

4. DYNAMICA

4.1 Inleiding

Bewegend met zijn lichaam ervaart de mens wat in de natuurkunde vermogen wordt genoemd. De snelheid die we bereiken en de kracht die we daarbij inzetten zijn de factoren die deel uitmaken van het vermogen; wiskundig kunnen we het vermogen omschrijven als het product kracht maal snelheid. Nemen we alleen kracht of beweging als verschijnsel op zichzelf, dan ontstaat een geïsoleerde situatie: kracht zonder beweging is uiterlijk geïsoleerd in de statische situatie van het krachtenevenwicht; beweging zonder kracht is innerlijk geïsoleerd in onze voorstelling ervan. Zoals in de inleiding al besproken werd, is de mens met het fenomeen beweging immers verbonden door zijn voorstelling en met het fenomeen kracht verbonden via zijn wil. De dynamiek die uit de samenwerking van kracht en beweging ontstaat beleven we met ons voelen. In schema:

<i>fenomeen</i>	<i>zieleactiviteit</i>	<i>begrip</i>	<i>maat</i>
beweging	voorstelling	snelheid	$v = \text{afstand/tijd}$
dynamiek	beleving	vermogen	$P = F \times v$
vormverandering	wil	kracht	$F \propto \frac{\Delta l}{l}$

Voor we nader op het begrip vermogen ingaan en op toepassingen daarvan, willen we nog een andere combinatie van grootheden bekijken, namelijk het product kracht maal tijd. Welke betekenis kunnen we toekennen aan $F \times t$? We onderzoeken deze vraag in de volgende situaties:

1. het voorwerp staat stil;
2. het voorwerp beweegt met constante snelheid;
3. de kracht komt ten volle ter beschikking voor de versnelling van het voorwerp.

Ad 1. In de eerste situatie, waarin uiterlijk niets verandert, heeft het product $F \times t$ in de huidige natuurkunde geen betekenis. Houdt men echter een tijdje een gewicht omhoog, dan ervaren we wel degelijk iets. De uitgeoefende kracht wordt beleefd aan het eigen lichaam en de tijd wordt als het uithoudingsvermogen of het vermoeidheidseffect beleefbaar. In statische situaties en constructies vertegenwoordigt $F \times t$ een energie die niet te mobiliseren is. d'Alembert sprak over virtuele energie.

Ad 2. In situatie 2, waarbij het voorwerp wel beweegt maar niet versnelt, is alle kracht nodig om de weerstand te overwinnen. $F \times t$ wil hier dus

zeggen: hoelang moet ik een kracht leveren? Dit is dus een energiemaat, die natuurkundig echter niet wordt toegepast. Natuurkundig is men gewend om de opgebrachte energie te berekenen met het product $F \times s$, waarbij s de afstand is waarover een voorwerp door de kracht F is verplaatst. Men kan $F \times t$ ook als een maat voor de hardheid van een materiaal opvatten: men drukt een punt een zekere tijd in een materiaal en kijkt hoe diep de put is. *Ad 3.* In situatie 3 is de kracht volledig beschikbaar voor het versnellen van een voorwerp. Met het toenemen van de kracht of de tijd zal ook de snelheid van het voorwerp toenemen. De waarde $F \times t$ heeft nu de betekenis van een stoot, waardoor het voorwerp een snelheid krijgt, die afhankelijk is van zijn massa.

Men ziet dat er een groot verschil kan zijn in betekenis van een formule als deze in statische of dynamische situaties wordt toegepast.

4.2 Toepassingen van vermogen

Zoals hiervoor al ter sprake kwam is het vermogen een begrip in de dynamica dat direct aan de ervaring gerelateerd kan worden. Mijn vermogen is groter naarmate ik meer kracht kan leveren en deze effectief kan aanwenden tot vermeerdering van de snelheid van een voorwerp. De wiskundige uitdrukking van deze ervaring is de formule $P = F \times v$. Om deze ervaringen kwantificeerbaar te maken moeten dus de beide aspecten van kracht en snelheid gemeten worden. Een geschikte proef hiervoor is het bestijgen van een lange trap met een zo hoog mogelijke snelheid. Gemeten worden: 1) gewicht van de persoon, 2) traphoogte, 3) tijd. Een experiment uitgevoerd door leerlingen op een brandtrap van 10 m hoogte leverde de volgende resultaten:

gewicht (kgf)	tijd (s)	snelheid (m/s)	vermogen = $F \times v$	
			(kgf·m/s)	(pk)
48	8,3	$10/8,3 = 1,2$	$48 \times 1,2 = 58$	$58/75 = 0,77$
52	10,5	$10/10,5 = 0,96$	$52 \times 0,96 = 50$	$50/75 = 0,66$
65	8,3	$10/8,3 = 1,2$	$65 \times 1,2 = 78$	$78/75 = 1,05$
56	7,7	$10/7,7 = 1,3$	$56 \times 1,3 = 73$	$73/75 = 0,97$

Een tweede voorbeeld. Een mens kan kortstondig ongeveer 1 pk = 75 kgf·m/s leveren. Zie de derde leerling in het vorige voorbeeld. Wil men het langer volhouden, dan moet men zijn krachten sparen. Wanneer men bijvoorbeeld fietst op een fiets met versnellingen, dan zoekt men naar de gunstigste verhouding tussen kracht en snelheid waarmee de pedalen

rondgaan. De ene mens levert liever veel kracht bij weinig snelheid, de ander juist het omgekeerde. Stel een fietser duwt met een kracht van 25 kgf op de pedalen, die met een snelheid van 1,25 m/s rondgaan, terwijl de trappers eenmaal rondgaan per seconde. De kracht werkt ongeveer gedurende de helft van de omwenteling. We berekenen als volgt het vermogen:

$$P = F \times v \times \frac{1}{2} = 25 \times 1,25 \times \frac{1}{2} = 15,6 \text{ kgf} \cdot \text{m/s} = 0,2 \text{ pk}$$

De met dit vermogen bereikte snelheid is, bij een tandwielverhouding van 15/52 en een wieldiameter van 26" ≈ 70 cm:

$$v = \frac{\pi D \cdot n}{t} = \frac{3,14 \times 0,7 \times 52/15}{1} = 7,6 \text{ m/s} = 27 \text{ km/h}$$

Voorbeeld 3. Een automotor levert een maximaal vermogen van 50 pk op de aandrijfas en rijdt dan met een constante snelheid van 140 km/h = 38,8 m/s. De stuwkracht van de wielen op de weg en dus ook de tegenwerkende windkracht is:

$$P = F \times v \rightarrow F = \frac{P}{v} = \frac{50 \times 75}{38,8} = 96,5 \text{ kgf}$$

4.3 Massa

Stel men duwt met gelijke kracht en gedurende dezelfde tijd een fiets, een brommer, een auto en een personenbusje vooruit, dan zal de eindsnelheid van de verschillende vervoermiddelen kleiner zijn naarmate de massa groter is. Om dit nader te onderzoeken kan men verschillende proefopstellingen bedenken. Bijvoorbeeld kan men een schuitje op een luchtkussenbaan nagenoeg wrijvingsloos versnellen. Ook kan men het toestel van Atwood gebruiken, waarbij de valbeweging zodanig wordt vertraagd dat het mogelijk is om met stopwatches de tijdwaarneming te doen. Nog een andere mogelijkheid is een fiets te versnellen, waarbij men de wrijving zo goed mogelijk compenseert door een enigszins aflopende weg te nemen. Dit kan men uitproberen door na te gaan of de fiets met berijder na een zet gekregen te hebben constant uitrijdt.

De laatste proef wordt hier uitgewerkt. Vanuit stilstand wordt de fiets met een kracht van 12 kgf versneld over een afstand van 10 m. Het constant houden van de kracht is lastig en vraagt om enige oefening. Een bruikbare manier is om een doorgesneden fietsband aan de fiets te bevestigen en die

met het andere uiteinde door een pijpstuk te steken en vast te maken. Bij het trekken rekt de band op; komt een geijkte merkstreep uit de pijp, dan is de gewenste kracht bereikt. De fiets wordt zowel door één persoon als door twee personen bereden. In het eerste geval blijkt er 2,9 seconden nodig om de 10 meter af te leggen, in het tweede geval 4 seconden.

De berekening verloopt nu als volgt. In beide gevallen krijgt de fiets een bewegingsimpuls (stoot) door een kracht van 12 kgf die gedurende 2,9 resp. 4 s werkt, dus:

bij 1 persoon

bij 2 personen

$$P = F \times t = 12 \times 2,9 = 34,8 \text{ kgf} \cdot \text{s} \quad P = F \times t = 12 \times 4 = 48 \text{ kgf} \cdot \text{s}$$

Door de stoot krijgt de fiets een snelheid v die voldoet aan de formule voor een eenparig versnelde beweging:

$$s = v_{\text{gem}} \cdot t = \frac{1}{2} v_{\text{eind}} \cdot t \rightarrow v_{\text{eind}} = 2s/t$$

dus:

$$v_{\text{eind}} = 2 \times 10 / 2,9 = 6,9 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{eind}} = 2 \times 10 / 4 = 5 \text{ m/s}$$

De verhouding van $F \times t$ en v drukt uit hoe moeilijk of makkelijk de fiets met berijder(s) in beweging komt: de standvastigheid zich tegen verandering te verzetten wordt met deze verhouding uitgedrukt. We vinden voor de twee onderzochte gevallen:

$$F \times t / v = 34,8 / 6,9 = 5 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{m}$$

$$F \times t / v = 48 / 5 = 9,6 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{m}$$

Wegen we de fiets met zijn berijder(s), dan weegt de fiets met 1 persoon ruim 50 kgf en die met 2 personen 100 kgf. We zien dat de gewichtsverhouding ongeveer gelijk is aan de standvastigheidsverhouding. Verder zien we dat het gewicht ongeveer 10 maal zo groot is als de standvastigheid, om precies te zijn 9,8 maal zo groot, exact gelijk aan de valversnelling g .

Op zeker moment heeft men de verhoudingsformule aangepast aan de aardse situatie en er voor gezorgd dat de standvastigheid dezelfde getalsgrootte kreeg als het gewicht:

$$9,8 \times F \times t / v = \text{de standvastigheid in kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{m}$$

Een volgende stap was om de standvastigheid massa te noemen, waarbij snel aan de hoeveelheid stof wordt gedacht. Deze massa kreeg nu de eenheid kgmassa, ofwel: $1 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{m} = 1 \text{ kgm}$. In de jaren '60 van deze eeuw vond men de onduidelijkheden te groot en heeft men voor een oppervlakkig gezien duidelijke oplossing gezorgd. Men koos als eenheid van kracht de newton:

1 kgf = 9,8 N. De eenheid van massa werd gewoon de kilogram, zodat nu geldt: $1 \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{m} = 1 \text{ kg}$.

