

WISSELWERKING EN BEWEGING 1

NNV12

De module *Wisselwerking en beweging 1* voor klas 4 vwo gaat over de bewegingen van voorwerpen – van hemellichamen als planeten en kometen tot alledaagse voorwerpen als auto's, fietsen en rolstoelen – en over de oorzaken van die bewegingen.

Het eerste hoofdstuk van deze module – *Bewegingen verklaren* – gaat over het beschrijven, verklaren en voorspellen van bewegingen van planeten en kometen onder invloed van de zwaartekracht. Daarbij leer je hoe de constructiemethode van Newton werkt. In de volgende twee hoofdstukken pas je deze constructiemethode toe bij het beschrijven, verklaren en voorspellen van alledaagse bewegingen onder invloed van constante krachten (vallen en remmen) en veranderende krachten (optrekken en trillen).

De volgende opgaven zijn met toestemming overgenomen uit de methode *Newton* van uitgeverij ThiemeMeulenhoff:

Hoofdstuk 2: 13 t/m 18, 27, 28, 30, 32, 33, 39, 41, 44, 45 t/m 47 en 50.

Hoofdstuk 3: 5, 6, 17 t/m 19, 31, 34, 36 en 37.



In de kantlijn van de tekst staat af en toe dit pictogram. Dat geeft aan dat je op www.schoolsupport.nl/ninaweblinks een link naar een webpagina of andere informatie kunt vinden. De links op deze NiNaweblinks-pagina worden zoveel mogelijk up to date gehouden.

Colofon

Project	Nieuwe Natuurkunde
Auteurs	Peter Dekkers, Kees Hooyman, Marjolein Vollebregt, Koos Kortland
Bijdragen	Kees Klaassen
Vormgeving	Koos Kortland
Redactie	Harrie Eijkelhof, Maarten Pieters, Chris van Weert, Fleur Zeldenrust, Guus Mulder en Koos Kortland
Versie	april 2012

Copyright

© Stichting natuurkunde.nl, 2012

Alle rechten op het lesmateriaal dat voor de pilot Nieuwe Natuurkunde ontwikkeld is, zijn voorbehouden aan de Stichting natuurkunde.nl. Geen enkele openbaarmaking of verveelvoudiging is toegestaan, zoals verspreiden, verzenden, opnemen in een ander werk, netwerk of website, tijdelijke of permanente reproductie, vertalen of bewerken of anderszins, voor al of niet commercieel hergebruik.

Als uitzondering hierop is openbaarmaking of verveelvoudiging toegestaan

- voor eigen gebruik of voor gebruik in het eigen onderwijs aan leerlingen of studenten;
- als onderdeel van een ander werk, netwerk of website, tijdelijke of permanente reproductie, vertaald en/of bewerkt en/of verder ontwikkeld, voor al of niet commercieel hergebruik, mits hierbij voldaan is aan de volgende condities:

1. schriftelijke toestemming is verkregen van de Stichting natuurkunde.nl, met als contactadres de

Nederlandse Natuurkundige Vereniging: verenigingsmanager@nnv.nl

2. bij hergebruik of verspreiding wordt door de gebruiker de bron correct vermeld, en de licentievoorwaarden van dit werk kenbaar gemaakt.

Voor zover de Stichting natuurkunde.nl gebruikt maakt van extern materiaal heeft zij getracht toestemming te verkrijgen van eventuele rechthebbenden. Mocht u desondanks van mening zijn dat u rechten kunt laten gelden op materiaal dat in deze reeks is gebruikt, dan wordt u verzocht contact op te nemen met: verenigingsmanager@nnv.nl

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. De Stichting natuurkunde.nl, resp. de auteurs aanvaarden geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de modules, noch enige aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit het gebruik van deze modules.

INHOUDSOPGAVE

1	Bewegingen verklaren	3
1.1	Wat is mechanica?	3
1.2	Bewegingen beschrijven, verklaren en voorspellen	6
1.3	Newtons verklaring van de beweging van Mars	9
1.4	De grootte van de zwaartekracht	16
1.5	Beweging onder invloed van de gravitatiekracht van de zon	20
1.6	Verklaren van de beweging van de komeet Kirch	24
1.7	Toepassingen van Newtons gravitatiewet	29
2	Constante krachten	33
2.1	Newtons methode in praktijksituaties	33
2.2	Zwaartekracht en de valbeweging	35
2.3	Versnellen bij constante kracht	37
2.4	Snelheid en verplaatsing	43
2.5	Remkracht en de remweg	49
2.6	Toepassingen van Newtons methode	55
3	Veranderende krachten	60
3.1	Welke krachten spelen een rol?	60
3.2	Een computermodel van bewegingen	66
3.3	Luchtwrijvingskracht en de tijddrit van een wielrenner	71
3.4	Veerkracht en de Bungee Catapult	77
3.5	Toepassingen van Newtons methode	83

Computersimulaties

Bij deze lessenserie zijn online computersimulaties beschikbaar voor het uitvoeren van een aantal opdrachten. Deze computersimulaties zijn te vinden op  [NiNa lesmateriaal](#) > vwo > wisselwerking en beweging.

Keuzemateriaal

Bij deze lessenserie is ook online keuzemateriaal beschikbaar. Dit materiaal bestaat uit keuzeparagrafen, onder andere over de (historische) ontwikkeling van de mechanica, over toepassingen van Newtons methode in praktijk-situaties, over meten en videometen aan bewegingen en over het maken van een computermodel voor bewegingen. De keuzeparagrafen bevatten geen nieuwe examenstof. Verwijzingen naar deze keuzeparagrafen staan in een kader met de kop 'keuzemateriaal'.

Daarnaast is er bij elk van de drie hoofdstukken ook nog een verzameling extra (oefen)opgaven beschikbaar.

1 Bewegingen verklaren

1.1 Wat is mechanica?

Wat gaan we doen?

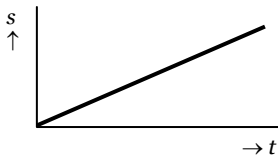
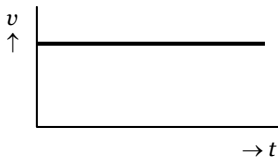
Mechanica gaat over de *bewegingen* van voorwerpen – van hemellichamen als planeten en kometen tot alledaagse voorwerpen als auto's, fietsen en rolstoelen – en over de *oorzaken* van die bewegingen.

Dit hoofdstuk bespreekt hoe de mechanica gebruikt wordt om bewegingen te *beschrijven*, te *verklaren* en te *voorspellen*. Daarbij komt ook aan de orde hoe mechanica geleidelijk aan ontdekt is.

Hoofdstukvragen

Wat heb je aan mechanica?

Wat moet je doen om de beweging van een voorwerp te beschrijven, te verklaren en te voorspellen?



Figuur 1 – Het snelheid,tijd-diagram (boven) en het plaats,tijd-diagram (onder) van een eenparige beweging.

Voorkennis

Je kent

- De begrippen plaats, verplaatsing, afgelegde weg, afstand, snelheid, gemiddelde snelheid, versnelling, relatieve snelheid, eenparige beweging, eenparig versnelde beweging, kracht (veerkracht, zwaartekracht, wrijvingskracht), vector, veerconstante, uitrekking
- De opbouw van ons zonnestelsel (zon, planeten en manen)
- De formule voor de gemiddelde snelheid: $v = \Delta s / \Delta t$. Of, in woorden: de verplaatsing Δs gedeeld door de tijdsduur Δt waarin die verplaatsing optreedt.
- Het snelheid,tijd- en het plaats,tijd-diagram van een eenparige beweging (een beweging met constante snelheid) zoals in figuur 1, en de formule voor de plaats $s(t)$ op het tijdstip t bij een eenparige beweging: $s(t) = v \cdot t$
- De formule voor de zwaartekracht: $F_z = m \cdot g$ (met $g = 9,81 \text{ N/kg}$)
- De formule voor de veerkracht: $F_v = C \cdot u$

Hier bekijken we voorbeelden van bewegende voorwerpen in de sport, het verkeer en het medisch wetenschappelijk onderzoek. De centrale vraag is:

- Wat heeft elk van die voorbeelden met mechanica te maken en wat kan het gebruik van die mechanica opleveren?

Uitwerking

1 Toepassingen van de mechanica

Kies één van de drie voorbeelden hieronder en beantwoord de vragen bij het gekozen voorbeeld. Er zijn vele goede antwoorden. Het gaat vooral om het leren herkennen van toepassingen van de mechanica.

Voorbeeld 1: Sport

De Ronde van Frankrijk in 1989 was 3285 km lang. Aan het begin van de laatste tijdrit had de leider Laurent Fignon een voorsprong van 50 s op zijn naaste concurrent Greg LeMond. Fignon fietste die hele Tour in 87 u 38' 43".

Maar dankzij die laatste tijddrit deed LeMond er in totaal 8 s korter over – het kleinste verschil ooit tussen de nummers een en twee.



Figuur 2 – Laurent Fignon (links) en Greg LeMond (rechts) tijdens de afsluitende tijddrit in de Tour de France van 1989. Fignon reed toen nog in de gele trui.

- a In figuur 2 zie je beide wielrenners tijdens die tijddrit. Welke verschillen merk je op tussen beide? Gebruik die verschillen om uit te leggen dat LeMond een grotere kans had om te winnen.
- b Kies één van de verschillen bij onderdeel a. Leg uit wat je als onderzoeker zou doen om te onderzoeken hoeveel tijdswinst dat verschil oplevert.
- c Noem enkele andere voorbeelden van verbeteringen in de sport die het resultaat zijn van de toepassing van mechanica en wetenschappelijk onderzoek.

Voorbeeld 2: Verkeer

In 1972 reden er 2,8 miljoen auto's rond in Nederland. In dat jaar waren er bijna 3200 verkeersdoden te betreuren. In 2006 waren er 7,2 miljoen auto's en vielen er 811 verkeersdoden. Het verkeer is dus veel veiliger geworden.

- a In figuur 3 zie je een personenauto uit 1972 en een uit 2006. Welke verschillen zijn er tussen moderne en ouderwetse auto's? Geef aan welke verschillen je kent, en hoe die bijdragen aan de verkeersveiligheid.
- b Kies één van de verschillen bij onderdeel a. Leg uit wat je als onderzoeker zou doen om te onderzoeken wat de invloed van dat verschil is.
- c Noem enkele andere voorbeelden van verbeteringen bij voertuigen die het resultaat zijn van de toepassing van mechanica en wetenschappelijk onderzoek.



Figuur 3 – Een auto uit 1972 (boven) en 2006 (onder).

Voorbeeld 3: Bewegingswetenschappelijk onderzoek

In figuur 4 zie je links een rolstoel uit de 19^e eeuw en rechts 's werelds beste rolstoeltenisspeelster van nu: Esther Vergeer. De gehandicapten sport heeft in de afgelopen decennia een ongekend hoog niveau bereikt.



Figuur 4 – Een antieke rolstoel (links) en de moderne rolstoel van Esther Vergeer (rechts).

- a** Welke verschillen tussen moderne en ouderwetse rolstoelen ken je? Hoe verschilt een sportrolstoel van een gewone rolstoel? Bespreek de gevolgen van die verschillen voor de betrokkenen.
- b** Kies één van de verschillen bij onderdeel a. Leg uit wat je als onderzoeker zou doen om te onderzoeken wat de invloed van dat verschil is.
- c** Noem enkele andere voorbeelden van verbeteringen in het leven van mensen met een handicap, die het resultaat zijn van de toepassing van mechanica en wetenschappelijk onderzoek.

Begrippen

Mechanica

Samenvatting

- De **mechanica** beschrijft, verklaart en voorspelt de beweging van voorwerpen. Mechanica wordt gebruikt in bijvoorbeeld de sport, het verkeer en het wetenschappelijk en technisch onderzoek. Het nut van mechanica ligt in de verbetering van de prestaties, de veiligheid en de levenskwaliteit van mensen.
- In de lessenserie *Wisselwerking en Beweging 1* leer je hoe je de mechanica kunt toepassen op praktijksituaties om dergelijke doelen te bereiken.

1 Bewegingen verklaren

1.2 Bewegingen beschrijven, verklaren en voorspellen

Wat gaan we doen?



In de 17^e eeuw lukte het voor het eerst om bewegingen te verklaren en voorspellen op een manier die we ook nu nog juist vinden. Hoe die kennis tot stand kwam, bespreken we met een voorbeeld uit die tijd: de komeet Kirch, waargenomen in 1680 (zie [Nasa.gov; Great Comets](https://www.nasa.gov/greatcomets) en figuur 5). De centrale vraag is:

- *Hoe bewoog de komeet Kirch en waarom bewoog hij zo?*

Plan van aanpak

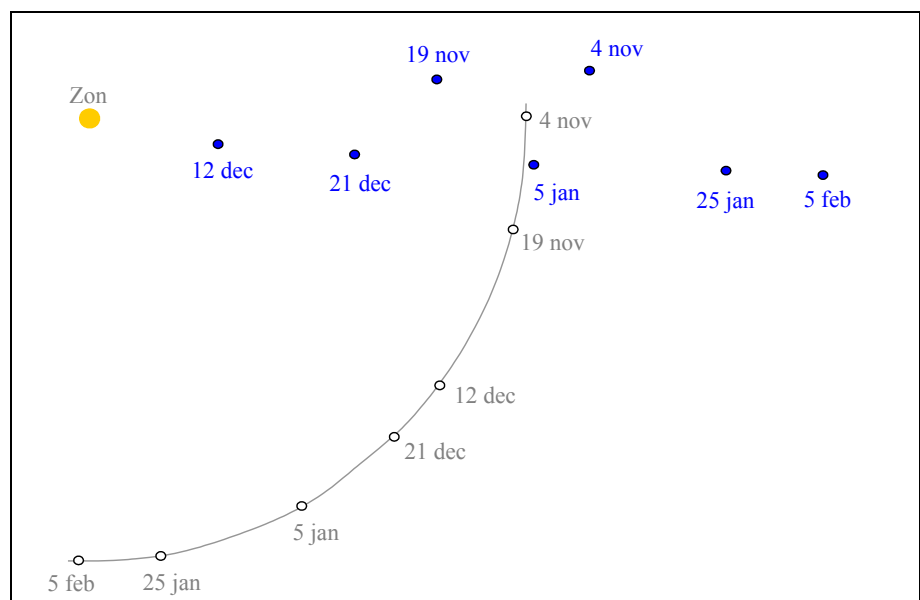
Je gaat eerst proberen om zelf een antwoord te geven op de centrale vraag van deze paragraaf. Daarna vergelijk je jouw eigen antwoord met de antwoorden van twee belangrijke wetenschappers uit de 17^e eeuw: Kepler en Newton. Door eerst zelf na te denken over de centrale vraag zul je straks beter begrijpen wat Kepler en Newton bedachten. Dan wordt ook duidelijker wat het geven van een goede verklaring inhoudt.

Uitwerking

Waarnemingen van de positie van de komeet Kirch van over de hele wereld werden bijeen gebracht. In figuur 6 zie je het resultaat: de positie van de zon, de positie van de komeet op een aantal dagen en de positie van de aarde op diezelfde dagen. De baan van de aarde is ingetekend, die van de komeet niet.



Figuur 5 – Duits vlugschrift uit 1680 waarin de komeet Kirch wordt afgebeeld en beschreven.



Figuur 6 – De posities van de komeet Kirch ten opzichte van de zon en de aarde (naar een tekening van Newton).

De precieze baan van de komeet volgt niet uit figuur 6. De sterrenkundigen bedachten daarom bij figuur 6 passende *aannames* (of *hypotheses*) over hoe de baan van de komeet eruit zag, en hoe die tot stand kwam. Ze waren niet zeker of hun aannames goed waren, maar door ze vast te leggen konden ze die gaan testen en verbeteren. Dat is altijd een bruikbare aanpak gebleven.

2 Hoe bewoog de komeet Kirch en waarom bewoog hij zo?

- a Hoe denk je dat de komeet bewogen heeft? Net als de sterrenkundigen in 1680 kun je dat nog niet precies weten. Maar je kunt wel een goede gok doen, en die vervolgens testen en verbeteren. Je kunt je daarbij bijvoorbeeld afvragen:
- Is de baan een vloeiende kromme of bestaat hij uit aaneengesloten rechte stukken?
 - Alle waarnemingen in het plaatje staan rechts van de zon. Is de komeet ook nog links van de zon geweest?
 - Vormt de baan een gesloten kring of niet?
- Schets je 'goede gok' voor de baan in (een kopie van) figuur 6. Geef een toelichting.
- b Kun je ook uitleggen *waarom* de komeet zou bewegen zoals je hebt geschetst? Het goede antwoord kun je niet weten. Maar ook hier is een goede gok een bruikbaar begin. Net als de sterrenkundigen in 1680 kun je je bijvoorbeeld afvragen:
- Welk voorwerp zorgt (of welke voorwerpen zorgen) ervoor dat de komeet zo beweegt?
 - Hoe doet dat voorwerp (of hoe doen die voorwerpen) dat?
 - Hoe komt het dat de komeet in november naar de zon toe beweegt, en in december en januari er vandaan?
- Als je niet kunt bedenken hoe 'jouw' komeetbaan tot stand kwam, mag je het antwoord bij onderdeel a wel veranderen. Probeer bij onderdeel a en b antwoorden te vinden die bij elkaar passen.
- c Kun je ook bedenken wat er met de snelheid van de komeet is gebeurd? Zo ja: geef dan in je schets aan waar de komeet het snelst bewoog, en waar het langzaamst. Leg zo mogelijk uit hoe die snelheid tot stand komt.

Verklaren van de beweging van de komeet betekent: *uitleggen hoe de beweging tot stand komt als gevolg van de invloeden die op de komeet werken*. In de 16^e en 17^e eeuw probeerden onder andere Johannes Kepler en Isaac Newton de bewegingen van hemellichamen te verklaren.

Kepler en Newton vroegen zich eerst af: hoe zou de komeet bewegen als er helemaal *geen* invloeden waren? Die *invloedloze beweging* hoef je niet verder te verklaren, want zo beweegt de komeet al uit zichzelf. Alle *andere* bewegingen moet je daarna natuurlijk wel verklaren.

Kepler en Newton waren het hierover niet eens. Volgens Kepler zou de komeet uit zichzelf stil staan. De invloed van de zon *verandert de positie* van de komeet. Als de kracht zou verdwijnen, zou de komeet tot stilstand komen. Maar volgens Newton zou de komeet uit zichzelf bewegen met een constante snelheid, in een rechte lijn. De invloed van de zon *verandert de snelheid* van de komeet. Als de kracht zou verdwijnen, zou de komeet in een rechte lijn met een vaste snelheid verder bewegen.

3 Hoe zou de komeet uit zichzelf bewogen hebben?

Kijk nog eens terug naar je antwoorden bij opdracht 2. Heb je zelf een idee over hoe de komeet bewogen zou hebben in een lege ruimte? Zo ja: lijkt jouw idee meer op dat van Kepler of op dat van Newton?

De komeet staat niet stil en beweegt niet in een rechte lijn, dus Kepler en Newton vonden dat de beweging van de komeet verklaard moest worden. Dat doe je door vast te stellen *welke voorwerpen* invloed op de komeet hebben. Daarover waren Kepler en Newton het eens: alleen de zon had invloed op de komeet.

Dan moet je aangeven *welke invloeden* de zon heeft en *welk effect* iedere invloed heeft. Over de invloeden en hun effecten waren Kepler en Newton het niet eens. Ze gaven verschillende verklaringen.

4 Waardoor werd de beweging van de komeet bepaald?

Kijk nog eens terug naar je antwoorden bij opdracht 2.

- a Heb je zelf ook aan voorwerpen zoals de zon gedacht, om uit te leggen hoe de beweging tot stand komt? Zo ja: heb je dan alleen aan de zon gedacht, of heb je ook andere voorwerpen gevonden?
- b Heb je zelf ook aan invloeden gedacht om de beweging te verklaren? Zo ja: om wat voor invloeden ging het dan? En wat gebeurt er als er zo'n invloed is?

De verklaringen van Kepler en Newton lagen zo ver uit elkaar, dat maar één van beide gelijk kon hebben. Hoe zagen die verklaringen er dan uit? En hoe kun je tussen die verklaringen kiezen? Dat zijn vragen die we in het vervolg gaan beantwoorden.

5 Verklaringen vergelijken

Stel dat je weet hoe Kepler en Newton de beweging van de komeet verklaren. (Na paragraaf 1.3 zal het zo ver zijn.) Hoe kom je er dan achter welke verklaring de beste is? Kun je al een kenmerk van een goede verklaring bedenken? Of enkele kenmerken? Leg kort uit.

Begrippen

Beschrijven
Verklaren
Voorspellen
Verklaringsschema
Invloedloze beweging
Invloed
Hypothese

Samenvatting

- Het **beschrijven** van een beweging houdt in: vastleggen welke baan het voorwerp doorloopt, en hoe die baan doorlopen wordt. Enkele belangrijke grootheden daarbij zijn tijd, positie en snelheid. Hoe je daarmee de bewegingen precies beschrijft moet nog worden uitgewerkt.
- Het **verklaren** van een beweging betekent: uitleggen hoe de beweging tot stand komt. Met andere woorden: laten zien waarom een voorwerp beweegt zoals het beweegt.
- Om uit te leggen hoe de beweging van een voorwerp tot stand komt, moet je in ieder geval vier vragen beantwoorden. De antwoorden op deze vier vragen vormen ons **verklaringsschema** voor beweging:
 - 1 Hoe zou het voorwerp bewegen als er helemaal geen invloeden op zouden werken? Of: wat is de **invloedloze beweging**?
 - 2 Welke voorwerpen beïnvloeden de beweging van dit voorwerp?
 - 3 Welke **invloed** heeft elk van die voorwerpen?
 - 4 Wat is het effect van elk van die invloeden?Voor de komeet Kirch is een begin gemaakt met het invullen van dit schema, dat in het vervolg wordt uitgewerkt.
- Het **voorspellen** van een beweging betekent: beschrijven en verklaren hoe een beweging vanaf een bepaald moment verder zal verlopen voordat die beweging is waargenomen.
- Het voorbeeld van de komeet Kirch laat zien dat wetenschappers vaak moeten uitgaan van **hypotheses**: voorlopige beschrijvingen en verklaringen die wel eens juist zouden kunnen zijn, maar die nog uitgebreid getest moeten worden voor dat duidelijk wordt. Dat testen doe je door na te gaan of ze ook bij andere en nieuwe waarnemingen passen, en of ze voorspellingen opleveren die uitkomen.

1 Bewegingen verklaren

1.3 Newtons verklaring van de beweging van Mars

Wat gaan we doen?

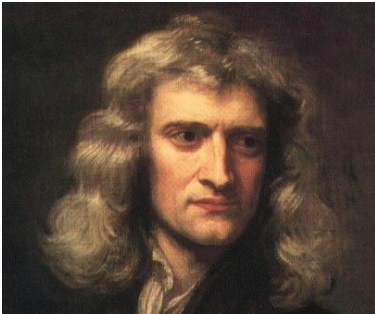
Hoe verklaarde Newton de beweging van voorwerpen? We gaan dit na met als voorbeeld de beweging van de planeet Mars. De centrale vraag is:

- *Hoe verklaarde Newton de beweging van de planeet Mars?*

Plan van aanpak

We gaan na welke antwoorden Newton gaf op de vragen van het verklaringsschema van paragraaf 1.2. We oefenen met deze antwoorden in enkele eenvoudige situaties. Dan passen we de methode toe op de beweging van Mars.

Uitwerking



Figuur 7 – Sir Isaac Newton (1643-1727) op 46-jarige leeftijd. Zie [Wikipedia: Isaac Newton](#)

Newtons verklaring voor de beweging van Mars volgt het verklaringsschema van paragraaf 1.2. Maar zijn antwoorden op de vier vragen verschillen van die van Kepler. Newtons hypothesen zijn:

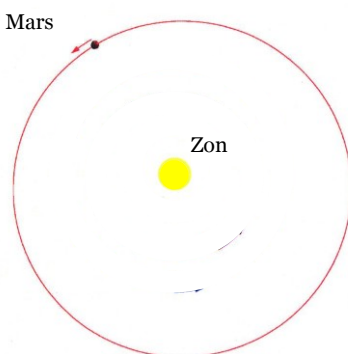
- 1 Als de zon er niet was, zou Mars verder bewegen in een rechte lijn, met een constante snelheid. De invloedloze beweging is een *eenparige rechte-lijnige beweging*.
- 2 De beweging van Mars wordt door één voorwerp beïnvloed: de zon.
- 3 Er is één invloed: de *zwaartekracht* uitgeoefend door de zon op Mars.
- 4 De zwaartekracht verandert de snelheid. Daardoor ontstaat de ellips-beweging van Mars om de zon.



Van deze hypothesen is de eerste wel de vreemdste. Deze eerste hypothese is nu bekend als de *eerste wet van Newton* of de *traagheidswet*. Deze wet was al geformuleerd door Galilei, en is door Newton overgenomen. De derde en vierde hypothese waren nieuw in Newtons tijd, maar we zijn er intussen aan gewend. Maar het idee dat voorwerpen met constante snelheid in een rechte lijn blijven bewegen als er helemaal geen krachten op werken, doet ook nu nog vreemd aan.

Eerste wet van Newton

Een voorwerp waarop geen kracht wordt uitgeoefend, is in rust of beweegt met een constante snelheid in een rechte lijn.



Figuur 8 – De baan van Mars om de zon.

Eigenlijk nemen we nooit situaties waar waarin er geen enkele kracht werkt. In de praktijk komen alle bewegende voorwerpen op aarde tot stilstand, maar dat komt door de wrijvingskracht. Nergens in het heelal is een plek waar helemaal geen krachten zijn. Hoe een voorwerp echt beweegt als er geen krachten op werken weet dus niemand zeker. Maar je kunt wel nagaan of je met de aannames van Newton een verklaring kunt geven die past bij de waarnemingen.

In de eenvoudigste situatie is er geen kracht en beweegt het voorwerp met constante snelheid in een rechte lijn. Deel je de beweging op in gelijke tijdstappen, dan is de beweging in iedere tijdstap een kopie van de beweging in de vorige tijdstap.

Als er een constante kracht in de richting van de beweging is, dan komt er steeds een beetje snelheid bij. Deel je de beweging op in gelijke tijdstappen, dan is de beweging in iedere tijdstap gelijk aan:

- een kopie van de beweging in de vorige tijdstap
- plus een *extra verplaatsing* door de extra snelheid.

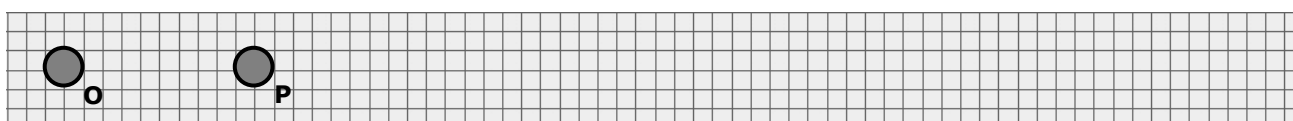
Bij een constante kracht is die extra verplaatsing in alle tijdstappen even groot.

In opdracht 6 oefen je met het toepassen van deze aanpak. Vanuit die twee eenvoudige situaties werken we toe naar de beweging van de planeet Mars.

6 Oefenen met de constructiemethode: rechtlijnige beweging

In figuur 9 is de eerste stap getekend van de *invloedloze beweging* van een bal, volgens Newton. Er werkt dus geen kracht op de bal.

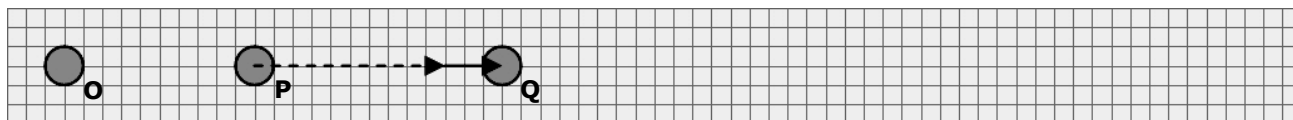
- a Teken in (een kopie van) figuur 9 de punten Q, R en S van deze beweging met Newtons aannames.



Figuur 9

In figuur 10 zijn twee stappen weergegeven van de beweging van dezelfde bal. Maar nu werkt er een kracht op de bal die *constant* is, en in de bewegingsrichting wijst. Volgens Newton vind je Q door te combineren:

- De *invloedloze verplaatsing* vanuit P (met de snelheid die het voorwerp al had in P). Dit is de gestippelde pijl in figuur 10.
- De *extra verplaatsing* als gevolg van de constante kracht (met de extra snelheid die het voorwerp krijgt als gevolg van die kracht). Dit is de doorgetrokken pijl in figuur 10.



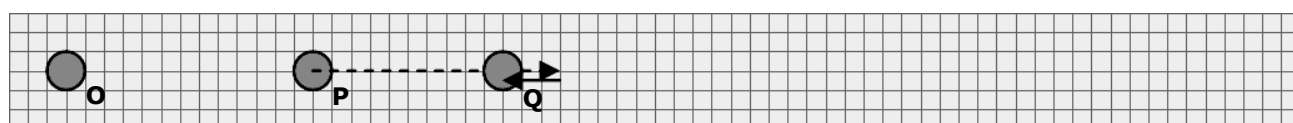
Figuur 10

De invloedloze verplaatsing in de volgende tijdstap is nu een kopie van de totale verplaatsing (PQ) in deze tijdstap.

- b Teken in (een kopie van) figuur 10 vanuit Q de pijl voor de nieuwe invloedloze verplaatsing in de volgende tijdstap.
- c Teken ook de pijl voor de extra verplaatsing door de constante kracht. En teken positie R.
- d Teken vervolgens op dezelfde manier positie S.
- e Bekijk de beweging. Hoe verandert bij deze beweging de snelheid? Ken je bewegingen die er ongeveer zo uitzien? Welke?

7 Oefenen met de constructiemethode: rechtlijnige beweging

In figuur 11 is een ander voorbeeld van de constructiemethode getekend. Ook hier is de kracht *constant*.



Figuur 11

- a Hoe kun je zien dat je hier te maken hebt met een tegenwerkende kracht?

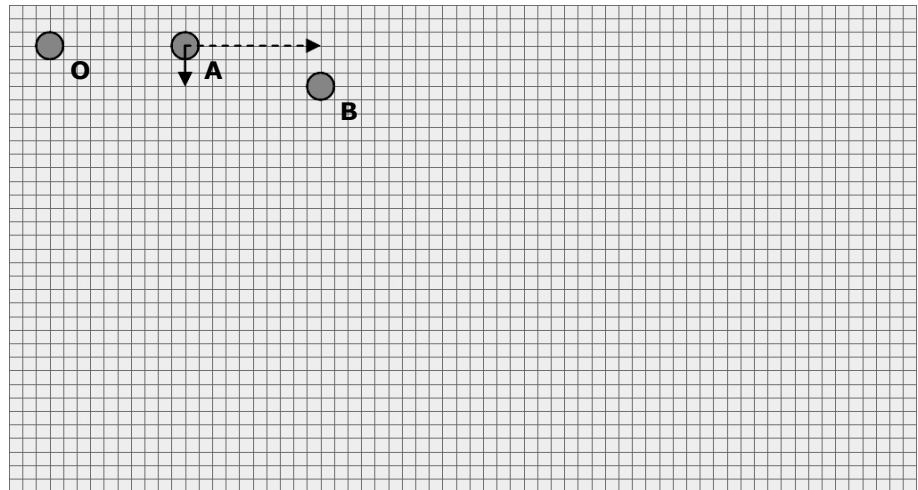
- b Teken in (een kopie van) figuur 11 de volgende twee posities met de constructiemethode.
- c Bekijk de beweging. Hoe verandert bij deze beweging de snelheid? Ken je bewegingen die er ongeveer zo uitzien? Welke?

8 Oefenen met de constructiemethode: kromlijnige beweging

In figuur 12 is de kracht naar beneden gericht. De kracht is ook in deze situatie *constant*: zowel de *grootte* als de *richting* veranderen niet.

De invloedloze verplaatsing vanuit A wordt weergegeven door de gestippelde pijl. De extra verplaatsing als gevolg van de constante kracht is de doorgetrokken pijl.

- a Hoe zijn de twee verplaatsingspijlen vanuit A gecombineerd? Teken in (een kopie van) figuur 12 de totale verplaatsing en beschrijf hoe de pijlen zijn 'opgeteld'.
- b Teken vanuit positie B de pijlen voor de nieuwe invloedloze verplaatsing en de extra verplaatsing in de volgende tijdstep.
- c Teken positie C en construeer van daaruit positie D en E.
- d Bekijk de beweging. Hoe verandert bij deze beweging de snelheid? Ken je bewegingen die er ongeveer zo uitzien? Welke?



Figuur 12

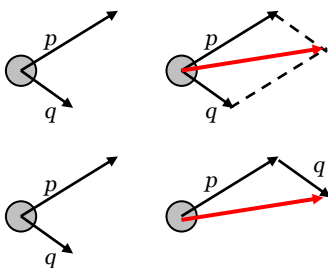
De beweging in een tijdstep bij Newton

De invloedloze verplaatsing in een tijdstep (bijvoorbeeld D-E) is een kopie van de verplaatsing in de *vorige* tijdstep (C-D).

De totale verplaatsing in een tijdstep vind je door de invloedloze verplaatsing te *combineren* met de extra verplaatsing.

Verplaatsingen combineren

Als een voorwerp tegelijkertijd twee afzonderlijke verplaatsingen p en q ondergaat, is de totale verplaatsing de *combinatie* van beide. Voor dat combineren gebruik je de *parallelogram-methode* of de *kop-staart-methode* van figuur 13.



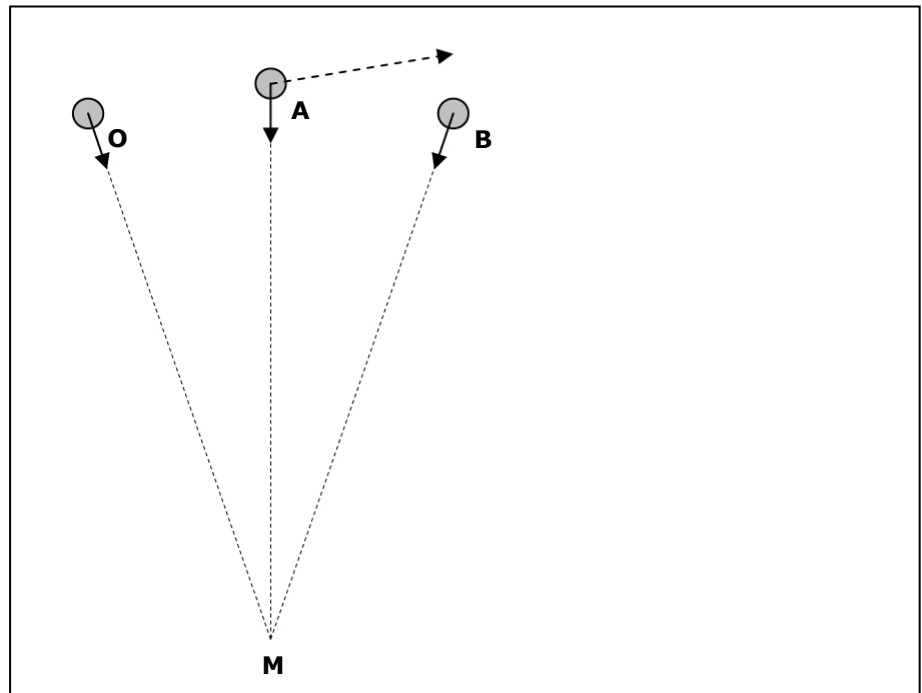
Figuur 13 – Combineren van gelijktijdige verplaatsingen p en q met de parallelogram-methode (boven) en de kop-staart-methode (onder). De rode pijl is de totale verplaatsing.

9 Oefenen met de constructiemethode: een kracht die van richting verandert

In de eerdere voorbeelden van de constructiemethode was de kracht steeds constant van richting en grootte. De kracht op een voorwerp is eigenlijk maar zelden zo constant.

In figuur 14 is de kracht wel constant van grootte, maar de richting verandert. De kracht wijst steeds naar één punt: M. De extra verplaatsing is ook steeds in die richting. Die richting is met stippellijnen in de tekening weergegeven.

- Laat in (een kopie van) figuur 14 zien hoe positie B geconstrueerd is.
- Teken vanuit positie B de pijl voor de invloedloze verplaatsing. De extra verplaatsing is al getekend.
- Construeer positie C en daarmee positie D en E.
- Bekijk de beweging. Hoe verandert bij deze beweging de snelheid? Ken je bewegingen die er ongeveer zo uitzien? Welke?



Figuur 14

In opdracht 6 t/m 9 heb je gezien dat het *effect* van een kracht volgens Newton een *snelheidsverandering* is: de snelheid neemt toe, neemt af en/of verandert van richting. Dit is nu bekend als de *tweede wet van Newton*.

Tweede wet van Newton

Het effect van een kracht op een voorwerp is een verandering van de grootte en/of de richting van de snelheid.

Traagheid

Er zijn mooie proefjes om te laten zien wat traagheid is, bijvoorbeeld op [YouTube](#) met als zoekwoord 'law of inertia experiment'.

Opmerking: traagheid is 'inertia' in het Engels.



