Kakkerlak	5	wandelen	-	65
Konijn	2500	wandelen	-	4.5
Papegaai	35	vliegen	-	2.5
Klein Jetvliegtuig (F105)	20.000.000	vliegen	+	1.5
Hond	10.000	wandelen	-	1.5
Auto (Cadillac)	2.200.000	'wandelen'	-	0.8
Wandelende mens	70.000	wandelen	-	0.75
Paard	600.000	wandelen	-	0.6
Mens in rolstoel	80.000	'wandelen'	+	0.57
Mens op fiets	80.000	'wandelen'	+	0.15

De hoeveelheid benodigde energie om een kilometer te overbruggen (per gram lichaamsgewicht). Bron: Jared Diamond, Nature Vol. 302, 14 april 1983.

Speer schiet doel voorbij

Van onze correspondent

EMMEN- Een leerling van de christelijke scholengemeenschap in Emmen heeft duidelijk meer gevoel voor kracht dan voor richting als het gaat om het wegwerpen van een speer tijdens de gymles.

De scholier wierp de speer zo hard dat deze zich een weg baande door de bossage die het sportveld scheidt van een straat met rijkelijk veel auto's. Het puntige voorwerp boorde zich eerst door een voorruit van een geparkeerde auto, vervolgens door de achterraut, waarna de speer tenslotte bleef steken in een boom achter de auto. Er deden zich geen persoonlijke ongelukken voor.

Pseudowork and real work

Bruce Arne Sherwood

*Computer-based Education Research Laboratory, Department of Physics and Department of Linguistics,
University of Illinois at Urbana-Champaign, 252 Eng. Res. Lab., 103 S. Mathews, Urbana, Illinois 61801*

(Received 7 January 1982; accepted for publication 28 July 1982)

In teaching mechanics, we should more clearly distinguish between an integral of Newton's second law and the energy equation. This leads to greater clarity in the notions of system, work, and energy. A reorientation of the treatment of work and energy would not only provide benefits in the mechanics course but would also produce better connections between the mechanics and thermodynamics courses.

I. SOME PUZZLES

When a car accelerates from rest, it appears that the kinetic energy is equal to the work done by the frictional force exerted by the road, acting through the displacement of the car. Yet the frictional force does *no* work, and the car's kinetic energy comes from the burning of gasoline, not from the road.

When a block slides down an incline with friction, it is often said that the kinetic energy is equal to the work done by gravity minus the work done by the frictional force. Yet one knows that the block gets warmer, and there is the uneasy feeling that this increase in thermal energy ought to appear explicitly in the work-energy equation.

These mechanics problems are representative of a general class of situations involving systems which cannot be treated as point particles. The uneasiness provoked by such problems is only partially offset by the fact that one often seems to get the "right" answer. The goal of this article is to resolve the ambiguities and deepen our understanding. A new approach not only can clarify such situations but can also improve the connections between the introductory mechanics course and the following thermodynamics course.

II. PSEUDOWORK

Erlichson¹ and Penchina² have pointed out that we frequently do not properly distinguish between the work-energy equation of mechanics and a particular integral of

Newton's second law. Take the second law for a system of particles,

$$\sum \mathbf{F}_{\text{external}} = M\mathbf{a}_{\text{CM}},$$

and integrate through a displacement of the center-of-mass point (interchanging summation and integration):

$$\int \left(\sum \mathbf{F}_{\text{external}} \right) \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} = \int M \frac{d\mathbf{v}_{\text{CM}}}{dt} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}};$$

$$\sum \left(\int \mathbf{F}_{\text{external}} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} \right) = \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 \right).$$

Penchina calls the term on the left-hand side the total "pseudowork." It is *not* equal to the total real work done on the system, because the forces have been multiplied by the center-of-mass displacement rather than by their individual displacements. The right-hand side of the equation is *not* in general equal to the kinetic energy change of the system, since it involves only the center-of-mass speed. The term $\frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2$ is sometimes called "the kinetic energy of the center of mass." Although "pseudowork-energy equation" is a good name for this relationship, it has been found useful for teaching purposes to call it the CM (center-of-mass) equation. This name emphasizes that the equation does not really deal with work and energy but is associated with center-of-mass quantities.