De kilogram als maat voor de massa resp. standvastigheid is iets heel anders dan de kilogram als maat voor het gewicht. Gewicht is direct beleefbaar, de standvastigheid niet, het is een puur begrip - en daarmee niet minder reëel - dat betekenis heeft wanneer voorwerpen vertraagd of versneld worden door krachten. Had men in de jaren '60 massa een nieuwe naam gegeven en gewicht, evenals kracht de kilogram gelaten, dan had men veel onbegrip vermeden. Wanneer iemand 50 kg cement koopt, dan drukt men zich natuurkundig juist uit, maar niemand is op dat moment geïnteresseerd in de standvastigheid of traagheid van deze cement.

Er zijn nu drie mogelijkheden om verder te gaan:

1. $F \times t/v = \text{massa}$

De kracht in kgf en de massa in kgm, zodat op aarde de massa 1/10 deel is van het gewicht.

2. $10F \times t/v = \text{massa}; F \text{ in kgf en } m \text{ in kgm}$

Nu is de getalswaarde van de massa gelijk aan die van het gewicht.

Kwantitatief zijn ze gelijk, kwalitatief natuurlijk niet.

3. $F \times t/v = \text{massa}; F \text{ in N en } m \text{ in kg}$

waarbij de massa kwantitatief weer 1/10 deel is van het gewicht.

Om zo min mogelijk af te wijken van de hedendaagse natuurkundepraktijk en anderzijds toch zoveel mogelijk recht te doen aan de fenomenen wordt gekozen voor de tweede oplossing, waar dan later de nu gangbare derde schrijfwijze goed op aansluit. Het kwalitatieve onderscheid tussen gewicht en massa wordt dan tot uitdrukking gebracht door f resp. m achter de eenheid kg te plaatsen. Is de fase van de acceptatie van de eenheden enigermate gevorderd, dan kunnen allerlei praktische situaties doorgerekend worden.

Voorbeeld 1. Een fiets met 2 personen weegt 100 kgf en rijdt 21,6 km/h = 6 m/s. Een leerling gaat er achter hangen en stopt de fiets in 5 m. Met welke kracht heeft de leerling getrokken? We nemen aan dat de remkracht constant was.

De remtijd voldoet aan:

$$s = v_{\text{gem}} \cdot t = \frac{1}{2} v_{\text{eind}} \cdot t$$

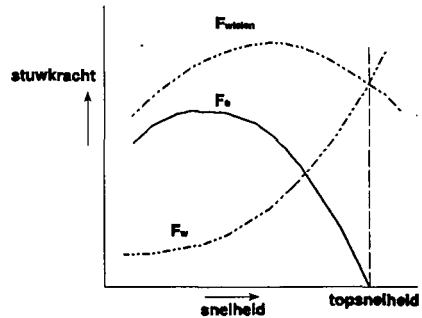
$$5 = \frac{1}{2} \times 6 \times t \rightarrow t = 1,7 \text{ s}$$

De massa of standvastigheid van de fiets met twee personen is kwantitatief gelijk aan het gewicht, de massa is dus 100 kgm. De remkracht in kgf vinden we dus uit:

$$\frac{10F \times t}{v} = m \rightarrow \frac{10F \times 1,7}{6} = \rightarrow F = 36 \text{ kgf}$$

Opgaven met botsingen, veiligheidsriemen, een bal die omhoog geschoot wordt, twee leerlingen op skates met al dan niet extra leerlingen op de rug die elkaar wegduwen, enz, kunnen nu besproken worden. Het is daarbij van belang er steeds weer op te wijzen dat de totale stuwkracht gevormd wordt door de combinatie van de aandrijvende kracht en de wrijvingskracht.

Voorbeeld 2. Een automotor levert aan de wielen een stuwkracht, die afhankelijk is van de snelheid (zie grafiek). Wanneer de auto langzaam rijdt is er in verhouding weinig weerstand (F_w) en is het grootste deel van de stuwkracht beschikbaar voor de versnelling (F_a). Bij hogere snelheid neemt de weerstand meer dan evenredig toe; de beschikbare kracht voor de versnelling neemt dan af, totdat deze versnelling bij maximale snelheid nul is geworden en alle kracht gebruikt wordt om de weerstand te overwinnen.



4.4 Rotatie

Voorbeeld 1.

Als inleidende proef neemt men bijvoorbeeld een stevige stoel zonder wieltjes, waarvan de zitting met leuning kan draaien. Op deze stoel neemt een leerling plaats die zijn armen en benen uitstrekt. Door een flinke duw te geven wordt de leerling rondgedraaid. Wanneer deze vervolgens zijn armen en benen intrekt, zal het toerental toenemen. Geeft men de leerling een paar zware schoenen aan en enige zware gewichten in handen, dan zal het snelheidsverschil nog groter zijn. Door het uitgeoefende moment op de leerling en/of op de stoel is het geheel in draaiing gekomen. Het geheel heeft een bepaalde hoeveelheid draaiing gekregen, een impulsmoment. Als er geen uitwendige krachten zijn, dan blijft deze hoeveelheid draaiing behouden. Door het intrekken van de armen en benen neemt echter het traagheidsmoment van de leerling en de stoel samen af. De draaisnelheid neemt dan evenredig toe.

Voorbeeld 2: *het roterende fietswiel.*

Neem een vork van een fiets met een voorwiel erin. Draai het wiel flink snel rond. Het wiel kan nu zonder probleem door de ruimte verplaatst

worden zolang de richting van de draaiingsas niet verandert. Het draaiende wiel neemt een vaste stand in de ruimte aan.

Voorbeeld 3: *de gyroscoop.*

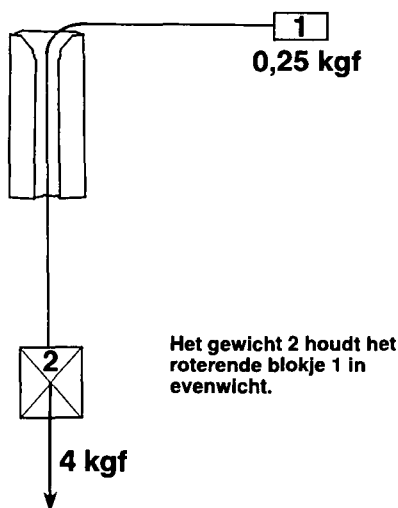
Er zijn in speelgoedzaken kleine en bij leermiddelenfirma's grote gyroscopen te verkrijgen. De beste hebben een cardan-ophanging. Hiermee kun je laten zien dat zo'n draaiend wiel zijn stand in de ruimte wil handhaven.

Als toepassingen van het rotatieprincipe kan men de volgende voorbeelden bespreken: Een centrifugaalreguleerder om de draaisnelheid van eertijdse stoommachines te regelen. Voor windmolens is ook een centrifugaalreguleerder ontworpen om bij storm een te hoge draaisnelheid te voorkomen.

Voorbeeld 4: *een rondslingerend gewicht.*

Neem een vierkant houten blokje met een gat erin en maak de volgende proefopstelling.

Slinger gewicht 1 (van 0,25 kgf) in het rond, meet de straal R en de tijd van 20 omwentelingen. We onderzoeken nu de relatie tussen F , R en T (periode) ten aanzien van blok 1, dat tijdens zijn beweging voortdurend van richting moet veranderen en waarvan de massa dus een invloed heeft. Begonnen wordt met een kleine straal en een hoog toerental van 4 omwentelingen per seconde, zodat het roterende gewicht zo horizontaal mogelijk kan blijven (anders zou de kracht ook nog samengesteld moeten worden). Uit meting vinden we de volgende gegevens:



R (m)	tijd van 20 omw.(s)	T (s)	T^2/R
0,25	5	0,25	0,25
0,44	6,7	0,33	0,25
1,00	10	0,5	0,25

Hier blijkt, net als bij de vrije val en de slingerbeweging, een kwadratische verhouding tussen afstand en tijd:

vrije val: $s = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \rightarrow t^2/s = \text{constant}$

slinger: $T^2/l = \text{constant}$

We handhaven het roterende gewicht 1 op $\frac{1}{4}$ kgf en halveren gewicht 2 tot 2 kgf. We meten opnieuw:

R (m)	tijd van 20 omw.(s)	T (s)	T^2/R
0,25	7	0,35	0,49
0,44	9,4	0,47	0,50
1,00	14,1	0,70	0,49

Uit de meetresultaten volgt dat het product $F \times T^2/R$ constant is bij een vast roterend gewicht. Halveert men het roterende gewicht, dan blijkt ook het quotiënt T^2/R de helft te worden. Dat wil zeggen dat het quotiënt $F \times T^2/R$ evenredig is met de massa van het roterende voorwerp:

$F \times T^2/R \propto m$. Wil men van deze evenredigheid een gelijkheid maken, dan moet men een constante invoeren:

$$F \times T^2/R = c \cdot m$$

Uit de metingen blijkt: $F \times T^2/R = 1$ bij $m = 0,25$. Hieruit volgt: $c = 4$. We vinden dus:

$$\frac{F \times T^2}{R} = 4 m$$

Dit resultaat is in overeenstemming met de gangbare formule $F = ma = \frac{mv^2}{R}$ waarin F in newton is uitgedrukt. Dat is als volgt aan te tonen:

$$F = \frac{mv^2}{R} \rightarrow \frac{FR}{v^2} = m, \text{ waarin } v = \frac{2\pi R}{T}$$

Substitutie levert:

$$\frac{FR}{v^2} = \frac{FRT^2}{4\pi^2 R^2} = \frac{FT^2}{4\pi^2 R} = m$$

Met F in kgf wordt dit:

$$\frac{9,81 FT^2}{4\pi^2 R} \approx \frac{FT^2}{4R} = m$$

Uit de formule $\frac{FR}{v^2} = m$ volgt dat bij constante baansnelheid v het product $F \times R$ constant is. Een rekenvoorbeeld hiervan is de volgende situatie. Een fietser rijdt met 28,8 km/h = 8 m/s en moet een bocht met straal $R=5$ m maken. De fietser met fiets weegt 80 kgf, de massa is dus 80 kgm. We berekenen de centripetale kracht. Zou de fietser een hele cirkel fietsen, dan zou de tijd voor een rondje gelijk zijn aan:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 5}{8} = 1,25\pi \text{ s}$$

De centripetale kracht is dus:

$$F = \frac{m \cdot 4R}{T^2} = \frac{80 \cdot 4 \cdot 5}{(1,25\pi)^2} = 104 \text{ kgf}$$

Herhalen we deze berekeningen voor een straal van 7,5 en 2,5 m dan vinden we een centripetale kracht van resp. 69 en 208 kgf. Hieruit zien we dat de kracht omgekeerd evenredig is aan de straal. Dit verband is uit de eerder beschreven proef moeilijk te voorschijn te halen, daar dan de baansnelheid constant gehouden zou moeten worden. Samenvattend geldt voor een roterende massa:

$F \times R = \text{constant}$ wanneer $v = \text{constant}$

$T^2/R = \text{constant}$ wanneer $F = \text{constant}$.