Deze tweede wet van Newton ken je uit ervaring: het kost moeite (dus: er is een kracht nodig) om de snelheid van een voorwerp te veranderen. En hoe groter een massa is, des te meer moeite kost het (dus: des te groter is de kracht die nodig is) om zijn snelheid te veranderen. Dat verschijnsel heet *traagheid*. Na *zwaarte* is *traagheid* een tweede hoofdeigenschap van massa's.

De tweede wet van Newton zoals die hierboven staat is nog niet compleet. In hoofdstuk 2 vullen we deze aan met een formule die aangeeft hoe groot de snelheidsverandering is.

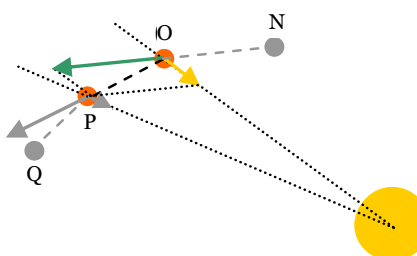
In opdracht 6 t/m 9 heb je zelf de baan van een voorwerp in verschillende situaties getekend, met een klein aantal vrij grote tijdstappen. In opdracht 10 berekent de computer de baan van Mars met dezelfde aanpak, maar dan met

heel veel kleine tijdstappen. Je zoekt een waarde voor de massa van de zon waarmee de berekende baan van Mars met de echte baan samenvalt. Zo test je Newtons verklaring van de beweging van Mars.

10 Testen van Newtons verklaring voor de beweging van Mars

De computersimulatie **NewtonMars** berekent de baan van Mars (het groene bolletje op het scherm) bij een waarde voor de massa van de zon. Die waarde kun je zelf instellen. De simulatie laat ook (op schaal) de echte, waargenomen beweging van Mars zien.

- Test Newtons hypothesen voor de planeet Mars met de computersimulatie. Dus: ga door uitproberen na of je de berekende en waargenomen baan kunt laten samenvallen. Zo ja: rapporteer de waarde waarvoor dat lukt. Zo nee: geef aan welk(e) verschil(len) je niet kunt wegwerken.
- Volgt hier nu uit dat we met Newtons hypothesen de bewegingen van de planeten kunnen verklaren? Of is daar meer voor nodig? Leg uit.
- Kun je op basis van de resultaten van je onderzoek al zeggen of met Newtons aanpak ook de beweging van de komeet Kirch verklaard kan worden? Welke argumenten daarvoor en daartegen kun je bedenken?



Figuur 15 – Constructie van de baan in stappen.

Samengevat vind je de beweging van Mars (het oranje bolletje in figuur 15) met Newtons aannames met de volgende constructiemethode:

- Stel dat de planeet in punt N was en nu in punt O is. Dan zijn er in de volgende tijdstap twee verplaatsingen:
 - een verplaatsing door de invloedloze beweging (groene pijl)
 - een extra verplaatsing door de zwaartekracht (gele pijl).
- Combineer de pijlen om te bepalen waar de planeet even later is: dat is punt P.
- Herhaal de procedure in punt P en bepaal zo punt Q enzovoort, tot de hele beweging af is.

Hoe kleiner je de tijdstappen maakt, des te nauwkeuriger wordt de aanpak.

Begrippen

Eenparige rechtlijnige beweging
Zwaartekracht
Eerste wet van Newton
Tweede wet van Newton
Traagheid
Constructiemethode van Newton
Invloedloze verplaatsing
Extra verplaatsing
Combineren van verplaatsingen

Samenvatting

- Newton's verklaringsschema voor de beweging van Mars bestaat uit vier *hypothesen*:
 - De invloedloze beweging van Mars is een **eenparige rechtlijnige beweging**.
 - Er is één voorwerp dat de beweging van Mars beïnvloedt: de zon.
 - De zon oefent één invloed uit: de **zwaartekracht**. Die kracht wijst naar het midden van de zon.
 - De zwaartekracht verandert (de richting en grootte van) de snelheid van Mars.
- Een voorwerp waarop geen kracht wordt uitgeoefend, is in rust of beweegt met een constante snelheid in een rechte lijn. Dit is de **eerste wet van Newton**.
- Het effect van een kracht op een voorwerp is een verandering van de grootte en/of de richting van de snelheid. Dit is de **tweede wet van Newton**. In hoofdstuk 2 staat deze wet in de vorm van een formule.
- Massa heeft **traagheid**. Dat betekent dat er een grotere kracht nodig is om de snelheid te veranderen als de massa groter is.

Keuzemateriaal

In keuzeparagraaf 1.3B bespreken we Keplers verklaring voor de beweging van Mars, en vergelijken we Keplers en Newtons verklaring voor die beweging om na te gaan welke het best 'werkt' en waarom.

Als je keuzeparagraaf 1.3B doet, kun je opgave 13 overslaan.

- De beweging van Mars is in stappen te construeren met de **constructiemethode van Newton**. De totale verplaatsing in iedere tijdstap is de combinatie van twee verplaatsingen:
 - de **invloedloze verplaatsing** die identiek is aan de verplaatsing in de vorige stap
 - de **extra verplaatsing** die het gevolg is van de zwaartekracht.Voor het **combineren van verplaatsingen** gebruik je de *parallelogram-methode* of de *kop-staart-methode*. Bij de constructie worden de tijdstappen allemaal even groot gekozen. De procedure wordt nauwkeuriger naarmate je kleinere stappen gebruikt.
- Met een computersimulatie kun je Newtons aanpak testen. De computer berekent de baan (van bijvoorbeeld Mars) met de constructiemethode van Newton. Je kunt dan de *berekende* baan vergelijken met de *waargenomen* baan, en nagaan of die banen overeenkomen. Voor de massa van de zon is een waarde te vinden waarbij de berekende baan goed past bij de waargenomen baan van Mars.

Begripstest

- 11** Voor elk van de afbeeldingen in figuur 16 geldt dat de beweging gaat van O naar A naar B. Teken je antwoord in (een kopie van) figuur 16.
- a** Construeer voor elk van de gevallen I t/m IV het punt X waar het voorwerp in de stap na A terecht gekomen zou zijn als er geen invloed was.
- b** Construeer voor elk van de gevallen de positie C waar het voorwerp in de volgende tijdstap terecht zal komen. Neem daarbij aan dat de invloed niet verandert.
- c** Teken bij elk van de gevallen de extra verplaatsing. Geef de pijl de juiste richting en grootte.

I



O



A



B

II



O



A



B

III



O



A



B

IV



B



A



O

Figuur 16

Opgaven

12 De invloed van een kracht op de beweging

Als er een kracht is, wijkt de beweging af van de invloedloze, eenparige rechtlijnige beweging. Een kracht zou dus een snelheidsverandering moeten veroorzaken.

- a Kan het ook gebeuren dat een kracht alleen de grootte van de snelheid verandert? In welk geval zal dat gebeuren?
- b Hoe noemen we zo'n beweging waarbij alleen de grootte van de snelheid verandert?
- c Aan welke voorwaarde moet de kracht voldoen zodat alleen de richting van de snelheid verandert?
- d Hoe noemen we zo'n beweging waarbij alleen de richting van de snelheid verandert?

13 Newtons aanpak toegepast op andere planeten

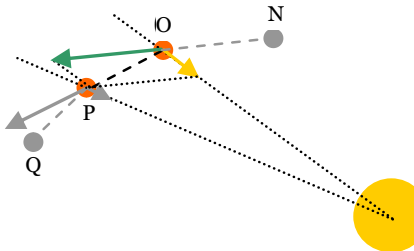
Newtons aanpak voor het verklaren van de beweging van planeten werkte prima voor Mars. Maar dat is niet de enige reden waarom we die aanpak nu – meer dan 300 jaar later – nog steeds gebruiken.

- a Gebruik de computersimulatie **WinnendStelsel**. Ga na of je in staat bent om de berekende en waargenomen banen van de planeten te laten samenvallen.
- b Lukte het in onderdeel a om die banen te laten samenvallen? Zo ja, vergelijk dan de waarde van de massa van de zon met die in opdracht 10a. Wat valt je op? Kun je dat uitleggen?
- c Kun je nu uitleggen waarom wetenschappers Newtons verklaring zo goed vinden?

1 Bewegingen verklaren

1.4 De grootte van de zwaartekracht

Wat gaan we doen?



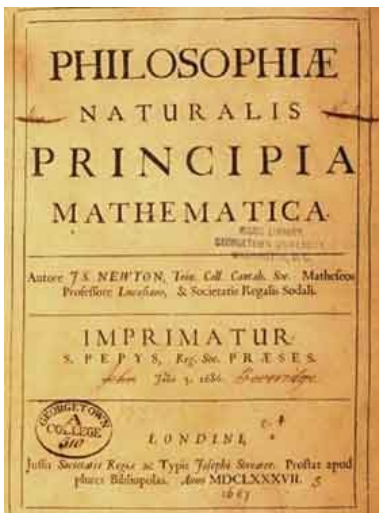
Figuur 17 – Constructie van de baan in stappen.

Met Newtons aanpak kun je de banen van de planeten berekenen. Lukt dat nu ook met de baan van de komeet Kirch? De constructiemethode werd in paragraaf 1.3 gegeven (zie figuur 17): combineer voor elke stap de groene pijl (kopie van de vorige stap: de invloedloze verplaatsing) met de gele pijl (effect van de zwaartekracht: de extra verplaatsing) voor heel veel hele kleine stappen. Om de constructiemethode toe te passen, moet je nog twee dingen weten:

- Hoe groot is de zwaartekracht precies?
- Hoe bereken je daarmee de gele pijl?

De antwoorden op deze vragen werden al gebruikt in de computersimulaties voor de planeten. Die antwoorden zijn echter niet zo eenvoudig, want volgens Newton is de invloed van de zon (de zwaartekracht) niet constant tijdens de hele beweging. We moeten dus om te beginnen een formule vinden voor deze zwaartekracht. De centrale vraag is:

- Welke formule gebruikte Newton voor de zwaartekracht van de zon?



Figuur 18 – Kaft van de 'Principia Mathematica' waarin Newton in 1687 zijn mechanica presenteerde.

Plan van aanpak

Je gaat eerst na waardoor de krachten tussen grote massa's – zoals sterren en planeten – bepaald worden. Daarna gebruik je deze kennis om Newtons formule voor de zwaartekracht te begrijpen.

Uitwerking

Alles valt omlaag. Iedereen weet dat dit het gevolg is van 'de zwaartekracht': de kracht waarmee de aarde alle voorwerpen aantrekt. In de onderbouw heb je een formule geleerd om die kracht te berekenen:

$$F_z = m \cdot g$$

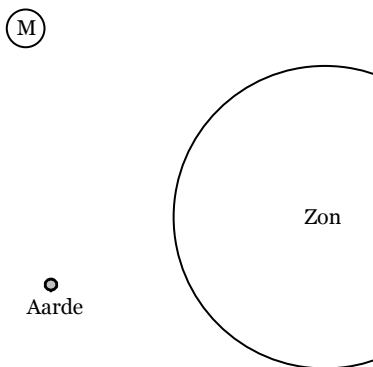
Hier staat: de grootte van de zwaartekracht F_z die werkt op een voorwerp met massa m is $m \cdot g$, waarbij g (in Nederland) de waarde 9,81 N/kg heeft. Misschien weet je ook dat g de 'valversnelling' is. Dat bespreken we in hoofdstuk 2. Maar sinds Newton weten we dat er nog heel veel meer te vertellen valt.

Massa's trekken elkaar aan. Volgens Newton veroorzaakt *dat* de zwaartekracht. De kracht die er voor zorgt dat dingen vallen is zo'n kracht. In de buurt van het aardoppervlak is dat de enige zwaartekracht die groot genoeg is om opgemerkt te worden. Daarom spreken we van *de* zwaartekracht. Maar eigenlijk is dat *een* zwaartekracht. Iedere massa ondervindt namelijk zwaartekrachten van *alle* andere massa's die er zijn. En omgekeerd oefent iedere massa een zwaartekracht uit op alle andere massa's die er zijn.

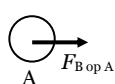
14 Massa's in interactie

Voor twee massa's geldt: elke massa oefent een aantrekkende zwaartekracht op de andere massa uit. In deze opdracht ga je na hoe de grootte van die krachten afhangt van de massa's.

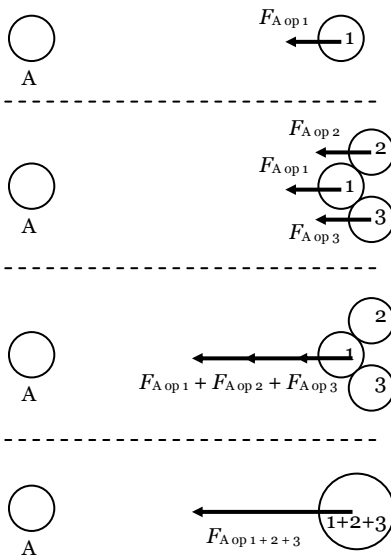
- De zon en de aarde trekken elkaar aan. Figuur 19 geeft een idee van hoe groot de zon is ten opzichte van de aarde. Wat denk jij: welk van beide trekt het hardst aan de ander? Of trekken ze beide even hard aan elkaar?



Figuur 19



Figuur 20



Figuur 21

In figuur 20 trekken twee even grote massa's A en B elkaar aan. De kracht van A op B is even groot als de kracht van B op A: $F_{A \text{ op } B} = F_{B \text{ op } A}$.

- Figuur 21 laat zien hoe $F_{A \text{ op } B}$ verandert als m_B groter wordt gemaakt. Leg met behulp van de figuur uit dat $F_{A \text{ op } B}$ recht evenredig is met m_B .
- Gebruik (een kopie van) figuur 21.
 - Teken voor iedere stap nu *ook* alle krachten die *op* A werken.
 - In het onderste plaatje van figuur 21 is A veel kleiner dan B. Vergelijk de krachten $F_{A \text{ op } B}$ en $F_{B \text{ op } A}$ met elkaar. Wat denk je nu: zijn beide even groot of is één van beide groter?
- Als de massa van A nu tweemaal zo groot wordt, wat gebeurt er dan met de krachten $F_{A \text{ op } B}$ en $F_{B \text{ op } A}$?
- Bekijk figuur 19. Vergelijk (zonder rekenen) de kracht van de zon op planeet M en de kracht van de aarde op planeet M. Zijn die krachten even groot? Leg uit.

Gravitatiewisselwerking

Twee massa's A en B trekken elkaar altijd *even sterk* aan. Dat noemen we de *gravitatiewisselwerking*. Als één van beide massa's toeneemt, nemen *beide* krachten toe.

De aantrekkende krachten $F_{A \text{ op } B}$ en $F_{B \text{ op } A}$ noemen we de *gravitatiekracht* F_g . Dat is alleen maar een *andere naam* voor de *zwaartekracht* F_z .

Teken de kracht $F_{A \text{ op } B}$ als een pijl die wijst naar het midden van A. Teken de pijl vanaf het midden van B: dat is het *aangrijpingspunt* van de kracht. Teken $F_{B \text{ op } A}$ net zo: vanaf het midden van A in de richting van het midden van B.

De gravitatiewisselwerking is een voorbeeld van wat we nu de *derde wet van Newton* noemen. Die wet bespreken we volledig in hoofdstuk 3.

Derde wet van Newton

Als voorwerp A een kracht uitoefent op voorwerp B, dan oefent voorwerp B een even grote, tegengesteld gerichte kracht uit op voorwerp A.

De gravitatiekracht (of zwaartekracht) $F_{A \text{ op } B}$ en $F_{B \text{ op } A}$ die twee massa's A en B op elkaar uitoefenen, hangt af van:

- de massa's van A en B: hoe groter de massa's m_A en m_B zijn, des te groter is de kracht
- de afstand tussen A en B: hoe kleiner de afstand r_{A-B} is, des te groter is de kracht.

Gravitatiewet van Newton

Volgens de *gravitatiewet* van Newton wordt de gravitatiekracht F_g (of zwaartekracht F_z) die twee massa's A en B op elkaar uitoefenen gegeven door:

$$F_g = F_{A \text{ op } B} = F_{B \text{ op } A} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{(r_{A-B})^2}$$

In deze formule zijn m_A en m_B de massa's van A en B, en is r_{A-B} de afstand van het midden van A tot het midden van B. De evenredigheidsconstante G is de *gravitatieconstante*. De waarde van G is door metingen te bepalen.

15 De formule voor de gravitatiekracht

- Zoek de waarde en de eenheid van de gravitatieconstante G op in BINAS.
- Bereken de gravitatiekracht van de zon op de aarde. Gebruik BINAS.

16 Een schatting van de gravitatiekracht van de zon op Mars

Gebruik in deze opdracht voor de gravitatiekracht van de zon op de aarde de afgeronde waarde $F_{Z \text{ op } A} = 3,6 \cdot 10^{22} \text{ N}$.

- Stel dat de massa van de aarde 3 keer zo groot wordt. Hoe groot is dan $F_{Z \text{ op } A}$?
- Stel dat de afstand van de aarde tot de zon wordt gehalveerd. Hoe groot is dan $F_{Z \text{ op } A}$?
- Mars staat ongeveer 1,5 keer zo ver van de zon als de aarde. De massa van Mars is ongeveer 10 keer zo klein als die van de aarde. Hoe groot is dan de gravitatiekracht $F_{Z \text{ op } M}$ van de zon op Mars?

De gravitatiekracht (of zwaartekracht) is omgekeerd evenredig met het *kwadraat* van de afstand tussen A en B. Dit verband heet *omgekeerd kwadratisch evenredig*. Waarom dit het juiste verband is, valt niet nader uit te leggen. We kunnen alleen stellen dat Newtons gravitatiewet voor alle planeten de waargenomen baan oplevert.

Begrippen

Gravitatiewisselwerking
Derde wet van Newton
Gravitatiekracht
Gravitatiewet van Newton
Gravitatieconstante

Samenvatting

- De gravitatiekrachten $F_{A \text{ op } B}$ en $F_{B \text{ op } A}$ die twee voorwerpen op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht. Dat noemen we de **gravitatiewisselwerking**. Deze gravitatiewisselwerking is een voorbeeld van de **derde wet van Newton**.

Een aantrekkende kracht $F_{A \text{ op } B}$ wordt getekend als een pijl vanuit het midden van B (aangrijpingspunt) in de richting van het midden van A.

- Voor de **gravitatiekracht** die de voorwerpen A en B op elkaar uitoefenen geldt de **gravitatiewet van Newton**:

$$F_g = F_{A \text{ op } B} = F_{B \text{ op } A} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{(r_{A-B})^2}$$

In deze formule is F_g de gravitatiekracht (in N), G de **gravitatieconstante** (zie BINAS), zijn m_A en m_B de massa's (in kg) van de voorwerpen A en B, en is r_{A-B} de afstand (in m) tussen het midden van beide voorwerpen.

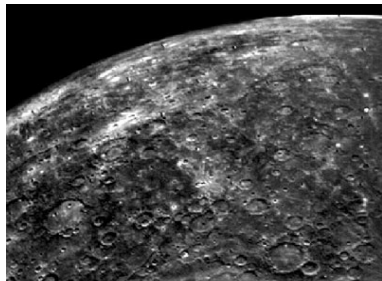
Begripstest

- In de ruimte zweven twee rotsblokken: een rode van 200 kg en een blauwe van 600 kg. Ze bevinden zich op een afstand van 3 m van elkaar.
 - Welke formule gebruik je voor het uitrekenen van de kracht die het rode rotsblok uitoefent op het blauwe? (Je hoeft de berekening niet te doen.)
 - Stel je moet daarna de kracht bepalen die het blauwe rotsblok uitoefent op het rode. Hoe doe je dat zo eenvoudig mogelijk?
 - Schets de twee rotsblokken. Teken de kracht van het blauwe rotsblok op het rode. Maak die pijl 2 cm lang. Kies het juiste aangrijpingspunt en de juiste richting.
 - Teken nu ook de kracht van het rode op het blauwe rotsblok.
 - Beide krachten worden groter als de afstand tussen de rotsblokken 1 m wordt. Hoeveel keer groter?

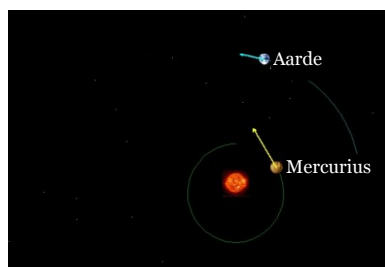
Opgaven

18 De baan van Mercurius

De baan van Mercurius verschilt nogal van de baan van de aarde. Zo draait Mercurius op een veel kleinere afstand rond de zon dan de aarde. Maar er zijn nog meer verschillen. Open de computersimulatie **Twee-Planeten**.



Figuur 22 – Het oppervlak van Mercurius.



Figuur 23 – Computersimulatie van de banen van Mercurius en de Aarde met de methode van Newton: de banen zijn erg verschillend, de oorzaak is dezelfde kracht.

- Vergelijk de baan van Mercurius met de baan van de aarde en noteer zoveel mogelijk verschillen.
- In hoeveel dagen draait Mercurius hier rond de zon? Klopt dat? Gebruik BINAS.

Het opmerkelijkste verschil tussen de twee banen is dat bij Mercurius de zon niet in het midden van de baan staat. Bij Mercurius is de grootste afstand tot de zon ruim 50% groter dan de kleinste afstand.

Op internet zijn de volgende gegevens te vinden over de planeten Mercurius en aarde (NASA factsheets).

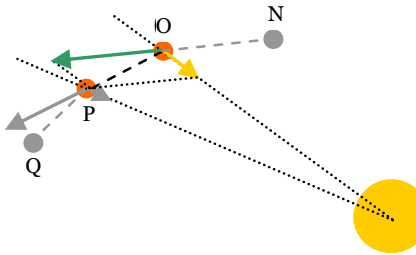
	Mercurius	aarde
kleinste afstand tot de zon	$46,0 \cdot 10^6$ km	$147,1 \cdot 10^6$ km
grootste afstand tot de zon	$69,8 \cdot 10^6$ km	$152,1 \cdot 10^6$ km
kleinste snelheid	38,86 km/s	29,29 km/s
grootste snelheid	58,98 km/s	30,29 km/s

- Ga na of de simulatie zo goed is dat de berekende bewegingen van Mercurius en de aarde kloppen de gegevens in de tabel.
- Vind je dat met deze 'test' bewezen is dat Newtons methode geldt voor de bewegingen van de planeten? Geef minstens één argument voor je mening.

1 Bewegingen verklaren

1.5 Beweging onder invloed van de gravitatiekracht van de zon

Wat gaan we doen?



Figuur 24 – Constructie van de baan in stappen.

Opmerking

De vragen in opdracht 19 zijn een oriëntatie op de rest van de paragraaf. De antwoorden op deze vragen hoef je nog niet te weten. Maar als je er even over nadenkt, weet je vast al een deel van de antwoorden.

Deze opdracht is bedoeld om er achter te komen wat je al wel en wat je nog niet weet.

De gravitatiekracht van de zon bepaalt hoe een planeet (of komeet) beweegt. Uit zichzelf zou een planeet met constante snelheid rechtdoor bewegen. De gravitatiekracht verandert de snelheid en bepaalt zo de baan.

In figuur 24 beweegt een planeet in een tijdstap van N naar O. Als er geen kracht is, beweegt hij in de volgende tijdstap langs de groene pijl. Dat is de invloedloze verplaatsing. De gele pijl is de extra verplaatsing door de gravitatiekracht. Als we de gele pijl weten, kunnen we P vinden en daarmee de beweging construeren. De centrale vraag is:

- Hoe groot is de extra verplaatsing in een tijdstap als gevolg van de gravitatiekracht?

19 Oriëntatie op de situatie

Volgens Newton heeft een kracht invloed op de *snelheid* van een voorwerp. Elke tijdstap verandert de snelheid een beetje. De verandering van de snelheid noemen we de *extra snelheid*.

Bekijk in figuur 24 de planeet in positie O.

- In welke richting is dan de 'oude' snelheid?
- In welke richting is dan de extra snelheid?
- De grootte van de extra snelheid hangt in elk geval af van de grootte van de tijdstap Δt . Van welke andere grootheden hangt de extra snelheid af? De extra verplaatsing in een tijdstap (de gele pijl in de constructie) is het gevolg van de extra snelheid.
- Stel dat je de grootte van de extra snelheid zou weten, hoe zou je dan de grootte van de extra verplaatsing kunnen berekenen?

Plan van aanpak

De gravitatiekracht zorgt voor een extra snelheid in iedere tijdstap. De extra snelheid zorgt voor een extra verplaatsing in iedere tijdstap. Het plan van aanpak is:

- Vind de formule om de extra verplaatsing te berekenen als de extra snelheid bekend is (opdracht 20).
- Bepaal hoe groot de extra snelheid is als gevolg van de gravitatiekracht van de zon, en bereken daarmee de extra verplaatsing (opdracht 21).

Uitwerking

20 Extra snelheid en extra verplaatsing

In Newtons constructiemethode neem je aan dat de snelheid alleen *verandert* aan het begin van elke stap, en *gelijk blijft* tijdens die stap.

Voor een beweging met constante snelheid ken je een formule voor de verplaatsing (of afgelegde weg, of afstand). In woorden:

$$\text{verplaatsing} = \text{snelheid} \times \text{tijdsduur} \quad [1]$$

Toepassen van deze formule op de tijdstap vanaf O levert de extra verplaatsing (de grootte van de gele pijl in figuur 24). In woorden:

$$\text{extra verplaatsing} = \text{extra snelheid} \times \text{tijdsduur} \quad [2]$$

De extra verplaatsing (de grootte van de gele pijl in figuur 24) kun je dus met formule [2] berekenen, als je weet hoe groot de extra snelheid is. Maar hoe groot is die extra snelheid?

Als er een kracht werkt, is er in elke stap een extra snelheid ten opzichte van de invloedloze beweging. Die extra snelheid zal groter zijn naarmate:

- de kracht op het voorwerp groter is
- de tijdstap langer duurt
- de massa van het voorwerp kleiner is.

In een formule:

$$\text{extra snelheid} = \frac{F}{m} \cdot \Delta t \quad [3]$$

In deze formule is F de kracht op het voorwerp, m de massa van het voorwerp, en Δt de tijdsduur van de tijdstap waarin de kracht op het voorwerp werkt.

- Geef voorbeelden uit het verkeer of de sport waaruit blijkt dat de extra snelheid (of de snelheidsverandering) groter is naarmate de kracht op het voorwerp groter is, de tijdstap langer duurt en/of de massa van het voorwerp kleiner is.
- Leg uit dat formule [3] in overeenstemming is met de drie 'regels' voor de extra snelheid (of de snelheidsverandering).
- Laat zien dat uit formule [2] en [3] volgt:

$$\text{extra verplaatsing} = \frac{F}{m} \cdot (\Delta t)^2 \quad [4]$$

In deze formule is F de kracht op het voorwerp, m de massa van het voorwerp, en Δt de tijdsduur van de tijdstap waarin de kracht op het voorwerp werkt.

Als je formule [4] toepast op een planeet, dan is F de kracht van de zon op de planeet en m de massa van de planeet. Als de planeet in positie O is, kun je die kracht uitrekenen (met de gravitatiewet van Newton). En met die kracht geeft formule [4] de extra verplaatsing (de grootte van de gele pijl). Daarmee vind je positie P. In die positie kun je opnieuw de kracht en de extra verplaatsing uitrekenen. Daarmee vind je positie Q, enzovoort.

Maar dit kan nog iets sneller... In opdracht 21 zie je dat je het berekenen van de kracht kunt overslaan.

Opmerking

We hebben aangenomen dat de planeet met constante snelheid van O naar P beweegt. Maar in werkelijkheid verandert de snelheid voortdurend. Deze aanpak is dus nog niet correct: het is een *benadering*. We moeten de stappen heel klein maken om een nauwkeurig resultaat te krijgen. Pas dan is de berekende baan niet meer van de waargenomen baan te onderscheiden.

21 Gravitatiekracht en extra verplaatsing

De kracht die op planeet A werkt is de gravitatiekracht $F_{Z \text{ op } A}$ die door de zon Z wordt uitgeoefend.

- Laat met de formule voor de gravitatiekracht uit paragraaf 1.4 zien dat:

$$\frac{F}{m} = \frac{F_{Z \text{ op } A}}{m_A} = \frac{G \cdot m_Z}{(r_{Z-A})^2} \quad [5]$$

Hierin is m_A de massa van planeet A, m_Z de massa van de zon, en r_{Z-A} de afstand van A tot Z.

Voor G en m_Z geeft BINAS de volgende waarden: $G = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ en $m_Z = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$. Dus voor het product van G en m_Z geldt: $G \cdot m_Z = \text{constante} = 1,33 \cdot 10^{20} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$.

- Combineer de formules [4] en [5] en laat zien:

$$\text{extra verplaatsing} = \frac{\text{constante}}{r^2} \cdot (\Delta t)^2 \quad [6]$$

Hierin is r de afstand van de zon tot de planeet, en Δt de tijdsduur van de tijdstap. De constante is $G \cdot m_Z$. Dat is het product van de gravitatieconstante en de massa van de zon.

Met formule [6] kun je voor elke tijdstap rechtstreeks de extra verplaatsing van een planeet in zijn beweging om de zon uitrekenen en daarmee de baan construeren. En dat geldt niet alleen voor een planeet, maar ook voor een komeet in zijn baan om de zon. Dat gebeurt in paragraaf 1.6.

Samenvatting

- Voor de **extra snelheid** als gevolg van een kracht in een tijdstap geldt de volgende formule:

$$\text{extra snelheid} = \frac{F}{m} \cdot \Delta t$$

In deze formule is F de kracht op het voorwerp, m de massa van het voorwerp, en Δt de tijdsduur van de tijdstap.

- Voor de **extra verplaatsing** als gevolg van die extra snelheid geldt de volgende formule:

$$\text{extra verplaatsing} = \text{extra snelheid} \times \Delta t = \frac{F}{m} \cdot (\Delta t)^2$$

In deze formule hebben de symbolen dezelfde betekenis als in de formule voor de extra snelheid.

- Bij een beweging onder invloed van de **gravitatiekracht** is de formule voor de extra verplaatsing te schrijven als:

$$\text{extra verplaatsing} = \frac{\text{constante}}{r^2} \cdot (\Delta t)^2$$

In deze formule is r de afstand tussen (het midden van) de zon en de planeet of komeet, en Δt de tijdsduur van de tijdstap. De constante in deze formule is $G \cdot m_z$, met G de gravitatieconstante en m_z de massa van de zon.

Opmerking

De formules voor de extra snelheid en de extra verplaatsing hoef je niet te kennen. Je moet de formule voor de extra verplaatsing wel kunnen toepassen (bijvoorbeeld in paragraaf 1.6 om te bepalen hoe een komeet beweegt).

Begripstest

- 22** Een blauw rotsblok en een rood rotsblok bevinden zich in de lege ruimte op een gegeven tijdstip op een afstand van 1000 m van elkaar. Het blauwe rotsblok oefent dan een kracht van 100 N uit op het rode rotsblok.
- a** Leg uit wat er volgens Newton fout is aan de volgende bewering: “Als het blauwe rotsblok geen kracht uitoefende, zou het rode rotsblok niet bewegen.”
- De massa van het rode rotsblok is veel kleiner dan die van het blauwe.
- b** Is de kracht van het rode op het blauwe rotsblok groter dan, kleiner dan of gelijk aan 100 N? Of kun je dat niet weten? Leg uit.
- c** Leg uit dat de extra verplaatsing van het blauwe rotsblok in de eerste tijdstap veel kleiner is dan die van het rode rotsblok.
- d** Beweegt het rode rotsblok naar het blauwe toe of er vandaan in die tijdstap? Of kun je dat niet weten? Leg uit.
- e** De massa van het rode rotsblok is 2 kg. Hoe groot is de extra snelheid die het rode rotsblok krijgt na een tijdstap van 1 s?
- f** Hoe groot is de extra verplaatsing van het rode rotsblok na die tijdstap?

Opgaven

23 De massa van de planeten

In de computersimulatie **TweePlaneten** kan zowel de massa van de zon als de massa van de twee planeten aangepast worden.

- a** Voorspel eerst wat je verwacht als de massa van de aarde 2 keer zo klein gekozen wordt.
- b** Open de computersimulatie **TweePlaneten** en verander de massa van de aarde in $3,00 \cdot 10^{24}$ kg (ongeveer de helft van de werkelijke waarde). Laat de simulatie lopen. Komt je voorspelling uit?
Misschien verbaast het resultaat van de simulatie je niet, maar toch is het de moeite waard om hier even nauwkeurig naar te kijken. De gravitatiekracht van de zon wordt kleiner als de massa van de planeet kleiner wordt. Hoe komt het dan dat de baan van de aarde niet verandert?
- c** Leg uit waarom bij een kleinere massa de baan van de planeet niet verandert, terwijl de gravitatiekracht toch wel kleiner wordt.
Dit verschijnsel is ook te verklaren met behulp van de formules [4] en [5] voor de bewegingsconstructie van een planeet.
- d** Leg met deze twee formules uit waarom de massa van de planeet geen invloed heeft op de baan.

24 De massa van de zon

In de computersimulatie **TweePlaneten** kan zowel de massa van de zon als de massa van de twee planeten aangepast worden.

- a** Voorspel eerst wat je verwacht als de massa van de zon 2 keer zo klein gekozen wordt.
- b** Open de computersimulatie **TweePlaneten** en verander de massa van de zon in $1,0 \cdot 10^{30}$ kg (ongeveer de helft van de werkelijke waarde). Laat de simulatie lopen. Komt je voorspelling uit?
- c** Bekijk het resultaat van de simulatie. Zijn de banen van de planeten nog steeds ellipsen? Hoe verandert de omlooptijd van de planeten?

1 Bewegingen verklaren

1.6 Verklaren van de beweging van de komeet Kirch

Wat gaan we doen?

Alles is nu gereed om Newtons aanpak voor de banen van de planeten toe te passen op de komeet Kirch uit paragraaf 1.2. Als dat lukt hebben we een aanpak die ook kan werken in allerlei andere situaties. De centrale vraag is:

- *Levert Newtons constructiemethode voor de beweging van planeten ook een verklaring voor de beweging van de komeet Kirch?*



Figuur 25 – Links de komeet Hale-Bopp van 1997. Rechts de maan en de planeet Venus. Mogen we Newtons verklaring voor de beweging van planeten ook toepassen op de komeet?

Plan van aanpak

Je gaat een stukje van een komeetbaan zelf construeren. Daarna laat je het tekenen van een hele baan aan de computer over. Door eerst zelf te tekenen zie je goed hoe de baan tot stand komt. Met de computer kun je daarna nagaan of Newtons verklaring voor de komeet Kirch inderdaad goed klopt.

Uitwerking

25 Aannames en verwachtingen

In opdracht 2 en figuur 6 heb je je eigen aannames over de beweging van de komeet Kirch gegeven.

- Bekijk die aannames nog eens. Zou je nu een andere schets maken? Zou je de beweging anders verklaren? Geef kort aan wat je er nu van denkt.
- We nemen hier aan dat Newtons aanpak voor planeten ook geldt voor de komeet Kirch. Hoe kun je die aanname testen?
- Je ziet vast wel aankomen dat Newtons verklaring beter is dan die van jezelf. Maar op welke manier? Wat moet er volgens jou met een wetenschappelijke verklaring kunnen, wat niet lukt met je eigen verklaring?

26 Constructie van een komeetbaan

Je gaat nu de stappenconstructie zelf toepassen op een komeet. In figuur 26 zijn al drie stappen voorgedaan. De aanpak daarbij per tijdstap staat in het kader hieronder.

Constructiemethode

- 1 Als er geen kracht was, zou de komeet dezelfde snelheid houden. Dus: de *invloedloze verplaatsing* in een stap is een kopie van de vorige stap.

