

NVORWO

**Nederlandse Vereniging voor de Ontwikkeling van het  
Reken/Wiskunde Onderwijs**



**Visie op reken-wiskundeonderwijs met aanbevelingen  
voor een toekomstige curriculum**

Bestuur NVORWO, 3 december 2017



# Visie op reken-wiskundeonderwijs met aanbevelingen voor een toekomstige curriculum

## Inhoudsopgave

Inhoudsopgave .....	2
Inleiding .....	3
NVORWO als vereniging .....	3
NVORWO-visie op reken-wiskundeonderwijs .....	4
1. Rekenen en wiskunde .....	4
2. Leren van rekenen-wiskunde .....	4
3. Reken-wiskundeonderwijs .....	5
4. Ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs .....	5
NVORWO-visie op curriculumherziening .....	6
Belangrijkste (vakinhoudelijke) karakteristieken van het vak .....	6
Gewenste positie van het vak/leergebied over tien jaar .....	7
Ontwikkelingen in het vak/leergebied in relatie tot het curriculum binnen nu en tien jaar .....	7
Samenhang .....	8
Doorlopende leerlijnen .....	9
Bouwstenen voor een eigentijds curriculum .....	10
Ten slotte .....	10
Literatuur .....	11

## Inleiding

De coördinatiegroep van curriculum.nu heeft de NVORWO gevraagd een visiedocument te leveren dat het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde kan ondersteunen bij het formuleren van bouwstenen voor een vernieuwd curriculum rekenen-wiskunde. Wij voldoen graag aan dat verzoek. Een belangrijk doel van onze vereniging is het ontwikkelen van het reken- en wiskundeonderwijs tot een inspirerend, bruikbaar, betekenisvol, breed en cultureel belangrijk onderwijsgebied.

Wij streven naar een reken-wiskundeonderwijs met een hedendaagse en constructieve balans tussen lagere-orde vaardigheden (bewerkingen, procedures, rekenfeiten) en hogere-orde vaardigheden (wiskundig redeneren, formaliseren, abstraheren, wiskundig communiceren, modelleren, visualiseren en probleemoplossen). De ontwikkeling van beide soorten vaardigheden beïnvloedt elkaar positief.

## NVORWO als vereniging

De Nederlands Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken/Wiskunde Onderwijs (NVORWO) heeft statutair tot doel het bevorderen van en bijdragen aan de ontwikkeling van het reken-wiskundeonderwijs in de verschillende onderwijssectoren en het daarbij behorende opleidingsonderwijs.

### Doel NVORWO - Artikel 2

1. Het doel van de vereniging is het bevorderen van en bijdragen aan de ontwikkeling van het reken/wiskundeonderwijs in de verschillende onderwijssectoren en het daarbij behorende opleidingsonderwijs.
2. De vereniging tracht haar doel onder meer te bereiken door:
  - a. het houden van ledenvergaderingen;
  - b. het instellen van werkgroepen;
  - c. het doen van publicaties;
  - d. het nemen van andere maatregelen, die voor het bereiken van het doel wenselijk worden geacht.

De NVORWO heeft ruim zestienhonderd leden: leraren en rekencoördinatoren uit basis- en voortgezet onderwijs, opleidingsdocenten rekenen-wiskunde van de lerarenopleidingen basisonderwijs, onderwijsadviseurs, nascholers, ontwikkelaars en onderzoekers. De vereniging, opgericht in 1982, geeft samen met Koninklijke Van Gorcum het tijdschrift Volgens Bartjens uit, waarop veertienhonderd basisscholen zijn geabonneerd.

Deze tekst is tot stand gekomen na diverse besprekingen met leden, onder andere op de jaarlijkse ledenvergadering/studiedag, via een internetconsultatie en via werkgroepen binnen de vereniging.

We starten dit document met de algemene visie van NVORWO op reken-wiskundeonderwijs. Vervolgens spitsen wij deze visie toe op de vragen die de coördinatiegroep heeft geformuleerd in haar handreiking van 19 september 2017. NVORWO richt zich voornamelijk op rekenen-wiskunde in het basisonderwijs, maar haar visie is ook relevant voor het onderwijs in rekenen, wiskunde en gecijferdheid in voortgezet onderwijs en mbo.