4.5 Energie

Dit begrip kan het beste als laatste behandeld worden, omdat het een tamelijk abstract en begrip is. Bij de begrippen vermogen en stoot, evenals bij massa dat als begrip al vrij ontoegankelijk is, is de mens nog direct als lichamelijk wezen betrokken. Ook het begrip uithoudingsvermogen is een ervaring in de tijd, die direct in de beleving van de vermoeidheid terug te vinden is. Het begrip energie is een voorgestelde grootheid. Meestal wil men die voorstelling zo concreet mogelijk maken door iets te zien bewegen of te werken. Als men zegt dat het water achter een stuwdam ten opzichte van het dal een bepaalde energie heeft, dan stelt men zich voor dat het naar beneden valt en dan dus veel teweeg brengt. Het gewicht van het water maal de valhoogte of de kracht maal de afgelegde weg noemen we de energie:

$$F \times h = F \times s = E.$$

Wordt het water of in het algemeen het voorwerp door de erop werkende kracht in beweging gebracht, dan ontstaat een versnelde beweging met een verplaatsing $s = \frac{1}{2} at^2$. Hieruit volgt een afgeleide energieformule:

$$F \times s = F \times \frac{1}{2} at^2 = E$$

$$\frac{F}{a} \cdot \frac{1}{2} (at)^2 = m \cdot \frac{1}{2} v^2 = E$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = E$$

In deze formules is de kracht F uitgedrukt in newton. Met F in kgf moet nog de factor 9,81 erin opgenomen worden.

Een voorbeeld van de toepassing van het energiebegrip is: een voorwerp met een gewicht van 2,5 kgf wordt twee meter opgetild en valt dan vrij naar beneden. Bereken de eindsnelheid. De berekening gaat als volgt:

De arbeid om het voorwerp op te tillen geeft dit voorwerp op 2 m hoogte een energie van $E = F \times h = 2,5 \times 2 = 5 \text{ kgf} \cdot \text{m}$. Valt het voorwerp naar beneden, dan neemt zijn energie af en ontstaat er bewegingsenergie:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2,5}{9,81} \cdot v^2 = 5$$

$$v^2 = \frac{5 \cdot 9,81 \cdot 2}{2,5} = 39,24$$

$$v = \sqrt{39,24} = 6,26 \text{ m/s}$$

Wordt in de dynamica een te sterk accent gelegd op het energiebegrip, dan treedt een verschuiving op naar de bewegingsleer en wordt het beleevingskarakter van de dynamica te sterk in het voorstellingsgebied getrokken.

4.6 Achtergronden en ideeënvorming

4.6.1 De relatie tussen kracht en beweging

De houding van de mens ten opzichte van de natuurverschijnselen hangt direct samen met zijn bewustzijnstoestand. Er is dan ook een duidelijke parallel waar te nemen tussen de ontwikkeling van de natuurbeschouwing en de bewustzijnsontwikkeling van de mens. In ieder tijdperk wordt de natuur als het ware weer met nieuwe ogen bekeken en worden gedachten gevormd over de natuurfenomenen en hun onderlinge samenhang op een manier, die karakteristiek is voor de geestesgesteldheid van die tijd. Dat was bijvoorbeeld in de bloeitijd van de griekse cultuur (circa 500 - 300 v. Chr.) een geheel andere gesteldheid dan in de Middeleeuwen. En met het aanbreken van de Nieuwe Tijd in de 15e eeuw verandert die geestesgesteldheid weer radicaal en daarmee de opvattingen over de natuur. Dit speelt zich af op alle terreinen van de fysica. Illustratief voor deze ontwikkeling zijn de denkbeelden die in de loop van de tijd gevormd zijn over de relatie tussen kracht en beweging.

In de inleiding op de bewegingsleer (paragraaf 2.1) is gewezen op de verschillen in beweging binnen de natuurrijken. Daarbij kunnen we onderscheiden:

- bewegingen (bij mens en dier) opgeroepen door een innerlijke kracht (motief, drift, instinct);
- bewegingen (bij plant en mineraal) opgeroepen door een uiterlijke kracht (zon, wind, gravitatie).

De grieken zagen nog een andere oorzaak van beweging, die hier als het ware het midden tussen houdt, namelijk de omgeving als drijvende kracht. Daarmee is iets anders bedoeld dan een blad dat door de wind wordt bewogen of een steen die door het water wordt meegesleurd. Bij de vorm van beweging waar hier op gedoeld wordt, gaat het niet om een materieel tastbare aandrijving in de zin van duwen of trekken, maar om de "wil van de omgeving". De omgeving heeft in de opvatting van de grieken een innerlijke wil, is bezield, is een van krachten doortrokken sfeer, die zijn invloed uitoefent op de voorwerpen en wezens die zich daarin bevinden. Zo is de groei van planten, de beweging van de planeten en zelfs de vrije val uitdrukking van de omgevingswil die tot deze bewegingen aanzet.

Deze griekse beschouwingswijze stemt overeen met een geestesgesteldheid, waarin aarde en kosmos nog als een levende eenheid werden beleefd, maar die deze beleving omvormde tot ideeën. Het aanschouwen en beleven van de scheppende krachten in de natuur was in vroegere tijden een algemeen vermogen. Maar om deze gewaarwordingen als ideeën in het bewustzijn te kunnen fixeren vroeg een nieuw vermogen: de individuele

denkkracht. De grote stap die in de griekse cultuur werd gezet was de ontwikkeling van dit individuele, zelfstandige denken. Dat vond plaats in de filosofie en in de natuurbeschouwing; daarbij werd de wiskunde beleefd als het oefenveld, waar een innerlijke scheppingsruimte voor het gedachtenleven ter beschikking stond en men zijn denkkracht onafhankelijk van de natuur door eigen activiteit kon versterken.

In de Middeleeuwen heerst een totaal andere geestesgesteldheid: de mens is niet zozeer gericht op de wereld om hem heen, maar veel meer op zijn eigen zielewereld. Dat hangt samen met de verwerking van de impuls die door het verschijnen van Christus op aarde teweeg is gebracht. Niet de goddelijke aanwezigheid in de kosmische en aardse sfeer staat op de voorgrond, maar de verbondenheid met God in de eigen ziel: daarvan wordt de middeleeuwse mens zich bewust. Die verbondenheid is echter niet een gegeven feit, die moet verworven worden. Het hoogste ideaal van de middeleeuwse mysticus was dan ook door reiniging en loutering van lichaam en ziel de eenwording met Christus te bereiken.

Dit streven vinden we terug in de opvatting over de beweging van de dingen. Een bewegend voorwerp wordt niet meer gezien als door de omgeving bewogen en gedragen, maar beweegt op grond van een eigen verlangen. Men drukte dit uit met het begrip "impetus". Een voorbeeld is de valbeweging: die ontstaat uit de innerlijke drang van de voorwerpen zich naar de aarde te bewegen, terwijl de omgeving daar juist remmend op inwerkt. Deze gedachte stemt overeen met het bewustzijn van de middeleeuwse mens, dat hij in zijn streven naar het goddelijke de weerstand van de uiterlijke omstandigheden steeds weer moest overwinnen.

Met de opkomst van de Renaissance, vanaf circa 1500, treedt een nieuwe omslag op. De mens gaat zichzelf steeds meer als een individualiteit beleven die op zijn eigen vermogens is aangewezen. Hij gaat zich weer sterker richten op de natuur om hem heen, maar nu niet meer in het beleven van verbondenheid zoals de grieken dat hadden, maar gedistantieerd. De mens beschouwt de natuur nu als buitenstaander, ervaart het goddelijke er niet langer in en heeft vooral oog voor de chemische en fysische wetmatigheden. Hij raakt geïnteresseerd in de wetten van de mechanica en doet onderzoek om die te leren doorzien. Daarbij speelt in de formulering van die wetten de wiskunde een belangrijke rol.

De opvattingen over kracht en beweging drukken deze nieuwe bewustzijnssituatie uit. Van een verlangen van een voorwerp naar beweging is geen sprake meer, alleen uiterlijke, mechanische krachten kunnen oorzaak van beweging zijn. Het voorwerp zelf volhardt in die beweging en verzet zich tegen een verandering daarin. Het krijgt de eigenschap van traagheid

toegekend, een vorm van behoudendheid, standvastigheid, tot uiting komend in zijn massa. Met de massa verbindt Newton het begrip van de gravitatie, waarmee zowel de vrije val als de planetenbewegingen wiskundig te beschrijven zijn.

In de loop van 18e en de 19e eeuw neemt de theorievorming in de natuurwetenschap sterk toe. De natuur wordt nog wel geobserveerd, maar de beschrijving van de verschijnselen gebeurt steeds meer vanuit de voorstelling die men van de samenhang heeft. De behoefte aan een samenhangend beeld is groot en men probeert zoveel mogelijk verschijnselen tot een beperkt aantal grondprincipes te herleiden. Het behoud van energie is zo'n grondprincipe. Dit wordt voor de relatie tussen kracht en beweging bepalend: de energietoestand kan een grotere potentiële (krachts)component hebben of een grotere kinetische (bewegings)component, wat bepalend is, is dat de som van beide constant is.

Bij bepaalde natuurverschijnselen blijkt de theorievorming niet sluitend te krijgen. Het licht is daarvan het meest bekende voorbeeld: in sommige aspecten doet het zich als golfverschijnsel voor, in andere heeft het deeltjeskarakter. In de wetenschap van de 20e eeuw wordt dit dualisme als tot op zekere hoogte onontkoombaar geaccepteerd. Men zou ook kunnen zeggen, dat er weer ruimte komt voor meerdere opvattingen naast elkaar. Ten aanzien van het hier beschouwde onderwerp komt dat bijvoorbeeld tot uiting in de twee verschillende opvattingen over het verschijnsel van de planetenbewegingen: Einstein beschouwt die als natuurlijke bewegingen zonder krachtsoorzaak als gevolg van de gekromde structuur van de ruimte, anderzijds wordt het nieuwe begrip 'gravitonen' geïntroduceerd, deeltjes die door aanstoting de werking van de gravitatieversnelling zouden overbrengen.

Zijn de gedachten van de 20e eeuw het laatste woord over de relatie tussen kracht en beweging? Dat zou alleen het geval zijn, wanneer de ontwikkeling van het menselijke bewustzijn tot stilstand zou komen. Er is geen aanleiding om daarvan uit te gaan, integendeel, veeleer zijn er signalen dat het natuurwetenschappelijke denken aan een volgende fase toe is. Zowel de uitwerkingen in de techniek van de huidige natuurwetenschap alsook de grenzen waarop deze in zijn begripsvorming stuit, geven aan dat nieuwe denkrichtingen en nieuwe denkbelden aan de tijd zijn. Een aangrijpingspunt daarbij kan de wiskunde bieden. In het wiskundige denken beweegt de mens zich in een gebied waar hij het meest vrij is. Wanneer de natuurwetenschap erin slaagt de wiskunde niet alleen in zijn analytische kracht te benutten, maar hem als vorm van kosmische wijsheid te verbinden met de levenskrachten in de natuur, dan opent zich een nieuw perspectief. De projectieve meetkunde biedt in dat opzicht een veelbelovend begin. Het gaat er nu om,

dit begin verder te ontwikkelen en vruchtbaar te maken, zodat opnieuw aarde en kosmos met nieuwe ogen kunnen worden bekeken. Dat zal gepaard gaan met een bewustzijnssituatie, waarin de Christus-impuls niet alleen het gemoed maar ook het denken van de mens zal doortrekken en doorlichten.