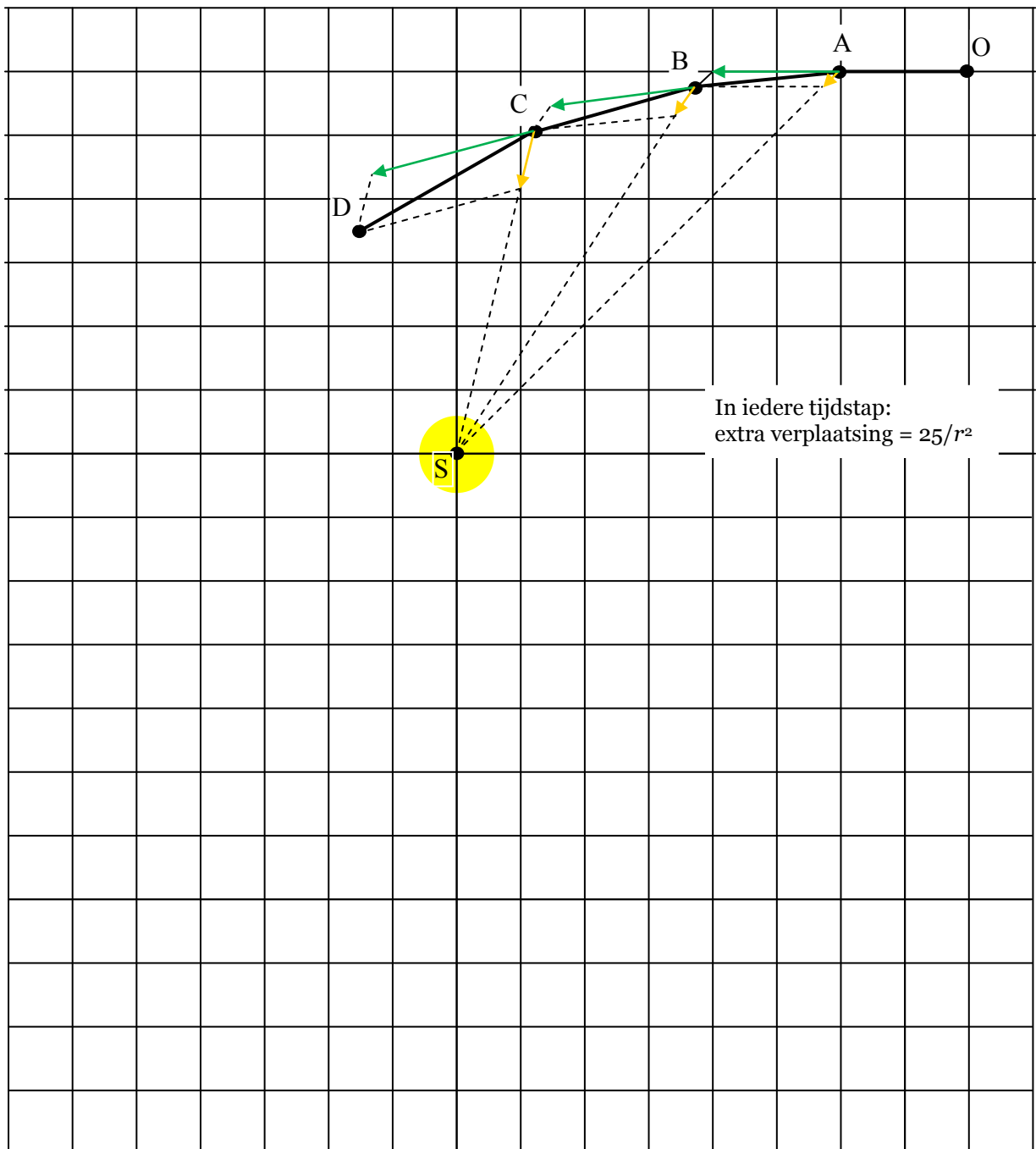
- 2 Er is een kracht die zorgt voor een *extra verplaatsing*. In paragraaf 1.5 is voor die extra verplaatsing als gevolg van de gravitatiekracht van de zon op de komeet de volgende formule afgeleid:

$$\text{extra verplaatsing} = \frac{F}{m} \cdot (\Delta t)^2 = \frac{\text{constante}}{r^2} \cdot (\Delta t)^2$$

In deze formule is r de afstand tussen de zon en de komeet, en is Δt de tijdsduur van een tijdstap.

Met deze formule bereken je de extra verplaatsing.

- 3 De totale verplaatsing vind je met de *parallellogram-methode* of de *kopstaart-methode* (zie figuur 13).



Figuur 26 – Constructie van de komeetbaan in stappen.

De groene pijl in figuur 26 geeft voor elke tijdstap de invloedloze verplaatsing, de gele pijl is de extra verplaatsing, en de zwarte lijn is de totale verplaatsing. Let op: de gele pijl bij een tijdstap wijst van het beginpunt van de stap richting het midden van de zon.

Met realistische waarden past de baan natuurlijk nooit op een stuk papier. Meet daarom alle afstanden in cm, en gebruik de waarde 25 voor de constante in de formule voor de extra verplaatsing: dan past de tekening op het papier. Neem de dag als eenheid van tijd, en neem als tijdsduur van een constructiestap $\Delta t = 1$ dag. Volgens de formule geldt dan: extra verplaatsing = $25/r^2$.

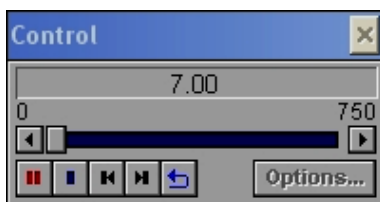
- In positie A is de afstand r tot de zon $\sqrt{72} = 8,5$ cm. Bereken daarmee de grootte van de extra verplaatsing in de eerste tijdstap. Controleer of de gele pijl in figuur 26 goed getekend is.
- Meet de afstand van positie D tot de zon. Bereken de grootte van de gele pijl en teken die in (een kopie van) figuur 26 (kies je eigen kleur).
- Construeer in figuur 26 positie E volgens de methode van Newton.
- Teken daarna met dezelfde methode nog vier posities.

27 De komeetbaan nader bekijken

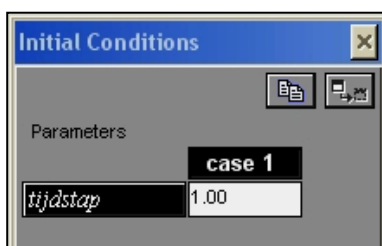
- Kijk eens naar de constructie die je net gemaakt hebt. Op welke dag is de snelheid van de komeet het grootst? Leg uit hoe je dat bepaalt. Wat kun je zeggen over de afstand tussen de komeet en de zon op die dag?
- Maak gebruik van de constructie en leg uit hoe de komeet omkeert.
- De echte beweging van de komeet is vloeiend. De beweging in figuur 26 is hoekig. Wat moet je doen om ook met de constructiemethode een vloeiende, nauwkeurige komeetbaan te krijgen?

28 De nauwkeurige baan van een komeet

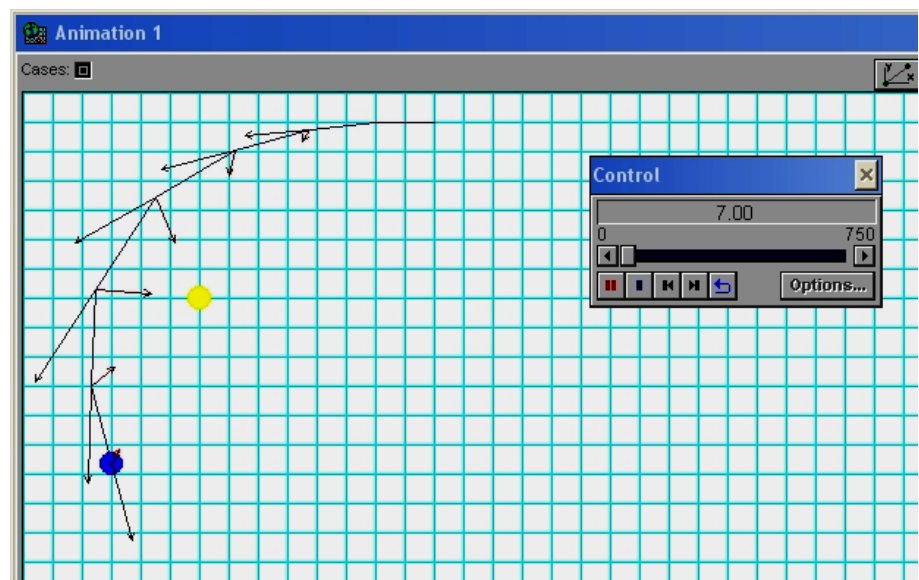
Nu we weten hoe de berekening tot stand komt, kunnen we het reken- en tekenwerk weer aan de computer overlaten. Die doet precies dezelfde berekeningen als je in opdracht 26 hebt gedaan. Maar dat kan ook voor veel kleinere stappen, zodat de constructie nauwkeuriger wordt.



Figuur 28 – Met het Control Panel kan het model bediend worden.



Figuur 29 – De tijdstap kan bij de Initial Conditions aangepast worden.



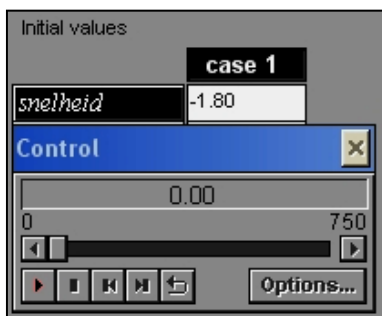
Figuur 27 – Beeld van de computersimulatie 'ConstructieKomeet' met een deel van de baan van de komeet. De pijlen stellen de invloedloze en de extra verplaatsing in elke stap voor.

Open de computersimulatie **ConstructieKomeet**. Het computerprogramma berekent in elke positie de grootte van de extra verplaatsing met de formule van opdracht 26: extra verplaatsing = $(25/r^2) \cdot (\Delta t)^2$.

Als je de simulatie draait met de al ingestelde waarden, rekent die met een stapgrootte van één dag. Dat heb je zelf in opdracht 26 ook gedaan. Dus: als het goed is ontstaat op het scherm figuur 26 waarin je zelf een komeetbaan hebt getekend.

Laat de tijd lopen door op 'play' te klikken. De simulatie tekent maximaal 750 tijdstappen. Laat minstens 300 stappen tekenen.

- Leg uit hoe je aan de getekende baan kunt zien dat deze tijdstap te groot is.
- Halveer de *tijdstap* (in het venster 'Initial Conditions') en laat de simulatie lopen. Geeft dat een duidelijke verbetering?
- Maak de tijdstap steeds kleiner. Bij welke waarde van de tijdstap vind je dat de simulatie nauwkeurig genoeg is? Leg uit waarom je dat vindt.
- Beschrijf voor de hele baan hoe de snelheid verandert.



Figuur 30 – De startpositie en beginsnelheid van de komeet kunnen aangepast worden.

29 De vorm van een komeetbaan

De baan van de komeet lijkt sterk op een ellips. Betekent dit dat de baan van elke komeet een ellips is? In de computersimulatie is dat makkelijk na te gaan door de beginpositie of de beginsnelheid van de komeet aan te passen.

Stel de *tijdstap* in op 0.20 en kies een iets andere waarde voor de *snelheid* (ook in het venster 'Initial Conditions').

- Is de baan van de komeet nu ook een ellips?
- Wat verandert er aan de baan als je de beginsnelheid iets kleiner of iets groter maakt? Beschrijf wat er verandert.
- Is de baan altijd een ellips? Beschrijf wat er verandert.
- Is de omlooptijd van de komeet in zijn baan altijd hetzelfde? Beschrijf wat er verandert.

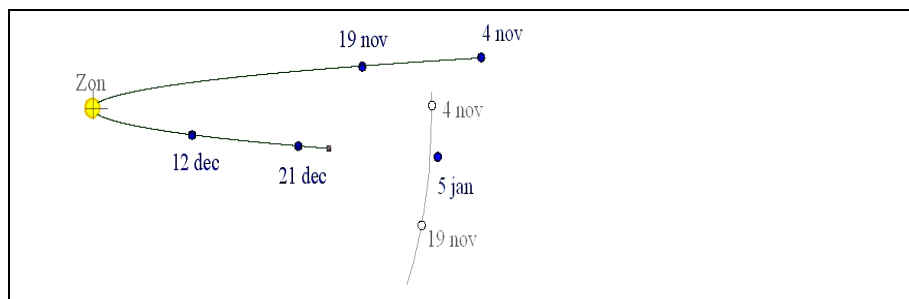
30 De baan van de komeet Kirch

Open de computersimulatie **ConstructieKirch**. In deze simulatie kan de werkelijke baan van de komeet Kirch vergeleken worden met de baan die door het computerprogramma berekend wordt. In de achtergrond is daarvoor namelijk figuur 6 afgebeeld. De tijd in het model rekent in dagen. Op $t = 0$ start de komeet in de waargenomen positie van 4 november 1680.

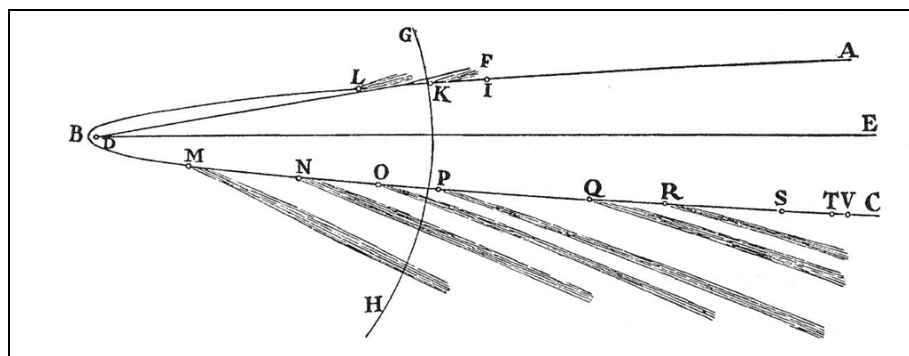
- Laat de simulatie lopen tot de komeet bij de volgende waargenomen positie is. Zet de simulatie dan stil met de pauzeknop. Na hoeveel dagen is de komeet aangekomen op de positie van 19 november? Klopt dat (met een marge van 1 dag) met de waarnemingen?
- Laat de simulatie verder lopen en beschrijf wat er gebeurt in de buurt van de zon. (In de figuur zijn zowel de zon als de komeet veel te groot getekend. Daardoor lijkt het alsof de komeet door de zon heen gaat.) Kometen die heel dicht langs de zon bewegen worden 'sungrazers' genoemd. De komeet Kirch is daarvan een voorbeeld. Bij een te grote tijdstap beschrijft de simulatie dan in de buurt van de zon duidelijk niet de werkelijke baan van de komeet Kirch.
- Leg uit waardoor juist bij de komeet Kirch een grote tijdstap in de buurt van de zon een 'foute' constructie oplevert.
- Verklein de tijdstap met een factor 100. Speel versneld af. Geeft dat een beter resultaat? Vind je het resultaat goed genoeg?
- Bekijk nog eens de punten die je hebt genoemd in opdracht 25c. Voldoet de beschrijving aan de verwachtingen die je er over had? Zo ja: welk nut heeft deze verklaring, volgens jou? Zo nee: wat moet er nog aan verbeterd worden?

Als de berekende baan goed past bij de waarnemingen, geeft dat vertrouwen in ons uitgangspunt: de beweging van een komeet komt op dezelfde manier

tot stand als die van een planeet. Dat spreekt niet vanzelf, want die banen zien er behoorlijk verschillend uit. Voor een goede constructie is wel een zeer kleine tijdstap nodig, en moet heel precies de juiste beginsnelheid gebruikt worden. Het valt dus niet mee om de waargenomen baan precies te construeren. Toch lukte het Newton wel, en hij had geen rekenmachine en geen computer die nauwkeurig tekent.



Figuur 31 – Met een zeer kleine tijdstap beschrijft de computersimulatie de baan van de komeet Kirch vrij nauwkeurig.



Figuur 32 – Newtons eigen constructie van de beweging van de komeet Kirch in de Principia Mathematica. De posities van de komeet (I, K, L, M enzovoort) stemmen overeen met figuur 6. (We hebben daarin enkele punten weggelaten.) De zon staat in punt D. De baan van de aarde is de boog GH. Newton heeft ook de 'staart' of 'coma' van de komeet ingetekend.

Kunnen we Newtons aanpak nu ook bij andere hemellichamen gebruiken? Of in situaties die wel met krachten maar niet met hemellichamen te maken hebben? Dat gaan we uitzoeken in het vervolg.

Samenvatting

Begrippen

Komeetbaan
Baansnelheid
Omlooptijd

- Met Newtons constructiemethode voor het verklaren van bewegingen is een nauwkeurige beschrijving te geven van de beweging van de komeet Kirch, die past bij de waarnemingen. Voor een goede constructie is wel een zeer kleine tijdstap nodig.
De bewering dat de komeet achter de zon langs ging en de voorspelling dat hij terug zou keren (als hij nergens tegenaan botst) blijken te kloppen. Alle bekende kometen bewegen zo.
- De constructie levert de plaats en de snelheid van de komeet Kirch op ieder tijdstip. De **komeetbaan** is een ellips. De **baansnelheid** verandert voortdurend: de snelheid neemt toe als de komeet naar de zon toe beweegt, en neemt weer af als de komeet van de zon af beweegt. De tijd die de komeet nodig heeft om zijn ellipsbaan af te leggen is de **omlooptijd**.

1 Bewegingen verklaren

1.7 Toepassingen van Newtons gravitatiewet

Wat gaan we doen?

Newtons theorie voor planeten is uitgewerkt in paragraaf 1.3 t/m 1.5 en toegepast op kometen in paragraaf 1.6. De theorie bleek beter te werken dan die van Kepler (keuzeparagraaf 1.3B). De berekende banen van planeten en kometen bleken goed bij de waargenomen banen te passen.

Tot nu toe ging het steeds om bewegingen waarin alleen de gravitatiekracht van de zon een rol speelde. De centrale vraag is:

- *Zijn met Newtons theorie ook bewegingen als gevolg van de gravitatiekracht te verklaren als die kracht niet (alleen) van de zon afkomstig is?*

Opgaven

Keuzemateriaal

In keuzeparagraaf 1.7B staan extra oefenopgaven bij hoofdstuk 1.

Opmerking

De regel in opdracht 31a is het resultaat van metingen op Aarde. Stemt de waarde met die van opdracht 31b overeen, dan is de zwaartekracht uit de onderbouw dus de gravitatiekracht uit Newtons theorie. Maar we zijn wel gevorderd: Newtons theorie beschrijft de gravitatiekracht overal in het heelal, niet alleen die op Aarde.

De opgaven 31 t/m 36 geven enkele voorbeelden van situaties waarin het gaat om hemellichamen, maar niet (alleen) om de gravitatiekracht van de zon. In opgave 31 t/m 35 gaat het om de gravitatiekracht van de aarde, in opgave 36 om die van Jupiter. Opgave 37 is afsluitend voor dit hoofdstuk: hoe *waar* is Newtons theorie?

31 Gravitatiekracht op aarde

Newton bedacht dat de zwaartekracht (op aarde) dezelfde soort kracht is als die waarmee de zon de planeten en kometen in hun baan houdt. In deze opgave ga je na of dat kan kloppen.

- Welke regel heb je in de onderbouw geleerd voor de zwaartekracht op een voorwerp met een massa van 1 kg? Hoe groot is die kracht volgens die regel?
- Bereken met de gravitatiewet (zie paragraaf 1.4) de kracht waarmee de aarde trekt aan een voorwerp met een massa van 1 kg als dat voorwerp zich aan het aardoppervlak bevindt.
- Vergelijk de antwoorden bij onderdeel a en b: zijn de waarden gelijk?

32 Invloed van de aarde en de zon op de maan

De maan draait natuurlijk om de aarde. Betekent dat nu dat de beweging van de maan door de gravitatiekracht van de aarde wordt bepaald? Of is er meer aan de hand?

- Bereken de kracht van de aarde en van de zon op de maan met gebruik van BINAS. Oefent alleen de aarde een grote kracht op de maan uit?
- De maan draait om de aarde. Welke beweging heeft de maan verder nog? Leg uit hoe ieder van beide krachten een eigen beweging oplevert. Gebruik een schets.
- Tot nu toe namen we aan dat de beweging van de aarde alleen bepaald werd door de gravitatiekracht van de zon op de aarde. Bespreek: was dat een goede aanname? Gebruik in je bespreking een berekening en vergelijking van de gravitatiekracht van de zon op de aarde en van de gravitatiekracht van de maan op de aarde.
- De maan oefent een gravitatiekracht uit op de aarde. Hoe merken we dat?

Opmerking

De invloed van andere planeten op de komeet Kirch kun je op dezelfde manier afschatten als in opgave 33. In paragraaf 1.3 (en in keuzeparagraaf 1.3B) is ook voor de banen van planeten zoals Mars en de Aarde aangenomen dat alleen de zon van belang is. De invloed van andere planeten kun je op dezelfde manier afschatten. Die invloed blijkt lang niet altijd verwaarloosbaar te zijn.

33 Invloed van de aarde op de komeet Kirch: ruwe schatting

De constructie van de beweging van de komeet Kirch in paragraaf 1.6 gebruikte alleen de gravitatiekracht van de zon. Hoe zit het met de kracht die de aarde op de komeet uitoefende? We maken eerst een ruwe schatting. Voor wie het zeker wil weten volgt dan nog een precieze berekening in opgave 34. Gebruik BINAS waar nodig.

- Hoe groot is de massa van de zon ten opzichte van de massa van de aarde? Geef je antwoord in de volgende vorm: $m_Z = \dots \times m_A$.
- Op 4 november 1680: hoeveel keer groter is de afstand Kirch-zon ten opzichte van de afstand Kirch-aarde? (Gebruik figuur 31.) Geef je antwoord in de volgende vorm: $r_{K-Z} = \dots \times r_{K-A}$.
- Hoeveel keer groter is dan de gravitatiekracht van de zon ten opzichte van die van de aarde op de komeet? (Gebruik de gravitatiewet.) Geef je antwoord in de volgende vorm: $F_{Z \text{ op } K} = \dots \times F_{A \text{ op } K}$.
- Vergelijk de bij onderdeel c berekende waarden. Was het juist om voor 4 november 1680 $F_{A \text{ op } K}$ te verwaarlozen?
- Leg uit met figuur 31 en de gravitatiewet (rekenen is niet nodig): als je op 4 november 1680 $F_{A \text{ op } K}$ kunt verwaarlozen, mag dat ook op latere tijdstippen.

34 Invloed van de aarde op de komeet Kirch: precieze berekening

- Bepaal de schaal van figuur 31. Gebruik daarbij: de afstand zon-aarde is $1,5 \cdot 10^{11}$ m.
- Bepaal daarmee r_{Z-K} en r_{A-K} op 4 november 1680.
- Bereken met de gravitatiewet $F_{Z \text{ op } K}$ en $F_{A \text{ op } K}$ op 4 november 1680.
- Als je opdracht 33 niet hebt gedaan, beantwoord dan nu van die opdracht onderdeel d en e.

35 Een satelliet lanceren

Om een satelliet in een cirkelbaan rond de aarde te krijgen is het belangrijk om de snelheid van de satelliet nauwkeurig te kunnen regelen. Bij elke hoogte hoort een andere snelheid.

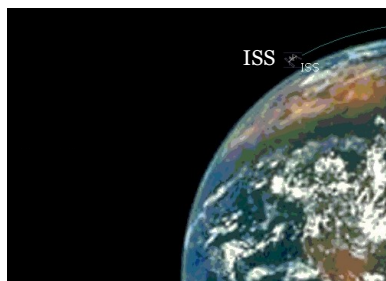
De meest bekende satelliet is het *International Space Station* (ISS). De gemiddelde hoogte van dit ruimtestation is ongeveer 342 km boven het aardoppervlak. Omdat de aarde zelf een straal heeft van 6.378 km (het ISS bevindt zich dus relatief dicht bij het aardoppervlak) is de afstand van het ruimtestation tot het centrum van de aarde 6.720 km.

De computersimulatie **SpaceStation** rekt in meters en uren. In het model zijn waardes voor de afstand en de snelheid ingevuld.

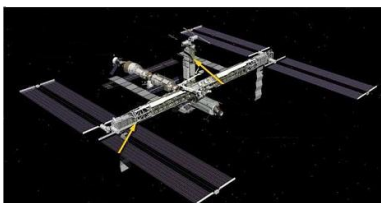
- Open de computersimulatie **SpaceStation**. In welke tijd draait het ISS één keer rond de aarde?
- Met welke afstand en snelheid start de baan van het ISS?
De simulatie blijkt nog niet goed te werken: de hoogte verandert teveel. Kennelijk is de waarde van 'ongeveer 342 km' niet nauwkeurig genoeg.
- Is de waarde voor de beginhoogte te hoog of te laag gekozen?
- Pas de waarde van de beginhoogte aan tot de hoogte tijdens de omloop niet meer dan 1 km afwijkt van de startwaarde. Noteer deze waarde.
- Het ISS beweegt hoog boven het aardoppervlak. Bereken met de gravitatiewet de zwaartekracht op een voorwerp met een massa van 1 kg dat zich in het ISS bevindt.

36 De komeet Halley uit het veld geslagen

De beroemdste komeet aller tijden is de komeet Halley. Newtons voorspelling dat kometen in ellipsbanen bewegen – en dat ze dus steeds *terugkeren* – was in zijn tijd groot nieuws. Halley ging op zoek naar historische waarnemingen van kometen en vond daar inderdaad



Figuur 33 – Simulatie van de baan van het ISS.



Figuur 34 – Het International Space Station ISS. Dit ruimtestation bevindt zich op een hoogte van ongeveer 342 km boven het aardoppervlak en beweegt met een snelheid van 7,69 km/s.



Figuur 35 – De komeet Halley. De foto is gemaakt door de ruimtesonde Giotto in 1986. De volgende passage van de komeet wordt verwacht in 2061.

Opmerking

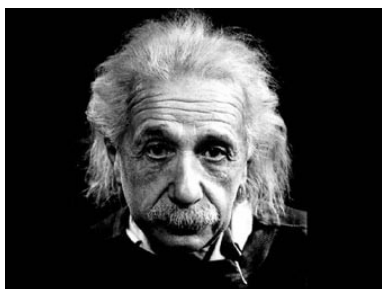
Er is uitgerekend dat de komeet zo veel later verscheen dan Halley voorspelde vanwege *twee* van deze effecten uit opdracht 36: zowel Jupiter als Saturnus zorgden voor enig 'oponthoud'. De baan van de komeet veranderde echter op de lange termijn niet veel.

Newton en Einstein

Bij de baan van Mercurius om de zon blijkt een merkwaardig effect op te treden. Na een groot aantal omwentelingen wordt zichtbaar dat de baan langzaam verschuift. Dat effect wordt ook wel de periheliumverschuiving van Mercurius genoemd. (Het perihelium is het punt van de baan dat het dichtst bij de zon ligt.) Het effect was in Newtons tijd nog niet waargenomen, maar als Newton het met zijn theorie had willen verklaren was dat niet gelukt.

Albert Einstein formuleerde in 1916 nieuwe aannames over bewegingen in zijn Algemene Relativiteitstheorie. Einsteins aannames zijn anders dan die van Newton, maar voor alle andere planeten worden de bewegingen even goed verklaard als bij Newton. Voor Mercurius verklaart Einstein de periheliumverschuiving die in feite bij alle planeten optreedt. Voor Mercurius is die verschuiving beter waarneembaar, omdat de ellipsbaan van die planeet langgerechter is. Zie

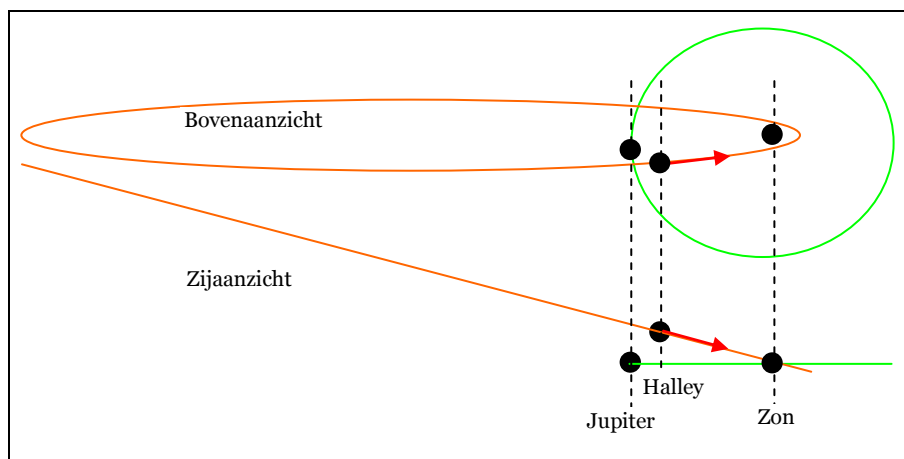
Stanford.edu; Perihelion.



Figuur 37 – Albert Einstein.

patronen in. Van één van die kometen (nu naar hem vernoemd) voorspelde hij dat die in 1757 te zien zou zijn. De komeet dook twee jaar later op dan voorspeld (Halley was al zestien jaar dood), maar voldeed verder prima aan de verwachtingen: op slag bleken kometen wetenschappelijk voorspelbare fenomenen! Tot die tijd werden kometen gezien als instrumenten van de duivel en brengers van onheil. Zoals zo vaak nam het bijgeloof af naarmate het wetenschappelijk begrip groeide. Maar waarom was de komeet te laat? Is Newtons theorie toch niet zo goed?

a Probeer voor je verder leest te bedenken hoe de komeet te laat kon zijn.



Figuur 36 – De banen van Jupiter (groen) en de komeet Halley (oranje) om de zon.

In figuur 36 passeert de komeet Halley de planeet Jupiter op weg naar de zon. De groene cirkel stelt de baan van Jupiter voor, de oranje ellips die van Halley. Het zijaanzicht laat zien dat de oranje ellips niet in hetzelfde vlak ligt als de groene cirkel. De afstand van Jupiter tot de zon is gemiddeld ongeveer $7,8 \cdot 10^8$ km. De massa van Jupiter is in goede benadering 1000 keer kleiner dan de massa van de zon ($2 \cdot 10^{30}$ kg). Neem als afstanden op het getoonde moment:

- van de komeet tot Jupiter: $0,35 \cdot 10^8$ km
- van de komeet tot de zon: $7,0 \cdot 10^8$ km.

- Bereken de gravitatiekracht van de zon op de komeet op het getoonde moment. Laat de massa van de komeet in de formule staan: die is onbekend. Gebruik de gegeven (afgeronde) waarden.
- Bereken ook de gravitatiekracht van Jupiter op de komeet.
- Teken in (een kopie van) figuur 36 in beide aanzichten de krachten op de komeet in de juiste richtingen en in de juiste verhoudingen. (Neem bijvoorbeeld een pijl van 2 cm voor de kracht van de zon: hoe groot moet de pijl voor de kracht van Jupiter dan zijn?)
- De oranje baan wordt veroorzaakt door de gravitatiekracht van de zon op de komeet. Welk gevolg heeft dan de extra gravitatiekracht van Jupiter op de komeet?

37 Is Newtons theorie echt waar?

Is Newtons theorie nu ook echt *waar*? Dat is geen eenvoudige vraag. Newton was in elk geval overtuigd van zijn gelijk. Over zijn beschrijving van de beweging van de komeet Kirch (figuur 32) zei hij:

“The theory that corresponds exactly to so nonuniform a motion throughout the greatest part of the heavens, and that observes the same laws as the theory of the planets, and that agrees exactly with exact astronomical observations cannot fail to be true.”

- Ben jij ervan overtuigd dat Newtons aannames echt waar zijn? Geef minstens één argument om je mening te ondersteunen.

- b Wat zou er moeten gebeuren om je ervan te overtuigen dat Newtons aannames niet echt waar zijn?

Eindsamenvatting

- Volgens Newtons aanpak voor het verklaren van bewegingen is de **invloedloze beweging** een **eenparige rechtlijnige beweging**. Als de werkelijke beweging daarvan afwijkt, komt dat door **krachten** op het bewegende voorwerp. Dus:
 - bepaal welke *voorwerpen* krachten uitoefenen op het bewegende voorwerp
 - bepaal welke *krachten* er dus op het bewegende voorwerp werken en hoe groot die krachten zijn.
 - bereken met de *constructiemethode* in stappen het effect van die krachten.
- Een voorwerp waarop geen kracht wordt uitgeoefend, is in rust of beweegt met een constante snelheid in een rechte lijn. Dit is de **eerste wet van Newton**.
- Het effect van een kracht op een voorwerp is een verandering van de grootte en/of de richting van de snelheid. Dit is de **tweede wet van Newton**.

- De **constructiemethode** van Newton verloopt op de volgende manier:
 - Verdeel de beweging in even grote tijdstappen.
 - De *verplaatsing* in iedere tijdstap is de combinatie van de *invloedloze verplaatsing* (dat is een kopie van de vorige stap) en de *extra verplaatsing* als gevolg van de aanwezige kracht (zie figuur 38).
 - De *extra verplaatsing* in een tijdstap is te berekenen met:

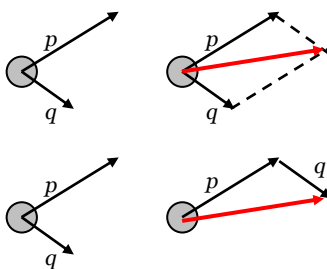
$$\text{extra verplaatsing} = \frac{F}{m} \cdot (\Delta t)^2$$

In deze formule is F de kracht (in N) op het voorwerp, m de massa (in kg) van het voorwerp, en Δt de tijdsduur (in s) van een tijdstap. Deze formule hoef je niet te kennen, maar je moet hem wel kunnen toepassen.

- De aanpak is pas nauwkeurig bij heel kleine tijdstappen.
- De gravitatiekrachten (of zwaartekrachten) $F_{A \text{ op } B}$ en $F_{B \text{ op } A}$ die twee massa's A en B op elkaar uitoefenen zijn even groot en tegengesteld gericht. Dat noemen we de **gravitatiewisselwerking**. Deze gravitatiewisselwerking is een voorbeeld van de **derde wet van Newton**.
- De **gravitatiekracht** (of **zwaartekracht**) is volgens de **gravitatiewet van Newton** te berekenen met:

$$F_g = F_{A \text{ op } B} = F_{B \text{ op } A} = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{(r_{A-B})^2}$$

In deze formule is F_g de gravitatiekracht (in N), G de gravitatieconstante (zie BINAS), m_A en m_B de massa (in kg) van A en B, en r_{A-B} de afstand (in m) tussen het midden van A en B.



Figuur 38 – Combineren van de invloedloze verplaatsing (p) en de extra verplaatsing (q) met de parallellogram-methode (boven) en de kop-staart-methode (onder). De rode pijl is de totale verplaatsing.

2 Constante krachten

2.1 Newtons methode in praktijksituaties

Wat gaan we doen?

Volgens paragraaf 1.1 van hoofdstuk 1 kun je met mechanica sportprestaties verbeteren, het verkeer veiliger maken en door onderzoek de levenskwaliteit van mensen vergroten. Maar Newtons mechanica werd in dat hoofdstuk alleen getest op de beweging van planeten en kometen. Hoe pas je die mechanica dan toe op alledaagse bewegingen?

Hoofdstukvragen	Hoe pas je Newtons methode toe in praktijksituaties op het gebied van de sport, het verkeer en technisch natuurwetenschappelijk onderzoek als de krachten op een voorwerp constant zijn?
------------------------	--

In deze paragraaf worden voorbeelden gegeven van de praktijksituaties waarop we Newtons methode in hoofdstuk 2 en 3 gaan toepassen. De centrale vraag is:

- *Wat moeten we nog weten om Newtons methode op die praktijksituaties te kunnen toepassen?*

De praktijksituaties worden geleidelijk aan steeds iets ingewikkelder. De opdrachten 1 t/m 3 laten dat zien. Newtons aanpak houdt volgens hoofdstuk 1 in dat je de volgende vragen beantwoordt:

- Hoe zou het voorwerp uit zichzelf bewegen?
- Welke voorwerpen oefenen krachten op het voorwerp uit?
- Welke krachten zijn dat?
- Hoe groot zijn die krachten?

Met Newtons constructiemethode kun je dan de beweging in stappen construeren. Die constructie wordt nauwkeurig als de stappen heel klein zijn.

1 Vallende kogels

Valt een zwaar voorwerp sneller dan een licht voorwerp? Kun je met Newtons aanpak inzien hoe het zit?

We vergelijken de val van twee kogels: één van 1 kg en één van 10 kg. Deze kogels worden tegelijk losgelaten op een hoogte van 100 m.

- Welke kogel is het eerst beneden? Kies en leg uit: 'de zware is iets eerder beneden', 'de zware is veel eerder beneden' of 'ze komen gelijk op de grond aan'. Als je niet kunt kiezen, leg dan uit waarover je twijfelt.
- Hoe zouden de kogels bewegen vanaf het moment van loslaten als er *geen enkele* kracht op werkte?
- Welke kracht werkt op iedere kogel, en hoe groot is die kracht?
- Om de constructiemethode toe te passen moet je voor iedere stap weten hoe groot de extra verplaatsing is. Welke formule heb je daarvoor?
- Denk je dat Newtons aanpak een antwoord op de vraag van onderdeel a oplevert? Hoe zou je dat doen? (Je hoeft je plan nu niet uit te voeren.)

2 Remmende auto

In het verkeer zijn goede remmen erg belangrijk voor de veiligheid. Een kortere remweg verkleint de kans op botsingen. Is de methode van Newton ook geschikt om de remweg te berekenen?



Figuur 1 – Remmende auto.



Figuur 2 – Parachutesprong vóór het openen van de parachute.

- a De remweg van de auto in figuur 1 is 40 m lang bij een snelheid van 70 km/h. Hoe lang is die remweg dan bij 140 km/h? Kies en leg uit: 40 m, 80 m of 160 m. Als je niet kunt kiezen, leg dan uit waarover je twijfelt.
- b De auto rijdt met een snelheid van 70 km/h. Hoe zou hij verder bewegen als er plotseling *geen enkele* kracht meer op zou werken?
- c Welke krachten werken op de auto tijdens het remmen? (Bekijk voorlopig alleen krachten die in horizontale richting werken.)
- d Er is in ieder geval een remkracht op de auto. Van welke factoren hangt die kracht af? (In paragraaf 2.5 komen we hierop terug.)
- e Denk je dat Newtons aanpak een antwoord op de vraag van onderdeel a oplevert? Hoe zou je dat doen? (Je hoeft je plan nu niet uit te voeren.)

3 Parachutespringer

Een parachutespringster suist met een enorme vaart naar beneden. Bij een snelheid van 108 km/h (30 m/s) opent ze haar parachute. Voor een veilige landing moet haar snelheid hoogstens 18 km/h (5 m/s) zijn.