## NVORWO-visie op reken-wiskundeonderwijs

De visie van NVORWO wordt hieronder beschreven aan de hand van vier thema's:

1. rekenen en wiskunde
2. leren van rekenen-wiskunde
3. reken-wiskundeonderwijs
4. de ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs

Deze visie kan beschouwd worden als toekomstbeeld. Zij geeft daarmee de richting aan de door ons gewenste ontwikkeling.

### **1. Rekenen en wiskunde**

Rekenen en wiskunde behoren tot hetzelfde kennisdomein<sup>1</sup>, dat betrekking heeft op het geheel aan menselijk denken en handelen op het gebied van getallen, patronen en structuren (zie bijvoorbeeld Devlin (1996)). Dat loopt van basale en fundamentele vaardigheden als tellen, ordenen en oriënteren in de ruimte tot hogere orde vaardigheden als logisch denken, formaliseren, abstraheren, wiskundig redeneren, wiskundig communiceren, modelleren en probleemoplossen.

Rekenen en wiskunde zijn nauw verweven met de menselijke ontwikkeling en het menselijk handelen en kennen naast cognitieve aspecten ook fysieke en affectieve aspecten; al deze aspecten manifesteren zich vrijwel direct na de geboorte.

Verschijningsvormen van rekenen en wiskunde zijn volop aanwezig in de wereld om ons heen; in de natuur (patronen, structuur, groei) en in door de mens gemaakte producten. Individuen worden voortdurend geconfronteerd met deze aspecten in het dagelijks leven: in onderwijs, in beroepsuitoefening en in vrije tijd. Rekenen en wiskunde zijn belangrijk bij (het verwerven van) andere kennisdomeinen, zowel in de natuurwetenschappen als in de sociale wetenschappen. Omgekeerd vormen deze vakken een belangrijke context voor (het leren van) rekenen en wiskunde.

Binnen het kennisdomein rekenen-wiskunde wordt een belangrijke plaats ingenomen door de structuur van getallen, de notaties en conventies daarbij en de bewerkingen daarbinnen. Daarnaast zijn ook meetkunde en meten, statistiek en kansberekening als onderdelen van wiskunde van belang. Ten slotte behoort (de ontwikkeling van) wiskunde tot het cultureel erfgoed van de mens.

### **2. Leren van rekenen-wiskunde**

Het leren van rekenen en wiskunde kent een lange educatieve historie. Tot de jaren zeventig van de vorige eeuw stonden het leren van bewerkingen met getallen en omrekeningen in het metriek stelsel voorop, omdat met pen en papier rekenen de enige wijze was waarop bewerkingen werden uitgevoerd. Daarnaast is het leren rekenen in praktische situaties altijd een doel geweest.

Tegenwoordig is wereldwijd een bredere kennisbasis ontwikkeld over hoe rekenen en wiskunde onlosmakelijk deel uitmaken van diverse aspecten van het menselijk handelen; ieder individu maakt zijn eigen ontwikkeling in rekenen-wiskunde door via een veelheid aan persoonlijke ervaringen met getallen, patronen en structuren. Ook factoren als emotie, motivatie, zelfvertrouwen en rekenangst spelen een rol. Rekenen en wiskunde worden tegenwoordig beschouwd als een veelvormige, menselijke activiteit (De Corte, Greer, & Verschaffel, 1996).

Wereldwijd wordt in vrijwel elk land gekozen in het reken-wiskunde curriculum voor een brede opvatting van het domein rekenen-wiskunde, met aandacht voor getallen, getalrelaties, meten,

---

<sup>1</sup> Internationaal wordt dit aangeduid met het woord *mathematics* of een anderstalige variant daarvan.

meetkunde, informatieverwerking, kansberekening en statistiek. Er wordt rekening gehouden met verschillen tussen leerlingen (niveau, ervaringen) en met het eigen denken van leerlingen over getallen, patronen en structuren bij het oplossen van kwantitatieve problemen. Steeds wordt een zorgvuldige balans gevonden tussen basisvaardigheden, zoals hanteren van bewerkingen, procedures en rekenfeiten en hogere-orde vaardigheden, zoals wiskundig redeneren, formaliseren, abstraheren, wiskundig communiceren, modelleren, visualiseren en probleemoplossen. De ontwikkelingen van beide soorten vaardigheden gaan gelijk op en versterken elkaar.

