

WISSELWERKING EN BEWEGING 2

NNV17A

De module *Wisselwerking en beweging 2* voor klas 5 vwo gaat over de bewegingen van voorwerpen – van hemellichamen als planeten en kometen tot alledaagse voorwerpen als auto's, fietsen en rolstoelen – en over de oorzaken van die bewegingen.

Het eerste hoofdstuk van deze module – *Krachten en richting* – gaat over het beschrijven, verklaren en voorspellen van bewegingen onder invloed van krachten die in verschillende richtingen op een voorwerp werken. De volgende twee hoofdstukken gaan over het beschrijven, verklaren en voorspellen van bewegingen met begrippen als arbeid, energie, vermogen en impuls. Daarbij komen in het derde hoofdstuk ook bewegingen in cirkelbanen en andere kromlijnige bewegingen aan bod.

De volgende opgaven zijn met toestemming overgenomen uit de natuurkundemethode *Newton* van uitgeverij ThiemeMeulenhoff:

Hoofdstuk 1: 12,16, 18, 27, 31, 37.



In de kantlijn van de tekst staat af en toe dit pictogram. Dat geeft aan dat je op www.schoolsupport.nl/ninaweblinks een link naar een webpagina of andere informatie kunt vinden. De links op deze NiNaweblinks-pagina worden zoveel mogelijk up to date gehouden.

Colofon

Project	Nieuwe Natuurkunde
Auteurs	Peter Dekkers, Kees Hooyman, Marjolein Vollebregt, Koos Kortland
Vormgeving	Koos Kortland
Redactie	Harrie Eijkelhof, Maarten Pieters, Chris van Weert, Fleur Zeldenrust, Guus Mulder en Koos Kortland
Versie	mei 2012

Copyright

© Stichting natuurkunde.nl, 2012

Alle rechten op het lesmateriaal dat voor de pilot Nieuwe Natuurkunde ontwikkeld is, zijn voorbehouden aan de Stichting natuurkunde.nl. Geen enkele openbaarmaking of verveelvoudiging is toegestaan, zoals verspreiden, verzenden, opnemen in een ander werk, netwerk of website, tijdelijke of permanente reproductie, vertalen of bewerken of anderszins, voor al of niet commercieel hergebruik.

Als uitzondering hierop is openbaarmaking of verveelvoudiging toegestaan

- voor eigen gebruik of voor gebruik in het eigen onderwijs aan leerlingen of studenten;
- als onderdeel van een ander werk, netwerk of website, tijdelijke of permanente reproductie, vertaald en/of bewerkt en/of verder ontwikkeld, voor al of niet commercieel hergebruik, mits hierbij voldaan is aan de volgende condities:

1. schriftelijke toestemming is verkregen van de Stichting natuurkunde.nl, met als contactadres de Nederlandse Natuurkundige Vereniging: verenigingsmanager@nnv.nl

2. bij hergebruik of verspreiding wordt door de gebruiker de bron correct vermeld, en de licentievoorwaarden van dit werk kenbaar gemaakt.

Voor zover de Stichting natuurkunde.nl gebruik maakt van extern materiaal heeft zij getracht toestemming te verkrijgen van eventuele rechthebbenden. Mocht u desondanks van mening zijn dat u rechten kunt laten gelden op materiaal dat in deze reeks is gebruikt dan wordt u verzocht contact op te nemen met: verenigingsmanager@nnv.nl.

Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. De Stichting natuurkunde.nl, resp. de auteurs aanvaarden geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de modules, noch enige aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit het gebruik van deze modules.

INHOUDSOPGAVE

In dit deel:

1 Krachten en richting	3
1.1 Newtons methode in praktijksituaties	3
1.2 Krachten optellen	6
1.3 Krachten splitsen	13
1.4 Loodrechte krachten	18
1.5 Krachten op een helling	24
1.6 Toepassingen van Newtons methode	29
2 Arbeid, energie en vermogen	32
2.1 Grenzen verleggen	32
2.2 Hefbomen: kracht, energie en arbeid	36
2.3 Hefbomen: kracht en richting	41
2.4 Bewegingsenergie: zo hard mogelijk	46
2.5 Bewegings- en zwaarte-energie: de energievergelijking	50
2.6 Veerenergie: zo hoog mogelijk	54
2.7 Brandstofverbruik in het verkeer: zo zuinig mogelijk	59
2.8 Energiesoorten	64
2.9 Sporten op topsnelheid: sportprestaties en vermogen	67
2.10 Sporten op topsnelheid: topsnelheid berekenen	72
2.11 Sporten op topsnelheid: de bergen in	77

In deel B:

3 Cirkelbanen en impuls	81
3.1 Grenzen verleggen	81
3.2 De lucht in: kromlijnige bewegingen	82
3.3 De ruimte in: satellietbanen	88
3.4 De ruimte in: geostationaire baan	92
3.5 De ruimte in: gravitatie-energie	98
3.6 Explosies en botsingen: de voortstuwing van raketten	103
3.7 Explosies en botsingen: impulsbehoud bij botsingen	109
Bijlage: Formules	113

Keuzemateriaal

Bij deze lessenserie is ook online keuzemateriaal beschikbaar. Dit materiaal bestaat uit keuzeparagrafen over andere toepassingen van de mechanica. De keuzeparagrafen bevatten geen nieuwe examenstof. Verwijzingen naar deze keuzeparagrafen staan in een kader met de kop 'keuzemateriaal'.