4.6.2 De relatie tussen gravitatieversnelling, massa en gewicht

In de afgelopen eeuwen is het steeds meer vanzelfsprekend geworden om gravitatie, massa en gewicht terug te voeren op de stoffelijkheid van een voorwerp. Daarbij wordt die stoffelijkheid opgebouwd gedacht uit atomaire deeltjes en energieën. Deze worden als gegeven grondslag van alle fenomenen beschouwd. Bij de atomen kan de vraag naar de oorsprong dus niet meer gesteld worden: men neemt hun bestaan aan als paradigma. Nu kan ieder ander paradigma als werkhypothese gehanteerd worden, zolang de feiten geen geweld wordt aangedaan. De goetheanistische fenomenologie pleit voor een weliswaar tijdgebonden, maar paradigma-vrije kennisontwikkeling, waarbij alle waargenomen verschijnselen als op zichzelf staande feiten worden beschouwd, die vervolgens door het denken in relatie worden gebracht. Daaruit kunnen beoordelingen ontstaan over oorzaak en gevolg, waarbij oorzaken niet alleen causaal maar ook finaal kunnen werken. Blijft men trouw aan deze kennistheoretische grondregel, dan moet men gravitatieversnelling, massa en gewicht vooralsnog als drie zelfstandige fenomenen nemen. De relatie hiertussen kan pas inzichtelijk worden, wanneer zij ieder op zich grondig beschreven zijn.

De gravitatieversnelling

De aarde, de planeten, maar ook een brok steen of metaal hebben een versnellingsveld om zich heen. Dit veld is in het middelpunt nul en aan het oppervlak maximaal. Naar buiten is de gravitatieflux constant, dat wil zeggen de totale hoeveelheid gravitatie a door elk boloppervlak van $4\pi R^2$ is gelijk, zodat $4\pi R^2 \cdot a = \text{constant}$. Hieruit volgt dat de intensiteit van de versnelling a omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand R tot het middelpunt van het voorwerp. Alle voorwerpen in een versnellingsveld op een bepaalde afstand van het middelpunt vallen/versnellen dus in gelijke mate, onafhankelijk van hun massa of gewicht.

Zo kan de snelheid van een planeet, die in het versnellingsveld van de zon een cirkelvormige baan beschrijft, bepaald worden uit de voorwaarde dat de snelheid v en de versnelling a op elkaar afgestemd zijn, dat wil zeggen de centrifugale versnelling door de valversnelling wordt gecompenseerd:

$$\frac{v^2}{R} = a \rightarrow v^2 = aR$$

We zien dat het mogelijk is om de planeetbeweging vanuit snelheid en versnelling te beschrijven zonder hierin gewichten of massa's te betrekken. De bewegingswetten van Kepler verfijnen deze beschrijving nog verder.

De massa

Er zijn drie manieren om tot het begrip massa te komen:

1. Van een voorwerp wordt de massa of standvastigheid berekend door het vrije deel van de kracht ($F_a = F_{\text{tot}} - F_{\text{weerstand}}$) in relatie te brengen met de tijd waarin de kracht werkt en de snelheid die het voorwerp krijgt:

$$\frac{F \times \Delta t}{\Delta v} = \text{massa}$$

Deze massa drukt het verzet uit tegen bewegingsverandering. Daarom is ook de term *standvastigheid* in plaats van massa op zijn plaats.

2. Een andere mogelijkheid om tot de massa van een voorwerp te komen is een voorwerp op te tillen met een kracht F en vervolgens vrij te laten vallen. Het quotiënt van kracht en gravitatieversnelling geeft de massa van het voorwerp:

$$\frac{F}{g} = \text{massa}$$

3. Een derde mogelijkheid wordt gevonden in het verschijnsel dat voorwerpen elkaar onderling (in geringe mate) aantrekken. Neem twee voorwerpen, zo mogelijk met een hoog soortelijk gewicht, en plaats deze vrij bewegend naast elkaar in een horizontaal vlak. De voorwerpen trekken elkaar nu met een zekere kracht aan. Deze aantrekkingskracht F is onafhankelijk van de plaats op aarde of in de ruimte. Wordt het totale volume van één van deze voorwerpen verdubbeld terwijl de afstand van centrum tot centrum wordt gehandhaafd, dan is de aantrekkingskracht twee keer zo groot. Deze kracht blijkt recht evenredig met de standvastigheid van beide voorwerpen en omgekeerd evenredig met het kwadraat van hun onderlinge afstand. In formule:

$$F \propto \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

Willen we deze evenredigheid in de vorm van een gelijkheid schrijven, dan moeten we in de relatie een evenredigheidsconstante opnemen:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

Voor deze zogenoemde gravitatieconstante is de waarde $6,7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ of $6,8 \cdot 10^{-12} \text{ kgf} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ gevonden. Twee loden bollen van 10 kg oefenen bijvoorbeeld op 15 cm een kracht op elkaar uit van:

$$6,8 \cdot 10^{-12} \times \frac{10 \times 10}{0,15^2} = 3 \cdot 10^{-8} = 0,03 \text{ mgf}$$

De standvastigheid of massa van een voorwerp wordt nu als volgt gevonden:

$$m_1 = \frac{Fr^2}{Gm_2}$$

In alle drie gevallen zien we dat de massa niet direct gemeten kan worden, maar uit berekening ontstaat. Gemeten worden kracht, afstand en tijd. De massa is een maat die onafhankelijk is van de plaats in de kosmos.

Het gewicht

Het gewicht van een voorwerp ontstaat wanneer een gravitatieversnelling weerstaan wordt en is in tegenstelling tot de massa wel afhankelijk van de plaats in de kosmos. Het gewicht is de kracht die nodig is om het voorwerp op zijn plaats te houden of de snelheid constant te houden. Is de gravitatie groot dan is ook het gewicht groot. Gravitatieversnelling en gewicht zijn evenredig.

De relaties tussen de drie grootheden

De eenvoudigste en mooiste relatie waar zowel gewicht, massa als gravitatieversnelling in voorkomen is:

$$\frac{F}{g} = m$$

De gravitatieversnelling is een ruimte-effect. Het is de ruimte zelf die deze kwaliteit heeft of krijgt. Het gewicht zelf is geen ruimte-effect, maar is wel afhankelijk van de plaats in de ruimte. De massa, die onafhankelijk is van de plaats in de kosmos, onttrekt zich als het ware aan de ruimte en spreekt zich alleen uit in tijdsprocessen. Zo leidt het quotiënt van gewicht en gravitatieversnelling tot een nieuw begrip, de massa, dat als hogere werkelijkheid in de ervaarbare werkelijkheid van kracht en beweging gevonden wordt.

Het gangbare standpunt beschouwt massa als identiek met hoeveelheid substantie, uitgedrukt in atomaire deeltjes, en ziet hierin het enige primair feitelijke. Gravitatieveld en gewicht worden als afgeleiden beschouwd. Vanuit de visie dat de ruimte een polaire structuur heeft, waarvan punt en oneindig verre vlak de grenzen zijn, is ook nog een andere beschrijving mogelijk.

Het gravitatieveld strekt zich oneindig ver in de ruimte uit. Het heeft geen tijd nodig om zich uit te breiden. Het is niet een veld dat ontstaat en vergaat, het is een dynamische toestand die als veld de ruimte structureert, waarbij het alzijdig naar een middelpunt is gericht. De gravitatie is als fenomeen met het oneindig verre vlak verwant en kenmerkt zich door een oriëntatierichting.

Massa daarentegen is punt-verwant. Het is een verschijnsel dat onafhankelijk is van de plaats in de ruimte en zich als het ware op elk punt van de ruimte kan incarneren en manifesteren. Massa is van nature middelpunt en verhoudt zich tot de ruimte zoals een wiskundig punt dat doet. Massa is gekenmerkt door zijn plaats en heeft geen uitbreiding of richting.

In de versnellingsruimte rondom een massapunt kan gewicht ontstaan, wanneer een voorwerp geremd, tegengehouden wordt in zijn beweging. De weerstand die de gravitatieversnelling weerstreeft, uit zich in het gewicht van het voorwerp. Het gewicht is maximaal, wanneer het voorwerp tot stilstand komt. Zo vormt het fenomeen gewicht de verbinding tussen de polaire verschijnselen massa en gravitatieversnelling en brengt die vanuit een potentiële toestand in de actuele, fysieke realiteit.

4.6.3 Massa en snelheid

Beweging is een ruimtefenomeen en wordt gekenmerkt door een richting. De massa, traagheid of standvastigheid van een voorwerp daarentegen heeft geen ruimte-aspect en kan als beeld door een punt getypeerd worden. Pas in een tijdsproces komt het massa-effect tot verschijning, namelijk door de bewegingsrichting of snelheid van een voorwerp te veranderen. De massa van een voorwerp wordt kwantitatief bepaald door het quotiënt van de stoot $F \times \Delta t$ en de snelheidsverandering Δv :

$$\frac{F \times \Delta t}{\Delta v} = \text{massa}$$

Nu kunnen niet alleen voorwerpen versneld, vertraagd of van richting veranderd worden, maar ook velden en bepaalde vormen van straling. We kunnen spreken over de standvastigheid van een veld. Zo heeft een elektrisch veld ook een massa, dat wil zeggen, het verzet zich tegen verandering. Hiermee is niet gezegd dat elektriciteit ook een ding-karakter heeft.

Bij velden met een massa is het bijzondere effect geconstateerd, dat de massa toeneemt wanneer de snelheid toeneemt. Dit is een voorbeeld van proces en tegenproces en te vergelijken met bijvoorbeeld verdampen (zie deel I, paragraaf 4.6). Verdampst een vloeistof, dan treedt afkoeling van de vloeistof op die de verdamping tegengaat. Wordt een veld versneld, dan

treedt massavergroting op om de snelheidstoename tegen te werken. De massa of standvastigheid van een veld is het kleinst, wanneer de snelheid van het veld nul is. Dit wordt de rustmassa genoemd. Denkt men dit fenomeen consequent door, dan spreekt zich hier de behoudende tendens van de natuur uit. De "natuurnijd", zoals Rudolf Steiner dat in de warmtecursus* noemde, accepteert geen verandering. De geworden natuur is in een bepaalde toestand en wil die handhaven.

Door snelheidsvergroting neemt de massa toe. We benaderen dit fenomeen vanuit de snelheid, omdat de mens die alleen kan variëren, terwijl de massa een onbeïnvloedbare factor lijkt te zijn. Zet men echter de gedachtengang van proces en tegenproces voort zoals dat bij warmte en koude in relatie met drukvariaties is gebeurd, dan kan men hier de vraag stellen - voorlopig als hypothese - 'wat zou er volgens proces en tegenproces moeten gebeuren als men de massa, dus de standvastigheid zou verkleinen?'