The displacement $d\mathbf{r}_i$ of the point of application of the i th force is not necessarily equal to the displacement $d\mathbf{r}_{\text{CM}}$

BIJLAGE 12

of the center-of-mass point, so that for the i th force

$$\int \mathbf{F}_{i,\text{external}} \cdot d\mathbf{r}_{\text{CM}} \neq \int \mathbf{F}_{i,\text{external}} \cdot d\mathbf{r}_i;$$

pseudowork, $\neq$ work.

For point particles $d\mathbf{r}_i = d\mathbf{r}_{\text{CM}}$, the pseudowork equals the work, and the energy of a point particle is purely kinetic, so that the CM and work-energy equations are equivalent.

If one starts from the x component of the equation of motion, one finds

$$\sum \left(\int \mathbf{F}_{i,\text{external}} dx_{\text{CM}} \right) = \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{x,\text{CM}}^2 \right),$$

with similar equations for y and z . The algebraic sum of these three equations yields the full CM equation.

III. ILLUSTRATIVE EXAMPLE

The differences between the CM equation and the work-energy (WE) equation can be appreciated by writing both equations for a variety of situations. Consider a cylinder rolling without slipping a distance d_{CM} down an incline (Fig. 1). Take the cylinder as the system, so that Mg is an external force applied by the Earth to the cylinder:

$$\text{CM, cylinder: } (Mg \sin \theta - f) d_{\text{CM}} = \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 \right),$$

$$\text{WE, cylinder: } (Mg \sin \theta) d_{\text{CM}} = \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 \right) + \Delta \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right).$$

Both of these equations are correct. Each gives different kinds of information, so one or the other may be more useful in determining certain aspects of the motion. Notice that the frictional force appears in the CM equation, since it contributes to the resultant force $(Mg \sin \theta - f)$, but it does not appear in the work-energy equation. The point of application of the frictional force is at the rolling contact point, which is always instantaneously at rest. Hence the frictional force acts through zero distance and does no (real) work, though it can be said to perform an amount $-f d_{\text{CM}}$ of pseudowork.

Also note that the rotational energy term is missing from the CM equation, since the CM equation, despite appearances, is not really an energy equation. The CM equation is merely the spatial integral of

$$\sum \mathbf{F}_{\text{external}} = M \mathbf{a}_{\text{CM}}$$

and deals not with energy but with the motion of the (mathematical) center-of-mass point. If each force acts on a system through a displacement equal to the center-of-mass displacement, then the CM and WE equations are the same. One example of such a system is a point particle. However, the frictional force and the gravitational force act on the rolling cylinder through different distances, and this leads to differences between the CM and WE equations. Such differences can arise for deformable systems and also for rotating rigid systems.

If we include the Earth in our chosen system, the Mg

force is no longer an external force and the work-energy equation becomes

$$\text{WE, universe: } 0 = \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 \right) + \Delta \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right) - (Mg \sin \theta) d_{\text{CM}}.$$

The Mgh term appears on the right-hand side as (negative) change in the gravitational potential energy when we choose the universe as the system of interest, but it appeared on the left-hand side as positive work when we chose the cylinder as the system. We will see later that it is important to be very clear about the choice of system, since it is external forces that perform the external work which appears on the left-hand side of the work-energy equation. As Penchina says, application of both the CM and WE equations helps students better understand and appreciate work and energy. Similarly, writing the WE equation for more than one choice of system illuminates the difference between work as a process and energy as a change of state.