- a Ze opent de parachute op 100 m hoogte. Na 1 s is haar snelheid nog 25 m/s. Komt ze veilig beneden? Kies en leg uit: ja of nee. Als je niet kunt kiezen, leg dan uit waarover je twijfelt.
- b De parachutespringster valt met een snelheid van 108 km/h. Hoe zou zij verder bewegen als er plotseling *geen enkele* kracht meer op haar zou werken?
- c Welke krachten werken op de parachutespringster nadat ze haar parachute heeft opengetrokken? Door welke voorwerpen (of stoffen) worden die krachten uitgeoefend?
- d Er is een kracht die haar naar beneden trekt. Hoe groot is die kracht?
- e Er is een kracht die haar afremt. Van welke factoren hangt die kracht af? (In paragraaf 3.2 komen we hierop terug.)
- f Denk je dat Newtons aanpak een antwoord op de vraag van onderdeel a oplevert? Hoe zou je dat doen? (Je hoeft je plan nu niet uit te voeren.)

Samenvatting

- In Newtons aanpak gebruik je gelijke tijdstappen met een tijdsduur Δt . Als er *geen* kracht werkt is de snelheid en de verplaatsing in alle tijdstappen hetzelfde. Als er wel een kracht is, dan is er in iedere tijdstap een extra snelheid en een extra verplaatsing.

De verplaatsing in een tijdstap is dan de invloedloze verplaatsing plus de extra verplaatsing. Die extra verplaatsing is te berekenen met:

$$\text{extra verplaatsing} = \frac{F}{m} \cdot (\Delta t)^2$$

In deze formule is F de kracht op het voorwerp, m de massa van het voorwerp en Δt de tijdsduur van een tijdstap.

- Om met deze formule de beweging te construeren moet je weten:
 - hoe groot de massa van het voorwerp is
 - welke kracht er op het voorwerp werkt en hoe groot die kracht is
 - hoe groot de verplaatsing in de *eerste tijdstap* is.

Dan kun je door F en m in te vullen de beweging in alle volgende tijdstappen berekenen. Door de tijdstappen heel klein te maken (zo nodig met behulp van de computer) wordt het resultaat nauwkeurig.

2 Constante krachten

2.2 Zwaartekracht en de valbeweging

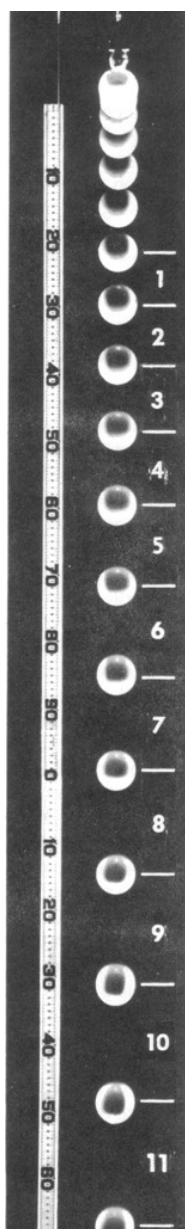
Om te onderzoeken of zwaardere voorwerpen sneller vallen, moet je eerst weten of Newtons aanpak de valbeweging goed beschrijft. De centrale vraag is:

- *Komt de berekende valbeweging overeen met de werkelijke beweging van een vallend voorwerp?*

Plan van aanpak

Om de theorie te testen, gaan we als volgt te werk:

- Bedenk welke kracht er op het voorwerp werkt en hoe groot die kracht is. Kies dan een geschikte tijdstap en bereken de valbeweging (opdracht 4).
- Vergelijk deze berekende beweging met videobeelden of met een stroboscoopfoto van het vallende voorwerp (opdracht 5).



Figuur 3 – Stroboscoopfoto van een vallende kogel met 30 beelden per seconde.

4 De valbeweging construeren

Op een vallend voorwerp zonder luchtwrijving werkt alleen de zwaartekracht.

- a** We nemen als vallend voorwerp een kogel van 50 g. Bereken de zwaartekracht die de aarde op dit voorwerp uitoefent.

We testen de methode van Newton in opdracht 5 met behulp van een stroboscoopfoto van een vallende kogel. Deze stroboscoop geeft 30 lichtflitsen per seconde. De tijdstap op de foto is dus $1/30$ s. We kiezen bij de volgende berekening daarom ook een tijdstap van $1/30$ s.

- b** Laat met een berekening zien dat de extra verplaatsing in een tijdstap gelijk is aan 1,1 cm.
- c** Leg uit dat de extra verplaatsing in elke tijdstap van de valbeweging even groot is.

We weten nu hoe groot de extra verplaatsing in elke tijdstap is. Daarmee kunnen we de valbeweging construeren, en vergelijken met de valbeweging op de stroboscoopfoto. Op die manier test je de constructiemethode voor een vallend voorwerp. Maar dat testen kan ook op een snellere manier, zoals in opdracht 5. Daar bepaal je de extra verplaatsing in elke tijdstap uit de stroboscoopfoto. En je vergelijkt die met de extra verplaatsing zoals berekend in opdracht 4b.

5 De valbeweging in beeld

In de stroboscoopfoto van figuur 3 is de beweging van de vallende kogel zichtbaar. De stroboscoop gaf 30 lichtflitsen per seconde. Je ziet de vallende kogel dus in opeenvolgende posities, iedere positie steeds $1/30$ s later dan de vorige.

In de foto zijn elf tijdstappen ingetekend en is de positie van de kogel met horizontale streepjes weergegeven. Deze positie is op de schaalverdeling af te lezen. De tabel van figuur 4 geeft de (afgelezen) verplaatsing in elk van de elf tijdstappen.

- a** Bepaal uit de tabel van figuur 4 de extra verplaatsing in iedere tijdstap. Is deze extra verplaatsing voor iedere tijdstap (ongeveer) hetzelfde?

- b** Het aflezen van de positie van de kogel op de schaalverdeling is nogal onnauwkeurig. Voor een vergelijking met Newtons constructiemethode is daarom het gemiddelde van de extra verplaatsingen uit onderdeel a beter. Bereken dit gemiddelde.
- c** Volgens Newtons constructiemethode is de extra verplaatsing per tijdstap bij de valbeweging 1,1 cm (opdracht 4b). Welke conclusie trek je over Newtons constructiemethode: stemmen de berekende en de waargenomen valbeweging met elkaar overeen?

tijdstap	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
verplaatsing (cm)	7,7	8,8	9,8	10,9	12,0	13,1	14,2	15,2	16,3	17,4	18,5

Figuur 4 – De verplaatsing van de kogel in de elf tijdstappen zoals weergegeven in de stroboscoopfoto van figuur 3.

Opmerking

In opdracht 5 kijken we niet naar de eerste 20 cm van de valbeweging, omdat daar de posities van de kogel in de stroboscoopfoto elkaar teveel overlappen en niet goed af te lezen zijn. Voor de vergelijking van de berekende en waargenomen valbeweging maakt dat niet uit. Daarbij kijken we namelijk alleen naar de extra verplaatsing per tijdstap, en niet naar de posities zelf.

Uit opdracht 4 en 5 blijkt dat de valbeweging volgens Newtons constructiemethode overeenkomt met de werkelijke valbeweging. Dus: de methode ‘werkt’ voor de valbeweging op aarde.

Samenvatting

- Bij de valbeweging is de extra verplaatsing per tijdstap volgens Newtons constructiemethode gelijk aan de waargenomen extra verplaatsing per tijdstap (op bijvoorbeeld een stroboscoopfoto). Deze methode is dus ook bruikbaar voor het beschrijven, verklaren en voorspellen van de valbeweging op aarde: de constructiemethode van Newton ‘werkt’.

Opgaven

6 Vallende massa's

Volgens Newtons constructiemethode is de extra verplaatsing in elke tijdstap bij de valbeweging 1,1 cm als de tijdstap $1/30$ s en de massa van het voorwerp 50 g is (opdracht 4).

- a** Hoe groot is de extra verplaatsing per tijdstap van $1/30$ s als de massa van het voorwerp 500 g is?
- b** Welke conclusie trek je: valt een zwaar voorwerp sneller dan een licht voorwerp?
- c** Leg uit waarom de extra verplaatsing per tijdstap voor een zwaar en een licht voorwerp volgens Newtons constructiemethode even groot is. Gebruik daarbij de formule voor de zwaartekracht op aarde ($F_z = m \cdot g$) en de formule voor de extra verplaatsing.

2 Constante krachten

2.3 Versnellen bij constante kracht

Wat gaan we doen?

In paragraaf 2.2 heb je gezien dat de methode van Newton werkt voor de valbeweging op aarde. Deze methode geeft de posities van een vallend voorwerp in de loop van de tijd. En uit de verplaatsing in een tijdstap is de snelheid in die tijdstap te berekenen. Daarbij neemt Newton aan dat de snelheid in een tijdstap constant is. Maar voor het vinden van de snelheid na een grote afgelegde afstand moeten heel veel stappen berekend worden. Het zou handiger en sneller gaan als we formules hadden voor de snelheid en plaats op ieder tijdstip. De centrale vraag is:

- *Met welke formule kun je de grootte van de snelheid op een bepaald tijdstip berekenen als de kracht constant is?*

Een formule voor de *plaats* op een bepaald tijdstip zoeken we dan in paragraaf 2.4.

7 Oriëntatie op de situatie

Uit de stroboscoopfoto van figuur 3 en de verplaatsingen in de tabel van figuur 4 is de (constant veronderstelde) snelheid van een vallende kogel in een tijdstap te berekenen.

- a Leg uit dat de snelheid van de vallende kogel in de opeenvolgende tijdstappen voortdurend toeneemt.
- b Maak een schatting van de snelheid van de kogel na 25 cm vallen. Maak ook een schatting van die snelheid na 1 m vallen.
- c Leg uit wat je zou moeten doen om de snelheid van de kogel na 2 m vallen te schatten. (Je hoeft je plan nu niet uit te voeren.)

Plan van aanpak

We gebruiken de formule die we hebben voor de extra verplaatsing in een tijdstap.

- Kies een tijdstap, bereken de extra verplaatsing in een tijdstap, construeer daarmee de beweging, en bereken daaruit de (constant veronderstelde) snelheid in elke tijdstap (opdracht 8).
- Verklein de tijdstap en ga na wat er dan gebeurt (opdracht 9).
- Zoek daarmee een formule voor de snelheid op een tijdstip (opdracht 10).

Uitwerking

8 Snelheid, tijd-diagram

We nemen een voorwerp met een massa van 400 g. Er werkt een constante kracht op van 1,0 N. Als tijdstap nemen we 0,040 s.

- a Bereken de extra verplaatsing in een tijdstap. En leg uit waarom deze extra verplaatsing voor elke tijdstap hetzelfde is.
- b In figuur 5 zie je de verplaatsingen van het voorwerp in zes opeenvolgende, genummerde tijdstappen. Controleer of de extra verplaatsing per tijdstap overeenkomt met je antwoord bij onderdeel a.
Het voorwerp begint met bewegen vanuit stilstand. De verplaatsing in de eerste tijdstap is dus nul.
- c Hoe groot is dan de (constant veronderstelde) snelheid in de eerste tijdstap?

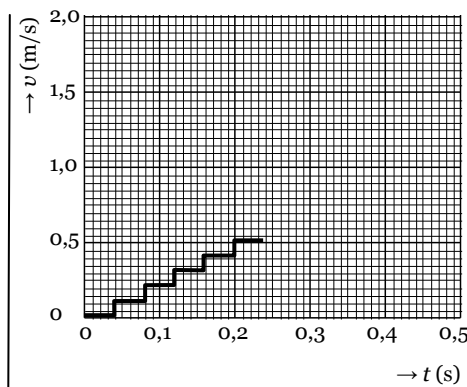
- d** Hoe groot is volgens figuur 5 de (constant veronderstelde) snelheid in de tweede tijdstap? En in de derde?

In het diagram van figuur 6 staat de snelheid van het voorwerp volgens Newtons constructiemethode in de eerste zes tijdstappen.

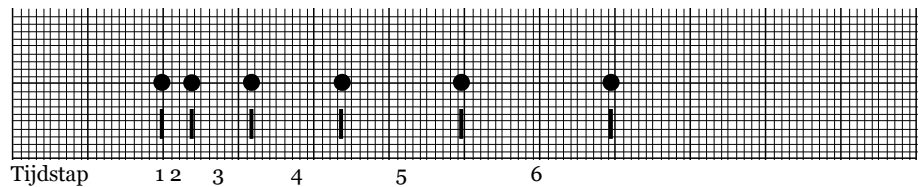
- e** Controleer of de grafiek van figuur 6 overeenstemt met je antwoorden bij onderdeel c en d.

De grafiek van figuur 6 is niet helemaal goed, want bij de werkelijke beweging verandert de snelheid niet in sprongen.

- f** De grafiek van figuur 6 geeft dus slechts een benadering van de echte snelheid. Hoe zou je een betere benadering kunnen maken?



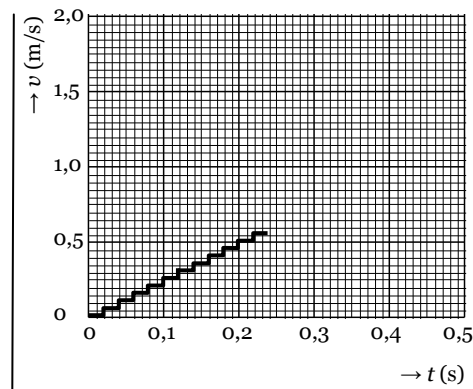
Figuur 6 – De snelheid volgens de methode van Newton met een tijdstap $\Delta t = 0,040$ s.



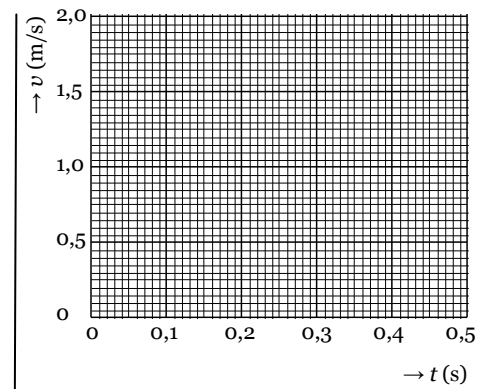
Figuur 5 – De verplaatsingen van het voorwerp in de eerste zes opeenvolgende tijdstappen volgens de constructiemethode van Newton.

9 Een twee keer zo kleine tijdstap

De grafiek in figuur 7 is het resultaat van een constructie van de beweging, maar nu met een tijdstap die 2 keer zo klein is: $0,020$ s. Het voorwerp heeft nog steeds een massa m van 400 g en de kracht F is nog steeds $1,0$ N.



Figuur 7 – De snelheid volgens de methode van Newton met een tijdstap $\Delta t = 0,020$ s.



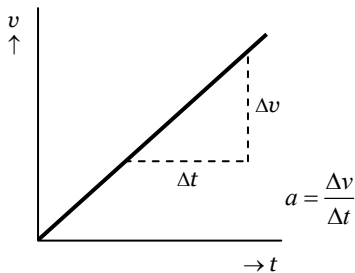
Figuur 8 – Teken zelf de snelheid bij een zeer kleine tijdstap.

- a** Bereken bij deze (kleinere) tijdstap de extra verplaatsing per tijdstap. En bereken daarmee de snelheid in de eerste vier tijdstappen.
- b** Controleer of de grafiek van figuur 7 overeenstemt met je antwoorden bij onderdeel a.
- c** Hoe zal de grafiek er uitzien als we de tijdstap nog veel kleiner kiezen? Teken die lijn in (een kopie van) figuur 8.
- d** Hoe zal deze lijn er uitzien als de kracht 2 keer zo groot was? Teken die lijn (met een andere kleur) in figuur 8.

Versnelling

Bij een constante kracht neemt de snelheid na elke tijdstap steeds evenveel toe: de snelheid groeit gelijkmatig. Bij een heel kleine tijdstap wordt de v,t -grafiek een rechte lijn schuin omhoog. We zien dan de waarde van de snelheid niet meer verspringen: de snelheid neemt continu toe.

Bij een grote kracht loopt de grafiek steil op en groeit de snelheid snel. Bij een kleinere kracht groeit de snelheid trager en is de grafiek minder steil.



Figuur 9 – Bepalen van de versnelling uit de helling van de lijn in het v,t -diagram van een eenparig versnelde beweging.

Opmerking

We beschrijven de beweging nu niet meer in tijdstappen. De betekenis van het symbool Δt in de definitie van de versnelling a is dan ook *niet* de tijdsduur van een tijdstap, maar de tijdsduur van een willekeurig tijdsinterval.

Om het verschil tussen die bewegingen te beschrijven gebruiken we het begrip *versnelling*. Het symbool voor versnelling is a (van *acceleration*, het Engelse woord voor versnelling).

De versnelling is de groei van de snelheid per seconde.

Hoe groot de versnelling is, kun je in de v,t -grafiek zien aan de steilheid van de lijn. Bij een grote versnelling groeit de snelheid snel, en is de lijn in de grafiek steil. Bij een kleine versnelling groeit de snelheid langzaam, en is de lijn in de grafiek minder steil.

Als de kracht constant is, groeit de snelheid gelijkmatig. De v,t -grafiek is dan een rechte lijn. De versnelling van het voorwerp is dan constant, want de snelheid groeit in iedere seconde evenveel.

De versnelling a is te berekenen door de groei van de snelheid Δv te delen door het tijdsinterval Δt waarin de snelheid groeit. In een formule:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

De bijpassende eenheid is m/s per seconde. Dat wordt geschreven als m/s^2 .

Omdat bij een constante kracht de versnelling constant is, maakt het nu niet uit welk tijdsinterval we nemen: er komt steeds dezelfde waarde uit. We noemen deze beweging een *eenparig versnelde beweging*. Bij een dergelijke beweging is de versnelling te bepalen uit de helling van de v,t -grafiek, zoals in figuur 9.

10 Snelheid en versnelling bij een constante kracht

- Kijk naar de resultaten van opdracht 9. Hoeveel groeit de snelheid van het voorwerp elke seconde?
- Leg uit en/of laat zien dat de versnelling gelijk is aan de helling van de lijn in figuur 8.

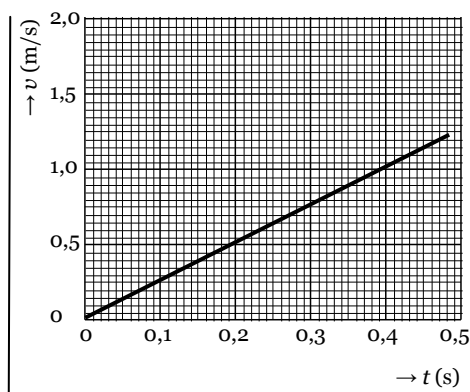
Als je de versnelling weet, dan kun je berekenen hoe groot de snelheid na enige tijd is geworden. Als de versnelling constant is, geldt voor de groei van de snelheid:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t$$

De beginsnelheid $v(0)$ is de snelheid op het tijdstip $t = 0$ s. Als de beginsnelheid nul is, kun je uit deze formule de snelheid $v(t)$ op ieder tijdstip t afleiden:

$$\Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow v(t) - v(0) = a \cdot (t - 0) \rightarrow v(t) = a \cdot t$$

- Bereken de snelheid van het voorwerp op $t = 3,0$ s. Maak gebruik van de versnelling.



Figuur 10 – De snelheid bij een versnelling van $2,5 \text{ m/s}^2$.

11 Versnelling en kracht

In de situatie van opdracht 8 en 9 zorgt de kracht F van $1,0 \text{ N}$ op het voorwerp met een massa m van 400 g (of $0,400 \text{ kg}$) voor een versnelling van $2,5 \text{ m/s}^2$ (zie opdracht 10). De versnelling is het *gevolg* van een kracht F die op een massa m werkt. Hoe kun je nu de versnelling a berekenen uit de kracht F en de massa m ?

- Gebruik de waarden van F en m hierboven. Laat met een berekening zien dat voor de versnelling a geldt:

$$a = \frac{F}{m}$$

- Hoeveel keer zo groot wordt de versnelling als de kracht 2 keer zo groot wordt (en de massa hetzelfde blijft: 400 g)? Bereken deze versnelling, en teken daarmee in (een kopie van) figuur 10 het verband tussen de snelheid en de tijd.

- c Hoeveel keer zo groot wordt de versnelling als de massa 2 keer zo groot wordt (en de kracht hetzelfde blijft: 1,0 N)? Bereken deze versnelling, en teken daarmee (met een andere kleur) in figuur 10 het verband tussen de snelheid en de tijd.

Versnelling en kracht: de tweede wet van Newton

Volgens Newton zorgt een kracht voor een verandering van de snelheid. Dus: voor een *versnelling*.

De versnelling a van het voorwerp hangt af van de kracht F op het voorwerp en van de massa m van het voorwerp:

$$a = \frac{F}{m} \rightarrow F = m \cdot a$$

De formule $F = m \cdot a$ noemen we de *tweede wet van Newton*. Het is dezelfde tweede wet van Newton uit hoofdstuk 1, maar nu geeft deze wet ook aan *hoe groot* de snelheidsverandering als gevolg van een kracht is. De formule is geldig op elk tijdstip van de beweging.

De formule is tegelijk ook een afspraak over eenheden: *een kracht van 1 N die op een massa van 1 kg werkt zorgt voor een versnelling van 1 m/s².*

Experiment

De conclusie bij opdracht 12c geldt als de zwaartekracht de enige kracht is die op dat voorwerp werkt. Maar op Aarde is er altijd ook luchtweerstand. In een glazen buis die vacuüm gepompt is (en waarin we dus geen last van luchtweerstand hebben), kun je zien of een veertje en een kogel even snel vallen.

12 Valbeweging

De vraag of een zwaar voorwerp sneller valt dan een licht voorwerp is in paragraaf 2.2 al beantwoord. Maar dat kan nu ook met de tweede wet van Newton.

We vergelijken de val van twee kogels: één van 1 kg en één van 10 kg. Deze kogels worden tegelijk losgelaten op een hoogte van 100 m.

- Bij een valbeweging zonder luchtweerstand werkt alleen de zwaartekracht. Bereken deze kracht voor beide kogels.
- Bereken nu met de tweede wet van Newton welke versnelling elke kogel krijgt. Of, met andere woorden: hoe groot de *valversnelling* is.
- Wat is je conclusie: valt een zwaar voorwerp sneller dan een licht voorwerp?
- We hebben nu een formule voor de grootte van de snelheid op een bepaald tijdstip. Toch kunnen we nog niet uitrekenen met welke snelheid een kogel op de grond komt. Wat moeten we nog weten om de eindsnelheid van een vallende kogel te kunnen berekenen?

Begrippen

Versnelling
Eenparig versnelde beweging
Snelheid op een tijdstip t
Tweede wet van Newton
Valversnelling

Samenvatting

- De **versnelling** van een voorwerp is te berekenen met:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

In deze formule is a de versnelling (in m/s²), en is Δv de snelheidstoename (in m/s) in het tijdsinterval Δt (in s).

- Als de kracht op het voorwerp constant is geldt: de waarde $a = \Delta v / \Delta t$ is hetzelfde voor alle tijdsintervallen. Dus: de versnelling a is constant. Een beweging met een constante versnelling noemen we een **eenparig versnelde beweging**.
- Als de beginsnelheid bij deze eenparig versnelde beweging nul is, wordt de **snelheid op een tijdstip t** gegeven door:
$$v(t) = a \cdot t$$

Keuzemateriaal

In keuzeparagraaf 2.3B meet je de valversnelling in de buurt van het aardoppervlak.

In deze formule is $v(t)$ de snelheid (in m/s) op het tijdstip t (in s), en is a de versnelling (in m/s²).

- De versnelling van het voorwerp wordt veroorzaakt door de kracht op het voorwerp. De versnelling hangt ook af van de massa van het voorwerp. Voor het verband tussen kracht, massa en versnelling geldt de **tweede wet van Newton**:

$$F = m \cdot a$$

In deze formule is F de kracht (in N) op het voorwerp, m de massa (in kg) en a de versnelling (in m/s²) van het voorwerp. De formule is geldig op elk tijdstip van de beweging.

- Bij een valbeweging zonder luchtweerstand werkt alleen de zwaartekracht:

$$F_z = m \cdot g$$

Elk vallend voorwerp beweegt dus met de **valversnelling**. Deze valversnelling is eerder de zwaartekrachtsconstante genoemd: $g = 9,81 \text{ N/kg} = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Begripstest

- In 2,5 s neemt de snelheid van een auto toe van 60 tot 65 km/h, terwijl een fiets vanuit stilstand in dezelfde tijd optrekt tot een snelheid van 5 km/h. Welk voertuig heeft de grootste versnelling?
- Een auto versnelt vanuit stilstand tot een snelheid van 50 km/h. Een andere auto versnelt vanuit stilstand tot een snelheid van 60 km/h. Weet je welke auto de grootste versnelling heeft? Leg uit waarom wel of niet.
- Hoe groot is de versnelling van een auto die gedurende 10 s met een constante snelheid van 100 km/h rijdt?
- De versnelling van een vrij vallend voorwerp is 9,81 m/s² (de valversnelling). Waarom staat in de eenheid van versnelling de eenheid seconde in het kwadraat?
- In vacuüm vallen een veertje en een muntstuk op dezelfde manier zij aan zij. Betekent dit dat dan de zwaartekracht op de twee voorwerpen gelijk is? Leg uit waarom wel of niet.
- Als je een voorwerp laat vallen (zonder luchtweerstand), beweegt het met een versnelling van 9,81 m/s² (de valversnelling). Als je het voorwerp omlaag gooit (dus: met een beginsnelheid), hoe groot is dan de versnelling na het loslaten: 9,81 m/s² of meer of minder? Leg uit waarom.

Opgaven

19 Snelheid en versnelling bij tennissen

Venus Williams sloeg op Roland Garros 2007 officieel de snelste service ooit in het vrouwentennis: 207 km/h (57,5 m/s).

- De bal bereikte die snelheid in een tijd van 0,005 s. Hoe groot was de versnelling?
- De massa van een tennisbal is 58 g. Hoe groot was de kracht die Venus op de tennisbal uitoefende? (We nemen aan dat de kracht tijdens de service constant was.)
- Welke kracht zou er nodig zijn om de bal een versnelling te geven van $13,9 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$?



Figuur 11 – Venus Williams.

- d Welke snelheid zou de bal dan na 0,005 s halen? (Dit is het record bij de mannen, van Andy Roddick tijdens de Davis Cup in 2004.)

20 De versnelling bij dragracen

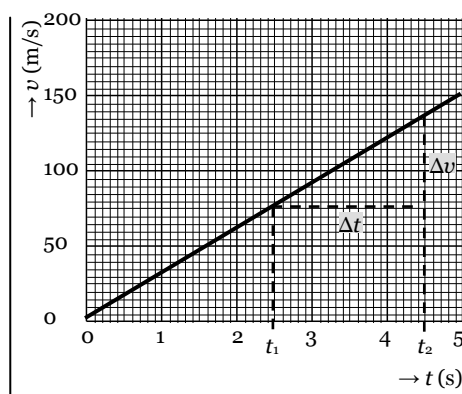
Bij dragracen (zie figuur 12) zijn de wedstrijden kort. Er wordt bijvoorbeeld 402 m ($\frac{1}{4}$ mijl) afgelegd in ongeveer 5 s. Dat gaat soms fout, is erg milieuonvriendelijk en maakt een hoop lawaai. Maar hard gaat het wel.

Het v,t -diagram van figuur 13 is gemaakt voor een dragster die tot de allersterksten behoort. Er is aangenomen dat de voortstuwende kracht constant is. Dat is een ruwe benadering, maar de waarden zijn verder wel realistisch.

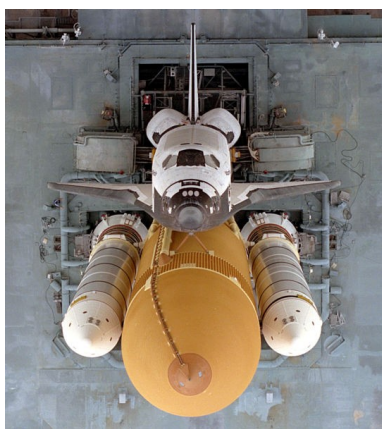
- Er is aangenomen dat de voortstuwende kracht constant is. Hoe kun je dat aan het v,t -diagram zien?
- Bepaal uit het v,t -diagram de snelheidstoename Δv en de versnelling a in het tijdsinterval van 0,0 s tot 5,0 s.
- Bepaal zonder rekenen de snelheidstoenames Δv in de tijdsintervallen van 2,0 s tot 3,0 s en van 4,0 s tot 5,0 s.
- Bepaal voor het tijdsinterval van t_1 tot t_2 de waarde van $\Delta v/\Delta t$. Laat de berekening zien.
- Leg uit dat $\Delta v/\Delta t$ voor ieder tijdsinterval dezelfde waarde heeft als de v,t -grafiek een rechte lijn is.



Figuur 12 – Dragracen: een wedstrijdje 'versnellen'.



Figuur 13 – Het snelheidsverloop bij dragracen.



Figuur 14 – De Space Shuttle voor de lancering. Is de Space Shot even spannend?

Opmerking

De Space Shuttle lancering is spectaculair vanwege de enorme krachten die er nodig zijn om de zeer grote massa de lucht in te krijgen.

21 De versnelling bij de Space Shot



Een spannende attractie in veel pretparken is de Space Shot (zie figuur 15 en Rides.nl).

Volgens een pretparkadvertentie is de Space Shot even spectaculair als de lancering van de Space Shuttle. Zou dat echt zo zijn? We gaan dat na door de versnellingen in beide gevallen te vergelijken.

- Volgens de NASA is de massa van de Space Shuttle bij de lancering $2,030 \cdot 10^6$ kg. Die massa wordt versneld door een kracht van $1,0 \cdot 10^7$ N. Met welke versnelling word je in de Space Shuttle gelanceerd?
- De Space Shot bereikt volgens www.rides.nl een snelheid van 85 km/h. Neem aan dat die snelheid wordt bereikt na 2,5 s (dat stemt overeen met de video's op de website). Met welke versnelling word je in de Space Shot gelanceerd?
- Vergelijk de Space Shuttle lancering met die van de Space Shot: welke beweging is het meest spectaculair?

2 Constante krachten

2.4 Snelheid en verplaatsing

Wat gaan we doen?



Figuur 15 – Space Shot.

Als de kracht constant is, kunnen we met de formule van paragraaf 2.3 op ieder tijdstip de snelheid berekenen. Maar vaak weet je het tijdstip niet. In bijvoorbeeld de Space Shot attractie (zie figuur 15) zitten de bezoekers in een ring die wordt gelanceerd. Na het hoogste punt valt de ring over 40 m naar beneden voordat hij wordt afgeremd. Welke snelheid wordt daarbij gehaald?

De zwaartekracht is constant, en de beginsnelheid is nul. Dus wordt de snelheid gegeven door $v(t) = a \cdot t$, met $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Als je weet op welk tijdstip t de ring 40 m is gevallen, kun je hiermee de snelheid berekenen. De centrale vraag is:

- Met welke formule kun je het tijdstip vinden waarop een gegeven afstand is afgelegd?

22 Oriëntatie op de situatie

- Voorspel hoe de afstand van de Space Shot vanaf het hoogste punt toeneemt. Kies in het diagram van figuur 16 voor grafiek A, B of C. En leg je antwoord uit.
- Voorspel welke snelheid de Space Shot haalt na 40 m vallen. Geef een schatting in km/h.

Plan van aanpak

We gebruiken de grafiek van de snelheid uit opdracht 8 in paragraaf 2.3 voor de beweging van een voorwerp met een massa m van 400 g als gevolg van een kracht F van 1,0 N.

- Kies een tijdstap, bereken de verplaatsing in elke tijdstap, en bereken daarmee de plaats na elke tijdstap (opdracht 23).
- Verklein de tijdstap en ga na wat er dan gebeurt (opdracht 24).
- Zoek daarmee een formule voor de plaats op een tijdstip (opdracht 25).

In opdracht 26 passen we de gevonden formule voor de plaats op een tijdstip toe op de val van de Space Shot.

Uitwerking

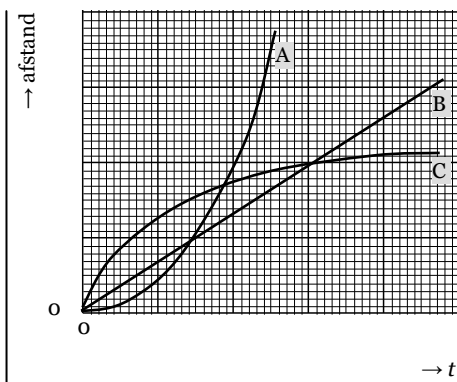
23 Bepalen van de plaats

We kijken opnieuw naar de eenparig versnelde beweging uit opdracht 8. In de tabel van figuur 17 staan de verplaatsing en de snelheid in de eerste zes tijdstappen.

- Controleer of de tabel klopt met de gegevens over de plaats uit opdracht 8. En controleer of de tabel klopt met het resultaat van de snelheidsberekeningen in opdracht 8.

tijdstap (s)	1 0,00–0,04	2 0,04–0,08	3 0,08–0,12	4 0,12–0,16	5 0,16–0,20	6 0,20–0,24
verplaatsing (cm) in tijdstap	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0
snelheid (m/s) in tijdstap	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

Figuur 17 – De snelheid en de verplaatsing per tijdstap van 0,04 s bij de beweging van een massa m van 400 g als gevolg van een kracht F van 1,0 N.



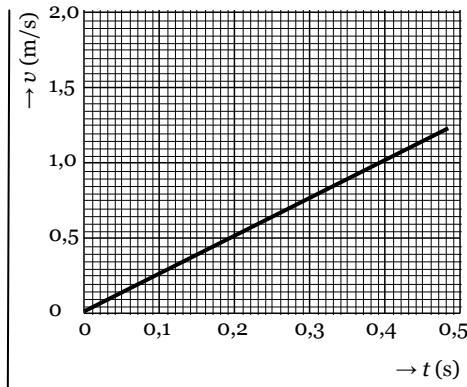
Figuur 16 – Hoe verandert de afstand in de loop van de tijd bij de vallende Space Shot?

De diagrammen van figuur 18 geven de snelheid in de opeenvolgende tijdstappen van deze beweging.

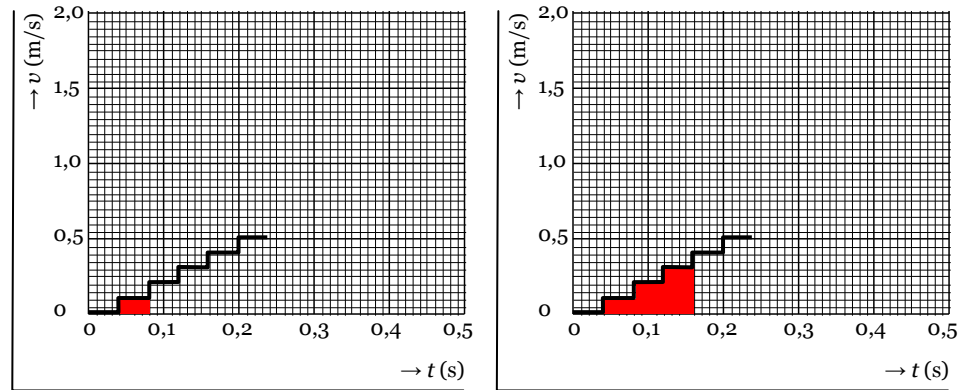
- b** Controleer of de diagrammen van figuur 18 overeenstemmen met de snelheidsgegevens uit de tabel van figuur 17.

De verplaatsing in een tijdstap is in feite hetzelfde als de oppervlakte onder de v,t -grafiek. Want voor deze oppervlakte geldt:

oppervlakte = hoogte $\times$ breedte = snelheid $\times$ tijdsduur = verplaatsing.

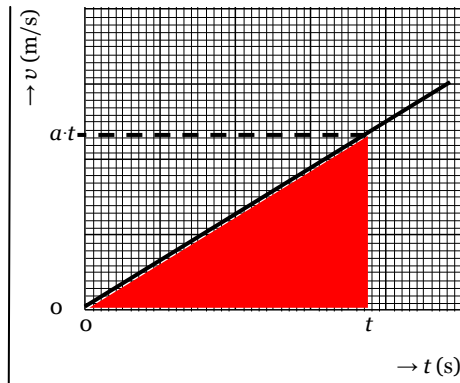


Figuur 19 – De snelheid van een voorwerp met een versnelling van $2,5 \text{ m/s}^2$.

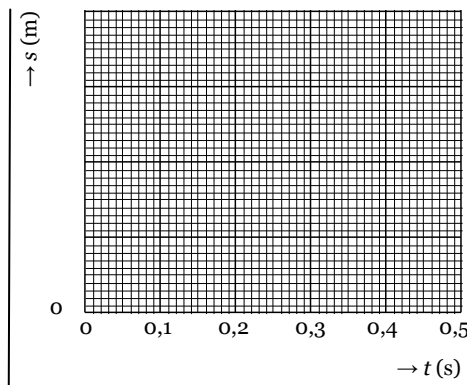


Figuur 18 – Oppervlaktes onder de v,t -grafiek stellen verplaatsingen voor.

- c** Leg uit of controleer met een berekening: het rode oppervlak in de linkergrafiek van figuur 18 is de verplaatsing in de tweede tijdstap.
d Wat stelt het totale rode oppervlak in de rechtergrafiek van figuur 18 voor?



Figuur 20 – Grafiek van de snelheid bij een willekeurige versnelling a .



Figuur 21 – Teken zelf de plaats $s(t)$ als functie van de tijd t bij een versnelling van $2,5 \text{ m/s}^2$.

24 Verkleinen van de tijdstap

Bij een heel kleine tijdstap wordt de grafiek van de snelheid in figuur 18 een rechte lijn zoals in figuur 19.