### **3. Reken-wiskundeonderwijs**

Reken-wiskundeonderwijs heeft tot doel op een systematische manier de wereld van patronen, getallen en structuren te ontsluiten voor alle kinderen en kinderen kennis te laten maken met rekenen-wiskunde als onderdeel van de menselijke cultuur. Leerlingen worden gestimuleerd kennis te nemen van de aspecten van rekenen-wiskunde, zoals die in de wereld om ons heen zichtbaar zijn en worden gebruikt. Daarnaast moeten zij gereedschappen ontwikkelen om autonoom en met vertrouwen om te gaan met de kwantitatieve kant van de wereld om ons heen.

Iedere leerling krijgt reken-wiskundeonderwijs van goed toegeruste leraren die een gedegen kennis hebben van de inhoud en didactiek van rekenen-wiskunde. Leraren beschikken over een breed repertoire aan voor rekenen-wiskunde essentiële didactische vaardigheden, zoals het aanzetten van leerlingen tot zelfstandig denken en tot reflecteren op het eigen handelen. Zo kan elke leerling een persoonlijke ontwikkeling doormaken in rekenen-wiskunde en het maximale van zijn/haar wiskundige capaciteiten bereiken. Leraren die reken-wiskundeonderwijs verzorgen, zijn in staat een veilige leeromgeving te creëren, waarbij ruimte is om fouten te maken en te leren van fouten; formatieve evaluatie kan daarbij een rol spelen. Het didactisch handelen van de leraar is erop gericht iedere leerling kennis te laten maken met het brede spectrum van inhoud, doelen en aspecten van rekenen-wiskunde. De leraar is kritisch en onderzoekend op het gebied van rekenen-wiskunde en leeft dit de leerlingen voor. Daarbij hoort het uitspreken van hoge verwachtingen.

### **4. Ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs**

Reken-wiskundeonderwijs is geen statisch geheel. Het vraagt voortdurend om actualisering, omdat de context van dit onderwijs zich continu ontwikkelt. De context van het onderwijs verandert door veranderende leerlingenpopulaties, technologische innovaties en nieuwe inhoudelijke vereisten; de context van de maatschappij verandert door een toenemende vraag naar interpretatie van getalsmatige informatie.

De ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs vraagt van leraren een kritische en onderzoekende houding. Deze houding wordt ontwikkeld, gestimuleerd en benut in het kader van opleiding, scholing, nascholing en eigen praktijkonderzoek.

De ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs wordt gevoed door het onderzoek binnen lerarenopleidingen, practoraten, lectoraten en leerstoelen; praktijkervaringen van leraren en praktijkonderzoek door leraren maken daar een belangrijk deel van uit. Daarnaast ontwikkelt het reken-wiskundeonderwijs zich verder door het kennisnemen van (internationaal) wetenschappelijk onderzoek naar rekenen-wiskunde en internationale trends<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Zie bijvoorbeeld de volgende conferenties: ICME, CERME, PME, CIAEM, NCTM *annual meetings*.

## NVORWO-visie op curriculumherziening

De NVORWO geeft met deze notitie gehoor aan het verzoek van curriculum.nu een visie te formuleren die richting kan geven aan de curriculumherziening door het ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde. In deze notitie wordt de algemene visie van de NVORWO op reken-wiskundeonderwijs toegesneden op de taak van de ontwikkelteams. Met het oog op de in de Tweede Kamer aangenomen moties gaan we ervan uit dat de te ontwikkelen bouwstenen voor de curriculumherziening ten eerste betrekking moeten hebben op het “wat”, dus op toekomstige doelen die beschrijven wat leerlingen moeten kennen en kunnen. Ten tweede moet de beoogde curriculumherziening ertoe leiden dat alle leerlingen beter worden voorbereid op werken en leven in de moderne Nederlandse samenleving (motie 31 293 Nr. 371 Becker c.s.).

We volgen de vragen en thema's, zoals die door de coördinatiegroep van curriculum.nu zijn geformuleerd.

- Belangrijkste (vakinhoudelijke) karakteristieken van het vakgebied;
- Gewenste positie van het vakgebied over tien jaar;
- Ontwikkelingen in het vakgebied in relatie tot het curriculum binnen nu en tien jaar;
- Samenhang;
- Doorlopende leerlijnen.