IV. ENERGY EQUATION

Next consider an accelerating car. Let it be an electric car to avoid questions of air intake and of exhaust. Take the car as the system (Fig. 2), and ignore air resistance. The forces f_1 and f_2 represent the total forces on the rear and front wheels. These forces do no work, since the point of application of these forces has no displacement if the wheels do not slip. The CM equation predicts how these forces change the center-of-mass velocity:

$$\text{CM: } (f_1 + f_2) d_{\text{CM}} = \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 \right).$$

This CM equation is precisely equivalent to $f_1 + f_2 = Ma_{\text{CM}}$, from which it was derived. The frictional forces make possible an acceleration of the center of mass, but they do no work, and the left-hand side of the CM equation is not the work done on the car. Similarly, the right-hand side of this CM equation contains not the energy of the car but only the "kinetic energy of the center of mass." The full energy of the car includes several other terms. The energy equation for the car is the following (neglecting air resistance):

$$Q_{\text{net}} = \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 \right) + \Delta KE_{\text{internal}} + \Delta E_{\text{thermal}} + \Delta E_{\text{battery}}.$$

Q_{net} is the net heat transfer into the car from the surroundings, consisting mainly of (negative) heat transfer from the hot engine to the air and from the hot tires to the cooler pavement. $\Delta KE_{\text{internal}}$ represents the increased energy of motion of the internal parts of the car, including the engine and the wheels. $\Delta E_{\text{thermal}}$ is associated with the temperature rise of the engine and battery (friction, ohmic heating, and irreversible aspects of battery discharge). $\Delta E_{\text{battery}}$ is the (negative) change in chemical energy which pays for all the other terms in the equation.

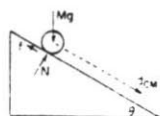


Fig. 1 Cylinder rolls without slipping down an incline.

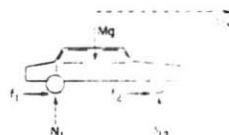


Fig. 2 Car accelerates with the wheels not slipping. Air resistance is neglected.

net external inputs to a system	=	change in energy of a system
(mechanical work, heat transfer, mass transfer, radiation, etc.)		(kinetic energy, gravitational potential energy, chemical energy, etc.)

For historical reasons this is called the first law of thermodynamics, although the energy principle is pervasive throughout science and is not really tied to thermodynamics or to thermodynamics courses. It cannot of course be derived from Newton's laws, although it contains the purely mechanical work-energy (WE) equation as a subset of the full possibilities. It would be natural to call it simply "the energy equation." However, at present the label "work-energy equation" is often applied indiscriminately in mechanics courses to the very different CM and WE equations. For that reason it seems prudent to drop the term "work-energy equation" entirely, and use two new terms in the mechanics course: the CM equation and the FLT (first law of thermodynamics). This terminology has the additional advantage that the energy principle is known as the first law in the thermodynamics course which normally follows the mechanics course. At some future date, if the terminology "work-energy equation" is no longer used, it would be sensible to rename the FLT simply "the energy equation," both in the mechanics course and in the thermodynamics course. It should not be called the work-energy equation, because work is only one of many processes which can carry energy across the system boundary.

(There is a minor notational problem in the transition from mechanics to thermodynamics. In mechanics it is natural to call work done on the system positive, writing $W = \Delta E$, whereas in thermodynamics we usually define work done by the system as positive, due to the emphasis on deriving useful work output from heat transferred into the system, with $Q = \Delta U + W$. This notational difference should be pointed out to the student in the thermodynamics course.)

V. ADDITIONAL EXAMPLES

Because the distinction between the CM equation and the first law of thermodynamics has usually not been made in standard textbooks, there is a shortage of relevant homework and exam problems in this area. Some useful problems have been invented for a computer-based mechanics course³⁻⁶ which attempts to treat the energy topic comprehensively. These problems will be summarized here both to further illustrate the principles and to stimulate others to develop additional helpful problems.

The common theme of these problems is a change of shape of the chosen system, which may consist of several bodies. This may involve, for example, an unwinding chain or a mountain climber scaling a cliff (where there is a grow-

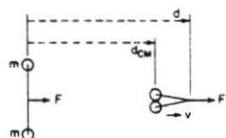


Fig. 3. Two pucks on a frictionless table accelerate from rest. The point of application of the force goes farther than the center-of-mass point.