- a** Arceer in (een kopie van) figuur 19 het oppervlak dat de door het voorwerp afgelegde afstand tussen $t = 0$ en $t = 0,40 \text{ s}$ voorstelt.
b Bepaal uit de oppervlakte onder de grafiek de afstand die het voorwerp tussen $t = 0$ en $t = 0,40 \text{ s}$ heeft afgelegd. Of, met andere woorden: de plaats van het voorwerp ten opzichte van het beginpunt op het tijdstip $t = 0,40 \text{ s}$.

Het resultaat kun je snel controleren met behulp van de *gemiddelde snelheid*. De beginsnelheid is 0 m/s , de snelheid op $t = 0,40 \text{ s}$ is $1,0 \text{ m/s}$.

- c** Leg uit dat de gemiddelde snelheid $0,50 \text{ m/s}$ is. En bereken daarmee de plaats op het tijdstip $t = 0,40 \text{ s}$.

25 De formule voor de plaats

We kunnen nu – net als in de vorige opdracht – ook voor elke andere constante versnelling de plaats op een tijdstip vinden.

Als een voorwerp beweegt met een constante versnelling a is de grafiek van de snelheid een rechte lijn schuin omhoog. Als de beginsnelheid nul is, geldt voor de snelheid op tijdstip t :

$$v(t) = a \cdot t$$

- a** Leg uit of leid af met de oppervlaktmethode (zie figuur 20): voor de plaats $s(t)$ van het voorwerp op tijdstip t geldt:

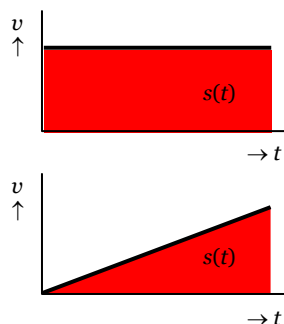
$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

- b** Hoe ziet een grafiek van $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ eruit? Teken je antwoord in (een kopie van) het diagram van figuur 21. Neem voor de versnelling $2,5 \text{ m/s}^2$.
c Vergelijk je grafiek met je antwoord bij opdracht 22a.

26 Versnellen in attractieparken

Bij de Space Shot vallen de inzittenden na het hoogste punt over een afstand van 40 m vrij naar beneden.

- Met welke versnelling valt de Space Shot naar beneden?
Om de snelheid na 40 m vallen te kunnen berekenen, moet je eerst weten hoe lang de Space Shot over het vallen doet.
- Bereken met de formule $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ hoe lang een vrije val over 40 m duurt.
- Bereken met de formule $v(t) = a \cdot t$ de eindsnelheid na 40 m vallen. Reken het antwoord om in km/h. Vergelijk je uitkomst met je schatting bij opdracht 22b.



Figuur 22 – De oppervlaktemethode voor het bepalen van de plaats met het v,t -diagram van een eenparige beweging (boven) en een eenparig versnelde beweging (onder).

Opmerking

We beschrijven de beweging nu niet meer in tijdstappen. De betekenis van het symbool Δt in de definitie van de snelheid v is dan ook *niet* de tijdsduur van een tijdstap, maar de tijdsduur van een willekeurig tijdsinterval.

Oppervlaktemethode

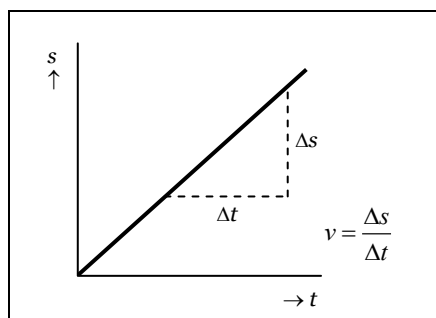
Met de *oppervlaktemethode* bepaal je de plaats van een bewegend voorwerp ten opzichte van het beginpunt op een tijdstip t . Die plaats is de oppervlakte onder de v,t -grafiek van de beweging. In figuur 22 zie je daarvan twee voorbeelden: de plaats bij een eenparige beweging en de plaats bij een eenparig versnelde beweging.

Bij het gebruik van de oppervlaktemethode moet je wel rekening houden met de schaalverdeling op de assen van het diagram. Je berekent de oppervlakte onder de v,t -grafiek niet in cm^2 , maar in $(\text{m/s}) \cdot \text{s} = \text{m}$.

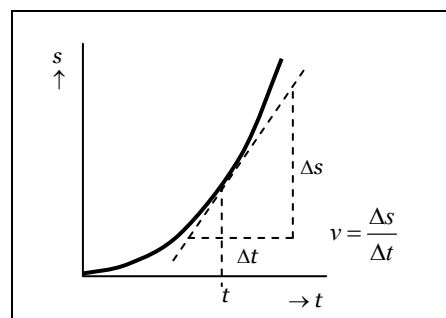
Raaklijnmethode

De *raaklijnmethode* is min of meer het omgekeerde van de oppervlaktemethode. Met de raaklijnmethode bepaal je de snelheid van een bewegend voorwerp op een tijdstip t . Die snelheid is de helling van de lijn in de s,t -grafiek van de eenparige beweging, zoals in figuur 23. Of – in het geval van een eenparig versnelde beweging – de helling van de *raaklijn* aan de s,t -grafiek op een tijdstip t , zoals in figuur 24.

Ook bij het gebruik van de raaklijnmethode moet je rekening houden met de schaalverdeling op de assen van het diagram.



Figuur 23 – Bepalen van de snelheid uit de helling van de lijn in het s,t -diagram bij een eenparige beweging.



Figuur 24 – Bepalen van de snelheid op het tijdstip t uit de helling van de raaklijn aan de lijn in het s,t -diagram bij een eenparig versnelde beweging.

Begrippen

Oppervlaktemethode in het v,t -diagram

Afgelegde afstand

Plaats

Plaats op een tijdstip t

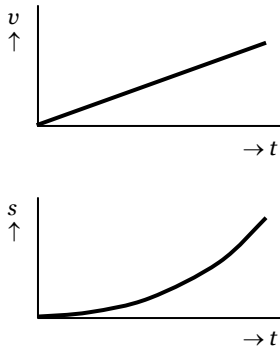
Raaklijnmethode in het s,t -diagram

Snelheid op een tijdstip t

Samenvatting

- Met de **oppervlaktemethode** kun je in een v,t -diagram de **afgelegde afstand** op een bepaald tijdstip bepalen. Deze afstand geeft de **plaats** van een voorwerp ten opzichte van het beginpunt van de beweging.
- Bij een eenparig versnelde beweging vanuit rust wordt de **plaats op een tijdstip t** gegeven door:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$



Figuur 25 – Het v,t -diagram (boven) en het s,t -diagram (onder) van een eenparig versnelde beweging.

Keuzemateriaal

Keuzeparagraaf 2.4B gaat over het vinden van de juiste krachten bij het toepassen van de tweede wet van Newton in praktijksituaties. Keuzeparagraaf 2.4C geeft extra uitleg bij de raaklijnmethode.

In deze formule is $s(t)$ de plaats (in m) op het tijdstip t (in s), en is a de versnelling (in m/s^2).

- Bij een eenparig versnelde beweging vanuit rust wordt de **snelheid op een tijdstip t** gegeven door:

$$v(t) = a \cdot t$$

In deze formule is $v(t)$ de snelheid (in m/s) op het tijdstip t (in s), en is a de versnelling (in m/s^2).

Met de **raaklijnmethode** kun je in een s,t -diagram de **snelheid op een tijdstip t** bepalen.

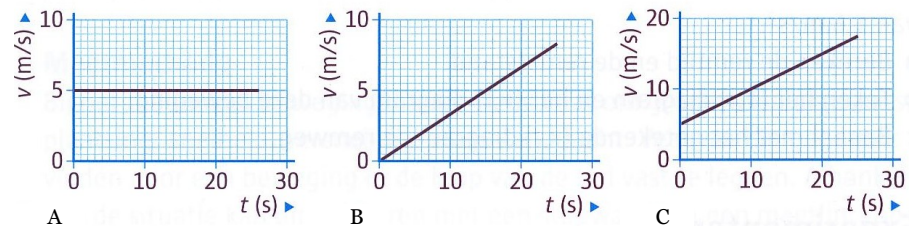
- Bij een valbeweging vanuit rust bij het aardoppervlak is de versnelling a de valversnelling: $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2$. De bewegingsvergelijkingen voor deze valbeweging zijn dus:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

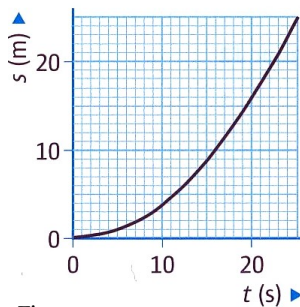
$$v(t) = g \cdot t$$

Begripstest

- 27 In de grafieken van figuur 26 zie je het v,t -diagram van drie verschillende bewegingen.



Figuur 26



Figuur 27

- Leg uit welke van die bewegingen eenparig versneld is/zijn.
- Bepaal uit het v,t -diagram van die beweging(en) de versnelling.
- Teken van elke beweging het s,t -diagram. Neem daarbij aan dat voor de plaats $s(0)$ op het tijdstip $t = 0 \text{ s}$ geldt: $s(0) = 0 \text{ m}$.

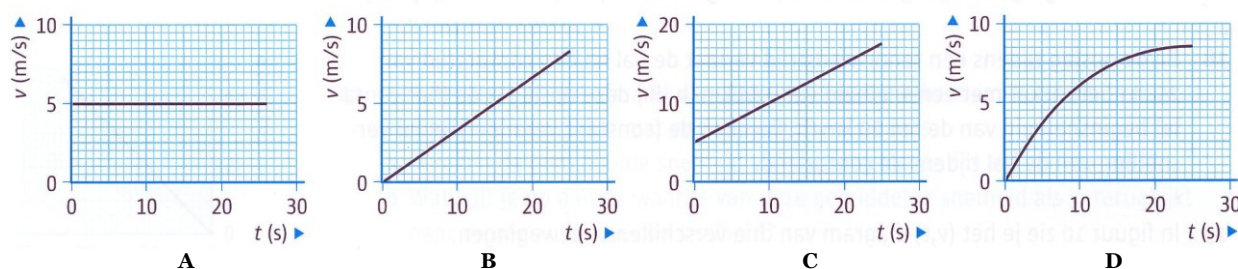
- 28 In figuur 27 zie je het s,t -diagram van een bewegende auto.

- Leg uit dat de snelheid van de auto niet constant is.
- Wordt deze snelheid in de loop van de tijd groter of kleiner? Hoe zie je dat aan het s,t -diagram?
- Bepaal met behulp van (een kopie van) figuur 27 de snelheid op de volgende drie tijdstippen: $t = 0 \text{ s}$, $t = 10 \text{ s}$ en $t = 20 \text{ s}$.
- Teken het v,t -diagram van deze beweging.

- 29 Een auto met een massa m van 800 kg trekt vanuit stilstand op onder invloed van een constante kracht F van $2,4 \cdot 10^3 \text{ N}$.

- Bereken de versnelling bij deze beweging.
- Teken van deze beweging het v,t -diagram en het s,t -diagram.
- Laat voor één tijdstip met de raaklijnmethode zien dat het s,t -diagram en het v,t -diagram met elkaar overeenstemmen.

- 30** In figuur 28 zie je het v,t -diagram van vier verschillende bewegingen. Bepaal bij elke beweging de verplaatsing tussen $t = 0$ en $t = 20$ s.



Figuur 28

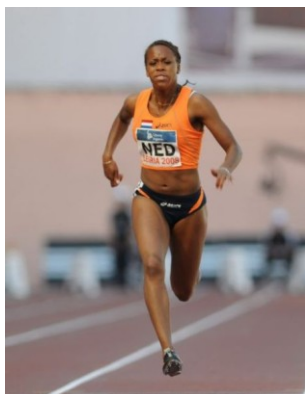
Opgaven

31 60 m sprint

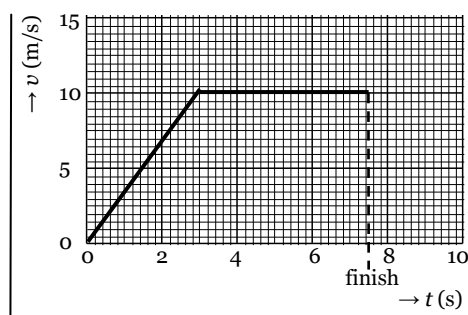
Jamile Samuel is Nederlands indoorkampioene 2009 op de 60 m. Figuur 30 laat het snelheidsverloop zien tijdens een van haar beste wedstrijden.

- Na hoeveel tijd bereikt ze haar maximum snelheid, en hoe groot is die?
- Liep Jamile volgens de grafiek inderdaad 60 m? Hoe kun je dat bepalen?
- Hoe groot is Jamile's versnelling van 0 tot 3,0 s?
- Welke afstand legt ze af in die tijd?
- Stel dat Jamile door training een versnelling van $3,7 \text{ m/s}^2$ weet te halen. Hoeveel tijd heeft ze dan nodig om een snelheid van 10 m/s te bereiken?
- Welke snelheid zou ze bereiken als ze die versnelling $4,0 \text{ s}$ lang volhoudt?

Opmerking – De grafiek is geïdealiseerd, de werkelijke grafiek is ruwweg wel van deze vorm maar een gladde kromme. Jamile's record van februari 2009 op de 60 m is $7,46 \text{ s}$.



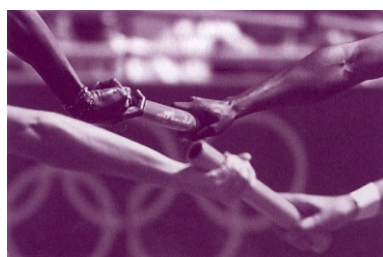
Figuur 29 – Jamile Samuel.



Figuur 30 – Snelheidsverloop op de 60 m sprint.

32 Wisselen op de estafette

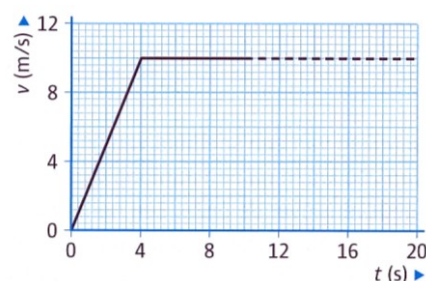
Het doorgeven van het estafettestokje op de viermaal 100 m sprint geeft nogal eens problemen.



Figuur 31 – Doorgeven van het estafettestokje.



Figuur 32 – Start- en wisselzone bij de viermaal 100 m sprint.



Figuur 33 – Het v,t -diagram van de beweging van sprinter B bij zijn start.

Een ploeg met goede wissels boekt vaak betere resultaten dan een ploeg met topsprinters. Het wisselen moet gebeuren binnen bepaalde grenzen. In figuur 32 is deze wisselzone weergegeven.

Sprinter A heeft een constante snelheid van 10 m/s. Sprinter B start volgens het (vereenvoudigde) v,t -diagram van figuur 33. Bereken hoe groot de afstand tussen beide sprinters moet zijn op het moment dat sprinter B start voor een zo goed mogelijke wissel.

33 Sprinten

De beweging van een atleet op de 100 m sprint is te vereenvoudigen tot een eenparig versnelde beweging met een versnelling van 4 m/s^2 , gevolgd door een eenparige beweging met een (constante) snelheid van 12 m/s .

Bereken de eindtijd van deze atleet op de 100 m sprint.

2 Constante krachten

2.5 Remkracht en de remweg

Wat gaan we doen?

In het verkeer is een veilige remweg van groot belang. De overheid voert regelmatig campagne, bijvoorbeeld onder het motto 'Houd 2 seconden afstand'. Door alle veiligheidsmaatregelen is het aantal verkeersslachtoffers sinds de jaren zeventig spectaculair gedaald. De centrale vraag is:

- *Hoe bepaal je met de methode van Newton de remweg van een auto?*



Figuur 34 – Remmen zijn al lang niet meer zo simpel als vroeger. Auto's beschikken tegenwoordig over zaken als ABS, EBD en Brake Assist.

34 Oriëntatie op de situatie

Bij een remmende auto is er maar één kracht van belang: de remkracht. Die kracht is bij benadering constant. In dat opzicht lijkt deze situatie op die van de vallende kogel. Maar de remkracht is tegengesteld aan de bewegingsrichting. Er is dus sprake van een constante *vertraging* in plaats van versnelling. Bovendien is het voorwerp al in beweging en wordt de eindsnelheid 0 m/s. Bij een vallende bal is dat de beginsnelheid. Verder kan de remvertraging van een auto allerlei waarden hebben, terwijl de valversnelling van alle voorwerpen hetzelfde is. Deze situatie is dus net iets lastiger dan die van de vallende kogel.

We gaan op zoek naar een manier om de remweg van een auto te bepalen. Als eerste bekijken we welke factoren daarbij een rol spelen.

- a Met 'de remweg' bedoelen we: de afstand waarin een remmende auto tot stilstand komt, vanaf het punt waar hij begint te remmen. Van welke factoren hangt de remweg van een auto af?
- b Op welke manier zou je met Newtons constructiemethode de remweg van een auto kunnen bepalen?

Plan van aanpak

Voor de eenparig vertraagde rembeweging bij een constante kracht bestaat het plan van aanpak uit de volgende stappen:

- Onderzoek op welke manier de remkracht van een auto bepaald kan worden en bereken daarmee de remvertraging (opdracht 35).
- Pas de methode van Newton toe en teken een v, t -diagram. Verklein daarna de tijdstap (opdracht 36).
- Bepaal de remweg met de oppervlaktmethode (opdracht 37).

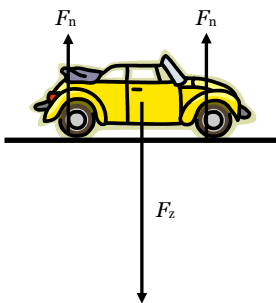
Uitwerking

We kunnen de methode van Newton alleen toepassen op de beweging van een remmende auto als we weten hoe groot de remkracht is. Bij opdracht 34 heb je waarschijnlijk een groot aantal factoren gevonden die invloed hebben op de remweg of de remkracht. De belangrijkste factoren zijn:

- De snelheid waarbij geremd wordt: de remweg is groter naarmate de snelheid groter is. Hoe het verband er precies uit ziet gaan we onderzoeken.
- Het remsysteem van de auto. Daaronder vallen schijfremmen, ABS en andere zaken in de auto die zorgen voor een kracht op de wielen. Voorlopig nemen we aan dat het remsysteem in orde is.
- De banden en het wegdek. Stroeve banden en een ruw wegdek zorgen voor een grote remkracht.
- De kracht van de banden op de weg. Het gewicht van de auto drukt de banden op de weg. Als de druk verandert (bijvoorbeeld bij een kleine hobbel in de weg), dan verandert ook de remkracht.

wegdek	weer	f
beton	droog	0,90
asfalt	droog	0,85
klinkers	droog	0,80
beton	nat	0,75
asfalt	nat	0,60
klinkers	nat	0,4
	sneeuw	0,2
	ijs	0,1

Figuur 35 – Wrijvingscoëfficiënt bij verschillende soorten wegdek. De waarden gelden voor rubber banden die niet slippen (statische wrijving).



Figuur 36 – Zwaartekracht en normaalkracht op een auto.



Figuur 37 – Bij een racewagen zorgt de spoiler ('vleugel') voor een grotere normaalkracht.

Remkracht en wrijving

De werking van de remmen berust op de wrijvingskracht tussen de banden en het wegdek. Die wrijvingskracht heeft een maximale waarde als de banden net niet slippen. Voor de maximale wrijvingskracht (en dus de remkracht) geldt:

$$F_{w,\max} = f \cdot F_n$$

In deze formule is $F_{w,\max}$ de maximale wrijvingskracht, f de wrijvingscoëfficiënt, en F_n de normaalkracht. De wrijvingscoëfficiënt hangt af van het contact tussen het wegdek en de band (zie de tabel van figuur 35). Goede banden en een ruw wegdek zorgen voor een hoge wrijving.

Normaalkracht

Een zwaardere auto duwt met een grotere kracht op de weg. De weg 'draagt' de auto. Deze draagkracht wordt de normaalkracht genoemd en staat loodrecht op de weg (normaal betekent loodrecht). Bij een auto op een horizontale weg waar geen andere krachten een rol spelen is de normaalkracht (op alle wielen samen) even groot als de zwaartekracht (zie figuur 36).

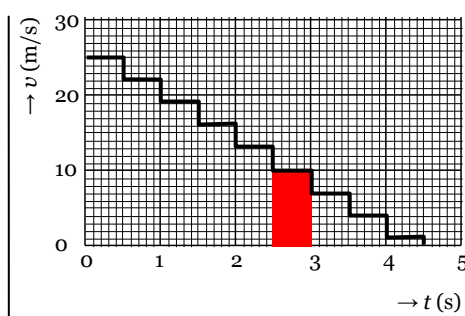
Bij een zwaardere auto zal de normaalkracht groter zijn. Daardoor wordt de maximale remkracht ook groter.

35 Remkracht en remvertraging

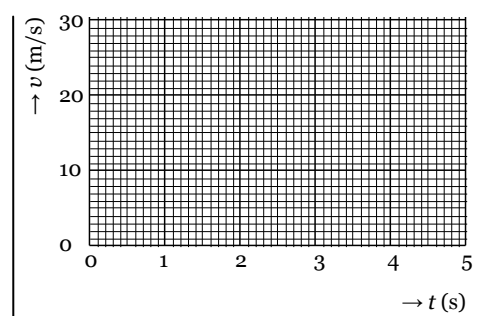
Een auto met een massa van 1000 kg rijdt op nat asfalt.

- Bereken de maximale remkracht $F_{w,\max}$ van de auto onder deze omstandigheden.
- Bereken met de tweede wet van Newton de maximale remvertraging die onder deze omstandigheden bereikt kan worden.

In opdracht 35 heb je gezien dat je de tweede wet van Newton ook kunt gebruiken om een vertraging uit te rekenen. Deze vertraging is – net als bij een eenparig versnelde beweging – de verandering van de snelheid in een bepaald tijdsinterval. Mag je dan ook dezelfde formule voor de plaats $s(t)$ op een tijdstip t gebruiken? Dit gaan we na door net zoals in paragraaf 2.4 naar de v,t -grafiek te kijken. Deze is weergegeven in figuur 38 voor een auto met een beginsnelheid van 25 m/s en een remvertraging van 6 m/s². De gekozen tijdstap is 0,5 s.



Figuur 38 – Snelheid van een remmende auto met beginsnelheid 25 m/s en remvertraging 6 m/s². Constructie met een tijdstap van 0,5 s.



Figuur 39 – Teken zelf de snelheid van een remmende auto met beginsnelheid 25 m/s en remvertraging 6 m/s² bij een zeer kleine tijdstap.

36 De remtijd

- In de grafiek van figuur 38 zie je een rode rechthoek. Leg uit dat het oppervlak daarvan gelijk is aan de verplaatsing in deze tijdstap van de rembeweging.
- Teken in (een kopie van) figuur 39 het precieze verloop van de snelheid als we een heel kleine tijdstap gebruiken.

- c Leg uit hoe je de remtijd kunt bepalen met behulp van de beginsnelheid en de remvertraging.

37 De remweg

De remweg van de auto moeten we met behulp van de v,t -grafiek kunnen vinden. We gaan nog steeds uit van de auto in opdracht 36, met een beginsnelheid van 25 m/s en remvertraging van 6 m/s².

- a Hoe kun je uit de v,t -grafiek van figuur 39 de remweg afleiden?
b Bereken de remweg in dit voorbeeld uit de v,t -grafiek. Geef ook de eenheid.

De remweg moet ook bepaald kunnen worden met de gemiddelde snelheid.

- c Bereken de gemiddelde snelheid tijdens het remmen en laat zien dat geldt: $\text{remweg} = \text{gemiddelde snelheid} \times \text{remtijd}$.

Bij een versnelde beweging geldt voor de plaats: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. Deze formule geldt alleen bij een constante versnelling vanuit stilstand.

- d Voor de remweg geldt een formule die hier op lijkt:

$$s_{\text{rem}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{\text{rem}}^2$$

Laat met een afleiding of berekening zien dat deze formule juist is. Leg uit wat t_{rem} voorstelt.

Opmerking – De formule is alleen geldig voor de gehele remweg, niet op andere tijdstippen van de beweging.

Remweg en stopafstand

De *remweg* is de afstand die een voertuig aflegt vanaf het moment dat het remmen begint tot aan stilstand. Maar er verloopt tijd tussen het moment dat de bestuurder ziet dat hij/zij moet gaan remmen en het moment dat het rempedaal wordt ingetrapt. Tijdens deze *reactietijd* van de bestuurder rijdt de auto nog met constante snelheid door. De afstand die de auto daarbij aflegt noemen we de *reactieafstand*.

De som van de reactieafstand en de remweg noemen we de *stopafstand*.

Begrippen

Eenparig vertraagde beweging
Maximale wrijvingskracht
Wrijvingscoëfficiënt
Normaalkracht
Remkracht
Remweg
Remtijd
Remvertraging

Samenvatting

- Het remmen van een auto met een constante vertraging is een voorbeeld van een **eenparig vertraagde beweging**. Daarbij levert de methode van Newton verschillende manieren om de remweg te berekenen. Het belangrijkste verschil met de versnelde beweging vanuit rust is dat er nu geen bewegingsvergelijkingen zijn. De formules gelden niet op elk tijdstip, maar alleen voor de gehele remweg.

- Voor de **maximale wrijvingskracht** tussen de banden en het wegdek geldt:

$$F_{w,\text{max}} = f \cdot F_n$$

In deze formule is $F_{w,\text{max}}$ de maximale wrijvingskracht (in N), f de wrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid), en F_n de normaalkracht (in N).

De **wrijvingscoëfficiënt** hangt af van het contact tussen de banden en het wegdek. De **normaalkracht** is de 'draagkracht' van het wegdek op de auto. Op een horizontale weg is de normaalkracht even groot als de zwaartekracht op de auto.

Bij voluit remmen is de **remkracht** gelijk aan de maximale wrijvingskracht.

- Voor het berekenen van de **remweg** bij een constante **remvertraging** bestaan verschillende methoden:
 - met de oppervlaktemethode in het v,t -diagram
 - met de formule voor de remweg:

$$s_{\text{rem}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{\text{rem}}^2$$

In deze formule is s_{rem} de remweg (in m), a de remvertraging (in m/s²) en t_{rem} de remtijd (in s). Deze formule geldt in alle situaties waarbij de remvertraging constant is en de eindsnelheid nul is.

Keuzemateriaal

In keuzeparagraaf 2.5B en 2.5C pas je de tweede wet van Newton toe in praktijksituaties rond verkeersveiligheid.

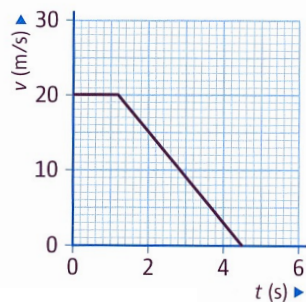
De **remtijd** bereken je dan met:

$$v_{\text{begin}} = a \cdot t_{\text{rem}}$$

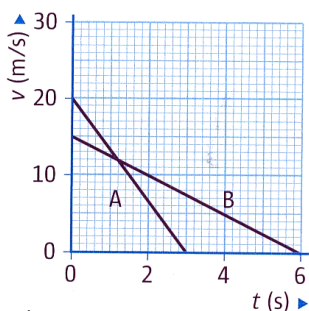
In deze formule is v_{begin} de beginsnelheid (in m/s), a de remvertraging (in m/s²) en t_{rem} de remtijd (in s).

- De oppervlaktemethode werkt altijd. Voor elke beweging geldt: de totale verplaatsing in een tijdsinterval is het oppervlak onder de v,t -grafiek.

Begripstest



Figuur 40



Figuur 41

38 In figuur 40 zie je het v,t -diagram van een rijdende en maximaal remmende auto. De auto heeft een massa van 800 kg. Op het tijdstip $t = 0$ s ziet de bestuurder dat er geremd moet gaan worden.

- Aan het v,t -diagram van figuur 40 zie je meteen dat het om een rembeweging gaat. Hoe?
- Leg uit waarom de snelheid van 0 tot 1,2 s niet afneemt.
- De remkracht is constant. Leg uit hoe je dat aan de v,t -grafiek kunt zien.
- Geef in (een kopie van) figuur 40 aan uit welk deel van het oppervlak onder de v,t -grafiek je de remweg bepaalt.
- Schets de s,t -grafiek van deze beweging.

39 In figuur 41 zie je het v,t -diagram van de eenparig vertraagde beweging van twee verschillende voertuigen.

- Welk voertuig heeft de grootste beginsnelheid?
- Welk voertuig heeft de grootste vertraging?
- Welk voertuig heeft de langste remweg?

40 Lees (nogmaals) het theorieblok over remkracht, wrijving en normaalcracht (zie bladzijde 52).

- In het theorieblok staat de volgende formule: $F_{w,\text{max}} = f \cdot F_n$. Leg uit dat deze formule de invloed van zowel de banden, het wegdek als de kracht van de banden op de weg weergeeft.
- Leg uit dat de maximale remkracht bij een fiets groter wordt als er iemand achterop zit.
- Zal de remvertraging van een fiets groter of kleiner worden of gelijk blijven als er iemand achterop zit? Geef argumenten.

Opgaven

41 Remmende auto

Gebruik voor deze opgave de situatie van opdracht 38 en het v,t -diagram van figuur 40.

- Bepaal de reactietijd van de bestuurder en de vertraging tijdens het remmen.
- Bereken de remweg en de stopafstand van de auto.
Als deze auto een aanhangwagen zonder eigen rem heeft, wordt de remweg langer (bij dezelfde beginsnelheid en remkracht). De aanhangwagen heeft een massa van 400 kg.
- Bereken hoeveel langer de remweg van de auto met aanhangwagen is.

42 Remkracht en remweg

Op een natte asfaltweg is de wrijvingscoëfficiënt $f = 0,65$. Een onderzoeker gaat na welke invloed de beginsnelheid in deze situatie heeft op de remweg van een auto met ABS.

- Bereken de maximale remvertraging voor een auto met ABS op een natte asfaltweg.

ABS

Het ABS-systeem moet voorkomen dat de banden gaan slippen. Zodra met een sensor wordt waargenomen dat de wielen blokkeren, wordt de remkracht elektronisch verminderd. De remkracht wordt dan steeds net iets kleiner gehouden dan de maximale wrijvingskracht. De remkracht is dan ongeveer 90% van de maximale wrijvingskracht.

- b** Bereken voor de verschillende beginsnelheden de remweg van deze auto. Noteer de resultaten in (een kopie van) de tabel hieronder.

beginsnelheid (m/s)	10	20	30	40	50
remweg (m)					

- c** De remweg is niet evenredig met de snelheid. Als de beginsnelheid 2 keer zo groot wordt, hoeveel keer zo groot wordt dan de remweg? Wat voor soort evenredigheid is dat?
- d** Je hebt de massa van de auto niet nodig bij a. Leg uit waarom niet.

43 Maximale remvertraging

Bij de APK wordt de werking van de remmen getest. De wettelijke minimale remvertraging voor personenauto's bedraagt $5,2 \text{ m/s}^2$. De meeste auto's kunnen sterker remmen, zeker als het wegdek droog en ruw is. Je mag aannemen dat op een droog wegdek alle auto's de wettelijke remvertraging halen. Maar de wettelijke remvertraging zegt nog niet alles over hoe hard auto's daadwerkelijk remmen in een noodsituatie. Een auto met ABS kan in veel situaties harder remmen.

Als voorbeeld nemen we een auto met een massa van 1200 kg en ABS die op een vlakke weg maximaal remt op droog asfalt.

- a** Bereken de normaalkracht F_n op deze auto.
- b** Bereken de maximale remkracht van deze auto.
- In plaats van de valversnelling in de vorige paragraaf gaat het nu om de remvertraging. Deze versnelling a is dan negatief.
- c** Bereken de maximale remvertraging van deze auto.
- Een vergelijkbare auto zonder ABS zal minder goed remmen. In een noodsituatie gaan de wielen makkelijk slippen. Daardoor wordt de auto niet alleen onbestuurbaar, de wrijvingscoëfficiënt wordt ook lager. Voor glijdende banden geldt de dynamische wrijvingscoëfficiënt.
- d** Lees het theorieblok over wrijving en slippen. Leg uit wat het verschil is tussen dynamische en statische wrijving.
- In de tabel van figuur 42 staat ook de dynamische wrijvingscoëfficiënt van rubber banden op droog asfalt gegeven.
- e** Bereken daarmee de remvertraging van een slippende auto op droog asfalt.

Materiaal	Dynamisch	Statisch
Rubber op beton (droog)	0.68	0.90
Rubber op beton (nat)	0.58	
Rubber op asfalt (droog)	0.67	0.85
Rubber op asfalt (nat)	0.53	
Rubber op ijs	0.15	
Gewaxte ski op sneeuw	0.05	0.14
Hout op hout	0.30	0.42
Staal op staal	0.57	0.74
Koper op staal	0.36	0.53
Teflon op teflon	0.04	

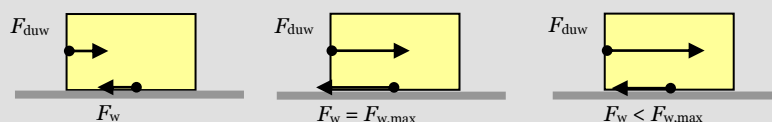
Figuur 42 – Dynamische en statische wrijvingscoëfficiënt bij verschillende oppervlakken. Bij slippen geldt de dynamische wrijving.

Wrijving en slippen

Een auto met ABS heeft een kortere remweg dan een slippende auto. Dat komt omdat de wrijvingskracht maximaal is als een voorwerp net niet gaat schuiven. Dat is goed te begrijpen aan de hand van een voorwerp op een ruwe ondergrond waarop een duwkracht werkt.

Bij een kleine duwkracht is de wrijvingskracht precies even groot als de duwkracht. Het voorwerp ligt dan stil.

Als de duwkracht toeneemt, wordt ook de wrijvingskracht groter – tot de maximale wrijvingskracht bereikt is. Het voorwerp ligt nog steeds stil.



Figuur 43 – Wrijvingskracht en duwkracht in verschillende situaties. Bij een glijdend voorwerp geldt de dynamische wrijving.

Bij een iets grotere kracht komt het voorwerp met een schok in beweging. Als het over de ondergrond schuift, is de wrijvingskracht kleiner geworden. Dit wordt dynamische wrijving genoemd.

44 Botsen

Een vrachtwagen rijdt op een afstand van 40 m achter een personenauto op de snelweg. Beide voertuigen hebben een snelheid van 90 km/h. Plotseeling moet de bestuurder van de personenauto remmen. De personenauto remt vanaf het tijdstip $t = 0$ s met een vertraging van $6,0 \text{ m/s}^2$ af tot stilstand. De vrachtwagenchauffeur reageert daar 0,75 s later op. Vanaf dat moment remt de vrachtwagen met een vertraging van $4,0 \text{ m/s}^2$.

- a** Teken in één v, t -diagram het verband tussen snelheid en tijd voor beide auto's.
- b** Bereken voor beide auto's de verplaatsing vanaf het tijdstip $t = 0$ s en laat zien of de vrachtwagen wel of niet tegen de personenauto botst.

2 Constante krachten

2.6 Toepassingen van Newtons methode

Wat gaan we doen?

We hebben Newtons theorie uitgewerkt voor bewegingen waarin de kracht constant is. Daarvoor geldt: als de kracht dezelfde richting heeft als de beweging, versnelt het voorwerp. Is de kracht tegengesteld aan de beweging, dan remt het voorwerp af. Voor de valbeweging op aarde, hardlopen en het remmen van een auto bleek Newtons methode goed te werken. Er zijn formules gevonden voor de snelheid $v(t)$ en de plaats $s(t)$ op tijdstip t , samen met de bijbehorende v,t - en s,t -grafieken.

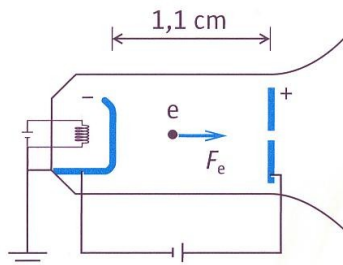
Deze paragraaf bestaat uit opgaven waarin je deze formules en grafieken toepast op situaties die lijken op de voorgaande. De centrale vraag is:

- *In welke situaties kan Newtons methode voor constante krachten worden gebruikt, en hoe werkt die methode daar?*

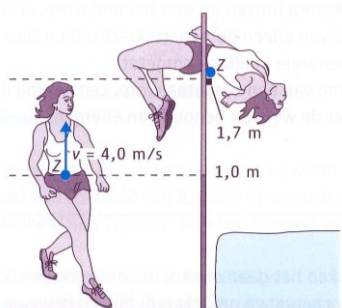
Opgaven

Keuzemateriaal

In keuzeparagraaf 2.6B staan extra oefenopgaven bij hoofdstuk 2. In keuzeparagraaf 2.6C onderzoek je bewegingen met behulp van *video-meten*.



Figuur 44 – Versnellen van elektronen in het elektronenkanon van een beeldbuis.



Figuur 45 – De beweging van het zwaartepunt van de hoogspringster bepaalt of zij wel of niet over de lat heen komt.