Daarnaast is er bij elk van de drie hoofdstukken ook nog een verzameling extra (oefen)opgaven beschikbaar.

1 Krachten en richting

1.1 Newtons methode in praktijk-situaties

Wat gaan we doen?

In hoofdstuk 3 van *Wisselwerking en beweging 1* hebben we gekeken naar situaties waarin meer dan één kracht werkte. Die krachten waren gelijk gericht of tegengesteld gericht: ze werkten in één lijn. In dit hoofdstuk komen situaties aan bod waarbij krachten optreden die niet in één lijn werken. Die krachten staan schuin op elkaar.

Hoofdstukvragen

Hoe pas je Newtons methode toe in praktijksituaties op het gebied van de sport, het verkeer en technisch natuurwetenschappelijk onderzoek als de krachten op een voorwerp schuin op elkaar staan?

Aanpak bij meerdere krachten

- Welke krachten werken er?
- Wat weet je van die krachten? (grootte, richting en aangrijpingspunt)
- Zijn de krachten in evenwicht?
- Kun je de resulterende kracht bepalen?

In *Wisselwerking en beweging 1* bleek (zie het kader hiernaast): als je de beweging van een voorwerp wilt verklaren met Newtons aanpak ga je na welke krachten er op werken en hoe groot ze zijn. Je bepaalt de resulterende kracht, en daarmee construeer je de beweging. Als die geconstrueerde beweging goed past bij de waarnemingen, kun je met die aanpak allerlei praktische situaties oplossen.

Bij situaties waarin de krachten schuin op elkaar staan kan de methode opnieuw worden toegepast.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- In welke praktijksituaties staan er krachten schuin op elkaar, en wat weet je al over het samenwerken van die krachten?

Plan van aanpak

In de situaties van de opdrachten 1 t/m 4 werken steeds meerdere krachten op één voorwerp. De krachten werken niet langs één lijn. Kies *twee* van de opdrachten 1 t/m 4 en ga na wat je in die situaties al over de krachten weet. Daarbij heb je de eerste en de tweede wet van Newton nodig. Die staan hieronder nog eens weergegeven, al moet je ze nu eigenlijk wel kennen.

Eerste wet van Newton

De eerste wet van Newton luidt: Als de krachten die op een voorwerp werken in evenwicht zijn met elkaar, dan beweegt het voorwerp met een constante snelheid langs een rechte lijn.

De wet geldt ook in twee bijzondere gevallen:

- er werkt geen enkele kracht: de beweging is de invloedloze beweging
- het voorwerp staat stil: de constante snelheid is 0 m/s.

Als de krachten in evenwicht zijn, is de *resulterende kracht* nul.

Newton's eerste wet luidt in formulevorm:

$$F_{\text{res}} = 0 \text{ N} \rightarrow v = \text{constant (inclusief } v = 0 \text{ m/s)}$$

Tweede wet van Newton

De tweede wet van Newton luidt: Als de krachten op een voorwerp niet met elkaar in evenwicht zijn, dan zorgt de resulterende kracht voor een snelheidsverandering. De versnelling of vertraging a is recht evenredig met de resulterende kracht en in de richting van de resulterende kracht.

Er is één bijzonder geval: als de versnelling 0 m/s^2 is, is de resulterende kracht F_{res} gelijk aan 0 N . Die situatie wordt ook door Newtons eerste wet beschreven: v is constant.

Newtons tweede wet luidt in formulevorm:

$$F_{\text{res}} = m \cdot a$$

Uitwerking

1 Winkelwagentje op een helling

Een winkelwagentje wordt langs een helling naar boven geduwd (zie figuur 1). De snelheid van het winkelwagentje is daarbij constant.

- Welke krachten werken er op het winkelwagentje? Geef in (een kopie van) figuur 1 de richting van elke kracht aan met een pijl.
- Is er in deze situatie sprake van een krachtenevenwicht of niet? Hoe weet je dat?
- Als er sprake is van krachtenevenwicht, probeer dan uit te leggen hoe de verschillende krachten elkaar kunnen opheffen.
- Als er geen sprake is van krachtenevenwicht, dan moet er een resulterende kracht werken. Geef de richting van de resulterende kracht in (de kopie van) figuur 1 aan met een pijl in een andere kleur.