### ***Belangrijkste (vakinhoudelijke) karakteristieken van het vak***

De NVORWO zet zich in voor de ontwikkeling van reken-wiskundeonderwijs in brede zin. Rekenen-wiskunde introduceert de leerling in de wereld van getallen, patronen en structuren en helpt een individu om de omgeving te structureren, er greep op te krijgen en te houden. Rekenen-wiskunde bereidt voor op de praktijk van dagelijks leven, burgerschap, opleiding en beroep. Daarbij komt rekenen-wiskunde in allerlei verschijningsvormen - van zeer praktisch tot theoretisch en formeel - aan de orde. Rekenen-wiskunde is tevens het startpunt van het vakgebied wiskunde. De ontwikkeling van aanvankelijke gecijferdheid<sup>3</sup> begint op jonge leeftijd. Reken-wiskundeonderwijs kan starten in de voorschoolse situatie en loopt via groep 1 tot en met groep 8 naar het voortgezet onderwijs, en vervolgens naar mbo en hoger onderwijs.

Rekenen-wiskunde in het basisonderwijs doet recht aan de breedte van het vak rekenen-wiskunde en besteedt aandacht aan de volgende inhouden:

- getallen en bewerkingen, netwerken van getallen, getalrelaties, handig rekenen en schattend rekenen, verhoudingen, breuken en kommagetallen;
- meetkunde en meten;
- diagrammen en verbanden (situaties, tabellen, grafieken en formules);
- informatieverwerking, statistiek en kansrekening.

Bij voornoemde inhouden van rekenen-wiskunde gaat het om inzicht verwerven en vaardigheden ontwikkelen. Een duurzame ontwikkeling van vaardigheden vraagt om een balans tussen benodigde basisvaardigheden en gewenste hogere-orde vaardigheden, zoals wiskundig redeneren, formaliseren, abstraheren, wiskundig communiceren, modelleren, visualiseren en probleemoplossen (Csapó & Funke, 2017). Het ontwikkelen van beide soorten vaardigheden behoort tot de doelen van rekenen-wiskunde en kan bij gelijktijdig ontwikkelen elkaar versterken. De genoemde balans wordt

---

<sup>3</sup> Gecijferdheid verwijst ook naar ontwikkelingen van individuen buiten het schoolse curriculum.



mede beïnvloed door maatschappelijke en technologische ontwikkelingen. De hogere-orde vaardigheden zijn essentieel voor het ontwikkelen van een rekenwiskundige attitude (Oonk & de Goeij, 2006).

Reken-wiskundeonderwijs kenmerkt zich doordat er vrijwel altijd sprake is van twee doelen: leerlingen moeten zowel basisvaardigheden als hogere-orde vaardigheden en inzicht ontwikkelen. In de praktijk bestaat er tussen beide vaardigheden een spanningsveld, omdat de onderwijstijd beperkt is. Op pragmatische gronden wordt in de huidige onderwijspraktijk het ontwikkelen van hogere-orde vaardigheden en inzicht regelmatig ondergeschikt gemaakt aan het aanleren van basisvaardigheden. Onderzoek en wereldwijde ervaringen wijzen echter uit dat een te sterke gerichtheid op louter bewerkingen en procedures uiteindelijk goede reken- en wiskunderesultaten in de weg staat; de leerlingen verwerven dan vaardigheden die slechts een beperkte reikwijdte hebben en weinig flexibel en duurzaam zijn.

### ***Gewenste positie van het vak/leergebied over tien jaar***

Rekenen-wiskunde behoort met Nederlandse taal en burgerschap tot het fundament van het Nederlandse onderwijsbestel. Wij verwachten dat rekenen-wiskunde die positie ook over tien jaar inneemt. Door informatisering en computerisering zullen de komende jaren andere eisen aan de inhoud van het vak rekenen-wiskunde worden gesteld (Gravemeijer, Stephan, Julie, Lin, & Ohtani, 2017). Wij verwachten dat het belang van rekenen-wiskunde niet af-, maar eerder toeneemt. Burgers worden in toenemende mate geconfronteerd met kwantitatieve gegevens, getalsmatige representaties, wiskundige modellen en structuren en (big) data, waartoe ze zich kritisch moeten verhouden. Reken-wiskundeonderwijs dient leerlingen hierop voor te bereiden. Dit geldt voor alle leerlingen van alle niveaus en met verschillend talent en affiniteit. De eerdergenoemde balans tussen benodigde basisvaardigheden en gewenste hogere-orde vaardigheden moet regelmatig herijkt worden op basis van (praktijk)onderzoek.