Het vergroten of verkleinen van de standvastigheid is in psychologische zin geen onbekend verschijnsel. Natuurkundig leek de wet van behoud van massa een haast alles overheersende te zijn. Maar sinds die door Einstein is gemodificeerd door massa en energie uitwisselbaar te veronderstellen, ligt daar meer ruimte. Zou men de rustmassa kunnen verkleinen, dan zou er beweging moeten ontstaan om het natuurevenwicht te handhaven. Hoe onttrekt men echter massa? Dit zal voorlopig een nog onbeantwoorde vraag zijn, die met zich meebrengt dat gravitatie, gewicht, massa en substantie op een andere wijze beschreven en doordacht moeten worden dan tot nog toe het geval is geweest.

verdamping heeft als tegenproces
afkoeling



natuurevenwicht



compressie geeft als tegenproces
verhitting

snelheidsvergroting heeft als
tegenproces massavergroting



natuurevenwicht



massaverkleining geeft als tegen-
proces snelheidsvergroting

4.6.4 Bewustzijn en materie

Rudolf Steiner stelt in zijn voordrachtencyclus *Grenzen der Naturerkenntnis* dat in de tijd na 1500 twee met elkaar samenhangende vragen in de

* Rudolf Steiner: *Geisteswissenschaftliche Impulse zur Entwicklung der Physik* (2. Kurs).

menselijke ziel zijn opgekomen die om beantwoording vragen, namelijk: wat is de plaats en het karakter van het bewustzijn en wat die van de materie in mens en natuur? Hoe is de wetenschap met deze vragen omgegaan?

Vanaf 1500 is men *bewustzijn* steeds meer als een voortzetting van materiële processen gaan zien. Dit is te vergelijken met de manier waarop men naar bewegingsverschijnselen is gaan kijken. Zo moeilijk als het voor het natuurwetenschappelijk denken is om beweging als een zelfstandig verschijnsel te beschouwen, zo moeilijk is het ook om bewustzijn als een op zichzelf staand inherent systeem te denken en waar te nemen. Terwijl zo de oorzaak van alle beweging werd gezocht in druk- of stootkrachten van het ene voorwerp of deeltje op het andere, zo werd bewustzijn gedacht als een raadselachtige afscheiding van ingewikkelde chemische processen in de materiële grondslag van de hersenen.

Materie voert de mens in voor het denken volledig duistere en ontoegankelijke regionen. De hoedanigheid van de materie is nauwelijks te doorgronden. De vraag ernaar heeft de laatste eeuwen geresulteerd in een antwoord in de vorm van een model, het atoommodel, dat in zoverre een schijnantwoord vormt doordat dit het raadsel niet oplost, maar verlegt naar een micro-niveau van indirecte waarnemingen. Een waarneming, ook van de kleinste structuren, levert echter nooit het gezochte inzicht. Inzicht is niet uit waarnemingen af te leiden, het ontstaat doordat het denken aan het waargenomene ontvonkt en oplicht.

Naar twee kanten stuit de wetenschap dus op een grens: in de uiterlijke wereld onttrekt de materie zich aan een werkelijk inzicht, naar binnen toe vormt het bewustzijn een in wezen ondoorgrond gebied. Kunnen deze beide blokkades ook als uitdaging opgevat worden en tot springplank worden door verbreding en verdieping van de natuurwetenschap? Een eerste benadering in die richting kan zijn om in het kader van de mechanica de blik vrij te maken voor een vernieuwde beschouwing van die verschijnselen, die in de beleving met bewustzijn en materie correleren: namelijk *beweging en kracht*.

Zoals in paragraaf 2.7.4 is aangegeven wordt vanuit het paradigma van de huidige natuurwetenschap *beweging* gezien als gevolg van een uitwendige kracht die contact heeft met het object. Voorbeelden daarvan, al eerder genoemde en nog enkele ter aanvulling, zijn:

1. De planeten bewegen door een evenwicht van krachten, namelijk aantrekkende en middelpuntvliedende krachten.
2. Voorwerpen vallen ten gevolge van de aantrekkingskracht van de aarde.
3. Planten groeien, dieren bewegen en mensen handelen volgens het principe waarop een auto wordt voortgestuwd.
4. Het bloed beweegt doordat het hart werkt als een pomp.

5. Elektriciteit stroomt doordat elektrostatische krachten op elektronen worden uitgeoefend.

De binding van deze bewegingsfenomenen aan een veroorzakende kracht is echter niet noodzakelijk, ze kunnen ook als autonoom worden gezien:

1. Het planetenstelsel is primair een bewegingsorganisme, geen krachtersysteem. Dit bewegingsorganisme laat geen verstoringen toe: kracht treedt in verschijning om niet in het organisme passende tendensen te weerstaan.
2. De vrije val is een universele bewegingstendens die voor alle voorwerpen dezelfde is. Wordt de vrije val geremd, dan pas ontstaan er gewicht en kracht die de verstoring van de beweging in beeld brengen.
3. Planten, dieren en mensen zijn ook bewegingsorganismen. Al hun bewegingen en processen vinden hierin hun oorsprong. Op het fysieke vlak treden inperkingen op van deze bewegingen en processen; daaruit ontstaan de uiterlijke vormen en structuren.
4. Zo ontstaat het hart in de embryonale ontwikkeling op de plaats waar in de bloedstroom wervelingen optreden die uitdrukking zijn van de bewegingsmens.
5. Elektriciteit beweegt doordat het elektrische veld ontstaat en vergaat. Ervaart men deze beschouwingwijze als realiteit, dan opent dat de weg tot een volgende stap: zomin als beweging van kracht als oorzaak afhankelijk hoeft te zijn, zomin hoeft bewustzijn dat te zijn van materie. Bewustzijn kan, net als beweging, als autonome werkelijkheid bestaan. Het kan in relatie staan tot materie, maar wordt niet daardoor 'afgescheiden' of veroorzaakt.

Kracht wordt, zoals in paragraaf 3.4.4 beschreven is, in de huidige natuurwetenschap in wezen nog in mechanische zin opgevat. Maar in die opvatting schuilt een tegenstrijdigheid: de meeste krachten die in de fysica een rol spelen hebben niet het karakter van duwen of trekken, maar van werkingen op afstand. Dat geldt zowel voor de veldkrachten van het elektromagnetisme en de gravitatie als voor de krachten die voor de samenhang van de stof verantwoordelijk zijn. Kracht in de mechanische zin moet dus verbonden worden met kracht als werking in de ruimte, als invloed van niet-materiële aard op de structuur van de ruimte. Met andere woorden, kracht omvat twee bereiken: het materiële en het niet materiële; men kan ook zeggen, het materiële en het spirituele bereik.

Ervaart men dit als realiteit, dan kan men ook het raadsel van de materie een stap nader komen: evenals kracht een brug slaat tussen de werelden van het ponderabele en het imponderabele, zo doet materie dat ook. Materie kan pas doorgrond worden wanneer hij niet als pure stoffe-

lijkheid wordt gezien, maar als een neerslag van de geest in de stoffelijke werkelijkheid.

4.6.5. De aarde als samengesteld organisme

Volgens de paradigma's van de gangbare natuurwetenschap zijn alle verschijnselen terug te voeren op één oorzaak. De duizendvoudige fenomenen zouden op deze wijze voortkomen uit één "oeroorzaak". Deze zou in de stof te vinden zijn en zelf ook een stoffelijk karakter dragen. Alle gevolgen zouden door aanraking van objecten of via wisselwerkingsdeeltjes tot stand komen. Dit paradigma is in de loop van de geschiedenis steeds helderder naar voren gekomen en o.a. in 1842 door Du Bois-Reymond als zodanig geformuleerd. Willen we dit paradigma laten voor wat het is en de aardse verschijnselen fenomenologisch beschouwen, dan moeten we andere ideeën over oorzaak en gevolg niet uitsluiten.

De aarde is een gedifferentieerd geheel van verschijnselen, die afzonderlijk een dynamisch beeld vertonen, maar als totaliteit een grote mate van stabiliteit vertegenwoordigen, een subtiel evenwicht tussen behoudendheid en verandering. Nemen we de globale structuur in ons blikveld, dan kunnen we tot de volgende beschrijving komen:

1. De aarde heeft een schillenstructuur: de gelaagde structuur van de vaste aarde - aardkorst, mantel en kern - zet zich voort in die van de atmosfeer. Ook de elektrische lagen zoals de ozonlaag en de *F*-lagen tot enige honderden km hoogte vertonen een gelaagde structuur. De aarde is rond en draait. Het magneetveld van de aarde heeft een druppelachtige vorm, die met zijn open uiteinde altijd van de zon is afgekeerd. De structuur is niet concentrisch maar torusvormig, desondanks kan deze ook tot de omhullende structuren van de aarde gerekend worden. De magnetische as valt niet samen met de aardas en is ook niet recht (noord 73°NB 100°WL, zuid 69°ZB 143°OL). Het aardmagnetisch veld is aan veranderingen onderhevig. Deze hangen samen met het optreden van zonnevlekken, maar volgen ook een dagen-jaarritme. De structuur aan het aardoppervlak is zeer complex en de veranderingen verlopen meestal min of meer regelmatig of ritmisch.

2. Het gravitatieveld van de aarde heeft een radiale structuur die vrij constant en homogeen is; kleine variaties treden op afhankelijk van de aardlagen. Het centrum van het veld is het middelpunt van de aarde. Op het aardoppervlak bedraagt de gravitatieversnelling $9,83 \text{ m/sec}^2$ op de polen (naar de evenaar toe neemt deze waarde onder invloed van de aardrotatie iets af tot $9,78 \text{ m/sec}^2$). Verder van de aarde vandaan neemt de valversnelling

kwadratisch af met de afstand, zodat de totale flux constant is. In de aarde neemt de valversnelling min of meer lineair af tot, naar men aanneemt, nul in het middelpunt van de aarde.

3. Het warmteveld van de aarde is heel gedifferentieerd van structuur. Tussen de warmte uitstralende aarde en de zuigende koude kosmos vindt een voortdurende dynamische uitwisseling plaats. De zon verwarmt niet zozeer de atmosfeer als wel het aardoppervlak en de bovenlaag van de oceanen.

4. De zeer energierijke kosmische straling en de radio achtergrondstraling van de sterrenwereld hebben geen bepaalde richting maar zijn alom instralend werkzaam.