In de opgaven 45 t/m 50 wordt voor enkele uiteenlopende situaties eerst aangegeven welke kracht de beweging veroorzaakt, en of die kracht constant is. Daarna pas je Newtons methode toe om het vraagstuk op te lossen.

45 Beeldbuis

In de beeldbuis van een tv-toestel krijgen elektronen een grote snelheid met behulp van twee elektrisch geladen platen. In het elektronenkanon van figuur 44 komen uit de negatief geladen plaat elektronen vrij (met beginsnelheid nul).

Op het elektron werkt een constante elektrische kracht F_e van $2,7 \cdot 10^{-13}$ N. De massa van een elektron is $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg. De afstand tussen de twee geladen platen in het elektronenkanon is 1,1 cm.

- Welk soort beweging voert het elektron tussen de twee geladen platen uit? Leg uit waarom.
- Met welke snelheid schiet het elektron door het gat in de positief geladen plaat (richting beeldscherm)? Bedenk eerst van welke twee grootheden die snelheid afhangt en hoe je die grootheden kunt berekenen.

46 Hoogspringen

De beweging bij het hoogspringen is een combinatie van een beweging in verticale richting en een beweging in horizontale richting. In deze opgave houden we geen rekening met de beweging in horizontale richting.

Een hoogspringster komt met een snelheid v van 4,0 m/s los van de grond. Deze snelheid is verticaal omhoog gericht.

Tijdens de beweging is de luchtweerstandskracht verwaarloosbaar klein.

Om erachter te komen of de hoogspringster in de situatie van figuur 45 over de lat heen komt, moet je bepalen welke hoogte haar zwaartepunt Z maximaal bereikt. Dus: op welke hoogte haar snelheid in verticale richting nul is.

Laat met een berekening zien of de hoogspringster in de situatie van figuur 45 wel of niet over de lat heen komt.

47 Veiliger op weg

Lees eerst het gedeelte uit een folder over verkeersveiligheid op de volgende bladzijde.

Ga met een berekening na of de informatie in de folder over de remweg (bij 50 km/h) en de botssnelheid (bij 60 km/h na 30 m) juist is.

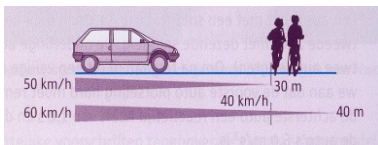
Staat u op tijd stil?

Als er iets onverwachts gebeurt, waarvoor u moet stoppen, heeft u tijd nodig om te reageren. Dat duurt gemiddeld één seconde. In deze heel korte tijd bent u als u maar 10 km per uur rijdt bijna drie meter verder, voordat er werkelijk geremd wordt.

In de tekening ziet u de totale afstand die u nodig heeft om tot stilstand te komen, bij de minimum eisen voor de remvertraging.

Wat betekent dit in de praktijk?

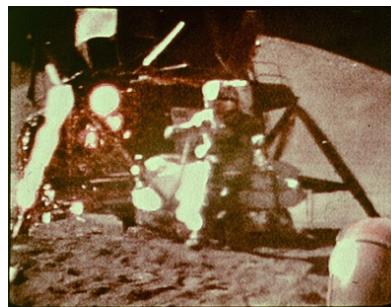
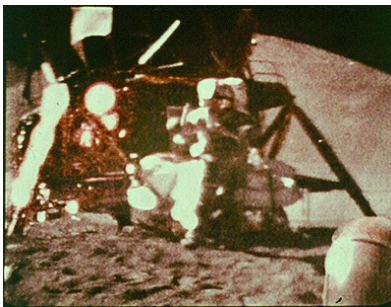
- Remmen binnen 30 meter lukt alleen als u met een personenauto niet harder dan 50 km per uur rijdt.
- Als u 60 km per uur rijdt is de botssnelheid dan nog altijd 40 km per uur. Voor voetganger en fietser kan zo'n botsing fataal zijn.



Figuur 46

48 The Apollo 15 Hammer-Feather Drop

Op de maan is (vrijwel) geen luchtwrijving. Daar liet commander Dave Scott van de Apollo 15 live op tv een hamer en een veer tegelijk vallen. Hij gebruikte een geologenhamer van 1,32 kg en een veer met een massa van 30 g. De hamer en de veer werden van een hoogte van 1,6 m losgelaten en bereikten tegelijk de grond. In de video is goed te zien dat beide voorwerpen veel langzamer vallen dan op aarde.



Figuur 47 – Beelden uit de video van het experiment Hammer-Feather Drop: de video **HammerFeatherDrop** is online te vinden bij de simulatieprogramma's horend bij dit hoofdstuk.

Met het experiment werd een theorie over de valbeweging gecontroleerd.

- Welke theorie werd met dit experiment bewezen?
- Ga met een berekening na hoe lang op aarde een val zonder luchtwrijving vanaf een hoogte van 1,6 m duurt.

De val op de maan duurde 1,4 s. Dat is bijna 2,5 keer zo lang als op de aarde. Betekent dat nu ook dat de zwaartekracht op de maan 2,5 keer zo klein is als op de aarde?

- Bereken met behulp van de valtijd de valversnelling g op de maan.
- Hoeveel keer zo klein is de zwaartekracht op de maan?

De zwaartekracht op de maan is dus (ongeveer) 6 keer zo klein als de zwaartekracht op aarde. Dat heeft natuurlijk te maken met het feit dat de maan veel kleiner is dan de aarde, en dus een veel kleinere massa heeft. De massa van de aarde is maar liefst 81 keer zo groot als de massa van de maan. Dat is veel teveel om het verschil te verklaren.

- Leg uit hoe het mogelijk is dat de valversnelling op de maan 'slechts' 6 keer zo klein is als op aarde, terwijl de massa van de maan maar liefst 81 keer zo klein is als de massa van de aarde.



Figuur 48 – De Mini Cooper versnelt van 0 tot 100 km/h in 9,9 s.

49 De versnelling bij een valbeweging

De snelheid van een vallende kogel blijft voortdurend toenemen. De kogel heeft een constante versnelling zolang de luchtweerstand te verwaarlozen is. We vergelijken het versnellen tijdens een valbeweging met het versnellen van een auto.

Een Mini Cooper versnelt in 9,9 s van 0 tot 100 km/h.

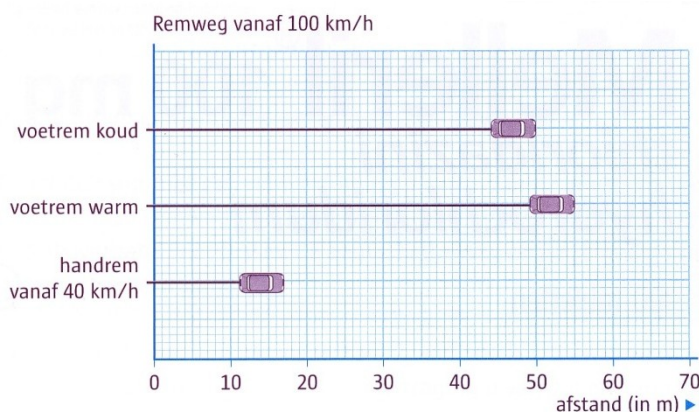
- Bereken de snelheid (in km/h) na 9,9 s bij een valbeweging zonder luchtweerstand.
- Bereken de gemiddelde versnelling van de Mini Cooper tijdens het optrekken van 0 tot 100 km/h.

Sportwagens trekken veel sneller op dan een Mini Cooper. De allersnelste auto's kunnen in ideale omstandigheden een versnelling halen die vrijwel gelijk is aan de valversnelling.

- Bereken binnen hoeveel tijd een auto moet optrekken van 0 tot 100 km/h om een gemiddelde versnelling van $9,81 \text{ m/s}^2$ te halen.

50 Rem-testrapport

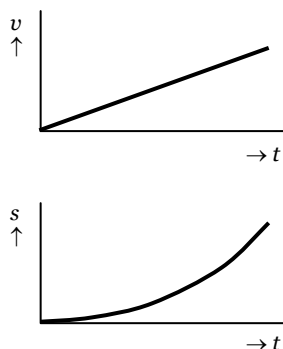
In figuur 49 zie je een gedeelte van een testrapport van een auto. Neem aan dat de auto bij elk van de drie remproeven een eenparig vertraagde beweging uitvoert.



Figuur 49 – Gedeelte uit een autotestrapport: de lengte van de remweg bij een beginsnelheid van 100 km/h.

Het remmen begint steeds op het moment dat de voorkant van de auto de lijn bij afstand 0 passeert.

- Bereken voor elk van de drie proeven de remvertraging van de auto.
- Voldoen de remmen van de geteste auto aan de wettelijke voorschriften? Waarom wel of niet?

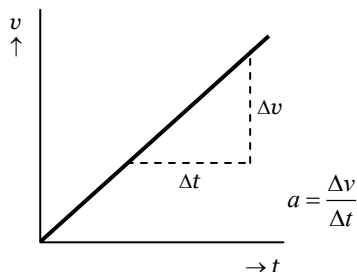


Figuur 50 – Het v,t -diagram (boven) en het s,t -diagram (onder) van een eenparig versnelde beweging.

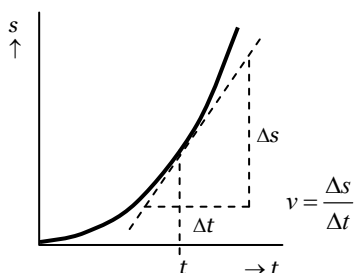
Eindsamenvatting

- Een constante kracht op een voorwerp in de bewegingsrichting veroorzaakt een **eenparig versnelde beweging**. Daarbij neemt de snelheid v gelijkmatig toe: de v,t -grafiek is een stijgende rechte lijn. Als de beweging begint vanuit rust gaat die lijn door de oorsprong (zie figuur 50).
- De groei van de snelheid per seconde is de **versnelling**. Anders gezegd: de versnelling is de snelheidsverandering gedeeld door de tijd die daarvoor nodig is (zie figuur 51):

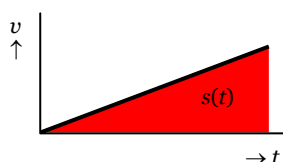
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Figuur 51 – Bepalen van de versnelling uit de helling van de lijn in het v,t -diagram van een eenparig versnelde beweging.



Figuur 52 – Raaklijnmethode voor het bepalen van de snelheid uit het s,t -diagram.



Figuur 53 – Oppervlaktmethode voor het bepalen van de plaats uit het v,t -diagram van een eenparig versnelde beweging.

In deze formule is a de versnelling (in m/s^2), en is Δv de snelheidsverandering (in m/s) in een tijdsduur Δt (in s).

- Het verband tussen kracht, massa en versnelling wordt gegeven door de **tweede wet van Newton**:

$$F = m \cdot a$$

In deze formule is F de kracht (in N), m de massa (in kg) en a de versnelling (in m/s^2). Deze wet is geldig op ieder moment van de beweging.

- Bij een eenparig versnelde beweging vanuit rust wordt de **snelheid op een tijdstip t** gegeven door:

$$v(t) = a \cdot t$$

In deze formule is $v(t)$ de snelheid (in m/s) op het tijdstip t (in s), en is a de versnelling (in m/s^2).

De snelheid $v(t)$ op een tijdstip t is ook met de **raaklijnmethode** (zie figuur 52) te bepalen uit het s,t -diagram.

- Bij een eenparig versnelde beweging vanuit rust wordt de **plaats op een tijdstip t** gegeven door:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

In deze formule is $s(t)$ de plaats (in m) op het tijdstip t (in s), en is a de versnelling (in m/s^2).

De plaats $s(t)$ op een tijdstip t is ook met de **oppervlaktmethode** (zie figuur 53) te bepalen uit het v,t -diagram.

- Een voorbeeld van een eenparig versnelde beweging is de **valbeweging** zonder luchtweerstand. Bij zo'n valbeweging bij het aardoppervlak is de versnelling a de valversnelling: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Voor deze beweging gelden de volgende formules:

$$F_z = m \cdot g$$

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v(t) = g \cdot t$$

- Een constante kracht op een voorwerp tegen de bewegingsrichting in veroorzaakt een **eenparig vertraagde beweging**. Daarbij neemt de snelheid v gelijkmatig af: de v,t -grafiek is een dalende rechte lijn. Bij deze beweging is sprake van een vertraging a (of een negatieve versnelling).

- Een voorbeeld van een eenparig vertraagde beweging is de **rembeweging** met een constante remkracht. Voor deze beweging gelden de volgende formules:

$$F_{\text{rem}} = m \cdot a$$

$$s_{\text{rem}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{\text{rem}}^2$$

$$v_{\text{begin}} = a \cdot t_{\text{rem}}$$

- De remkracht is de wrijvingskracht tussen wegdek en banden. Voor de **maximale wrijvingskracht** geldt:

$$F_{w,\text{max}} = f \cdot F_n$$

In deze formule is $F_{w,\text{max}}$ de maximale wrijvingskracht (in N), f de wrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid), en F_n de normaalkracht (in N).

De **wrijvingscoëfficiënt** hangt af van het contact tussen de banden en het wegdek. De **normaalkracht** is de 'draagkracht' van het wegdek op de auto. Op een horizontale weg is de normaalkracht even groot als de zwaartekracht op de auto.

3 Veranderende krachten

3.1 Welke krachten spelen een rol?

Wat gaan we doen?

Als je weet welke kracht F op een voorwerp met massa m werkt, kun je vanuit de beginsituatie de hele beweging construeren met Newtons stappenmethode. In hoofdstuk 2 werden de bewegingen veroorzaakt door één constante kracht. Maar in de praktijk hebben we meestal te maken met situaties waarin allerlei krachten werken, die bovendien veranderlijk kunnen zijn. De formules voor de plaats $s(t)$ en de snelheid $v(t)$ uit hoofdstuk 2 zijn dan niet geldig. Die formules gelden alleen als de versnelling constant is. Maar Newtons stappenmethode, bijvoorbeeld met een computerprogramma, blijft bruikbaar.

Hoofdstukvragen

Hoe pas je Newtons methode toe in praktijksituaties op het gebied van de sport, het verkeer en technisch natuurwetenschappelijk onderzoek als de krachten op een voorwerp niet constant zijn?

Aanpak bij meerdere krachten

- Welke krachten werken er?
- Wat weet je van die krachten (grootte, richting en aangrijpingspunt)?
- Zijn de krachten in evenwicht?
- Kun je de resulterende kracht bepalen?

Bij Newtons stappenmethode bepaal je de *extra verplaatsing* per tijdstap. Daarvoor moet je de grootte en de richting van de kracht weten. Als je weet welke krachten er werken kun je daar formules voor vinden (door zelf meten of opzoeken). Met de stappenmethode kun je dan bijvoorbeeld nagaan hoe een wielrenner zijn tijdsrit kan verbeteren, hoe een parachutist veilig kan landen of hoe je een pretparkattractie als de Bungee Catapult spannend en toch veilig kunt maken. De centrale vraag is:

- *Hoe herken je in praktijksituaties welke krachten er werken, en wat weet je al over de oorzaak en het gevolg van die krachten?*

1 Oriëntatie op de situatie

De fiets is een goed voorbeeld om te zien wat er komt kijken bij het vinden van een antwoord op de centrale vraag.

In de situatie van figuur 1 beweegt er van alles: de wielrenner als geheel, diens benen, de fiets, de wielen, de trappers en de ketting. *Je moet dan eerst het voorwerp kiezen waarvan je de beweging wilt verklaren.*

Bijvoorbeeld: je kiest voor de voorwaartse beweging van wielrenner plus fiets samen. De aandrijving van de fiets is nogal ingewikkeld: spierkracht wordt op de trappers uitgeoefend, die via een tandwiel de ketting aandrijven. Daarmee wordt het achterwiel in beweging gebracht.

- a Heb je al die krachten nodig in Newtons aanpak? Of zit de juiste kracht hier nog niet bij?
- b Welke tegenwerkende krachten spelen een rol bij fietsen?



Figuur 1 – Welke krachten heb je nodig voor de bewegingsconstructie?

Plan van aanpak

We zullen de centrale vraag beantwoorden met behulp van het voorbeeld van de fiets plus wielrenner. Dat doen we in twee stappen.

- Met het begrip *wisselwerking* kun je systematisch alle krachten in een situatie vinden. Je gaat eerst na wat *wisselwerking* is (opdracht 2). Dan wordt besproken hoe je met dat begrip de relevante krachten kunt vinden.
- We passen dat toe op de fiets plus wielrenner om na te gaan welke krachten voor het verklaren van de beweging belangrijk zijn (opdracht 3). We bespreken ten slotte enkele andere voorbeeldsituaties, en mogelijke valkuilen in het analyseren van situaties met meerdere krachten.

Uitwerking

2 Wisselwerking

De tabel hieronder noemt krachten die de beweging van de voorwerpen in figuur 2 bevorderen of tegenwerken.

- a Beantwoord de vragen 1 t/m 4 in (een kopie van) de tabel.

	A Ondersteunende kracht op de jongen rechts	B Veerkracht op de bungee-jumper	C Wrijvingskracht op de auto bij remmen	D Voortstuwende kracht op de jetski
1 In welke richting werkt de kracht?				
2 Welk voorwerp oefent de kracht uit?				
3 Oefent de jongen / de jumper / de auto / de jetski een kracht uit op het voorwerp bij vraag 2?				
4 Zo ja: in welke richting?				



A



B



C



D

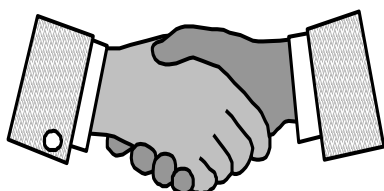
Figuur 2 – Situaties waarin krachten de beweging bevorderen of tegenwerken.

- b Ga na of je antwoorden in de tabel overeenstemmen met het volgende. In elk van de voorbeelden wordt een kracht *door* een voorwerp uitgeoefend *op* een ander voorwerp. Een ‘voorwerp’ kan daarbij ook wel vloeibaar (water) zijn (of gasvormig, zoals bij luchtweerstand). Steeds geldt: als A een kracht op B uitoefent, oefent B ook (in tegengestelde richting) een kracht op A uit.

Derde wet van Newton

Opdracht 2 laat voorbeelden zien van wat we nu de *derde wet van Newton* noemen: als voorwerp A een kracht uitoefent op voorwerp B ($F_{A \text{ op } B}$), dan oefent B ook een kracht uit op A ($F_{B \text{ op } A}$). Die twee krachten zijn altijd even groot en tegengesteld gericht:

$$F_{A \text{ op } B} = -F_{B \text{ op } A}$$



Figuur 3 – Wisselwerking: wie een hand geeft krijgt er vanzelf ook een.

Tot aan Newton dacht men dat een kracht een eigenschap is *van* een voorwerp, en aanwezig kan zijn *in* een voorwerp. Maar volgens de derde wet van Newton is er alleen sprake van ‘kracht’ als twee voorwerpen *wisselwerken*, waarbij ze wederzijds een kracht op elkaar uitoefenen. Krachten treden nooit in hun eentje op.

Denk – om je een beeld te vormen – aan hoe je iemand een hand geeft (zie figuur 3). Als je een hand geeft, krijg je er ook meteen een. Een hand geven kan alleen met twee handen, één hand is niet genoeg.

Met de derde wet van Newton kun je in principe alle krachten in een situatie vinden:

- Stel vast welke voorwerpen in de situatie voorkomen.

Actie- en reactiekracht

Volgens Newton hoort bij iedere kracht door A op B een kracht door B op A die even groot en tegengesteld gericht is.

In natuurkundeboeken staat dan vaak: 'bij iedere actiekracht hoort een even grote, tegengestelde reactiekracht.'

Zo kun je de regel gemakkelijk onthouden. Maar bedenk dan wel dat de actie en reactie *geen* oorzaak en gevolg zijn van elkaar! De één volgt namelijk niet op de ander, ze ontstaan gelijktijdig. De één kan niet bestaan zonder de ander. En ze werken op verschillende voorwerpen: de één op A, de ander op B.



Figuur 4 – Fiets op een rollerbank.



Figuur 5 – Fietsen op het ijs?

- Ga na welke voorwerpen met elkaar in contact zijn.

Bepaal of er contactkrachten tussen die voorwerpen bestaan (dat wil zeggen: of de voorwerpen tegen elkaar duwen of elkaar aantrekken).

- Ga na of de zwaartekracht ook een rol speelt.

De zwaartekracht werkt niet door contact maar op afstand. Er zijn nog andere krachten die op afstand werken. We bespreken ze kort in opdracht 9, maar ze spelen verder geen rol in deze lessenserie.

3 De derde wet van Newton en de fiets plus wielrenner

Bij de fiets plus wielrenner werken sommige krachten *mee* met de beweging, terwijl andere krachten de beweging *tegenwerken*. We kijken eerst naar de meewerkende krachten. Welke daarvan hebben we nodig om de beweging te construeren?

- a Hieronder staan sommige van de krachten die een rol spelen bij de aandrijving. Geef voor elke kracht aan welk gevolg die heeft.

- 1 Kracht van de voeten op de trappers
- 2 Kracht van de trappers op de ketting
- 3 Kracht van de ketting op het achterwiel
- 4 Kracht van de achterband op het wegdek

Welke van al deze krachten hebben we nodig om de beweging van de fiets plus wielrenner te verklaren? Dat is te begrijpen met behulp van de situatie in figuur 4: een fiets op een *rollerbank*. Dat is een trainings-toestel waar je de fiets los bovenop zet, en fietst zonder voorruit te bewegen.

- b De beweging van de fiets plus wielrenner moet verklaard kunnen worden door een kracht die in figuur 1 wel, en in figuur 4 niet aanwezig is. Want: krachten die in beide situaties bestaan kunnen het verschil in beweging niet verklaren. Welke kracht is dat?

De krachten 1, 2 en 3 van onderdeel a zijn *interne* krachten voor de fiets plus wielrenner. Dat zijn krachten die door één onderdeel van een voorwerp worden uitgeoefend op een ander onderdeel van dat voorwerp. Interne krachten kunnen alleen snelheden veranderen *binnen* dat voorwerp. De krachten 1, 2 en 3 veroorzaken dan ook alleen bewegingen binnen de fiets plus wielrenner.

- c Vind de reactiekracht bij de kracht van onderdeel b. Bepaal in welke richting, en op welk voorwerp die kracht werkt. Leg daarmee uit hoe die kracht de beweging van de fiets plus wielrenner veroorzaakt.

- d Leg uit waarom fietsen op het ijs (zie figuur 5) zo lastig is. Gebruik je antwoord bij onderdeel c.

'Externe krachten' zijn krachten die van buitenaf op een voorwerp worden uitgeoefend. Alleen *externe* krachten kunnen de snelheid van het *gehele* voorwerp veranderen.

- e Welke externe krachten op de fiets plus wielrenner (zie figuur 1) werken de beweging *tegen*?

Resulterende kracht

Alleen *externe krachten* kunnen de snelheid van een voorwerp veranderen. Dit zijn dus de krachten die bij de bewegingsconstructie een rol spelen. Bij zo'n constructie gebruik je dan de *som* van de externe krachten. Dit noemen we de *resulterende kracht* op het voorwerp.

Bij een fiets plus wielrenner zijn de externe krachten de voorwaartse kracht van het wegdek op de fiets, de luchtwrijvingskracht en de rolwrijvingskracht. De resulterende kracht F_{res} is dus de som van deze drie krachten. Omdat de twee wrijvingskrachten de beweging tegenwerken, worden deze negatief gerekend.

In opdracht 3 hebben we alleen gekeken naar de horizontale krachten op de fiets plus wielrenner. De verticale krachten op de fiets plus wielrenner komen in opdracht 7 aan de orde.

Begrippen

Wisselwerking
Derde wet van Newton
Actiekracht en reactiekracht
Externe krachten
Interne krachten
Resulterende kracht

Keuzemateriaal

In paragraaf 3.1B onderzoek je bewegingen onder invloed van meer dan één kracht.

Samenvatting

- Natuurkundige krachten treden alleen op bij een **wisselwerking** tussen twee voorwerpen. Daarbij oefent ieder van de voorwerpen een kracht op de ander uit. Die krachten $F_{A \text{ op } B}$ en $F_{B \text{ op } A}$ zijn volgens de **derde wet van Newton** even groot en tegengesteld gericht:

$$F_{A \text{ op } B} = -F_{B \text{ op } A}$$

Dit geldt zowel voor contactkrachten als voor krachten die op afstand werken. Een voorbeeld van een kracht die op afstand werkt is de zwaartekracht.

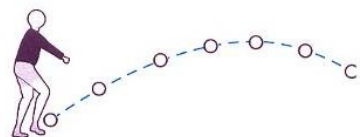
De twee krachten uit de derde wet van Newton worden ook wel de **actiekracht** en **reactiekracht** genoemd.

- Om de krachten te vinden die je nodig hebt bij een bewegingsconstructie zet je de volgende stappen:
 - Kies het voorwerp waarvan je de beweging wilt construeren (massa m).
 - Bepaal alle voorwerpen die met het gekozen voorwerp in contact zijn, en ga na welke interacties er optreden.
 - Voeg daaraan zo nodig de zwaartekracht toe.
Gebruik voor de bewegingsconstructie alle krachten die op het gekozen voorwerp werken.
- Interne krachten** zijn krachten van één deel van een voorwerp op een ander deel van dat voorwerp. Interne krachten kunnen alleen de snelheid van bewegingen *binnen* het voorwerp veranderen.
- Externe krachten** zijn krachten die door een ander voorwerp op het gekozen voorwerp worden uitgeoefend. Alleen externe krachten kunnen de snelheid van het *gehele* gekozen voorwerp veranderen. De som van deze externe krachten noemen we de **resulterende kracht**.

Begripstest



Figuur 6 – Een atleet zet zich af bij de start.



Figuur 7 – De plaats van een voetbal op een aantal opeenvolgende tijdstippen.

- Bekijk de situatie van figuur 6: een atleet zet zich af bij de start.
 - Welke kracht veroorzaakt de voortbeweging? Van welke wisselwerking is die kracht een onderdeel?
 - Welke tweede kracht hoort bij die wisselwerking? Wat is het effect?
 - Vind een interne kracht, het effect ervan en de bijbehorende interactie.
 - Welke externe kracht werkt op afstand op de atleet?
- In figuur 7 zie je de beweging van een voetbal die wordt weggetrapt.
 - Teken in (een kopie van) figuur 7 de krachten op de voetbal op het begintijdstip (bij het trappen van de bal) en op minstens drie andere tijdstippen.
 - Welke krachten veranderen niet tijdens deze beweging? Leg uit waarom.
 - Welke krachten veranderen wel tijdens deze beweging? Hoe veranderen die krachten? Leg uit waarom.
- Op een voertuig worden verschillende krachten uitgeoefend. Wat weet je van de resulterende kracht op het voertuig in elk van de volgende vijf situaties?
 - Het voertuig staat stil.
 - Het voertuig rijdt met een constante snelheid.
 - Het voertuig trekt op.
 - Het voertuig remt af.
 - De versnelling van het voertuig is nul.

Opgaven

7 Verticale krachten bij een horizontale beweging

Op de fiets plus wielrenner van figuur 1 werken ook verticale krachten.

- Welke krachten zijn dat? (Gebruik de methode voor het vinden van krachten.)
- Waarom zijn die krachten meestal niet belangrijk voor de beweging van de fiets plus wielrenner?
- In welke van de situaties uit opdracht 2 zijn de verticale krachten wel van belang? Leg uit waarom.
- In welke van de situaties uit opdracht 2 zijn de verticale krachten *niet* in evenwicht?



Figuur 8 – Een hijskraan tilt een shovel op.

8 Verticale krachten bij een verticale beweging

In figuur 8 zie je een hijskraan die een last tilt. De last is een shovel met een massa m van 850 kg. We bekijken vijf gevallen:

- De last beweegt omhoog met een constante versnelling van $0,2 \text{ m/s}^2$.
- De last beweegt omhoog met een constante snelheid van $0,2 \text{ m/s}$.
- De last hangt stil.
- De last beweegt omlaag met een constante snelheid van $0,2 \text{ m/s}$.
- De last beweegt omlaag met een constante versnelling van $0,2 \text{ m/s}^2$.

- In welke van deze gevallen zijn de verticale krachten op de last in evenwicht?
- Bereken voor de *overige* gevallen de resulterende kracht F_{res} en de kracht F_{omhoog} op de last.

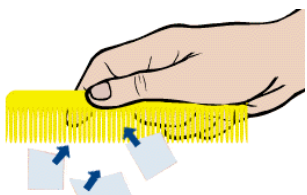
9 De derde wet van Newton en krachten op afstand

De zwaartekracht werkt op afstand. De zon trekt bijvoorbeeld de aarde aan zonder die aan te raken. Ook elektrische en magnetische krachten werken op afstand. Geldt de derde wet van Newton ook voor zulke krachten?

- Johannes Kepler (1571-1630) redeneerde als volgt:
Een steen valt omdat hij wordt aangetrokken door de aarde. Maar in alle relevante opzichten is de aarde niets anders dan een geweldig grote steen. Dan moet het dus wel zo zijn dat die steen de aarde ook aantrekt, en de aarde naar de steen valt.
Vind je dit een geldig argument? Leg uit waarom wel of niet.
- Tientallen jaren later formuleerde Newton zijn gravitatiewet. Leg uit dat deze gravitatiewet voldoet aan de derde wet van Newton.
- Magneten trekken ijzer aan (zie figuur 9). Maar trekt ijzer ook magneten aan? Bedenk een proefje om dit na te gaan, voer het uit en geef antwoord op de vraag.
- Een plastic liniaal, kam of balpen kun je elektrisch laden door die bijvoorbeeld over een droog stuk textiel te wrijven. Dat kun je aantonen door hem dicht bij wat snippertjes papier te brengen: ze worden aangetrokken (zie figuur 10). Maar trekt dat papier ook elektrisch geladen voorwerpen aan? Bedenk een proefje om dit na te gaan, voer het uit en geef antwoord op de vraag.
Tip: Plak een strookje plakband op een tafelblad en trek het voorzichtig los van de ene naar de andere kant. Het is dan elektrisch geladen.



Figuur 9 – Een magneet trekt ijzeren paperclips aan.



Figuur 10 – Een opgewreven plastic kam trekt papier-snipperen aan.

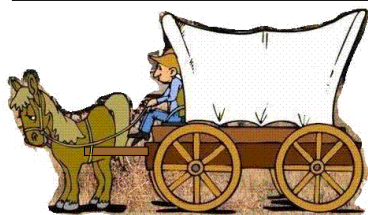
Opmerking

Elektrische en magnetische verschijnselen worden verder niet behandeld in *Wisselwerking en beweging*. Maar onthoud: de derde wet van Newton geldt voor alle krachten.

10 Valkuilen bij het vinden van de krachten

Koen redeneert als volgt over de situatie van figuur 11: “Stel dat het paard probeert de huijkar vooruit te trekken. Door de kracht van het paard op de kar ontstaat een reactiekracht die even groot en tegengesteld gericht is. Dat is Newtons derde wet. De huijkar kan dus nooit in beweging komen, want die krachten heffen elkaar op.”

Als Koens redenering klopt is de derde wet fout, want de huijkar komt wél in beweging. In de redenering komt een ‘reactiekracht’ voor. Noem die kracht R . In onderdelen a t/m c wordt het effect van kracht R op drie verschillende manieren besproken. Ga daarmee na of Koens redenering juist is.



Figuur 11 – Paard met huijkar.

Opmerking

De bedoeling van opdracht 10 is dat je het volgende inziet.

Bij het construeren van de beweging van een voorwerp gebruik je:

- *geen* interne krachten (dat zijn krachten van een deel van het voorwerp op een ander deel van datzelfde voorwerp)
- *wel* de krachten die *op* het voorwerp werken, *niet* de krachten die *door* het voorwerp worden uitgeoefend.

- a** Kies als bewegend voorwerp de huifkar plus menner. Analyseer de beweging:
- 1 Bepaal de krachten die op de huifkar werken.
 - 2 Laat zien hoe de beweging van de huifkar tot stand komt.
 - 3 Leg uit waarom R geen rol speelt in de bewegingsconstructie.
- b** Kies als bewegend voorwerp het paard. Analyseer de beweging:
- 1 Bepaal de krachten die op het paard werken.
 - 2 Laat zien hoe de beweging van het paard tot stand komt.
 - 3 Leg uit wat R met de beweging van het paard te maken heeft.
- c** Kies als bewegend voorwerp het paard plus de huifkar plus menner. Analyseer de beweging:
- 1 Bepaal de krachten die op het voorwerp werken.
 - 2 Laat zien hoe de beweging van het voorwerp tot stand komt.
 - 3 Leg uit waarom R geen rol speelt in de beweging van het voorwerp.

3 Veranderende krachten

3.2 Een computermodel van bewegingen

Wat gaan we doen?

In paragraaf 3.3 en 3.4 gaat het over bewegingen onder invloed van snelheid- en plaatsafhankelijke krachten. Dan is een computermodel handig.

Bij het beschrijven van bewegingen staan de begrippen kracht, versnelling, snelheid, verplaatsing en plaats centraal. Omdat die begrippen in elke beweging dezelfde rol spelen, ligt het voor de hand om een algemeen model voor bewegingen te maken dat makkelijk is aan te passen voor elke soort beweging. De centrale vraag is:

- *Hoe bouw je een computermodel voor bewegingen, en hoe kun je met dat model bewegingen onderzoeken?*

Uitwerking

Een computermodel bestaat uit een aantal rekenregels voor de computer. We noemen dat *modelregels*. Voor een computermodel van bewegingen zijn deze modelregels afgeleid van de tweede wet van Newton en de definities van snelheid en versnelling (zie hoofdstuk 2, paragraaf 2.3):

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m} \quad [1]$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t \quad [2]$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t \quad [3]$$

In de formules hierboven staat links de definitie, en rechts de vorm waarin we deze in de modelregels gebruiken.

Hieronder leiden we uit deze drie formules de modelregels af waarmee de computer de versnelling, snelheid en plaats van een bewegend voorwerp in de loop van de tijd uitrekent. Daarbij volgen we het structuurschema van oorzaak en gevolg bij een beweging uit figuur 12.

Modelregels

Een computermodel rekt de beweging door in tijdstappen. De eerste modelregel zet de tijd **t** daarom bij het begin van een nieuwe tijdstap één stap vooruit:

$$1 \quad t =: t + dt$$

In deze modelregel staat **dt** voor de tijdsduur van een tijdstap (omdat de computer niet met het symbool Δ overweg kan). Het symbool **=:** in de modelregel lees je als ‘wordt’. De modelregel zegt dus: de nieuwe tijd wordt de vorige tijd (de tijd van de vorige tijdstap) plus de tijdsduur van een tijdstap.

De oorzaak van een beweging is een kracht. Als er meer dan één kracht op een voorwerp werkt, is dat de resulterende kracht. De tweede modelregel rekt deze resulterende kracht **F** uit:

$$2 \quad F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots$$

Deze resulterende kracht **F** veroorzaakt een versnelling. De derde modelregel rekt die versnelling **a** uit met formule [1]:

$$3 \quad a = F/m$$

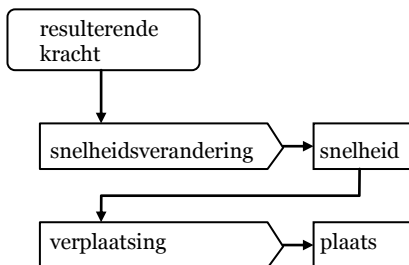
Het gevolg van die versnelling **a** is een snelheidsverandering in de tijdsduur **dt** van de tijdstap. De vierde modelregel rekt die snelheidsverandering **dv** uit met formule [2]:

$$4 \quad dv = a \cdot dt$$

Met die snelheidsverandering **dv** rekt de vijfde modelregel de snelheid **v** in de tijdstap uit door bij de vorige snelheid (de snelheid in de vorige tijdstap) de snelheidsverandering **dv** op te tellen:

Symbolen

F	kracht
m	massa
a	versnelling
v	snelheid
Δv	snelheidsverandering
s	plaats
Δs	verplaatsing
t	tijd
Δt	tijdsduur



Figuur 12 – Structuurschema van een beweging

5 $v =: v + dv$

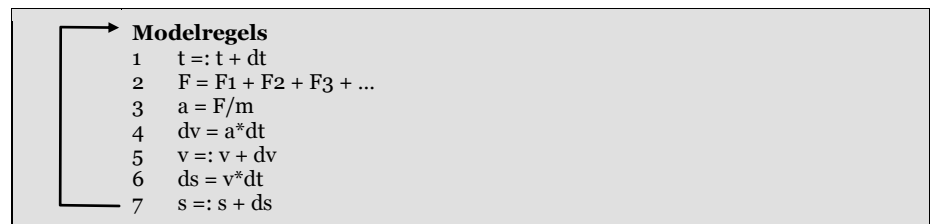
Het gevolg van die snelheid v is een verplaatsing in de tijdsduur dt van de tijdstap. De zesde modelregel rekt die verplaatsing ds uit met formule [3]:

6 $ds = v \cdot dt$

Met die verplaatsing ds rekt de zevende (en laatste) modelregel de plaats s in de tijdstap uit door bij de vorige plaats (de plaats in de vorige tijdstap) de verplaatsing ds op te tellen:

7 $s =: s + ds$

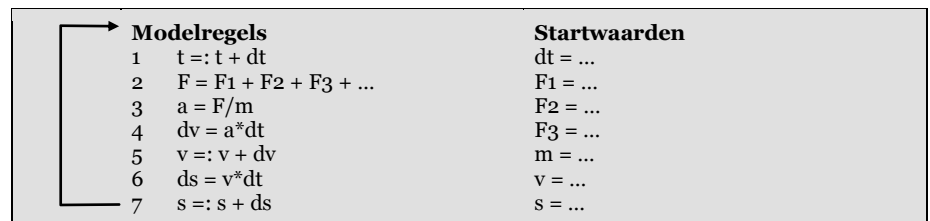
Voor deze tijdstap zijn nu de tijd, kracht, versnelling, snelheid en plaats berekend (en opgeslagen in het computergeheugen), zodat de beweging in deze tijdstap volledig bekend is. Daarna keert de computer terug naar modelregel 1 en begint met het doorrekenen van de volgende tijdstap (zie figuur 13).