### ***Ontwikkelingen in het vak/leergebied in relatie tot het curriculum binnen nu en tien jaar***

#### *Veranderingen in de maatschappij en daardoor in het vakgebied*

De maatschappij verandert onder invloed van digitalisering, automatisering en globalisering. Deze veranderingen hebben ingrijpende consequenties voor de toekomstige beroepsbeoefenaar. Veel toekomstige banen zullen rekenwiskundige vaardigheden vereisen die nauw verweven zijn met apparaten, applicaties en software. Deze ontwikkelingen vormen een uitdaging voor het reken-wiskundeonderwijs. Rekenen-wiskunde speelt enerzijds een steeds belangrijkere rol door de "kwantificering" van de maatschappij. Anderzijds wordt rekenen-wiskunde steeds meer onzichtbaar door het blackbox-karakter van apparaten die in toenemende mate voorgeprogrammeerde bewerkingen uitvoeren.

#### *Rekenen-wiskunde en apparaten*

Vrijwel alle bewerkingen die in het basis-, voorgezet en hoger onderwijs worden aangeboden, worden in de praktijk buiten de school door apparaten uitgevoerd. In de (nabije) toekomst moeten leerlingen voorbereid zijn op het goed functioneren in een omgeving waar apparaten veelal de berekeningen uitvoeren. Dat vereist een nieuwe doordenking van de vaardigheden waar het onderwijs zich op moet richten. Als het gaat om goed omgaan met apparaten die bewerkingen uitvoeren, dan gaat het om de volgende vaardigheden:

##### *a. modelleren*

Apparaten kunnen weliswaar het rekenwerk doen, de gebruiker moet de problemen vertalen naar de benodigde bewerkingen. Dit wordt mathematiseren genoemd. De kwaliteit van het

reken- of wiskundig model om een probleem op te lossen wordt steeds belangrijker. Op alle niveaus van basis- tot voortgezet en hoger onderwijs kan aan mathematiseren aandacht worden besteed.

*b. begrijpen*

Wanneer rekenwiskundige bewerkingen niet meer door de gebruiker zelf worden uitgevoerd, is het essentieel dat de gebruiker begrijpt wat het apparaat of de applicatie nu precies uitrekenet en of de uitkomst het antwoord geeft op de gestelde vraag.

*c. controleren*

De gebruiker moet de uitkomsten kunnen beoordelen naar aannemelijkheid en correctheid. Meestal gaat het om globaal narekenen en controleren van uitkomsten, bijvoorbeeld door schattend te rekenen en gebruik te maken van vertrouwde en globalere getalrelaties.

Naar verwachting zullen apparaten, digitale applicaties en software een belangrijkere rol gaan spelen in - en na - het onderwijs. Er moet doordacht worden in welke mate omgaan met rekenmachines en standaardsoftwarepakketten tot de doelstellingen van het reken-wiskundeonderwijs moet behoren.

Ten slotte zijn er belangwekkende ontwikkelingen rond de mogelijkheden om technologie in te zetten voor het leren van rekenen-wiskunde, bijvoorbeeld in de vorm van digitale reken-wiskundeomgevingen en didactische applicaties (Drijvers, Doorman, Boon, Reed, & Gravemeijer, 2010; National Council of Teachers of Mathematics, 2002).

## **Samenhang**

De vraag naar *samenhang van rekenen-wiskunde met andere vakken* neemt in de toekomst toe door de kwantificering van vakgebieden en kennisdomeinen. In alle vakken gaan (big) data, vakgerichte rekenapplicaties en wiskundige modellen in toenemende mate een rol spelen. Het reken-wiskundeonderwijs kan hierop inspelen door toepassingen uit andere vakken een grotere rol te geven in de ontwikkeling en toepassing van vaardigheden. Onderlinge afstemming over gebruik van basisvaardigheden en gezamenlijk werken aan de ontwikkeling van hogere-orde vaardigheden kan winst opleveren voor de samenhang van het totale curriculum.

De interne samenhang tussen rekenen en wiskunde kan verder versterkt worden. Zo kan een kwalitatieve verkenning van onderwerpen als statistiek en variabelen & functies al in het basisonderwijs plaatsvinden (van Galen & Gravemeijer, 2010). Daarnaast kunnen het oplossen van praktische rekenproblemen en het ontwikkelen van praktische probleem-oplosvaardigheden een belangrijke rol (blijven) spelen in wiskunde voor vmbo en wiskunde A voor havo en vwo (Forman & Steen, 1999).