5. De denkende, voelende en handelende mens houdt met zijn intenties en werkzaamheid de aarde levend en de verbinding met de kosmos open. Deze stelling vraagt om een uitgebreide toelichting en verantwoording, want hij druist in tegen vele gangbare opvattingen, zoals bijvoorbeeld de opvatting van de mens als tijdelijk product van de aardse omstandigheden, ontstaan uit toevallige stoffelijke veranderingen, wiens gedachten, gevoelens en wilsintenties uit de stoffelijke structuren afgescheiden worden. Maar het innerlijk van de mens hoeft niet noodzakelijk als bijproduct van stoffelijke veranderingen te worden gezien, niets dwingt ons tot deze gedachte. Zo geldt ook dat de mens als geheel niet als een nevenproduct van de aarde genomen hoeft te worden. Zoals de mens ten aanzien van de eigen embryonale ontwikkeling met medewerking van de hele schepping aan zijn eigen lichaam bouwt en dit voortzet gedurende een lange opvoedingstijd, zodat hij zijn lichaam steeds persoonlijker kan gaan doorleven, zo is de mens medebouwer aan de aarde. De mens leeft niet op aarde als een product dat af is, maar draagt er steeds toe bij dat de aarde zich ontwikkelt, net als de mens die ouder wordt en daardoor steeds persoonlijker in het spanningsveld van denken, voelen en willen komt te staan. Zoals de mens eerst zijn lichaam opbouwt en daarna al doende verinnerlijkt, zo doet de mensheid dit voor de aarde als geheel. Rudolf Steiner heeft uitgesproken dat het doel van deze ontwikkeling een verinnerlijking, een vergeestelijking van de aarde is.

De hiervoor geschetste vier structuren in de schillenopbouw van de aarde, het gravitatieveld, de kosmische instraling, het warmteveld en de mensheid, staan in actieve wisselwerking tot elkaar en tot de kosmos. Men is er tegenwoordig aan gewend alle genoemde structuren, op die van de kosmische straling na, te laten voortkomen uit de stoffelijke eigenschappen van de aarde. Een andere mogelijkheid is deze structuren als van elkaar onafhankelijk te zien, als entiteiten die ieder voor zich bestaan en een eigen werkelijkheid met zich meebrengen en, op elkaar inwerkend, samen de

bijzondere constellatie van de aarde bepalen. In plaats van bijvoorbeeld te stellen dat door de warmtestromen in de mantel van de aarde elektromagnetische aardstromen ontstaan die het magneetveld van de aarde genereren, zou met evenveel recht ook gezegd kunnen worden dat het zelfstandige magneetveld van de aarde de aardspanningen genereert, omdat de magnetische polen niet samenvallen met de polen van de aardas waardoor kleine fluxveranderingen ontstaan. De aardstromen die zo ontstaan zouden dan in subtiële wisselwerking staan tot het evenzo zelfstandige warmteorganisme van de aarde.

Het voordeel van een dergelijke beschouwingswijze is dat dan de aarde als een totaalorganisme wordt gezien, met de verschillende 'schillen' als geleidingen. Deze nieuwe invalshoek om de aarde te beschouwen verdient zeker de aandacht, temeer als men bedenkt dat binnen een discipline als de ecologie het steeds vaker vruchtbaar blijkt om de natuur als organisme te beschrijven. Vanzelfsprekend is het hier geschetste slechts een kleine aanzet in de aangegeven richting.

Pedagogisch gezien is het ook van belang dat we ons erin bekwamen los te komen van het soort denken dat de oorzaak altijd in het stoffelijke zoekt. Ons denken werkt als voorbeeld voor de leerlingen. Als wij denkend een zuiver onderscheid hanteren tussen verschillende entiteiten die met het organisme aarde verbonden zijn, dan geeft dat de mogelijkheid om bijvoorbeeld ook de menselijke ziel als iets zelfstandigs te zien en niet als een voortvloeijsel uit het lichaam.

4.6.6 Aarde tussen zon en maan

In aansluiting op de vorige paragraaf, waar de aarde als een organisme werd beschouwd, willen we ook het planetenstelsel als een organisme zien dat van binnenuit een impuls tot bewegen heeft. Zoals bij de mens verstoringen van het bewegingsorganisme worden opgevangen en gekanaliseerd, zo worden verstoringen binnen het totaal aan bewegingen van het planetenstelsel geminimaliseerd door de verschillende delen van dit geheel.

In de formule $m_1 = \frac{Fr^2}{Gm_2}$ (zie paragraaf 4.6.2) is de verhouding $\frac{F}{m_2}$ de versnelling van massa 2 in het gravitatieveld van massa 1. Voor de aarde is aan het oppervlak de versnelling van alle dingen $9,8 \text{ m/s}^2$ (afstand tot het middelpunt van de aarde is $6730 \cdot 10^3 \text{ m}$). Uitgaande van bovenstaande relatie volgt nu voor de standvastigheid van de aarde:

$$m_{\text{aarde}} = \frac{Fr^2}{Gm_2} = \frac{gr^2}{G} = \frac{9,8 \times (6730 \cdot 10^3)^2}{6,7 \cdot 10^{-11}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

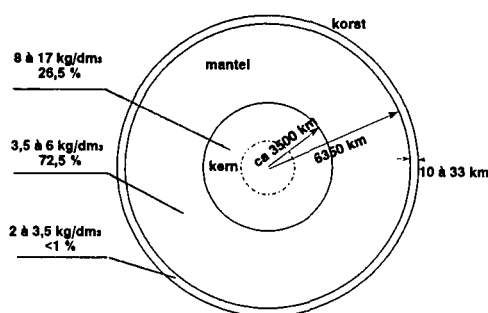
Nu heeft Newton zich al ten aanzien van de relatie tussen standvastigheid en stoffelijkheid van de aarde op de vlakte gehouden. Ons inziens zou het als een open vraag moeten worden beschouwd of de waarde van $6 \cdot 10^{24}$ kg die uit deze berekening volgt daadwerkelijk ook moet samengaan met een gewicht van $6 \cdot 10^{24}$ kgf van de aarde of met zo'n hoeveelheid substantie. We zouden namelijk de oorzakelijkheid van stoffelijkheid en gravitatieveld kunnen omkeren en in plaats van de stoffelijkheid als primair beginsel, waar warmte, magnetisme en gravitatie uit volgen, juist de warmte, het magnetische veld en de gravitatieversnelling als drie primaire entiteiten kunnen beschouwen. Het primaire gravitatieveld zuigt uit de omgeving of de kosmos de stof aan en drukt er zijn stempel op: een typisch ponderabele, verzegelende activiteit. Het gravitatieveld laat in zijn verschijning vier facetten onderscheiden:

1. het ruimtelijke effect, het aanzuigen;
2. het gravitatieveld is met de aarde verbonden;
3. het gravitatieveld op aarde heeft een gedifferentieerde structuur, waar door bijvoorbeeld ijzerertshoudende rotsen of zware dan wel lichte aardlagen gelokaliseerd kunnen worden;
4. de tendens van het gravitatieveld tendeert naar vergroting en versterking door zijn aanzuigende werking.

Deze optie om warmte, magnetisme en gravitatie als zelfstandige maar wel samenhangende entiteiten te zien is zinvol, omdat op een geheel nieuwe wijze naar de bouw van de aarde gekeken kan worden, die net zoveel recht van spreken heeft als de gangbare zienswijze. Het warmteorganisme van de aarde zou dan als een zelfstandige entiteit beschouwd kunnen worden, dat de warmteprocessen op aarde teweegbrengt. Zo kan ook het magneetveld van de aarde als een zelfstandige entiteit beschouwd worden, die gemodificeerd wordt door de geïnduceerde spanningen en stromen. Ook het gravitatieveld van de aarde kan als een zelfstandige entiteit gezien worden, die wordt gemodificeerd door de aangezogen stoffelijkheid. Volgens de gangbare beschouwingswijze wordt de massa of standvastigheid van de aarde gekoppeld aan een overeenkomstige stoffelijkheid. Bij de hier naar voren gebrachte zienswijze wordt deze relatie open gehouden, omdat hij niet dwingend aangenomen hoeft te worden.

In de gangbare visie wordt, om op een massa van $6 \cdot 10^{24}$ kg te kunnen komen, aangenomen dat de kern van de aarde bestaat uit een substantie met een soortelijk gewicht van 8 tot 17 kgf/dm³. Nu blijkt uit seismografisch onderzoek dat de mantel wel maar de kern geen transversale golven doorlaat,

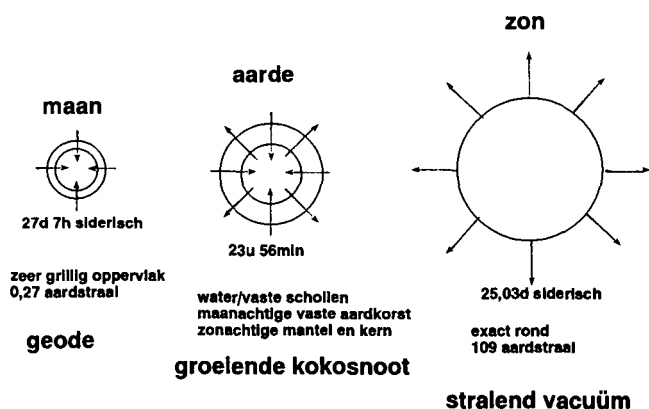
wat er mogelijk op wijst dat de stoffelijke toestand van de kern vloeistof- of gasachtig zou kunnen zijn. Uit natril-, galm- en echo-effecten heeft men afgeleid dat de aarde een vaste bolschaal heeft met daaronder een mantel die naar binnen toe vloeibaar wordt. Tevens blijkt dat de aarde naar binnen toe 10 à 30°C per km warmer wordt. Vanuit de hier geponeerde zienswijze is het niet nodig te veronderstellen dat de aardkern zo'n groot soortelijk gewicht zou moeten hebben als gangbaar wordt gedacht en hebben we de mogelijkheid tot een andere interpretatie van de waarnemingen te komen, die alle waarnemingen tot hun recht laat komen. Langs deze weg komen we dan tot het beeld van een vaste aardkorst, een vloeibaar/vaste gelachtige mantel en een gasvormige, mogelijk tripelpuntachtige kern. Zie figuur.



Hebben we eenmaal voor de aarde de koppeling tussen standvastigheid en stoffelijkheid losgelaten, dan kan ook de zon heel anders geïnterpreteerd worden, zoals bijvoorbeeld Steiner en Nieper dat hebben gedaan. Steiner plaatst daarbij de aarde tussen de zon en maan, die hij als tegengesteld beschouwd. In de volgende beschrijving willen wij hem hierin volgen. De zon wordt door hem beschreven als een boloppervlak, dat naar binnen toe geen, maar naar buiten toe wél stoffelijkheid bezit. Ten opzichte van de aarde kan de zon dan worden beschouwd als een binnenste buiten gekeerde gasplaneet. De standvastigheid of massa van de zon kan dan in dynamische samenhang worden gezien met haar uitstralende werking, die groter is dan de aanzuigende, zodat er in de zon geen stofophoping plaats vindt, maar er om de zon een gigantische atmosfeer wordt gevonden. De corona met zijn wisselende gestalte, de zonnevlammen, het zeer beweeglijke oppervlak, de rotatieverschillen tussen evenaar en polen en de spiraalvormige zonnewindarmen, die tot voorbij de saturnusbaan reiken, zijn allemaal fenomenen die wijzen op de zeer sterk uitstralende werking van de zon. Dit uitstralende karakter past in het hier geschetste beeld van de zon als binnenste buiten gekeerde gasplaneet.