Figuur 13 – De modelregels van een computermodel voor bewegingen.

Startwaarden

Met de modelregels kan de computer een beweging doorrekenen, maar dan moet wel de beginsituatie (voor de eerste tijdstap) bekend zijn. Of, met andere woorden: het computermodel heeft *startwaarden* nodig voor de tijdstap, kracht(en), massa, snelheid en plaats.



Figuur 14 – De modelregels en startwaarden van een computermodel voor bewegingen.

Een startwaarde voor de tijd is niet nodig: die staat in computermodellen standaard op nul.

Veranderende krachten

In modelregel 2 wordt de resulterende kracht uitgerekend door twee of meer krachten op te tellen. Als die krachten allemaal constant zijn is dat geen probleem: de grootte van die krachten wordt opgegeven bij de startwaarden. Maar een computermodel is nu juist nodig voor een bewegingssituatie met veranderende krachten, zoals de luchtwrijvingskracht en de veerkracht. In dat geval komen er modelregels bij voor het berekenen van die krachten. Een voorbeeld daarvan is weergegeven in figuur 15. Daar gaat het om een beweging onder invloed van een constante voorwaartse kracht F_{vw} en een snelheidsafhankelijke luchtwrijvingskracht F_{wl} . Modelregel 2a berekent de luchtwrijvingskracht, en modelregel 2b de resulterende kracht. Bij de startwaarden moeten nu de voorwaartse kracht en de constante k in de formule voor de luchtwrijvingskracht ($F_{w,l} = -k \cdot v^2$) komen te staan. Het min-teken in modelregel 2a geeft aan dat de luchtwrijvingskracht de beweging tegenwerkt.

Modelregels		Startwaarden
1	$t =: t + dt$	$dt = \dots$
2a	$F_{wl} = -k \cdot v \cdot v$	$F_{vw} = \dots$
2b	$F = F_{vw} + F_{wl}$	$k = \dots$
3	$a = F/m$	$m = \dots$
4	$dv = a \cdot dt$	$v = \dots$
5	$v =: v + dv$	$s = \dots$
6	$ds = v \cdot dt$	
7	$s =: s + ds$	

Figuur 15 – De modelregels en startwaarden van een computermodel voor een beweging onder invloed van een constante voorwaartse kracht en een snelheidsafhankelijke luchtweerstandskracht.

De luchtweerstandskracht is ‘gekoppeld’ aan de snelheid (uit de vorige tijdstap). Op een vergelijkbare manier zal een veerkracht ‘gekoppeld’ zijn aan de plaats (uit de vorige tijdstap).

Constructiemethode van Newton

De manier waarop een computermodel de beweging berekent is hetzelfde als bij de constructiemethode van Newton. Deze methode berekent de totale verplaatsing in een tijdstap door het combineren van twee verplaatsingen: de invloedloze verplaatsing en de extra verplaatsing als gevolg van de (resulterende) kracht op het voorwerp. Het computermodel berekent de totale verplaatsing in één keer (in modelregel 6).

Modellerprogramma's

Programma's voor het maken van een computermodel voor bewegingen zijn (onder andere) Coach, PowerSim en Excel.

Coach – In Coach voer je de modelregels en startwaarden in op een manier die vergelijkbaar is met figuur 14. Maar het is ook mogelijk om in Coach grafisch te modelleren, vergelijkbaar met de manier waarop dat in PowerSim gaat.

Na het doorrekenen van een beweging kan het computermodel het verloop van alle grootheden in de loop van de tijd in tabellen en diagrammen weergeven.

PowerSim – In PowerSim maak je een grafisch model waarin de modelregels en startwaarden ‘verstoppt’ zitten. In figuur 16 zie je daarvan een voorbeeld voor een beweging met een constante voorwaartse kracht F_{vw} en een snelheidsafhankelijke luchtweerstandskracht $F_{w,l} = -0,194 \cdot v^2$.

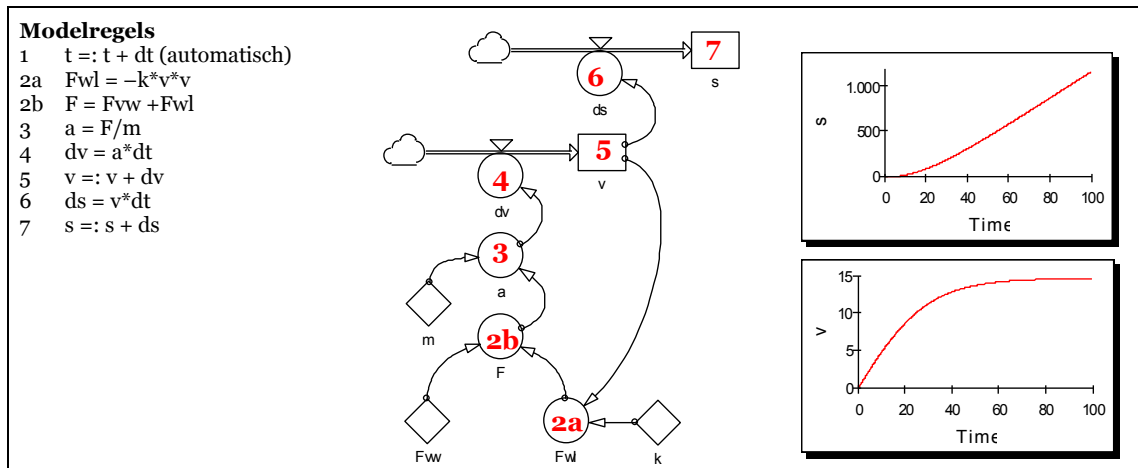
De grafische symbolen voor de voorwaartse kracht **Fvw**, de massa **m** en de constante **k** voor de formule van de luchtweerstandskracht zijn ‘gevuld’ met een constante waarde (42,5 N, 85 kg en 0,194 kg/m). De grafische symbolen voor de snelheid **v** en de plaats **s** zijn gevuld met de startwaarde 0.

Modelregel 1 wordt in dit programma automatisch uitgevoerd nadat je in het menu ‘simulate’ bij ‘simulation setup’ de looptijd en de tijdstap **dt** hebt ingesteld.

De overige modelregels zijn op de volgende manier in de grafische symbolen voor de verschillende grootheden verwerkt:

- Het symbool voor de luchtweerstandskracht **Fwl** is gekoppeld aan de constante **k** en de snelheid **v**, en berekent **Fwl** met de formule $-k \cdot v \cdot v$ (modelregel 2a).
- Het symbool voor de resulterende kracht **F** is gekoppeld aan **Fvw** en **Fwl**, en berekent **F** met de formule $F_{vw} + F_{wl}$ (modelregel 2b).
- Het symbool voor de versnelling **a** is gekoppeld aan **F** en **m**, en berekent **a** met de formule F/m (modelregel 3).
- Het symbool **dv** vermenigvuldigt de versnelling **a** automatisch met de grootte van de tijdstap **dt** (modelregel 4), en berekent dus de snelheidsverandering.

- Het symbool voor de snelheid **v** telt automatisch **dv** op bij de bestaande 'inhoud' (namelijk: de snelheid uit de vorige tijdstap) (modelregel 5).
 - Het symbool **ds** vermenigvuldigt die nieuwe snelheid automatisch met de grootte van de tijdstap **dt** (modelregel 6), en berekent dus de verplaatsing.
 - Het symbool voor de plaats **s** telt automatisch **ds** op bij de bestaande 'inhoud' (namelijk: de plaats uit de vorige tijdstap) (modelregel 7).
- Na het doorrekenen van een beweging kan het computermodel het verloop van alle grootheden in de loop van de tijd in tabellen en diagrammen weer-geven.



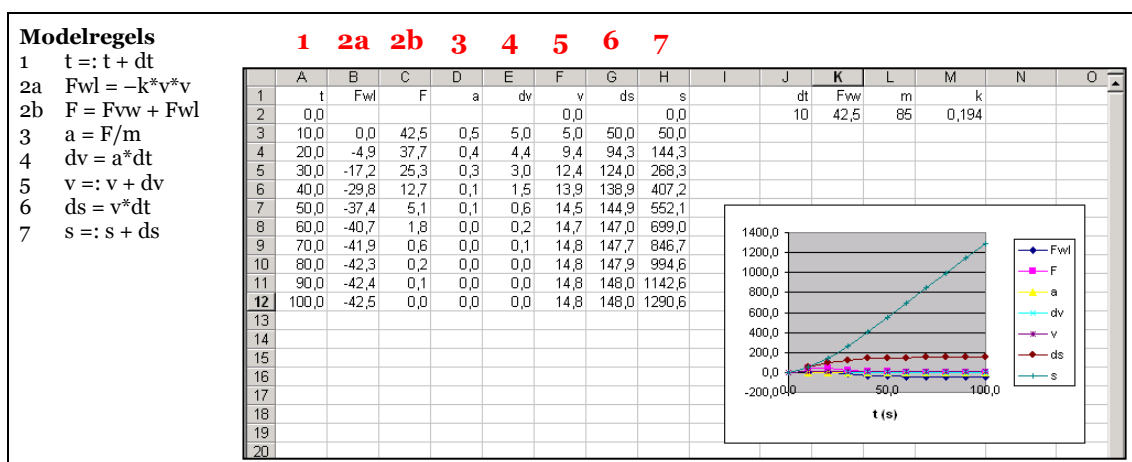
Figuur 16 – Computermodel in PowerSim voor een beweging onder invloed van een constante voorwaartse kracht en een snelheidsafhankelijke luchtweerstandskracht. De modelregels zijn in rood in de grafische symbolen aangegeven.

Excel – In Excel worden de modelregels ondergebracht in de opeenvolgende kolommen. In de eerste regel van elke kolom voer je de startsituatie in. In alle andere cellen van een kolom voer je de formule in die nodig is voor het berekenen van de grootheid. Als er nog aanvullende startwaarden nodig zijn, zet je die in aparte cellen. In figuur 17 zie je daarvan een voorbeeld, weer voor een beweging met een constante voorwaartse kracht F_{vw} en een snelheidsafhankelijke luchtweerstandskracht $F_{w,l} = -0,194 \cdot v^2$. Rij 2 geeft de beginsituatie. In de kolommen J t/m M van deze rij staan de grootheden met een vaste waarde: **dt**, **F_{vw}**, **m** en **k**. Het rekenwerk begint in rij 3. Daarvoor moeten de cellen in deze rij op de volgende manier 'gevuld' worden:

- Cel A3 verhoogt de tijd **t** met **dt**: $A2 + \$J\2 (modelregel 1).
- Cel B3 berekent de luchtweerstandskracht **F_{wl}** met de constante **k** en de snelheid **v** uit de vorige tijdstap: $-\$M\$2 \cdot F2 \cdot F2$ (modelregel 2a).
- Cel C3 berekent de resulterende kracht **F** met **F_{vw}** en **F_{wl}** uit deze tijdstap: $\$K\$2 + B3$ (modelregel 2b).
- Cel D3 berekent de versnelling **a** met **F** uit deze tijdstap en **m**: $C3 / \$L\2 (modelregel 3).
- Cel E3 berekent de snelheidsverandering **dv** met **a** uit deze tijdstap en **dt**: $D3 \cdot \$J\2 (modelregel 4).
- Cel F3 berekent de nieuwe snelheid **v** met de snelheid **v** uit de vorige tijdstap en **dv** uit deze tijdstap: $F2 + E3$ (modelregel 5).
- Cel G3 berekent de verplaatsing **ds** met **v** uit deze tijdstap en **dt**: $F3 \cdot \$J\2 (modelregel 6).
- Cel H3 berekent ten slotte de nieuwe plaats **s** met de plaats **s** uit de vorige tijdstap en **ds** uit deze tijdstap: $H2 + G3$ (modelregel 7).

Na het op deze manier 'vullen' van de cellen in rij 3 kun je deze rij kopiëren en herhaald plakken in rij 4 en verder. Daarbij past Excel automatisch de celnamen in de rekenregels aan, behalve de celnamen die met het \$-teken zijn 'vastgezet'. Dit zijn de cellen met de vaste waarden van de grootheden in de kolommen J t/m M.

Na het doorrekenen van een beweging kan het computermodel het verloop van alle grootheden in de loop van de tijd in een diagram weergeven.



Figuur 17 – Computermodel in Excel voor een beweging onder invloed van een constante voorwaartse kracht en een snelheidsafhankelijke luchtweerstandskracht. De modelregels zijn in rood boven de kolommen aangegeven.

Modelleren

Coach – Voor het leren modelleren in Coach is materiaal te vinden op de website van CMA: Cma-science.

PowerSim – Voor het leren modelleren in PowerSim zijn twee keuze-paragrafen beschikbaar: 3.2B voor een introductie op PowerSim en 3.2C voor het leren modelleren van bewegingen met PowerSim.

Excel – Voor het leren modelleren in Excel kun je de NiNa-module *Mechanica & Modelleren* gebruiken.

Na het 'leren modelleren' geeft keuze-paragraaf 3.2D een aantal praktijk-situaties die je met een zelfgemaakt computermodel kunt onderzoeken.

Bewegingen onderzoeken

Je weet nu in grote lijnen hoe je een computermodel maakt. Waarschijnlijk moet je daarbij nog – al doende – wel leren omgaan met de 'eigenaardigheden' van het gekozen computerprogramma. Maar als je eenmaal een 'goed werkend' computermodel van een beweging hebt, kun je die beweging onderzoeken. Het is namelijk in het computermodel heel makkelijk om de waarde van de verschillende grootheden te veranderen: hoe verandert een beweging als de massa groter wordt, of de voorwaartse kracht, of de constante k in de formule voor de luchtweerstandskracht enzovoort. Het resultaat van dergelijke veranderingen is direct zichtbaar in bijvoorbeeld de s,t - en v,t -diagrammen die de computer levert.

In paragraaf 3.3 en 3.4 kun je op deze manier met een (eigen) computer-model in Coach, PowerSim of Excel bewegingen onderzoeken. In paragraaf 3.3 gaat het om een beweging als gevolg van (onder andere) een snelheids-afhankelijke luchtweerstandskracht, in paragraaf 3.4 om een beweging als gevolg van (onder andere) een plaatsafhankelijke veerkracht.

3 Veranderende krachten

3.3 Luchtwrijvingskracht en de tijddrit van een wielrenner

Wat gaan we doen?

De Tour de France van 1989 werd in de laatste etappe beslist. Laurent Fignon verloor in die tijddrit 58 s op zijn rivaal Greg LeMond, die daardoor met 8 s voorsprong de Tour won. LeMond gebruikte alle technische snufjes uit die tijd, Fignon vond dat kennelijk niet nodig (zie figuur 12).

Had Fignon die Tour kunnen winnen? Daarvoor moeten we de luchtwrijvingskracht bestuderen. Dat is een voorbeeld van een kracht die niet constant is. De centrale vraag is:

- *Hoe hangt de luchtwrijvingskracht af van de snelheid, en welke invloed heeft die kracht op de beweging?*



Figuur 18 – Fignon (boven) en LeMond (onder) tijdens de afsluitende tijddrit.

De tijddrit is te verdelen in twee stukken: eerst op gang komen na het startschot, en daarna rijden met een constante snelheid. Bij deze beweging hebben we te maken met twee krachten: een voorwaartse kracht en een luchtwrijvingskracht. Andere wrijvingskrachten, zoals de rolwrijvingskracht en de wrijving in de draaiende onderdelen van de fiets verwaarlozen we. De kracht die de wielrenner op de pedalen uitoefent wordt via de ketting en de wielen omgezet in een afzetkracht op de weg. Daardoor zorgt de weg voor een voorwaartse kracht F_{vw} op de fiets. We nemen aan dat deze kracht constant is.

De tegenwerkende luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ hangt af van de snelheid: hoe groter de snelheid is, des te groter is de luchtwrijvingskracht.

11 Oriëntatie op de situatie

In het eerste deel van de tijddrit moet de wielrenner op snelheid komen.

- a Voorspel met een grafiek hoe de snelheid van de wielrenner verandert. Het gaat alleen om de vorm van de grafiek.
- b Leg uit waarom je deze grafiek verwacht. Gebruik in je uitleg de invloed van de twee krachten.
In het tweede deel van de tijddrit is de snelheid (bij benadering) constant.
- c Wat kun je zeggen over de twee krachten op de wielrenner tijdens dit deel van de tijddrit?

Aanpak bij meerdere krachten

- Welke krachten werken er?
- Wat weet je van die krachten (grootte, richting en aangrijpingspunt)?
- Zijn de krachten in evenwicht?
- Kun je de resulterende kracht bepalen?

Plan van aanpak

In het de tijddrit neemt de snelheid eerst geleidelijk toe en wordt dan constant onder invloed van de constante voorwaartse kracht en de snelheidsafhankelijke luchtwrijvingskracht. Het plan van aanpak wordt dan:

- Een formule opstellen voor de luchtwrijvingskracht en nagaan hoe de resulterende kracht verandert (opdracht 12 en 13).
- Onderzoeken hoe de beweging in tijdstappen verloopt (opdracht 14).
- Met een computermodel de tijdstap verkleinen en de berekende beweging vergelijken met de werkelijke tijddrit (opdracht 15), en daarmee onderzoeken of Fignon de Tour had kunnen winnen (opdracht 16).

Uitwerking

De luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ hangt niet alleen af van de snelheid, maar ook van de grootte en vorm van de wielrenner en van de luchtdichtheid.



Figuur 19 – Bij wielrennen is de lucht-wrijving de belangrijkste factor, de rolwrijving is een stuk kleiner.



Figuur 20 – Het bepalen van het frontaal oppervlak van een wielrenner.

Modelregels

- 1 $t =: t + dt$
- 2a $F_{wl} = -k \cdot v \cdot v$
- 2b $F = F_{vw} + F_{wl}$
- 3 $a = F/m$
- 4 $dv = a \cdot dt$
- 5 $v =: v + dv$
- 6 $ds = v \cdot dt$
- 7 $s =: s + ds$

Figuur 21

Startwaarden

- $dt = 10$ [s]
 $F_{vw} = 42,5$ [N]
 $k = 0,194$ [Ns²/m²]
 $m = 85$ [kg]
 $v = 0$ [m/s]
 $s = 0$ [m]

Figuur 22

Luchtwrijvingskracht

Bij het fietsen stroomt de lucht langs je lichaam en de fiets. Je botst als het ware voortdurend tegen de lucht aan. Op je lichaam en de fiets wordt dan een luchtwrijvingskracht uitgeoefend: een kracht die de beweging tegenwerkt. De grootte van de luchtwrijvingskracht hangt af van de snelheid, de stroomlijn, het frontaal oppervlak en de luchtdichtheid.

De formule voor de luchtwrijvingskracht is:

$$F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

In deze formule is $F_{w,l}$ de luchtwrijvingskracht (in N), c_w de luchtwrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid), A het frontaal oppervlak (in m²), ρ de dichtheid van de lucht (in kg/m³) en v de snelheid (in m/s).

In de formule geeft de luchtwrijvingscoëfficiënt c_w de invloed van de stroomlijn: hoe beter de stroomlijn is, des te kleiner is de c_w -waarde. De luchtwrijvingskracht is *kwadratisch evenredig* met de snelheid v . Bij grotere snelheden neemt de luchtwrijving dus sterk toe.

12 De luchtwrijvingskracht

De formule voor de luchtwrijvingskracht wordt vaak vereenvoudigd tot:

$$F_{w,l} = k \cdot v^2$$

In deze formule is k een constante.

- a** Leg uit waarom we de formule voor de luchtwrijvingskracht zo kunnen schrijven.

Voor de tijdrit van Fignon geldt: $c_w = 0,82$, $A = 0,37$ m² en $\rho = 1,28$ kg/m³.

- b** Hoe groot is de constante k bij Fignon? Rond af op drie decimalen.
c Bereken de grootte van de luchtwrijvingskracht op Fignon bij een snelheid van 36 km/h (dat is 10 m/s).

13 De resulterende kracht

De luchtwrijvingskracht is – zelfs bij een snelheid van 36 km/h – niet bijzonder groot. De wielrenner oefent op de pedalen een kracht uit die tijdens een tijdrit wel zo'n 300 N kan bedragen. Die kracht wordt via tandwielen, ketting en wiel omgezet in een veel kleinere voorwaartse kracht. Voor deze (constant veronderstelde) voorwaartse kracht tijdens de tijdrit van Fignon geldt: $F_{vw} = 42,5$ N.

- a** Hoe groot is de resulterende kracht F_{res} bij een snelheid van 36 km/h? Is er dan al sprake van krachtenevenwicht? Wat kun je zeggen over de snelheid en over de versnelling?
 In het tweede deel van de tijdrit is de snelheid constant. Dan is er wél sprake van krachtenevenwicht.
b Hoe groot is de resulterende kracht in het tweede deel van de tijdrit?
c Hoe kun je de (constante) snelheid in het tweede deel van de tijdrit berekenen met behulp van de twee krachten die op de wielrenner werken? En hoe groot is die snelheid dan?

14 Constructie van het eerste deel van de tijdrit

In het eerste deel van de tijdrit vertrekt de wielrenner vanuit stilstand. We bepalen de beweging van de wielrenner met de modelregels van het computermodel van bewegingen uit figuur 21. De startwaarden staan in figuur 22. Daarin is gekozen voor een tijdstap van 10 s. De startwaarden voor de voorwaartse kracht en de constante k in de formule voor de luchtwrijvingskracht zijn dezelfde als in opdracht 12 en 13.

In de tabel van figuur 23 geeft de eerste regel de beginsituatie op het tijdstip $t = 0$ s.

- a** In de tabel van figuur 23 geven de tweede en derde regel de situatie op de tijdstippen $t = 10$ en $t = 20$ s. Controleer met de modelregels en de startwaarden of deze regels juist zijn ingevuld. Let op: Je berekent de luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ steeds met de snelheid uit de voorgaande tijdstap.

- b** Vul de overige regels in (een kopie van) de tabel van figuur 23 in met behulp van de modelregels en de startwaarden.

t (s)	F_{vw} (N)	$F_{w,l}$ (N)	F_{res} (N)	a (m/s ²)	dv (m/s)	v (m/s)	ds (m)	s (m)
0						0		0
10	42,5	0	42,5	0,50	5,0	5,0	50	50
20	42,5	-4,8	37,7	0,44	4,4	9,4	94	144
30								
40								
50								

Figuur 23

- c** Schets met behulp van de ingevulde tabel van figuur 23 in een diagram het verloop van F_{vw} , $F_{w,l}$, F_{res} , a en v in de loop van de tijd t . Leg uit hoe de verandering van deze grootheden met elkaar samenhangt.

Het is nu duidelijk hoe de tijddrit in grote lijnen verloopt. Bij de start is de resulterende kracht gelijk aan de voorwaartse kracht (de luchtweerstandskracht is dan nog nul, omdat de beginsnelheid nul is). Dat veroorzaakt een versnelling, en dus een toename van de snelheid. Door die toename van de snelheid neemt de luchtweerstandskracht toe, en daardoor nemen de resulterende kracht en de versnelling af. En een afnemende versnelling betekent: de groei van de snelheid vlakt af. Als uiteindelijk de resulterende kracht nul is geworden, is ook de versnelling nul en blijft de snelheid verder constant. Er is dan sprake van *krachtenevenwicht*: de luchtweerstandskracht is even groot geworden als de (constante) voorwaartse kracht. Met een computermodel kun je nu de tijdstap verkleinen om de beweging nauwkeurig door te rekenen. En dat computermodel gebruik je om na te gaan of Fignon de Tour had kunnen winnen als hij ook een helm en een speciaal tijddritstuur had gebruikt.

15 Computermodel van de tijddrit van Fignon

Voor het computermodel van de tijddrit gelden de modelregels en de startwaarden van figuur 21 en 22.

- Maak zelf een computermodel van de tijddrit van Fignon in Coach, Excel of PowerSim (of gebruik een gegeven computermodel).
- Controleer of het computermodel goed werkt voor deze tijddrit. Doe dat door na te gaan of het verloop van de snelheid (ruwweg) klopt met je verwachting. En of het computermodel de juiste eindtijd van Fignon levert: 27 minuten en 55 s over een afstand van 24,5 km.
- Als het computermodel het verloop van de snelheid goed weergeeft maar een verkeerde eindtijd levert, is een aanpassing nodig.
 - Probeer eerst een kleinere tijdstap (bijvoorbeeld 5 of zelfs 1 s). Het nadeel hiervan is dat de rekentijd van de computer toeneemt. Dat is dus niet handig als het modelresultaat daardoor niet veel verbetert.
 - Probeer een andere (iets grotere of kleinere) waarde van de voorwaartse kracht en/of de constante k in de formule voor de luchtweerstandskracht, tot het computermodel de juiste eindtijd oplevert.

16 Fignon als Tourwinnaar?

LeMond had bij het begin van de tijddrit een achterstand van 50 s op Fignon. Maar LeMond had voor de tijddrit 58 s minder nodig dan Fignon, en won daarmee uiteindelijk de Tour met een voorsprong van 8 s. Als Fignon een helm en een speciaal tijddritstuur had gebruikt, zou de constante k in de formule voor de luchtweerstandskracht 2% lager zijn geweest. Dus: 0,190 in plaats van 0,194.

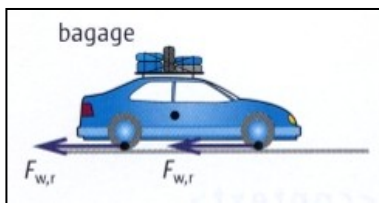
- Pas het computermodel voor de tijddrit van Fignon hierop aan. Bepaal met het computermodel de eindtijd van de tijddrit van Fignon als hij een helm en speciaal tijddritstuur had gebruikt.
- Had Fignon de Tour in 1989 op deze manier kunnen winnen?



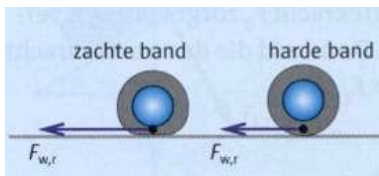
Figuur 24 – Fignon won wél de Tour van 1983 en 1984.



Figuur 25 – Het zichtbare gevolg van schuifwrijving.



Figuur 26 – De rolwrijvingskracht $F_{w,r}$ hangt af van de massa: hoe meer passagiers en/of bagage, des te groter is de rolwrijvingskracht.



Figuur 27 – De rolwrijvingskracht $F_{w,r}$ hangt ook af van de vervorming van de oppervlakken die elkaar raken: hoe zachter de banden zijn opgepompt, des te groter is de vervorming en des te groter is de rolwrijvingskracht.

Begrippen

Voorwaartse kracht
Luchtwrijvingskracht
Schuifwrijvingskracht
Rolwrijvingskracht
Resulterende kracht
Krachtenevenwicht

Wrijvingskrachten

Naast de luchtwrijvingskracht zijn er nog andere wrijvingskrachten, en dat zijn lang niet altijd ongunstige krachten. In sommige situaties zijn wrijvingskrachten heel handig of zelfs onmisbaar.

Schuifwrijving

Schuifwrijving ontstaat wanneer twee voorwerpen langs elkaar schuiven. Maar ook zonder schuiven kan er sprake zijn van een kracht. Denk daarbij aan het afzetten van je voeten op de vloer. Zonder wrijving glijden je voeten weg. De schuifwrijvingskracht is dus onmisbaar om je af te zetten bij het lopen of fietsen. En ook bij het remmen speelt deze wrijvingskracht een belangrijke rol.

De grootte van de schuifwrijvingskracht is evenredig met de 'druk' van de twee voorwerpen op elkaar en hangt af van de ruwheid van de twee oppervlakken.

De formule voor de schuifwrijvingskracht is:

$$F_{w,s} = f \cdot F_n$$

In deze formule is $F_{w,s}$ de schuifwrijvingskracht (in N), f de wrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid) en F_n de normaalkracht (in N).

De normaalkracht is de kracht waarmee de twee voorwerpen op elkaar gedrukt worden. Op een horizontale weg is deze kracht gelijk aan de zwaartekracht op het voertuig.

Rolwrijving

Bij het fietsen vervormen de band en het wegdek op het punt waar band en wegdek elkaar raken. Op de band wordt dan een rolwrijvingskracht uitgeoefend.

De grootte van de rolwrijvingskracht is evenredig met de 'druk' van fietsband op de weg. De rolwrijving hangt ook af van de vorm van de band, het materiaal en de luchtdruk in de band.

De formule voor de rolwrijvingskracht is:

$$F_{w,r} = c_r \cdot F_n$$

In deze formule is $F_{w,r}$ de rolwrijvingskracht (in N), c_r de rolwrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid) en F_n de normaalkracht (in N).

De rolwrijvingscoëfficiënt c_r hangt af van de eigenschappen van de band en van het wegdek.

Er zijn nog andere vormen van draaiwrijving in veel voertuigen, bijvoorbeeld in de ketting en de kogellagers. Maar daarbij gaat het om interne krachten, en niet om een wisselwerking tussen het voertuig en de omgeving.

Samenvatting

- Bij een beweging onder invloed van een constante voorwaartse kracht F_{vw} en een snelheidsafhankelijke luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ 'groeit' de snelheid steeds langzamer, tot uiteindelijk een constante snelheid wordt bereikt.

- Voor de **luchtwrijvingskracht** geldt:

$$F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

In deze formule is $F_{w,l}$ de luchtwrijvingskracht (in N), c_w de luchtwrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid), A het frontaal oppervlak (in m²), ρ de luchtdichtheid (in kg/m³) en v de snelheid (in m/s).

De formule voor de luchtweerstandskracht is in vereenvoudigde vorm te schrijven als:

$$F_{w,l} = k \cdot v^2$$

- Het resultaat van de twee krachten F_{vw} en $F_{w,l}$ is een resulterende kracht die zorgt voor een versnelling en dus een toename van de snelheid:

$$F_{res} = F_{vw} + F_{w,l} = m \cdot a$$

In deze formule is F_{res} de resulterende kracht (in N), m de massa (in kg) en a de versnelling (in m/s^2).

- De **resulterende kracht** is gelijk aan de som van de krachten. Daarbij heeft de luchtweerstandskracht een negatieve waarde, omdat die kracht de beweging tegenwerkt.
- Als de snelheid uiteindelijk constant is geworden, is er sprake van een situatie van **krachtenevenwicht**. De tegenwerkende luchtweerstandskracht $F_{w,l}$ is even groot geworden als de constante voorwaartse kracht F_{vw} :

$$F_{res} = F_{vw} + F_{w,l} = 0 \rightarrow F_{vw} = -F_{w,l}$$

Hiermee is (bij voldoende gegevens) de eindsnelheid te berekenen.

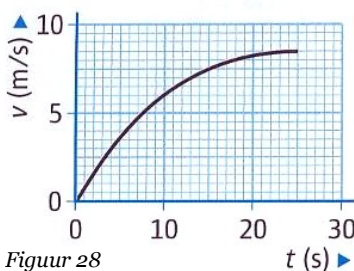
- Andere wrijvingskrachten dan de luchtweerstandskracht zijn de **schuifwrijvingskracht** en de **rolwrijvingskracht**:

$$F_{w,s} = f \cdot F_n$$

$$F_{w,r} = c_r \cdot F_n$$

In deze formules zijn $F_{w,r}$ en $F_{w,s}$ de schuifwrijvingskracht en de rolwrijvingskracht (in N), f en c_r zijn de wrijvingscoëfficiënten (zonder eenheid), en F_n is de normaalkracht (in N).

Begripstest



Figuur 28

- 17 In figuur 28 zie je het v,t -diagram van een optrekkende auto.
 - a Leg uit dat de versnelling van de auto niet constant is.
 - b Wordt deze versnelling in de loop van de tijd groter of kleiner? Hoe zie je dat aan het v,t -diagram?
- 18 Als je twee tennisballen tegelijkertijd vanaf een toren laat vallen, raken ze op hetzelfde moment de grond. Als je één van die ballen vult met loodkorrels, welke komt dan het eerst op de grond terecht? Geef een toelichting.
- 19 Leg uit waarom het gevaarlijk zou zijn om op een regenachtige dag naar buiten te gaan als er geen luchtweerstandskracht zou zijn.

Opgaven



Figuur 29 – Welke snelheid haal je tijdens de vrije val?

20 Parachutespringen

Ook bij een parachutesprong speelt de luchtweerstandskracht een belangrijke rol. Zo'n parachutesprong bestaat uit twee delen. Tijdens het eerste deel van de sprong is de parachute nog gesloten. Dat deel van de sprong noemen we de 'vrije val'. Na enige tijd opent de parachutist zijn parachute en begint het tweede deel van de sprong.

Stel dat jij vanaf grote hoogte uit het vliegtuig springt, dan zou je misschien de volgende vragen hebben:

- Welke snelheid zou je maximaal kunnen halen tijdens de vrije val?
- Hoe ver en hoe lang moet je vallen om die snelheid te halen?
- Hoe groot zou je parachute moeten zijn om veilig te landen?

- Op welke hoogte moet je de parachute opentrekken om veilig te landen?

De laatste vraag is met de mechanica van hoofdstuk 1 t/m 3 niet te beantwoorden: dat hangt teveel af van het opengaan van de parachute. Dat proces is nogal ingewikkeld. Op de eerste drie vragen kunnen we wél een antwoord vinden.

Geef eerst een voorspelling van het antwoord op de eerste drie vragen: wat is de maximale snelheid tijdens de vrije val, na welke afstand en tijd bereik je die maximale snelheid, en hoe groot moet de parachute zijn om veilig te landen? Controleer je voorspellingen in opdracht 21 t/m 23.

21 De maximale snelheid bij een sprong

We nemen aan dat je vanaf grote hoogte uit het vliegtuig springt. Om de maximale snelheid te kunnen berekenen zijn enkele gegevens nodig.

- a** Vul de lijst met gegevens hieronder aan met een schatting voor jouw situatie. Bereken met deze gegevens jouw maximale snelheid in m/s en in km/h.

Gegevens:

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| • massa (inclusief bepakking) | $m =$ |
| • stroomlijn | $c_w = 0,90$ |
| • frontaal oppervlak | $A =$ |
| • luchtdichtheid (op 1000 m) | $\rho = 1,1 \text{ kg/m}^3$ |

Opmerking

Op grotere hoogte daalt de luchtdruk exponentieel: elke 5,5 km halveert de luchtdruk. Om de geluidssnelheid te halen moest de Fransman van een hoogte van meer dan 40 km springen.

- b** Een Fransman is er ooit in geslaagd om bij een vrije val een grotere snelheid te bereiken dan de geluidssnelheid. Dat is alleen mogelijk op zeer grote hoogte waar de luchtdichtheid zeer laag is. Bereken met jouw gegevens bij welke luchtdichtheid jouw evenwichts-snelheid gelijk is aan de geluidssnelheid (340 m/s).

22 Bereiken van de maximale snelheid

Om een schatting te maken van de afstand en tijd waarna je de eind-snelheid bereikt bekijken we eerst een val zonder luchtweerstand, met een versnelling van $9,81 \text{ m/s}^2$.

- a** Hoe lang duurt het voordat je met deze versnelling de maximale snelheid hebt gehaald?
- b** Over welke afstand ben je in die tijd naar beneden gevallen?
- c** Geef in een v,t -diagram de maximale snelheid aan met een horizontale stippellijn. Teken in datzelfde diagram het verloop van de snelheid als er geen luchtweerstand zou zijn.
- d** Schets vervolgens in dat v,t -diagram het werkelijke verloop van de snelheid tijdens een val met luchtweerstand.
- e** Na hoeveel tijd (ongeveer) bereik je de maximale snelheid?
- f** Na welke afstand (ongeveer) bereik je de maximale snelheid? Maak met behulp van het v,t -diagram een schatting.



Figuur 30 – De daalsnelheid van de klassiek militaire koepelvormige parachutes ligt rond de 18 km/h .

23 De landing

Bij de landing is het van belang dat de snelheid niet te groot is. Bij militairen wordt daarvoor een snelheid van 18 km/h (5 m/s) genomen. Dat is de snelheid waarmee je op de grond komt bij een sprong vanaf 3 m hoogte.

- a** Vind je dit een redelijke snelheid? Durf je zelf van 3 m hoogte te springen? Maak een redelijke schatting voor de gewenste eindsnelheid.
- b** Op zeeniveau geldt $\rho = 1,27 \text{ kg/m}^3$ en bij de parachute geldt $c_w = 1,2$. Bereken de minimale grootte van de parachute.

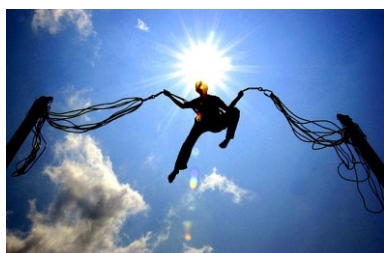
3 Veranderende krachten

3.4 Veerkracht en de Bungee Catapult

Wat gaan we doen?