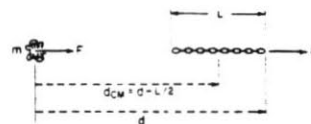


Fig. 4. Chain at rest in a small heap on a frictionless floor is opened out by pulling with a constant force. The force moves farther than the center of mass does.

ing separation of climber and Earth in a system containing both). We begin with three examples where there is little or no configurational energy associated with the deformation of the system.

An exam problem by Michael Weissman involved two pucks tied together and lying at rest on a frictionless table. The center of the string is pulled with a constant force perpendicular to the string as shown in Fig. 3, and the pucks collide inelastically. When the stuck-together pucks have attained a speed v , we have the following equations (where FLT stands for the first law of thermodynamics):

$$\text{CM: } Fd_{\text{CM}} = \frac{1}{2}(2m)v^2,$$

$$\text{FLT: } Fd = \frac{1}{2}(2m)v^2 + \Delta E.$$

The external force acts through a distance d greater than d_{CM} , the distance the center of mass moves. The term ΔE is the increase in internal energy, corresponding to the mechanical energy lost to other forms during the inelastic collision. (If there is significant radiation of sound or heat, or thermal conduction to the table, these transfers should appear as negative quantities on the left-hand side of the FLT, though here they have been lumped into the term ΔE .) Typically, the student is asked to find v and ΔE , given F , d , and the lengths of the strings.

A related problem involves uncoiling a uniform chain of length L made of metal links. The chain initially is bunched up in a small heap (Fig. 4). A constant force pulls the chain across a frictionless floor. The chain reaches a speed v after opening out completely:

$$\text{CM: } F(d - L/2) = \frac{1}{2}mv^2,$$

$$\text{FLT: } Fd = \frac{1}{2}mv^2 + \Delta E.$$

Again, ΔE is the increase in internal energy of the chain (neglecting energy transfers out of the system) and can be thought of mainly as related to an increase in temperature of the chain after inelastic collisions among the links of the chain have damped down. From the CM and FLT equations the student may be asked to determine v and ΔE .

For a third problem, consider two identical blocks initially at rest on a frictionless table, pulled away from each other by equal forces (Fig. 5). Take the two blocks as the system of interest:

$$\text{CM: } (f - f)\Delta x_{\text{CM}} = \frac{1}{2}(2m)v_{\text{CM}}^2 = 0,$$

$$\text{FLT: } 2fd = 2(\frac{1}{2}mv^2);$$

v_{CM} remains zero, and the center of mass does not move. Each block does acquire a speed v . Clearly, work is done on

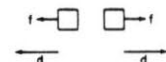


Fig. 5. System composed of two blocks at rest is pulled apart by equal and opposite forces. The center of mass does not move.

BIJLAGE 12

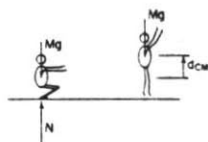


Fig. 6. Jumper leaps up from a crouching rest position. The normal force exerted upwards by the floor does no work, since there is no displacement of the contact point.

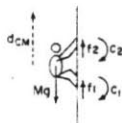


Fig. 7. Climber moves slowly up a vertical cliff. The cliff applies forces and couples to the hands and feet but does no work, since there is no displacement at the contact points. The Earth does negative work on the climber.

the system of the two blocks, but there is no change in v_{CM}^2 . This problem can be used to illustrate to the student in a very simple situation the major differences between the CM equation and the FLT. Similar problems are the symmetric stretching of a spring, or a weightlifter slowly raising a barbell (the Earth and barbell being the chosen system). In each of these cases the net force is zero, so the center of mass does not accelerate, but the individual forces do work. Consideration of such processes can lead in a natural way to the introduction of the concept of potential energy.