Ook de maan kan zo in een ander licht worden gezien. Trillingen op de maan hebben een halfwaarde tijd tussen de 7 en 30 minuten. Op aarde is dit maximaal 1 minuut. Dit wijst erop dat de maan als een poreuze geode kan worden beschouwd: het oppervlak is ruw en er ligt een plakkerig soort maanstof op een poreuze, basaltachtig kristallijne ondergrond met veel ingesloten glasdeeltjes. Er is geen vloeistof of atmosfeer aanwezig. De maan kunnen we op deze manier beschouwen als een uitgedroogde levenloze aarde, die verhard, verbrokken en gekristalliseerd is.

In de hier gegeven beschrijving van de aarde staat de uitstralende werking van het warmteorganisme, alsmede de uitstralende gedachten, gevoelens en wilsintenties van de mens, in een spanningsveld met de werking van het gravitatieveld. Dit spanningsveld is op de zon veel sterker, waar de uitstralende tendens overheerst. Op de maan is het omgekeerde het geval, hier is het spanningsveld tussen punt- en periferie-gerichte tendensen zwakker en overheerst de instralende tendens, waardoor een atmosfeerloze, verdroogde en verharde verschijning ontstaat.

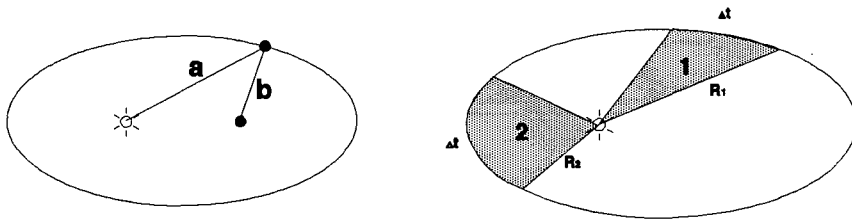


Maan en zon vormen de grootste tegenstelling. De aarde heeft de niet totaal uitgekristalliseerde en verbrokken maanwerking aan de buitenkant en de niet geheel uitstralende zonneworking inwendig. Terwijl in deze beschrijving de maan de verstarrende gravitatiekrachten en de zon de uitstralende krachten vertegenwoordigen, is de aarde als een dynamisch evenwicht tussen beide uitersten te beschouwen. Overigens staat de mens voor de opgave in de eigen ziel steeds weer een verwant evenwicht te bewerkstelligen, tussen zielekrachten die tot illusie neigen en andere die het zieleleven dreigen te verstarren. Door deze krachten de juiste plaats te geven krijgen zij zin en betekenis. Zij schenken de mens dan de gave van het verlichten en oplossen aan de ene kant en het innerlijk verankeren aan de andere kant.

4.6.7 Kepler en Newton

De geschiedenis van de natuurwetenschap laat zien dat de mensheid in vroegere tijden vooral oog had voor de kosmos en dat pas geleidelijk de belangstelling voor de aardse omstandigheden zijn ontstaan. Copernicus, Kepler, Galileï en Newton leefden allen in de tijd dat hierin een omslag plaats vond. Copernicus en Kepler hielden zich nog geheel met de kosmos bezig. Bij Galileï en Newton heeft het brandpunt van de belangstelling zich al verplaatst naar het aardse vlak. Kepler zocht en beleefde de harmonie van de kosmos. Hij ging er vanuit dat de innerlijke sferenharmonie, waar de grieken zoals Pythagoras over spraken, uiterlijk tot uitdrukking moest komen in het planetenstelsel. Zo vond hij een relatie tussen de platonische lichamen en de afstanden tussen de planeten en naderhand zijn nog steeds actuele drie wetten, waarmee de bewegingen van de planeten beschreven worden. Newton was een alchemist en occultist en beschouwde de natuurkundige aarde als door de goden verlaten en wetmatig, zodat deze eenduidig beschreven kan worden. Op het gebied van de mechanica ontwikkelde hij zijn beroemde drie wetten.

De wetten van Kepler kunnen als volgt worden geformuleerd:



1. De planeten beschrijven ellipsen, met de zon in één van de brandpunten. Voor de baan geldt dat de som $a + b$ constant is. Het tweede brandpunt ligt voor bijna alle planeten buiten de zonneschijf. De baan van dit tweede brandpunt geeft een verruimde blik op de relaties tussen de planeten.

2. De perkenwet: in gelijke tijden worden even grote oppervlakten beschreven. De snelheid in segment 1 is kleiner dan in segment 2. Is het tijdsinterval klein genoeg dan geldt bij benadering:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

of

$$R \times v = \text{constant langs de planeetbaan.}$$

3. De derde wet van Kepler beschrijft de relatie tussen de afstand van de planeet tot de zon en zijn omlooptijd:

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{constant voor alle planeten.}$$

Deze relatie kan ook anders geschreven worden: voor twee planeten geldt namelijk:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

Met de benadering $v \approx \frac{2\pi R}{T}$ kan de derde wet van Kepler ook geschreven worden als:

$$v^2 \times R = \text{constant voor alle planeten.}$$

Voor de verschillende planeten presenteren we de gegevens over de 3e wet van Kepler in de vorm van een tabel:

	omlooptijd T (10^6 sec)	straal R (10^{10} m)	omloopsnel- heid v (10^4 m/s)	3e wet van Kepler $R \cdot v^2$ (10^{20} m ³ /s ²)
Mercurius	7,60	5,79	4,79	1,33
Venus	19,4	10,8	3,50	1,32
Aarde	31,6	15,0	2,98	1,33
Mars	59,4	22,8	2,41	1,33
Jupiter	374	77,8	1,31	1,33
Saturnus	930	143	0,966	1,33

(N.B.: voor straal en omlooptijd zijn gemiddelde waarden genomen.)

De 1e wet van Kepler geeft een relatie tussen afstanden; de 2e wet een relatie tussen oppervlakten of producten van snelheid en afstand; de 3e wet een relatie tussen volumes en tijd in het kwadraat of snelheid in het kwadraat maal straal. Steeds meer dringt de vraag zich op wat een product of een verhouding in een formule betekent. Zegt de gedaante van de formule iets over de kwaliteit van de grootte die ermee wordt uitgedrukt? Deze vraag zal in de volgende paragraaf behandeld worden.

De wetten van Newton zijn ontwikkeld als krachtwetten voor dingen. Deze wetten zullen hier op een iets andere manier gepresenteerd worden om het wezenlijke ervan te belichten.

1. De wet van de rust: ieder ding dat niet uit zichzelf kan bewegen komt tot rust. Een bewegend voorwerp dat volledig geïsoleerd van de aardse en kosmische ruimte wordt voorgesteld, zal eindeloos voortbewegen. Echter, of sterren en planeten systemen zijn die niet uit zichzelf bewegen, moet uit onderzoek blijken en kan niet op voorhand aangenomen worden.
2. Ieder ding heeft een standvastigheid of massa, dat wil zeggen, het verzet zich tegen verandering van beweging. Deze standvastigheid kan niet direct gemeten, maar wel berekend worden uit een dynamische proefopstelling, waarbij de versnellende kracht, de tijd en de afgelegde weg gemeten worden. Daarmee is de standvastigheid of massa dus geen meetbare grootheid maar een begrip (en daarmee niet minder reëel), afgeleid uit de relatie $F\Delta t/\Delta v = \text{constant} = m$. Deze constante (massa) is onafhankelijk van de plaats in de kosmos.
3. Een kracht kan alleen werken wanneer er een tegenwerking is. De actie wordt voor 100% bepaald door de reactie, ofwel: de reactie bepaalt de actie. Deze derde wet beschrijft het gesloten krachtsysteem, terwijl de tweede wet het open krachtsysteem betreft waar een kracht een versnelling doet ontstaan.

Kepler beschreef de bewegingswetten voor de kosmos en Newton de krachtwetten voor de aardse omstandigheden. De laatste eeuwen zijn de zuivere bewegingswetten langzamerhand van het toneel verdwenen en worden zij alleen nog als afgeleiden beschreven van de wetten van Newton (inclusief zijn gravitatiewet). Er is weliswaar een relatie gebleken tussen de wetten van Kepler en die van Newton, maar dit betekent niet dat de eerste uit de laatste voortkomen.

4.6.8 Het is-gelijk teken

Bij de uiteenzettingen over de bewegings- en krachtenleer is de onderscheiding gemaakt tussen beleving, waarneming en begrip. In samenhang hiermee zal in deze paragraaf de betekenis van het is-gelijk teken beschreven worden aan de hand van het volgende voorbeeld:

beleving(1)
snelheid

$$v = \frac{s}{t}$$

waarneming(2)
afstand, tijd

s, t

begrip(3)
versnelling

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$$

Ad 1. Bij de beleving, dus bij een grootheid die als kwaliteit direct ervaren kan worden, drukt het is-gelijk teken uit dat deze primaire kwaliteit kwantitatief vastgelegd wordt. Op het gebied van beweging wordt bijvoorbeeld snelheid vastgelegd door het quotiënt van de grootheden afstand en tijd. Zo wordt in de statica de primaire kwaliteit kracht vastgelegd door vormverandering. Er is dus een directe relatie met één meetbare kwaliteit, de lengteverandering u :

$$F = C \cdot u \quad (C \text{ is de veerconstante})$$

In de dynamica wordt het begrip vermogen kwantitatief vastgelegd door het product van de grootheden kracht en snelheid:

$$P = F \cdot v$$

In alle drie gevallen houdt het is-gelijk teken dus geen vergelijking van kwaliteiten in. Het geeft ook geen kwantitatieve relatie weer. Het is puur het vastleggen van een oorspronkelijk beleefbare kwaliteit in kwantitatieve eenheden. Bij het voorbeeld van kracht is dit wel het meest duidelijk: de kwaliteit kracht wordt vastgelegd door de kwantiteit afstand. Nu kan men deze kwantitatieve uitdrukkingen vergelijken met de menselijke activiteit, die met de betreffende grootheid het meest samenhangt. Bij beweging, waar de mens via de voorstelling een beeld van de werkelijkheid vormt, is de meest indirecte verbintenis met de wereld voorhanden, wat kwantitatief tot uitdrukking komt in een relatie of quotiënt van grootheden. Bij kracht is de mens via de handeling of de wil het meest direct met de wereld verbonden. Dit resulteert ook in de meest directe kwantitatieve relatie. In de dynamica, waar bewegings- en krachtenleer elkaar ontmoeten, zoals bij de mens denken en doen in het voelen samenkomen, vindt men steeds het product van twee grootheden. Deze relatie tussen de mens en de kwantitatieve uitdrukking zal verderop nog nader worden uitgewerkt.

Ad 2. Bij het vastleggen van een waarneembare grootheid geeft het is-gelijk teken aan hoeveel maal de afgesproken eenheid aan de gemeten waarde gelijk is: $l = 6 \text{ m}$ betekent dat de gemeten lengte 6 maal zo groot is als de eenheid van afstand, de meter. Hier is het is-gelijk teken dus wel een vergelijkingsteken dat uitdrukt hoeveel maal een kwantiteit groter is dan de afgesproken eenheidskwantiteit.