Het nastreven van hogere-orde doelen binnen rekenen-wiskunde is geheel consistent met de vraag om uitgebreider aandacht te besteden aan *vakoverstijgende* en *21<sup>e</sup>-eeuwse vaardigheden*. In de internationale onderzoeksliteratuur zijn deze ontwikkelingen nauw aan elkaar verwant; ze staan voor onderwijs dat in brede zin streeft naar samenhang, verbinding en denkkracht (OECD, 2016; UNESCO, 2014; Voogt & Pareja Roblin, 2010). Dit betekent meer aandacht geven aan doelen als probleemoplossen, redeneren, kritisch denken, ontwikkelen van creatief denken, communiceren en samenwerken; doelen die nauw verweven zijn met het ontwikkelen van een wiskundige attitude (Oonk & de Goeij, 2006).

De veranderingen in de maatschappij zijn zodanig dat het vanuit het oogpunt van *burgerschap* noodzakelijk is om inzicht te hebben in:

- (1) positieve en negatieve effecten van het gebruik van technologie waarin diverse aspecten van rekenen en wiskunde voorgeprogrammeerd zijn.
- (2) de manier waarop cijfermateriaal wordt gebruikt in het dagelijkse leven: in overheidscommunicatie, marketing en democratisch debat.



De kwantitatieve informatie die aan burgers wordt gepresenteerd, neemt in omvang toe (Steen, 2001). Daar kritisch naar kijken behoort tot *digitale geletterdheid*, maar het specifiek kritisch interpreteren van getalsmatige informatie moet eveneens ontwikkeld worden in het reken-wiskundeonderwijs.

## **Doorlopende leerlijnen**

### *Knelpunten in doorlopende leerlijnen*

Er zijn duidelijke knelpunten in de aansluiting tussen basis- en voortgezet onderwijs. De ontwikkeling van doorgaande leerlijnen kan een oplossing zijn, beginnend in groep 1-2 van het basisonderwijs en doorlopend in het voortgezet onderwijs, waarbij de doorgaande lijnen voor leerlingen in de leeftijd tien tot veertien om specifieke aandacht vragen. Met goede doorlopende leerlijnen kunnen de leerprocessen van leerlingen op een meer natuurlijke en doorgaande manier verlopen bij de overgangen tussen schooltypen: van basisonderwijs naar de onderbouw van het voortgezet onderwijs, van de leerwegen in het vmbo naar mbo en van havo/vwo naar hoger onderwijs.

### *Conceptuele leerlijnen*

Het leren van rekenen-wiskunde vereist een begripsmatige ontwikkeling (Skemp, 1976/2006; Tall, 1991). Die ontwikkeling vraagt tijd en ruimte in het programma en een daarop toegesneden opbouw. De begripsmatige ontwikkeling moet niet steeds worden afgebroken door aan te sturen op het inoefenen van procedures. Dit laatste is een tendens in de huidige reken- en wiskundemethoden voor zowel basis- als voortgezet onderwijs (Bruin-Muurling, 2010; Gravemeijer, Bruin-Muurling, Kraemer, & van Stiphout, 2016; van Stiphout, 2011). Toekomstige doorgaande leerlijnen kunnen beter geformuleerd worden in termen van ontwikkeling van conceptuele inzichten en hogere-orde vaardigheden en minder in termen van beheersing van bewerkingen en procedures. In de literatuur spreekt men in dit verband wel van *big ideas* (Charles, 2005; Nelissen, 2015) of *kerninzichten* (Oonk et al., 2015).

### *Van basisonderwijs naar beroepsonderwijs*

De balans tussen lagere-orde basisvaardigheden en hogere-orde denkvaardigheden is van essentieel belang voor leerlingen in het beroepsonderwijs. Voor het beroepsonderwijs ligt het eindpunt vooral in het kunnen oplossen van praktische problemen in authentieke situaties uit het dagelijkse leven en de beroepspraktijk (zie ook Buisman & Van der Velden (2017)). Daarvoor zijn basisvaardigheden nodig, maar ook probleem-oplosvaardigheden, zoals modelleren en mathematiseren ("Wat moet ik eigenlijk precies uitrekenen?"). De noodzaak om rekenopgaven met pen en papier volgens vaste procedures op te lossen zal verminderen; steeds vaker gaan leerlingen gebruik maken van inzichtelijke en flexibele rekenkennis ("Hoe pak ik dit rekenkundig zo handig mogelijk aan?").