Next we consider systems where configurational energy is important. A rich class of such examples involves men and women jumping or climbing. If there is no slippage between foot or hand and the supporting surface, the support forces though large do no external work on the person. Consider a jumper who leaps straight up from a crouching position, with the center of mass rising d_{CM} at the moment of liftoff (Fig. 6). $\bar{N}$ is the average value of the force of the floor exerted upward on the jumper's foot during contact. Neglect heat transfer to the air.

$$CM: (\bar{N} - Mg)d_{CM} = \frac{1}{2} M v_{CM}^2,$$

$$FLT: -Mgd_{CM}$$

$$= \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \Delta KE_{internal} + \Delta E_{thermal} + \Delta E_{chemical}.$$

Because the CM equation involves $\bar{N}$, it can be used to estimate the required strength of the floor, about which the FLT says nothing. $\Delta KE_{internal}$ includes flailing of arms and legs. $\Delta E_{thermal}$ represents the temperature rise of the body prior to heat transfer to the surrounding air. $\Delta E_{chemical}$ is negative and represents payment for the other terms. If we take the universe as the system, the Mgd_{CM} term appears on the right-hand side of the FLT equation as increased gravitational potential energy due to increased separation of jumper and Earth. In that case, no work is done on the system. The student can be given d_{CM} and the final height to which the jumper rises, from which can be calculated the average normal force exerted by the floor. The FLT can be used to calculate the change in the internal energies of the jumper, which gives a minimum value for the chemical energy expended.

A climber inches *slowly* up a vertical cliff. The cliff exerts upward forces and also applies couples (Fig. 7). Taking the climber as the system of interest we have

$$CM: (f_1 + f_2 - Mg)d_{CM} = 0,$$

$$FLT: -Mgd_{CM} - Q_{loss} = \Delta E_{chemical}.$$

The forces exerted by the cliff do no work, since without slippage the point of contact does not move. The climber burns chemical energy to compensate for the negative work done by the external Mg force and for the heat transfer Q_{loss} to the air. Again, if we take the universe as the system the Mgd_{CM} term appears on the right-hand side as change in gravitational potential energy, and the Q_{loss} term appears

on the right-hand side as increased thermal energy in the atmosphere. The student can be asked about the sum of the chemical energy and heat transfer terms.

One frequently hears statements about such a situation that "the climber does work to increase his gravitational potential energy." There is *no* system on which the climber does work, since the cliff and the Earth do not move. Also, one can properly speak of "gravitational potential energy" not of the climber alone but only in terms of separation of climber and Earth in the larger system. It is unfortunately very common to speak of the gravitational potential energy of a person or of a falling rock, but such statements really should be avoided, since the Earth must be included in the system. Lack of clarity on this point leads students to make the mistake of putting the mgh in twice when analyzing a falling rock: $mgh = \Delta KE - mgh$. Here the student has mixed two different choices of system, the rock alone (on which the Earth does external work mgh) and the universe (in which there is a change of gravitational potential energy $-mgh$). Avoiding this kind of double-entry mistake is helped by analyzing a problem with two or more different choices of systems. It is just as important in work-energy problems as it is in force-acceleration problems to be clear about the choice of system. Emphasizing choice of system and the use of freebody diagrams in the work-energy part of the mechanics course provides another opportunity to practice these important concepts.

Similar remarks apply to the way in which $PE = mgy$ is derived. One should be very careful to distinguish between the two choices of system (rock alone, or rock plus Earth). Indeed, it is the comparison of the energy relations for these two systems from which one can determine the potential energy change.

A sprinter accelerating or a woman walking upstairs involves contact forces on the feet which do no work on the person. In some ways foot locomotion is a better introduction to forces which accelerate but do no work than is the car example, since the motionlessness of the bottom of a nonslipping wheel is much harder to grasp than the nonslip action of the walking or running foot.