Ad 3. Wanneer een nieuw begrip geïntroduceerd wordt, zoals versnelling, dan hangt dit volgens een bepaalde kwantitatieve relatie samen met de reeds ontwikkelde primaire kwaliteiten en meetgrootheden. Door $\Delta v/\Delta t = a$ te schrijven (het nieuwe begrip komt dus na het is-gelijk teken) brengt men tot uitdrukking dat door het quotiënt $\Delta v/\Delta t$ een nieuwe typering van een beweging ontstaat, die we versnelling noemen. Is de versnelling constant, dan beleven we dit als kracht. Verandert de versnelling in de tijd, dan ervaren we dit als ritme. Is de versnelling nul dan komen we los van de wereld in de voorstelling, zoals bij het rijden in een auto op de snelweg. Ook bij nieuw geïntroduceerde begrippen valt op dat het quotiënt in de bewegingsleer, het product in de dynamica en de directe relatie in de statica gevonden wordt:

<i>bewegingsleer</i>	<i>dynamica</i>	<i>statica</i>
$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$	$F \times t = S$	$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2}$
versnelling	stoot	momentenstelling

Bij de momentenstelling laat het is-gelijk teken de gelijkheid van een dimensieloze verhouding zien. Dat deze stelling ook als product ($F_1 \times \text{arm}_1 = F_2 \times \text{arm}_2$) geschreven kan worden, laat alleen zien dat wiskundig iedere schrijfwijze gerechtvaardigd is, maar dat de natuurkwaliteit en de eigenlijke menskundige waarde daarmee togedekt wordt.

Nu volgen nog enige voorbeelden uit andere gebieden van de natuurkunde. Bij alle formules waar een nieuw begrip ontstaat uit een *quotiënt* van twee kwalitatief ongelijke grootheden, heeft men te maken met een *voorstellingsbegrip* dat iets zegt over de substantie:

$\frac{\text{kracht}}{\text{oppervlak}} = \text{druk}$	$\frac{\text{massa}}{\text{oppervlak}} = \text{druk}$	$\frac{\text{spanning}}{\text{stroom}} = \text{weerstand}$
--	---	--

Bij formules waar een nieuw begrip ontstaat door het *product* van twee ongelijke kwaliteiten, ontstaan begrippen die een *dynamisch* karakter hebben:

- stroom $\times$ spanning = vermogen
- stroom $\times$ tijd = lading
- capaciteit $\times$ spanning = lading

Formules waarbij het om *directe verhoudingen* gaat drukken een spanningsveld uit waar kwaliteiten elkaar in *evenwicht* houden. Bijvoorbeeld:

2e wet Kepler: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_2}{v_1}$

3e wet van Kepler: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$

lichtbreking: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\text{loodrechte bakdiepte}}{\text{loodrechte beelddiepte}}$

wet van Boyle-Gay Lussac: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_1}{V_2}$ en $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$

Uit meerdere producten samengestelde formules krijgen echter weer meer een voorstellingskarakter. We komen dan van het dynamische gebied in de abstracte voorstellingswereld. Voorbeelden hiervan zijn:

$F \times v \times t = F \times s = \text{energie (potentieel)}$

$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \text{energie (kinetisch)}$

Uit dit laatste voorbeeld komt de tegenstelling tussen de snelheid, die als kwaliteit bij de massaloze ruimte hoort, en de puntvormige massa prachtig tot uitdrukking. Er is een kwadratisch verband tussen de wereld van de beweging en de wereld van de samenballing. Deze relatie van v^2 tot een ponderabele kwaliteit komt tot uitdrukking bij:

geluidssnelheid in vaste stoffen	$v^2 = E \cdot sv$	v = geluidssnelheid E = elasticiteitsmodule sv = soortelijk volume
-------------------------------------	--------------------	--

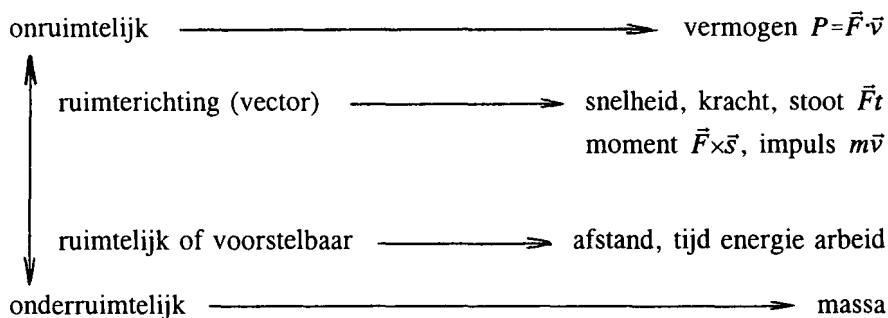
geluidssnelheid in vloeistoffen	$v^2 = M \cdot sv$	M = volume elasticiteit
------------------------------------	--------------------	---------------------------

golfsnelheid van de snaar	$v^2 = \frac{F \cdot l}{g}$	F = spankracht l = lengte g = gewicht van de snaar
------------------------------	-----------------------------	--

licht/ elektriciteitsleer	$c^2 = \frac{1}{E_0} \cdot \frac{1}{\mu_0}$	c = lichtsnelheid E_0 = dialectische constante μ_0 = magn. permeabiliteit
------------------------------	---	---

slinger	$T^2 \propto l$	T = slingertijd l = slingerlengte
---------	-----------------	--

in zichzelf. Het onttrekt zich aan de ruimte, maar is ook niet onruimtelijk of voorstellingsachtig. Er zijn dus 4 typeringen te onderscheiden in relatie tot de ruimte:



In de wiskunde onderscheidt men bij de vectormeetkunde o.a. het inwendig en het uitwendig product, ofwel het scalaire product en het vectorproduct.

Scalar product of in-product

Een scalaire product van twee vectoren is b.v. arbeid of energie: $\vec{F} \cdot \vec{s} = E$. De afstand $\vec{s}$ heeft nu wel een richting, omdat een heel bepaalde afstand t.o.v. de kracht $\vec{F}$ gekozen wordt.



Het scalaire product stelt meetkundig een lineaire waarde voor. Energie is een scalaire en dus eendimensionale grootheid. Nu zijn er nog andere scalaire producten zoals het vermogen $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$. Deze grootheid heeft echter een andere kwaliteit.

Het vermogen geeft de lineaire relatie weer tussen de twee polaire aspecten punt en oneindig ver vlak van de ruimte. Het is als het ware een macrokosmische verbinding, terwijl het energieproduct (de arbeid) een microkosmische eendimensionale voorstelling is. Het scalaire inproduct "vermogen" ontstaat vanuit een proces, waarbij twee polaire kwaliteiten samenwerken. Het is een ontstaansproces waar ruimte en onruimtelijk zijn beide een rol spelen. Het is een in elkaar werken van kwaliteiten van kracht

en beweging $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$. Het vermogensaspect van een proces is altijd ruimte-georiënteerd. Bij het vermogen komt men volledig in de ruimterichtingen, terwijl men bij het voorstellingsbegrip arbeid/energie in de lineariteit van het denken zit. Het scalaire inproduct geeft een begrip (microkosmos, voorstellingsdenken) of een reëel proces weer (macrokosmos, procesmatig).

<i>begrip</i>	<i>proces</i>
$E = \vec{F} \cdot \vec{s}$	$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
$E = q \cdot V$	
$Q = V \cdot C$	

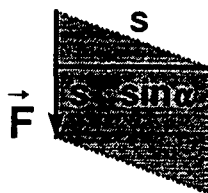
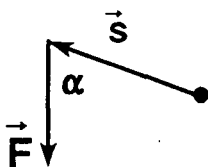
Vectorieel product of uitproduct

Een uitproduct van twee vectoren is bijvoorbeeld het moment:

$$\text{kracht} \cdot \text{arm} = M$$

$$F \cdot s \sin \alpha = M$$

$$\vec{F} \times \vec{s} = \vec{M}$$



De afstand heeft ook hier duidelijk bepaalde richting t.o.v. $\vec{F}$. Het vectoriële product stelt meetkundig de oppervlakte voor van een parallellogram, opgespannen tussen $\vec{F}$ en $\vec{s}$. In de vectormeetkunde wordt de vector $\vec{M}$ loodrecht geplaatst op het vlak van $\vec{F}$ en $\vec{s}$ en heeft een richting die bepaald wordt door $\vec{F}$ en $\vec{s}$.

Het uitproduct geeft de activiteit weer. Beschrijft men een scalair product zoals energie als een intrinsieke waarde van een systeem, dan kan men het vectoriële product als een extrinsieke waarde benoemen. Het is naar buiten gericht, het geeft een "act" weer.

Scalar en vector

Heeft men een vectoriële grootheid en wordt deze vermenigvuldigd met een scalar, dan heeft het nieuwe begrip ook een vectorieel karakter.

Bijvoorbeeld de stoot behoudt door de krachtvector $\vec{F}$ of de snelheidsvector $\vec{v}$ de vectoriële eigenschappen: $\vec{F}t = \vec{p} = m\vec{v}$. Mogelijk gaan de formules op deze manier beschouwd meer spreken dan alleen met de formele wiskundige uitdrukking.

Grootheden in relatie tot de mens

Naast de relatie tot de ruimte kan men ook kijken naar de relatie tot de mens. De volgende typeringen zijn mogelijk.

Het *vermogen* kan gezien worden als een geboren worden in de ruimte. De ruimte wordt doordrongen met kracht en beweging. Het gaat hier steeds om een proces. De ruimte wordt als het ware geopend voor een proces dat gestructureerd wordt vanuit het niet-ruimtelijke.

Energie is te typeren als een lineair voorstellingsbegrip.

Massa is te zien als de standvastigheid, als het zich verzetten tegen meebewegen.

Op een vergelijkbare wijze kan men bij de mens bovengenoemde kwaliteiten ontdekken. De ik-beleving van ieder mens kan zich op drie manieren uiten. Twee manieren zijn op een bepaalde manier vast en de derde heeft het beweeglijke en verbindende in zich. De ene verstarring treedt op als een mens te veel in de voorstellingen gaat leven. Te veel alleen "in het hoofd". We zitten dan aan de kant van de natuurkundige begrippen als energie, afstand en tijd. Een andere vorm van verstarring treedt op als een mens te veel met de stof bezig is, te zeer georiënteerd op het doen. Deze kant kan men de ledematenkant noemen en we kunnen de kwaliteit van standvastigheid van de materie daarbij noemen. In het tussengebied, het gebied van de ritmische processen in de mens, valt wat betreft de natuurkundige grootheden uiteen in enerzijds de procesgrootheid vermogen, die verbindingen schept, en anderzijds de grootheden die met een oriëntatie op de ruimte overeenkomen, zoals snelheid, kracht, impuls en moment.