Een lancering met de Bungee Catapult is een spectaculaire attractie. Tijdens de lancering zakt je maar al in je schoenen, bij het hoogste punt lijkt je te zweven en daarna gaat de cabine ook nog om zijn as draaien. Voor al deze veranderingen zijn krachten nodig. Welke zijn dit en hoe ontstaat zo'n grote versnelling bij de lancering? De veerkracht van de bungeekoorden hangt af van de uitrekking. Dit is dus ook een voorbeeld van een beweging met een veranderende kracht. In dit geval hangt de kracht af van de positie. De centrale vraag is:

- *Hoe hangt de veerkracht af van de positie, en welke invloed heeft die kracht op de beweging?*



Figuur 31

G-krachten

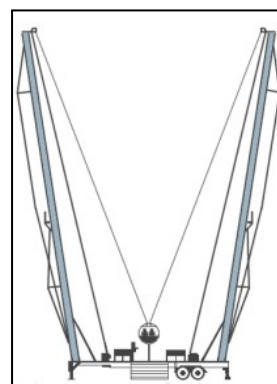
Het menselijk lichaam is veel gevoeliger voor versnelling dan voor snelheid. Daarom wordt er veel onderzoek gedaan naar de effecten van versnelling op het menselijk lichaam en de daarbij behorende beperkingen van wat wel en wat niet door een mens verdragen wordt. Hierbij wordt vaak het begrip 'G-kracht' gebruikt. De 'G-kracht' is eigenlijk geen kracht, maar een factor. Vaak wordt die berekend door de omhoog gerichte (ondersteunende) kracht op het lichaam te delen door de zwaartekracht. In een situatie van rust is de 'G-kracht' dan gelijk aan 1. In het voorbeeld van de Bungee Catapult is dus sprake van een 'G-kracht' van 5,8.

Maar soms wordt een andere definitie gehanteerd. Vanwege deze onduidelijkheid gebruiken we hier alleen het begrip versnelling.

De Bungee Catapult schiet de deelnemers met elastische bungeekoorden omhoog. Bij een eenvoudige catapult word je aan een gordel om je lichaam omhoog geschoten. Bij een grote attractie wordt een cabine met twee inzittenden gebruikt.

De cabine wordt met een elektromagneet vastgehouden terwijl de twee armen van de installatie worden uitgeschoven zodat het elastiek gespannen wordt. Na het uitschakelen van de magneet schiet de cabine met een versnelling van $4,8\text{-}g$ omhoog tot een maximale hoogte van 55 m. Met $4,8\text{-}g$ wordt bedoeld dat de versnelling 4,8 keer zo groot is als de valversnelling g .

Op het hoogste punt gaat de cabine draaien, waardoor de inzittenden alle gevoel van richting kwijtraken. Net als bij alle andere attracties moet ook bij de Bungee Catapult de veiligheid van de deelnemers gewaarborgd zijn.



Figuur 32 – De Bungee Catapult met koorden aan het lichaam en aan een cabine.

Een te grote versnelling kan bewusteloosheid veroorzaken. De veiligheidseis voor pretparkattracties zoals de Bungee Catapult is dat de versnelling nooit hoger mag zijn dan $5\text{-}g$.

24 Oriëntatie op de situatie

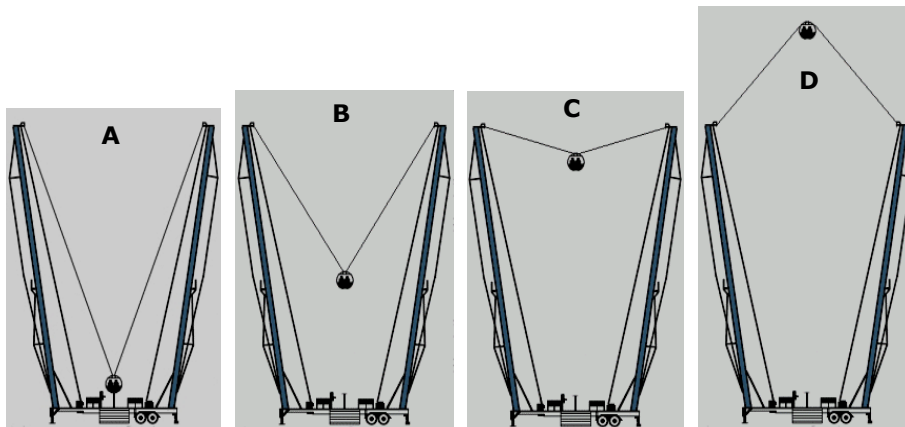
In de vier plaatjes van figuur 33 is het eerste deel van de lancering weergegeven.

- A Het moment van lancering, de cabine schiet hierna omhoog.
 - B Het punt waar de snelheid maximaal is.
 - C Boven dit punt leveren de elastieken geen kracht omhoog meer.
 - D Het hoogste punt.
- a Wat denk je dat je tijdens de beweging van figuur 33 voelt? Waar voel je jezelf zwaarder? En waar lichter?

Aanpak bij meerdere krachten

- Welke krachten werken er?
- Wat weet je van die krachten (grootte, richting en aangrijpingspunt)?
- Zijn de krachten in evenwicht?
- Kun je de resulterende kracht bepalen?

- b** Welke drie verschillende krachten werken hier? Wanneer is de resulterende kracht het grootst?
- c** Wat kun je zeggen over de resulterende kracht in punt B?



Figuur 33 – Verschillende momenten tijdens de lancering van de cabine.

Plan van aanpak

Bij de Bungee Catapult werken drie krachten: de zwaartekracht, de veerkracht en de luchtwrijvingskracht. Het plan van aanpak wordt dan:

- Een formule opstellen voor de veerkracht (opdracht 25). De formules voor de zwaartekracht en de luchtwrijvingskracht zijn al bekend.
- Onderzoeken hoe de beweging in tijdstappen verloopt (opdracht 26).
- Met een computermodel de tijdstap verkleinen (opdracht 27) en in een voorbeeldsituatie bepalen of aan de veiligheidseisen voor de versnelling en de maximale hoogte is voldaan (opdracht 28).

Uitvoering

Voor het model van de Bungee Catapult zijn we op zoek naar het verband tussen de *kracht* die het koord levert en de *uitrekking* van het koord. Voor een metalen spiraalveer geldt dat de veerkracht evenredig is met de uitrekking. We noemen dit de *wet van Hooke*:

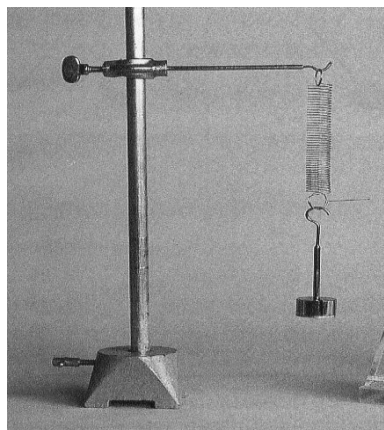
$$F_v = C \cdot u$$

In deze formule is F_v de veerkracht (in N) en u de uitrekking van de veer (in m). De evenredigheidsconstante C noemen we de *veerconstante* (in N/m).

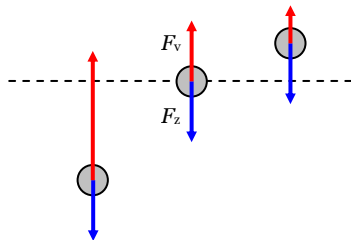
25 De veerkracht

Een bungeekoord is gemaakt van elastiek. Geldt voor zo'n koord ook de wet van Hooke? Zo ja, dan hebben we een formule voor de veerkracht. In figuur 35 zie je de resultaten van een onderzoek naar de kracht van bungeekoorden.

- a** Is de veerkracht bij een bungeekoord recht evenredig met de uitrekking? Een bungeekoord gedraagt zich niet precies als een spiraalveer. Maar *bij benadering* kunnen we de wet van Hooke wel gebruiken voor de veerkracht van een bungeekoord.
- b** Benader de middelste lijn in (een kopie van) figuur 35 met een recht evenredig verband (een rechte lijn door de oorsprong). Bereken de bijbehorende veerconstante (in N/m). Let daarbij op de eenheden langs de assen: 1 ft (foot) = 0,30 m en 1 lb (pound-force) = 4,5 N.



Figuur 34 – Is de uitrekking van een bungeekoord te vergelijken met een spiraalveer of een elastiek?



Figuur 36 – De veerkracht F_v (rood) en de zwaartekracht F_z (blauw) op drie verschillende posities van de massa. De streeplijn geeft de evenwichtsstand. De veer is niet getekend.

Modelregels

- 1 $t =: t + dt$
- 2 $F = -C \cdot s$
- 3 $a = F/m$
- 4 $dv = a \cdot dt$
- 5 $v =: v + dv$
- 6 $ds = v \cdot dt$
- 7 $s =: s + ds$

Figuur 37

Startwaarden

$dt = 0,05$ [s]
 $C = 8,0$ [N/m]
 $m = 0,050$ [kg]
 $v = 0$ [m/s]
 $s = -0,10$ [m]

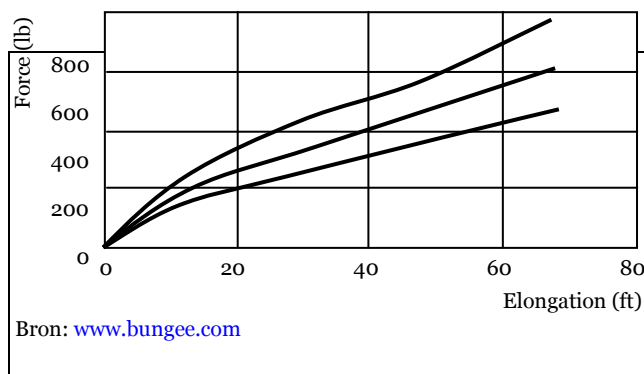
Figuur 38

t (s)	F_{res} (N)	a (m/s ²)	dv (m/s)	v (m/s)	ds (m)	s (m)
0				0		-0,10
0,05	+0,8	+16	+0,8	+0,8	+0,04	-0,06
0,10	+0,48	+9,6	+0,48	+1,28	+0,06	0
0,15	0	0	0	+1,28	+0,06	+0,06
0,20	-0,48	-9,6	-0,48	+0,8	+0,04	+0,10
0,25	-0,8	-16	-0,8	0	0	+0,10
0,30	-0,8	-16	-0,8	-0,8	-0,04	+0,06
0,35	-0,48	-9,6	-0,48	-1,28	-0,06	0

Figuur 39

In de tabel van figuur 39 geeft de eerste regel de beginsituatie op het tijdstip $t = 0$ s.

- a** In de tabel van figuur 39 geven de tweede en volgende regels de situatie op de tijdstippen $t = 0,05$ s enzovoort. Het rekenwerk aan de opeenvolgende tijdstippen is af en toe lastig, vooral vanwege de plus- en mintekens en een handige keuze van de afronding van de getallen. De tabel is daarom al volledig ingevuld. Controleer met de modelregels en de startwaarden of de regels in de tabel juist zijn ingevuld. Let op: Je berekent de



Figuur 35 – De door een bungeekoord uitgeoefende kracht als functie van de uitrekking voor drie verschillende bungeekoorden. Een bungeekoord gedraagt zich bij benadering als een spiraalveer.

De kracht die de bungeekoorden tijdens de lancering uitoefenen, hangt af van de positie van de cabine. Om te onderzoeken welke beweging het gevolg is van zo'n kracht kijken we naar een vereenvoudigde situatie.

26 Constructie van de beweging van een massa aan een veer

Een voorwerp met een massa van 50 g hangt aan een spiraalveer met een veerconstante C van 8,0 N/m. In de evenwichtsstand met plaats $s = 0$ m is de resulterende kracht op het voorwerp nul (zie figuur 36). Als het voorwerp naar beneden wordt getrokken, wordt de veerkracht groter dan de zwaartekracht. Er werkt dan een resulterende kracht omhoog.

Daarvoor geldt:

$$F_{\text{res}} = -C \cdot s$$

Als het voorwerp naar beneden wordt getrokken, is de plaats s negatief. Als gevolg van het min-teken in de formule is de omhoog gerichte resulterende kracht dan positief. Dus: we kiezen voor omhoog als positieve richting voor de kracht. Een kracht omhoog is positief, een kracht omlaag is negatief. Dit geldt dan ook voor de verplaatsingen: een verplaatsing omhoog is positief, een verplaatsing omlaag is negatief.

Het voorwerp wordt 10 cm omlaag getrokken en losgelaten. Voor de beginpositie geldt dus: $s = -0,10$ m. En de beginsnelheid is 0 m/s.

We bepalen de beweging van de massa aan de veer met de modelregels van het computermodel van bewegingen uit figuur 37. In dit model is de luchtweerstandskracht nog niet opgenomen. De startwaarden staan in figuur 38. Daarin is gekozen voor een tijdstap van 0,05 s.

waarde van de resulterende kracht F_{res} steeds met de bekende plaats s uit de voorgaande tijdstap.

- b** Schets met behulp van de tabel van figuur 39 in een diagram het verloop van de plaats s in de loop van de tijd t . In hoeverre komt het resultaat van de constructie overeen met de waargenomen beweging van een massa aan een veer?
Uit de constructie wordt duidelijk hoe het op-en-neer bewegen ontstaat als gevolg van een kracht die afhangt van de plaats. Vanaf het loslaten onderaan beweegt het voorwerp omhoog in de richting van de evenwichtsstand. Geleidelijk wordt dan de resulterende kracht kleiner. In de evenwichtsstand is de resulterende kracht nul.
- c** Leg uit hoe het komt dat het voorwerp na de evenwichtsstand nog verder beweegt. Geldt hier niet dat het voorwerp stil staat als de resulterende kracht nul is?
- d** Beschrijf nauwkeurig op welke stukken het voorwerp versnelt en op welke stukken het voorwerp vertraagt. En verklaar dit met de krachten die op het voorwerp werken.
- e** In welke positie is de versnelling het grootst?
- f** In welke positie is de snelheid het grootst?

De op-en-neerbeweging blijkt een nette sinus-functie te zijn als de veerkracht *evenredig* is met de uitwijking uit de evenwichtsstand (zoals bij een massa aan een spiraalveer). Onder invloed van de veerkracht neemt de snelheid voortdurend afwisselend toe en af. We noemen deze beweging een *trilling*.

27 Computermodel van een trilling

Voor het computermodel van de trilling gelden de modelregels en de startwaarden van figuur 37 en 38.

- a** Maak zelf een computermodel van de trilling in Coach, Excel of Powersim (of gebruik een gegeven computermodel).
- b** Controleer of het computermodel goed werkt voor deze trilling. Doe dat door na te gaan of het verloop van de resulterende kracht, versnelling, snelheid en plaats klopt met je verwachting.
- c** De tijdsduur van één volledige op-en-neer-beweging noemen we de *trillingstijd*. Onderzoek met het computermodel welke invloed de massa m en de veerconstante C hebben op deze trillingstijd. En ga na of de modelresultaten overeenstemmen met de formule voor de trillingstijd T van een massa-veersysteem: $T = 2\pi \cdot \sqrt{m/C}$.
- d** Neem in het computermodel een snelheidsafhankelijke wrijvingskracht op, bijvoorbeeld $F_w = -k \cdot v$. Hierin is k een constante. Onderzoek met het computermodel welke invloed de constante k heeft op de trilling. Leg uit waarom we deze beweging een *gedempte trilling* noemen.

28 Computermodel van de Bungee Catapult

De maximale versnelling in het computermodel van de trilling is ongeveer $1,5 \cdot g$. Dat is voor een Bungee Catapult niet erg spectaculair.

- a** Maak zelf een computermodel van de Bungee Catapult in Coach, Excel of Powersim (of gebruik een gegeven computermodel). Gebruik daarbij de beschrijving en gegevens in het kader hiernaast. Als je zelf een computermodel maakt, verwaarloos dan de wrijvingskracht.
- b** Controleer of het computermodel goed werkt voor deze Bungee Catapult. Doe dat door na te gaan of het verloop van de resulterende kracht, versnelling, snelheid en plaats klopt met je verwachting.
- c** Onderzoek met het computermodel of de Bungee Catapult aan de veiligheidseisen voldoet: een maximale versnelling van $5 \cdot g$ en een maximale hoogte van 55 m.

Bungee Catapult

In het model van de Bungee Catapult wordt een cabine met een passagier weggeschoten. De cabine wordt met een elektromagneet vastgehouden terwijl de twee armen van de installatie worden uitgeschoven zodat het elastiek gespannen wordt. Na het uitschakelen van de magneet schiet de cabine omhoog.

Gebruik in het model de volgende gegevens: de totale massa m van de cabine is 100 kg, de hoogte h van de armen is 35 m, de veerconstante C van de bungeekoorden samen is 675 N/m en de lengte ℓ_0 van de bungeekoorden in niet-gespannen toestand is 15 m. Dit laatste betekent: bij het omhoog schieten van de cabine is de veerkracht nul vanaf een hoogte van 20 m boven de grond.

- d Verander in het computermodel de massa naar 55 kg. Is dit nog steeds een veilige lancering? Verander de massa naar 250 kg. Is dit een spannende lancering?

De beweging bij de Bungee Catapult is niet symmetrisch: in het onderste deel is de versnelling het grootst, het bovenste deel is een vrije vlucht met een versnelling van $-1 \cdot g$.

De maximale versnelling wordt direct na de lancering gehaald. Om aan de veiligheidseisen te voldoen, kan de hoogte van de armen van de installatie worden aangepast.

Begrippen

Veerkracht
Wet van Hooke
Veerconstante
Trilling
Gedempte trilling

Keuzemateriaal

In keuzeparagraaf 3.4B onderzoek je met het computermodel van de Bungee Catapult hoe je in verschillende situaties een spannende en veilige lancering kunt realiseren.

In keuzeparagraaf 3.4C onderzoek je het verschijnsel resonantie met een computermodel van de Tacoma Narrows Bridge.

Samenvatting

- De beweging bij een Bungee Catapult is het resultaat van drie krachten: de veerkracht, de zwaartekracht en de wrijvingskracht. De resulterende kracht is het grootst als de veer maximaal is uitgerekt.
- Voor de **veerkracht** geldt de **wet van Hooke**:
$$F_v = C \cdot u$$

In deze formule is F_v de veerkracht (in N) en u de uitrekking (in m) van de veer. De evenredigheidsconstante C is de **veerconstante** (in N/m).
- De plaatsafhankelijke veerkracht veroorzaakt een **trilling**: het voorwerp beweegt op en neer. De snelheidsafhankelijke wrijvingskracht zorgt voor damping. De beweging noemen we dan ook een **gedempte trilling**.

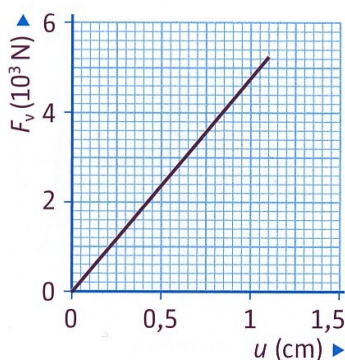
Begripstest

- 29 Een 'stuggere' veer is moeilijker uit te rekken. Heeft een stuggere veer een grotere, of juist een kleinere veerconstante? Leg uit.

- 30 Het massa-veersysteem in figuur 34 bevindt zich in de evenwichtssituatie.

- Leg uit wat bedoeld wordt met 'de evenwichtssituatie'. De massa wordt enkele centimeters naar beneden getrokken en losgelaten.
- Leg uit waarom de massa omhoog versnelt. Gebruik daarbij de krachten die op de massa werken, inclusief de resulterende kracht. Gebruik ook de wet van Hooke. De massa bereikt de evenwichtssituatie
- Leg uit waarom de massa niet in die situatie stil blijft staan.

- 31 Een massa-veersysteem bestaat uit een massa m van 50 g aan een veer. In het diagram van figuur 40 zie je het verband tussen de veerkracht F_v en de uitrekking u van deze veer. Bepaal de veerconstante C van de veer.



Figuur 40

Opgaven

32 Trillingstijd

Gebruik een opstelling zoals die in figuur 34. *Voorspel* eerst de antwoorden op de vragen in onderdeel a t/m c. Onderzoek daarna of je voorspellingen kloppen. Geef duidelijk aan wat je hebt gedaan, welke resultaten je hebt gevonden en hoe je daaruit je conclusies hebt getrokken.

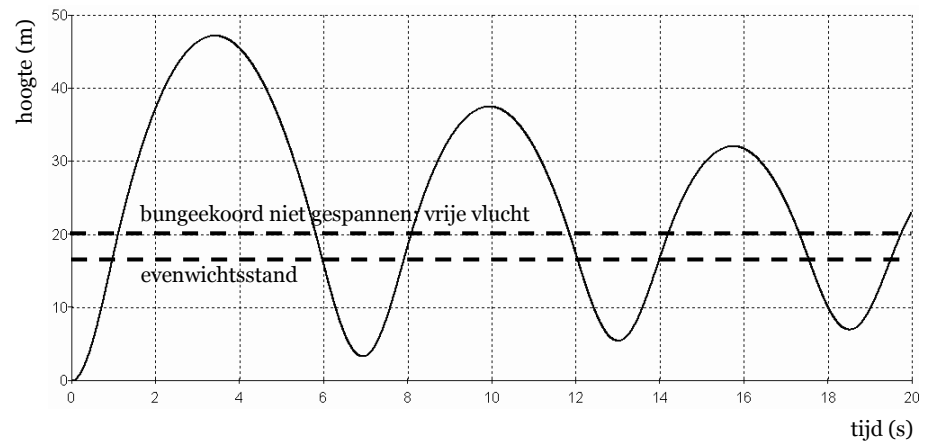
- Hoe verandert de trillingstijd van een massa-veersysteem in elk van de volgende situaties:
 - De veer wordt vervangen door de stuggere veer.
 - De massa wordt vervangen door een grotere massa.
 - De veer wordt voor het loslaten verder uitgerekt.

- b** Hoeveel keer zo groot of zo klein wordt de veerconstante als je de massa ophangt aan twee identieke veren naast elkaar? En hoeveel keer zo groot of zo klein wordt dan de trillingstijd van het massa-veersysteem?
- c** Hoeveel keer zo groot of zo klein wordt de veerconstante als je de massa ophangt aan twee identieke veren onder elkaar? En hoeveel keer zo groot of zo klein wordt dan de trillingstijd van het massa-veersysteem?

33 De gedempte trilling verklaren

Nadat bij de Bungee Catapult het hoogste punt bereikt is, gaat de beweging van de cabine over in een op-en-neer-beweging die langzaam uitdooft. In de natuurkunde wordt dat een *gedempte trilling* genoemd. De gedempte trilling is het resultaat van drie krachten: de zwaartekracht, de veerkracht en de wrijvingskracht.

De grafiek van figuur 41 is gemaakt met behulp van een computermodel. In de grafiek zijn twee horizontale lijnen getekend. Bij de onderste lijn is de kracht F_v van de bungeekoorden even groot als de zwaartekracht F_z op de cabine. Op die hoogte zal de cabine na enige tijd op-en-neer trillen eindigen. De lijn op 20 m hoogte geeft aan dat boven deze hoogte de bungeekoorden niet meer gespannen zijn.



Figuur 41 – De gedempte trilling bij de Bungee Catapult.



Figuur 42 – Vrije vlucht bij de Bungee Catapult.

Het eerste dat opvalt is dat de vorm van de toppen van de grafiek verschilt van de vorm van de dalen. Dat verschil moet verklaard kunnen worden met de krachten die op de cabine werken.

- a** Geef een verklaring voor het verschil in vorm tussen de toppen en de dalen.
- b** Leg uit dat in het bovenste deel van de grafiek de versnelling vrijwel constant is.
Bij het onderste deel van de grafiek is de versnelling zeker niet constant.
- c** Op welke plaats is de versnelling het grootst? Hoe kun je dat verklaren? In de grafiek is ook een evenwichtsstand getekend. Na verloop van tijd blijft de cabine op dat punt stil hangen.
- d** Leg uit hoe je zou kunnen uitrekenen op welke hoogte dat het geval is.

3 Veranderende krachten

3.5 Toepassingen van Newtons methode

Wat gaan we doen?

We hebben Newtons theorie uitgewerkt voor situaties waarin meer dan één kracht op het bewegende voorwerp werkt, en waarin de krachten kunnen veranderen. De *resulterende* kracht op het voorwerp bepaalt de beweging: de aanpak in het kader geeft aan hoe je te werk gaat om de resulterende kracht te bepalen.

Voorbeelden van krachten die veranderen zijn de luchtweerstandskracht en de veerkracht. De luchtweerstandskracht hangt af van de snelheid van het bewegende voorwerp, terwijl de veerkracht afhangt van de plaats van dat voorwerp. Omdat de resulterende kracht niet constant is, gelden niet langer de formules voor de plaats $s(t)$ en de snelheid $v(t)$ op een tijdstip t uit hoofdstuk 2. De bewegingsconstructie in stappen werkt echter wel. De centrale vraag is:

- In welke situaties kan Newtons methode voor veranderende krachten worden gebruikt, en hoe werkt die methode daar?

Aanpak bij meerdere krachten

- Welke krachten werken er?
- Wat weet je van die krachten (grootte, richting en aangrijpingspunt)?
- Zijn de krachten in evenwicht?
- Kun je de resulterende kracht bepalen?

Opgaven

Keuzemateriaal

In keuzeparagraaf 3.5B staan extra oefenopgaven bij hoofdstuk 3.

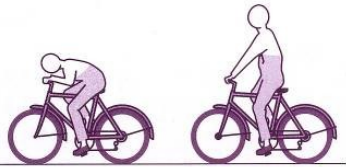
In de opgaven 34 t/m 37 onderzoek je situaties met al dan niet veranderende krachten: luchtweerstand (opgave 34 t/m 37), rolweerstand (opgave 35) en glijweerstand (opgave 37). Gebruik de aanpak in het kader om daarbij in enkele gevallen de beweging te bepalen.

34 Fietshouding

In figuur 43 zie je twee mogelijke lichaamshoudingen bij het fietsen: rechtop en voorovergebogen. De lichaamshouding heeft invloed op de luchtweerstandskracht.

De waarde van de luchtweerstandcoëfficiënt c_w hangt af van de lichaamshouding: $c_w = 1,1$ bij rechtop fietsen, en $c_w = 0,88$ bij voorovergebogen fietsen. Ook het frontaal oppervlak A hangt af van de lichaamshouding: $A = 0,51 \text{ m}^2$ bij rechtop fietsen, en $A = 0,31 \text{ m}^2$ bij voorovergebogen fietsen. De dichtheid ρ van de lucht (op zeeniveau) is $1,2 \text{ kg/m}^3$.

- Bij de voorovergebogen lichaamshouding is de luchtweerstandskracht op de fiets met fietser kleiner. Leg uit waarom.
- Beschrijf een methode om het frontaal oppervlak van een fietser te meten.
- Bereken de luchtweerstandskracht $F_{w,l}$ bij een snelheid v van 15 km/h bij rechtop fietsen.
- Hoeveel keer zo klein (ongeveer) is de luchtweerstandskracht bij dezelfde snelheid in de voorovergebogen fietshouding?



Figuur 43 – Twee verschillende fietshoudingen: voorovergebogen en rechtop.

35 Rolweerstand en autorijden

Lees eerst het onderstaande krantenartikel over rolweerstand.

- Leg uit dat een auto met harde banden minder benzine verbruikt dan dezelfde auto met zachte banden.
Uit het artikel blijkt dat de massa van een auto om twee redenen klein moet zijn als men een energiezuinige auto wil maken.
- Wat is – naast de lagere rolweerstand – het tweede voordeel van een lichte auto in het stadsverkeer?
In het artikel wordt gezegd dat de rolweerstand van dezelfde orde van grootte is als de luchtweerstand. Een gemiddelde auto heeft een massa m van 1200 kg , een frontaal oppervlak A van $2,0 \text{ m}^2$ en een c_w -waarde van $0,3$.
- Bij welke snelheid is dan de luchtweerstand gelijk aan de rolweerstand?

Rolweerstand niet verwaarlozen

Het is vreemd dat de rolweerstand van de personenauto nooit dezelfde aandacht heeft gekregen als de luchtweerstand. De rolweerstand is namelijk voor stadsverkeer van dezelfde orde van grootte als de luchtweerstand. De rolweerstand wordt veroorzaakt door het indrukken van de band op de plaats waar hij de weg raakt. De bandenspanning en de structuur van het wegoppervlak zijn er dus op van invloed, de snelheid van de auto nagenoeg niet. In het algemeen is de rolweerstand recht evenredig met het gewicht van de auto.

In formule-vorm wordt voor deze kracht daarom wel geschreven: $F_{w,r} = c_r \cdot m \cdot g$. Hierin is c_r de zogenaamde rolwrijvingscoëfficiënt. In het geval van een auto heeft c_r een gemiddelde waarde van 0,015. De autofabrikant die een auto met een lage rolweerstand wil leveren, moet dus een licht autootje op de markt brengen. Een auto met een laag gewicht, dus een geringe massa, is in het stadsverkeer sowieso aantrekkelijk omdat er zo vaak geremd en opnieuw versneld moet worden.

Bron: NRC Handelsblad

36 Jetski

De jetski is een vaartuig. De voorwaartse kracht op dit vaartuig ontstaat doordat het water met een bepaalde snelheid een (door een motor aangedreven) pomp ingaat en met een grotere snelheid de pomp verlaat. Deze voorwaartse kracht F_{vw} hangt af van de snelheid v van de jetski:

$$F_{vw} = 20 \cdot (40 - v)$$

De jetski ondervindt tijdens het varen ook een achterwaartse lucht-wrijvingskracht:

$$F_{w,l} = 1,0 \cdot v^2$$

De andere wrijvingskrachten zijn verwaarloosbaar klein ten opzichte van deze luchtweerstand.

Bereken de topsnelheid van deze jetski.



Figuur 44 – Jetski.

37 Schaatsen

Bij het schaatsen worden op een schaatser twee wrijvingskrachten uitgeoefend: de glijwrijvingskracht (door het glijden over het ijs) en de luchtweerstand. De glijwrijvingskracht $F_{w,g}$ is vergelijkbaar met de rolwrijvingskracht bij wielrennen:

$$F_{w,g} = c_g \cdot F_n$$

Hierin is c_g de glijwrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid). De normaalkracht F_n is even groot als de zwaartekracht F_z op de schaatser.

De totale wrijvingskracht op de schaatser is dus onder andere afhankelijk van de dichtheid van de lucht. Op een laag gelegen ijsbaan (zoals in Nederland) is die dichtheid groter dan op een hoog gelegen baan (zoals bijvoorbeeld in het Canadese Calgary). Op een hoog gelegen ijsbaan zou een schaatser dus een betere tijd kunnen neerzetten. Maar, hoeveel beter?

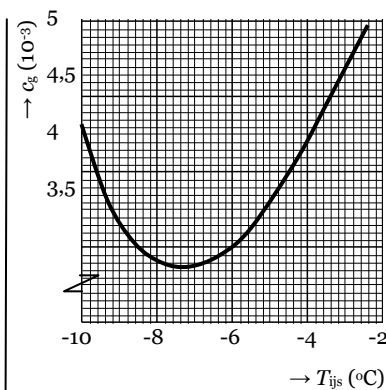
Een schaatser rijdt in het laag gelegen Thialf IJstadion in Heerenveen de 10 km in 14 minuten en 11 seconden. In de tabel hieronder staan enkele gegevens over deze schaatser en over de omstandigheden bij deze rit.

ijstemperatuur	T_{ijs}	$-7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$
massa	m	75 kg
luchtweerstand	c_w	0,69
frontaal oppervlak	A	$0,40\text{ m}^2$
luchtdichtheid	ρ	$1,3\text{ kg/m}^3$
luchtdruk	p_b	1010 mbar

Het diagram van figuur 46 geeft de waarde van de glijwrijvingscoëfficiënt c_g als functie van de ijstemperatuur T_{ijs} .



Figuur 45 – Schaatser tijdens een 10 km rit in het Thialf IJstadion.



Figuur 46

Bij een rit op de 10 km kunnen we de start wel verwaarlozen, zodat we de hele rit kunnen opvatten als een eenparige beweging.

- a Bereken de voorwaartse kracht F_{vw} op de schaatser bij zijn rit op de 10 km in het Thialf IJsstadion.
De luchtdruk in het op 1100 m boven zeeniveau gelegen Calgary is 840 mbar. Dat betekent ook een andere luchtdichtheid: de luchtdichtheid en de luchtdruk zijn recht evenredig. Ga ervan uit dat de omstandigheden in Calgary verder gelijk zijn aan die in Heerenveen. Ga er bovendien van uit dat de voorwaartse kracht F_{vw} op de schaatser bij de rit ook hetzelfde is.
- b Leg uit dat de schaatser in Calgary een betere 10 km tijd zal maken.
- c Bereken de snelheid van de schaatser bij een 10 km rit op de ijsbaan van Calgary.
- d Welke eindtijd komt er dan in Calgary op het scorebord te staan? Hoeveel procent 'sneller' is de schaatser op de ijsbaan van Calgary, vergeleken met zijn eindtijd in Heerenveen?
- e Zal een schaatser op de ijsbaan van Calgary altijd sneller zijn dan op de baan van Heerenveen? Waarom wel of niet?

Eindsamenvatting

- Om de krachten te vinden die samen de resulterende kracht bepalen, onderscheiden we twee types krachten: *contactkrachten* en *krachten die op afstand werken*. Een voorbeeld van een kracht die op afstand werkt is de zwaartekracht.
De contactkrachten vind je door na te gaan welke voorwerpen het bewegende voorwerp aanraken én daar mee *wisselwerken*.
- Alle krachten zijn het gevolg van een **wisselwerking** tussen twee voorwerpen. Daarvoor geldt de **derde wet van Newton**:

$$F_{A \text{ op } B} = -F_{B \text{ op } A}$$
 Deze formule geeft de wisselwerking tussen de voorwerpen A en B: als A een kracht op B uitoefent (*actiekracht*), oefent B altijd een even grote en tegengesteld gerichte kracht op A uit (*reactiekracht*).
- **Interne krachten** zijn krachten van één deel van een voorwerp op een ander deel van dat voorwerp. Interne krachten kunnen alleen de snelheid van bewegingen *binnen* het voorwerp veranderen. **Externe krachten** zijn krachten die door een ander voorwerp op het gekozen voorwerp worden uitgeoefend. Alleen externe krachten kunnen de snelheid van het *gehele* gekozen voorwerp veranderen.
- Als twee krachten in dezelfde of in tegengestelde richting op een voorwerp werken, is de **resulterende kracht** de som van beide krachten. In het geval van twee tegengesteld gerichte krachten is de waarde van één van de krachten (de kracht tegengesteld aan de bewegingsrichting) negatief. De richting van de resulterende kracht is dan hetzelfde als die van de grootste van de twee krachten.
De resulterende kracht F_{res} is de combinatie van alle externe krachten die op een voorwerp werken.
- Voor de **luchtwrijvingskracht** op een voorwerp geldt:

$$F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$
 In deze formule is $F_{w,l}$ de luchtwrijvingskracht (in N), c_w de luchtwrijvingscoëfficiënt (zonder eenheid), A het frontaal oppervlak (in m²), ρ de luchtdichtheid (in kg/m³) en v de snelheid (in m/s).

In vereenvoudigde vorm is de luchtweerstandskracht te schrijven als:

$$F_{w,l} = k \cdot v^2$$

- De resulterende kracht F_{res} op een bewegend voorwerp is de som van de voorwaartse kracht F_{vw} en de luchtweerstandskracht $F_{w,l}$:

$$F_{\text{res}} = F_{\text{vw}} + F_{w,l}$$

In deze formule is de waarde van $F_{w,l}$ negatief, want de luchtweerstandskracht werkt de beweging tegen.

De luchtweerstandskracht $F_{w,l}$ op een bewegend voorwerp hangt af van de snelheid. Als de snelheid groeit, wordt $F_{w,l}$ steeds groter. En als $F_{w,l}$ toeneemt, wordt F_{res} kleiner. De snelheid groeit dus steeds langzamer, tot uiteindelijk een constante snelheid wordt bereikt:

$$F_{\text{res}} = 0 \rightarrow F_{\text{vw}} = -F_{w,l}$$

De voorwaartse kracht F_{vw} is dan precies even groot als de (tegenwerkende) luchtweerstandskracht $F_{w,l}$. In dat geval is sprake van **krachtenevenwicht**.

- De resulterende kracht F_{res} op een bewegend voorwerp aan een veer is de som van de veerkracht F_v , de zwaartekracht F_z en de luchtweerstandskracht $F_{w,l}$. Voor de **veerkracht** geldt de **wet van Hooke**:

$$F_v = C \cdot u$$

In deze formule is F_v de veerkracht (in N), C de veerconstante (in N/m) en u de uitrekking (in m) van de veer.

De beweging onder invloed van deze drie krachten is een **gedempte trilling**.

Vooruitblik

Het is met Newtons methode gelukt om bewegingen te beschrijven, te verklaren en te voorspellen, zelfs als er meerdere krachten tegelijk werken en zelfs als die krachten veranderen. Daarbij ging het tot nu toe om situaties met krachten in de bewegingsrichting of tegen de bewegingsrichting in. Maar er zijn ook situaties waarin de krachten schuin op de bewegingsrichting staan. Hoe werken de krachten in dergelijke situaties samen? En welke beweging veroorzaken ze dan? Dat bekijken we voor evenwichtssituaties in *Wisselwerking en beweging 2*.