Some recent textbooks have brief sections dealing with the CM equation. For example, a 1981 revision of the popular textbook by Halliday and Resnick includes a new section (pp. 137-140) on this topic. The examples in the text and the homework problems include a woman jumping upwards, a car decelerating without slipping, an astronaut pushing away from a spaceship, and an ice skater using his hands to stop at a wall. These are all examples of a contact force acting through zero distance.

One might protest that the distinctions brought out by such problems are overly pedantic. This is partly a matter of taste. But generations of physics teachers have been careful to explain to students the precise technical meaning of the word "work," and that holding a book at arm's length may be tiring but you are doing no work on it. If we can be careful about this trivial case, we should be even

more careful, not less, when discussing the more complicated cars and climbers that show up throughout the mechanics course.

Moreover, if these distinctions are not made one obtains unphysical results when frictional forces do work. As will be shown in a forthcoming article,⁸ frictional forces generally act through a distance which is less than the displacement of the center of mass. In rolling without slipping, the frictional force acts through zero distance and does no work. For a block sliding on a table, deformation of the rubbing surface causes the effective displacement d_{fr} of the frictional force to be less than the center-of-mass displacement d_{CM} . The resulting difference between the pseudowork $-\mu N d_{CM}$ and the real work $-\mu N d_{fr}$ is numerically equal to the rise in the thermal energy of the block.

VI. PEDAGOGICAL AND PHILOSOPHICAL ISSUES

It has been standard practice not to mention the first law of thermodynamics in mechanics courses. The work-energy equation is treated on a purely mechanical level, with considerable formal attention paid to external and internal forces, to conservative and nonconservative forces, and to mechanical potential energy. This approach has serious drawbacks. It is overly formal for an introductory college mechanics course, it does not permit the application of energy relationships to very common problems usually treated in mechanics courses, and it produces an artificial and unnecessary separation between mechanics and thermodynamics. The main justification for this practice is that it leads to treating both mechanics and thermodynamics as self-contained axiomatic systems, thus providing practice in manipulating formal structures and reflecting the historical development of both subjects. However, we have seen that Newtonian mechanics alone is not in fact a consistent system for handling the energy aspects of many situations which have traditionally been treated in the mechanics course.

It is certainly possible to restrict the mechanics course solely to Newtonian mechanics, but in that case there are two reforms that should be made. First, the CM and work-energy equations should be carefully distinguished from each other, since otherwise our careful definitions of work and energy are compromised. Second, those situations whose energy relationships involve more than Newtonian mechanics should be removed from the course: accelerating cars, inelastic collisions, people climbing or jumping, blocks sliding down inclines with friction, etc. This would be a very heavy price to pay, yet it is a price which must be paid to keep the axiomatic approach at least consistent within itself.

Given the stringent limitations of a purely Newtonian mechanics course, it seems far more important to teach physics than to restrict ourselves to teaching rational mechanics. We often mention special relativity in a mechanics course, even though Einstein lived long after Newton. We should not hesitate to introduce the first law of thermodynamics when it is needed, even though this energy principle emerged in the 19th century and cannot be derived from Newtonian mechanics. Students accept the FLT easily, because it seems so reasonable from everyday experience, including frequent discussions of energy gain and loss. Introducing and using the FLT by name in the mechanics course

provides a solid foundation for the later study of thermodynamics, where the FLT will appear as something familiar rather than as a correction to an incomplete mechanical work-energy equation, or even as an entirely new concept.

Changing the approach to work and energy will require significant effort. The potential rewards are great, however, in breaking down some of the present isolation of mechanics from thermodynamics. Moreover, it is possible to draw significant dividends within the mechanics course from investments made in dealing more comprehensively with energy. During the energy portion of the course we are able to discuss examples of the FLT involving rotating objects, where we simply refer to the rotational kinetic energy as KE_{rot} , not yet being able to calculate it explicitly. For example, the CM and FLT equations for a cylinder rolling down an incline can be discussed at an early stage. This makes it possible later to draw upon this experience when introducing the kinetic energy of rotating objects, and the moment of inertia. The use of the CM equation and the FLT makes it feasible to attack a wide range of rotation problems after having merely introduced $\frac{1}{2}I\omega^2$ and rotational kinematics, leaving until later the more subtle concepts of torque and angular momentum. This gets over the hurdle so common to the topic of rotational dynamics of having to introduce a large number of new concepts all at once, in order to be able to do anything new and interesting. I acknowledge a debt to James H. Smith for pointing out the advantages of energy techniques in introducing rotational mechanics.