Op veel vmbo-scholen wordt de nadruk gelegd op functioneel rekenen en gecijferdheid in praktische toepassingssituaties, waarbij leerlingen steunen op inzichtelijke en flexibele rekenkennis. Er is op dit moment echter geen sprake van een goed doorlopende leerlijn vanuit basisonderwijs en onderbouw van voortgezet onderwijs. In het basisonderwijs neemt het leren van procedures voor het rekenen met pen en papier vaak een belangrijke plaats in, terwijl inzichtelijke en flexibele rekenkennis en het voorbereiden op rekenen in praktische situaties relatief weinig aandacht krijgen.

### *Van basisonderwijs naar algemeen vormend onderwijs*

De balans tussen lagere-orde basisvaardigheden en hogere-orde denkvaardigheden is ook van groot belang voor leerlingen in het algemeen vormend onderwijs. Voor alle leerlingen is het kunnen oplossen van praktische problemen uit het dagelijkse leven een belangrijke vaardigheid. Daarnaast is voor de doorgaande leerlijn naar havo- en vwo-bovenbouw een meer wiskundige oriëntatie van

belang, waarvan generaliseren, formaliseren en abstraheren onderdelen zijn. Als voorbeeld noemen we rekenen met breuken. Naast de concrete betekenis van benoemde breuken (bijvoorbeeld,  $\frac{3}{4}$  kilometer,  $\frac{1}{4}$  pizza), moeten de leerlingen vertrouwd raken met breuken als getallen die hun betekenis niet ontlenen aan contexten, maar aan relaties met andere getallen (bijvoorbeeld  $3 \times \frac{1}{4}$ ,  $1 - \frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ , 75%, 3 op de 4,  $\frac{6}{8}$ ). Dit laatste biedt niet alleen een basis voor flexibel rekenen met breuken, maar ook de mogelijkheid om in meer formele zin verder te gaan met breuken als rationale getallen.

## Bouwstenen voor een eigentijds curriculum

We vatten de hoofdzaken samen:

1. Reken-wiskundeonderwijs richt zich op kennis (inhouden), inzicht en vaardigheden. Bij vaardigheden kennen we lagere-orde vaardigheden (bewerkingen, procedures, rekenfeiten) en hogere-orde vaardigheden (wiskundig redeneren, formaliseren, abstraheren, wiskundig communiceren, modelleren, visualiseren en probleemoplossen). Wij staan voor een reken-wiskundeonderwijs met een constructieve balans tussen lagere-orde en hogere-orde vaardigheden, omdat de ontwikkeling van beide soorten vaardigheden elkaar positief beïnvloedt en leidt tot duurzame kennis en vaardigheden.
2. Reken-wiskundeonderwijs levert een positieve en constructieve bijdrage aan vakoverstijgende en 21<sup>e</sup>-eeuwse vaardigheden en aan digitale geletterdheid en burgerschap. De doelen moeten daarmee in overeenstemming zijn.
3. De groeiende rol van technologie in de samenleving vereist een nieuwe balans tussen het verwerven van lagere-orde vaardigheden en hogere-orde vaardigheden. Veel van de vaardigheden die in basis-,--voorgezet en hoger onderwijs worden aangeboden, worden in de praktijk buiten de school door apparaten uitgevoerd. Leerlingen moeten over specifieke basisvaardigheden beschikken om te kunnen controleren en begrijpen wat apparaten doen. Daarnaast worden mathematiseren en modelleren als vaardigheden steeds belangrijker.
4. Inzet van technologie kan een verrijking betekenen voor het reken-wiskundeonderwijs. Naast standaardapplicaties kunnen applicaties, specifiek ontworpen voor de bevordering van leren rekenen-wiskunde, een rol gaan spelen.
5. Een speerpunt in de curriculumherziening is de problematische aansluiting tussen basis- en voortgezet onderwijs. Om deze aansluiting te verbeteren verdient het de aanbeveling conceptuele leerlijnen te ontwikkelen; deze beter geformuleerd worden in termen van het verwerven van conceptuele inzichten en hogere-orde vaardigheden dan in termen van beheersing van bewerkingen en procedures.

## Ten slotte

De doelen die het NVORWO nastreeft met het Nederlandse reken-wiskundeonderwijs, zijn ambitieus. Wij vragen structurele aandacht voor hogere-ordevaardigheden, omdat dit voor alle leerlingen essentieel is in hun voorbereiding op het functioneren in de huidige maatschappij. Nederland beschikt over een schat aan voorbeelden, lesmaterialen en praktijkervaringen op het gebied van reken- en wiskundeonderwijs die een vertaling van die hogere-orde doelen naar de lespraktijk goed mogelijk maken. Tientallen jaargangen van Volgens Bartjens en de PANAMA-Post bieden daartoe inspiratie. Een dergelijke ambitie waarmaken vergt een investering in de professionalisering van leraren, rekencoördinatoren, schoolleiders en besturen, schoolboekauteurs, opleiders en nascholers. De NVORWO zal aan die ambitie een bijdrage leveren, of het curriculum nu herzien wordt of niet.

## Literatuur

- Bruin-Muurling, G. (2010). *The development of proficiency in the fraction domain : affordances and constraints in the curriculum*. (PhD-thesis), Technical University Eindhoven, Eindhoven, The Netherlands.
- Buisman, M., & van der Velden, R. (Eds.). (2017). *De toekomst van het vakmanschap*. Amsterdam: Kohnstamm Instituut.
- Charles, R. I. (2005). Big Ideas and Understandings as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics. *NCSM Journal*, spring-summer.
- Csapó, B., & Funke, J. (Eds.). (2017). *The Nature of Problem Solving - Using Research to Inspire 21st Century Learning*. Paris, France: OECD Publishing.
- De Corte, E., Greer, B., & Verschaffel, L. (1996). Mathematics teaching and learning. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 491-549). New York: Macmillan.
- Devlin, K. (1996). *Mathematics: The Science of Patterns: The Search for Order in Life, Mind and the Universe*: Scientific American Paperback Library.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234. doi:10.1007/s10649-010-9254-5
- Forman, S. L., & Steen, L. A. (1999). *Beyond eighth grade: Functional mathematics for life and work*. Berkeley, CA: National Centre for Research in Vocational Education.
- Gravemeijer, K., Bruin-Muurling, G., Kraemer, J.-M., & van Stiphout, I. (2016). Shortcomings of Mathematics Education Reform in The Netherlands: A Paradigm Case? *Mathematical Thinking and Learning*, 18(1), 25-44. doi:10.1080/10986065.2016.1107821
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F.-L., & Ohtani, M. (2017). What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-19. doi:10.1007/s10763-017-9814-6
- National Council of Teachers of Mathematics. (2002). Learning and teaching mathematics with technology [Focus Issue]. *Teaching Children Mathematics*, 8(6).
- Nelissen, J. M. C. (2015). Big ideas. *PANAMA-POST - Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 34, 98-101.
- OECD. (2016). *Global competency for an inclusive world*. Paris, France: OECD Publishing.
- Oonk, W., & de Goeij, E. (2006). Wiskundige attitudevorming. *Panamapost*, 25(4), 37-39.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S. A., Barth, F., den Engelsen, J. F. M., Lek, A., & van Waveren-Hogervorst, C. (2015). *Rekenen-wiskunde in de praktijk: Kerninzichten*. Groningen: Noordhoff.
- Skemp, R. R. (1976/2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88-95. Originally published in *Mathematics Teaching*.
- Steen, L. A. (Ed.) (2001). *Mathematics and Democracy, The case for Quantitative Literacy*. Princeton, NJ: The Woodrow Wilson National Fellowship Foundation.
- Tall, D. (Ed.) (1991). *Advanced Mathematical Thinking*: Springer.
- UNESCO. (2014). *Global Citizenship Education: Preparing learners for the challenges of the 21st century*: UNESCO.
- van Galen, F., & Gravemeijer, K. (2010). *Dynamische grafieken op de basisschool*: Ververs Foundation.
- van Stiphout, I. (2011). *The development of algebraic proficiency*. (PhD-thesis), Technical University Eindhoven, Eindhoven, The Netherlands.
- Voogt, J., & Pareja Roblin, N. (2010). *21st Century Skills*. Enschede: Universiteit Twente.
- Meer of specifiekere literatuur over alle onderdelen van deze notitie kan op verzoek worden aangeleverd door keeshoogland@nvorwo.nl