VII. CLOSING REMARKS

My own concern with these issues began in 1971 when Lynell Cannell and I became very confused about missing thermal energy terms in what we now recognize as the CM equation. This was in the context of her starting to write a computer-based lesson on work and energy, and we found the requirements for extra clarity in the computer-based education medium a great stimulus to sorting things out. Our colleague James Smith came to the rescue with the basic explanations elaborated upon in this article. Over the ensuing years a great deal of experience has been gained in reorienting our teaching of work and energy. Some of this experience is reflected in a computer-based lesson on work, energy, and the CM equation, and in its accompanying problem set. These and related concerns have also led to increased emphasis on freebody diagrams throughout our computer-based course.⁹

It must be admitted that our attempts to treat work and energy comprehensively have not been completely successful. Students do find the topic difficult. It is observed that the first law of thermodynamics leads to few conceptual difficulties, but the CM equation strikes the students as rather mysterious. Perhaps this is a reflection of the fact that the foundation of the CM equation, Newton's second law for a system of particles ($\Sigma \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{CM}$), is in fact rather mysterious, since it relates the motion of the center of mass to forces applied at points which may be far from the center of mass.

The difficulties students have with the new presentation may be understood in part as being no different from comparable difficulties with other parts of the mechanics course, such as rotational motion and angular momentum, but partly the difficulty lies with the newness of the approach. The standard textbooks have not handled the topic

in this way. Moreover, as was mentioned earlier, examples and problems which bring out the issues have not been included in textbooks and are not part of every physics teacher's set of teaching methods. Senior faculty members and graduate teaching assistants, having studied the material in a very different way when they were undergraduates, need assistance in presenting things the new way. In short, there is a lack of instructional infrastructure to support the revised treatment of work and energy. In order to remedy this situation we have not only used computer-based materials and (in preliminary form) a new textbook¹⁰ but have also held special seminars for staff.

ACKNOWLEDGMENTS

I thank many physicists for helpful discussions, especially James Smith, Lynell Cannell, Dennis Kane, James Wolfe, Donald Shirer, and Howard McAllister. I similarly thank engineering colleagues Cristino Cusano and Daniel Drucker. I also thank large numbers of students who strug-

gled with our sometimes fumbling attempts to present the material in a new way.

¹H. Erlichson, Am. J. Phys. 45, 769 (1977).

²C. Penchina, Am. J. Phys. 46, 295 (1978).

³B. A. Sherwood, C. Bennett, C. Tenczar, and J. Mitchell, *Proceedings of the Conference on Computers in the Undergraduate Curricula* (Dartmouth College, Hanover, NH, 1971).

⁴S. Smith and B. A. Sherwood, Science 192, 344 (1976). Reprinted in *Electronics: The Continuing Revolution*, edited by P. H. Abelson and A. L. Hammond (American Association for the Advancement of Science, Washington, DC, 1977).

⁵D. Kane and B. Sherwood, Comp. and Educ. 4, 15 (1980).

⁶L. M. Jones, D. Kane, B. A. Sherwood, and R. A. Avner, Am. J. Phys. 51, 533 (1983).

⁷D. Halliday and R. Resnick, *Fundamentals of Physics*, 2nd ed. (Wiley, New York, 1981).

⁸B. A. Sherwood (unpublished).

⁹B. A. Sherwood, Am. J. Phys. 39, 1199 (1971).

¹⁰B. A. Sherwood, *Notes on Classical Mechanics* (Stripes, Champaign, IL, 1982).