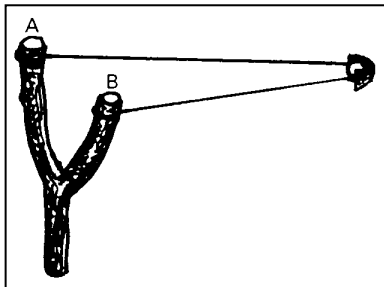


Figuur 1

2 Katapult

Een steentje wordt weggeschoten met een katapult (zie figuur 2). Daarvoor worden eerst de twee elastieken gespannen. Na het loslaten schiet het steentje in horizontale richting weg.

- Welke krachten werken er op het steentje? Geef in (een kopie van) figuur 2 de richting van elke kracht aan met een pijl.
- Is er in deze situatie sprake van een krachtenevenwicht of niet? Hoe weet je dat?
- Als er sprake is van krachtenevenwicht, probeer dan uit te leggen hoe de verschillende krachten elkaar kunnen opheffen.
- Als er geen sprake is van krachtenevenwicht, dan moet er een resulterende kracht werken. Geef in (de kopie van) figuur 2 de richting van de resulterende kracht aan met een pijl in een andere kleur.



Figuur 2

3 Opstijgend vliegtuig

Een straaljager stijgt op (zie figuur 3). Tijdens het opstijgen beweegt het vliegtuig in een rechte lijn schuin omhoog. De snelheid neemt tijdens het opstijgen voortdurend toe.

- Welke krachten werken er op de straaljager? Geef in (een kopie van) figuur 3 de richting van elke kracht aan met een pijl.
- Is er in deze situatie sprake van een krachtenevenwicht of niet? Hoe weet je dat?
- Als er sprake is van krachtenevenwicht, probeer dan uit te leggen hoe de verschillende krachten elkaar kunnen opheffen.
- Als er geen sprake is van krachtenevenwicht, dan moet er een resulterende kracht werken. Geef in (de kopie van) figuur 3 de richting van de resulterende kracht aan met een pijl in een andere kleur.



Figuur 3



Figuur 4

4 Bouwkraan

Een zware stalen balk hangt aan een hijskraan (zie figuur 4). Vanaf de twee uiteinden van de balk lopen stalen kabels naar de hijskabel van de bouwkraan. In deze situatie hangt de stalen balk stil.

- Welke krachten werken er op de stalen balk? Geef in (een kopie van) figuur 4 de richting van elke kracht aan met een pijl.
- Is er in deze situatie sprake van een krachtenevenwicht of niet? Hoe weet je dat?
- Als er sprake is van krachtenevenwicht, probeer dan uit te leggen hoe de verschillende krachten elkaar kunnen opheffen.
- Als er geen sprake is van krachtenevenwicht, dan moet er een resulterende kracht werken. Geef in (de kopie van) figuur 4 de richting van de resulterende kracht aan met een pijl in een andere kleur.

Samenvatting

Het gaat er bij het verklaren van bewegingen steeds om, de resulterende kracht op een voorwerp te vinden en daarmee de beweging te verklaren of te voorspellen. Als er meerdere krachten werken, is je aanpak daarvoor:

- welke krachten werken er op het bewegende voorwerp?
- wat weet je al van de grootte, het aangrijpingspunt en de richting van die krachten?

Als je nu de resulterende kracht kunt bepalen, kun je daarmee de beweging construeren. Als je de resulterende kracht nog niet kunt bepalen:

- Ga na of het een situatie is waarin Newtons eerste wet geldt. Dan zijn de krachten die op het voorwerp werken in evenwicht. In die situaties is de snelheid constant, en is de resulterende kracht nul. Newtons eerste wet geldt ook als het voorwerp in rust is (constante snelheid nul).
- Als de krachten niet in evenwicht zijn, geldt Newtons tweede wet. Als je weet hoe groot de massa en de versnelling zijn, kun je de resulterende kracht bepalen.

Vooruitblik

Voor situaties waarin de krachten in evenwicht zijn, gaan we in de volgende paragrafen na hoe je Newtons aanpak toepast als die krachten schuin op elkaar staan.

Wat nog niet duidelijk is geworden is hoe krachten in verschillende richtingen samenwerken. Bij krachten die dezelfde kant op wijzen kun je de krachten eenvoudig optellen. Tegengesteld gerichte krachten trek je van elkaar af. Maar hoe zit dat bij *schuine* krachten?

Als we weten hoe dat werkt bij evenwicht, kunnen we het daarna ook toepassen op situaties waarin er geen evenwicht is.



Figuur 5 – 'Evenwicht' betekent in alledaags Nederlands: geen beweging.

Opmerking – In normaal Nederlands is er *alleen* sprake van 'evenwicht' als een voorwerp stil staat (zie figuur 5). In de natuurkunde is er 'evenwicht' als *de krachten elkaar opheffen*. Dan hoeft de snelheid dus *niet* nul te zijn. Ook een situatie waarin de snelheid constant is maar niet nul, heet in de natuurkunde een 'evenwichtssituatie'.

1 Krachten en richting

1.2 Krachten optellen

Wat gaan we doen?

Als twee krachten die op een voorwerp werken even groot zijn en tegengesteld gericht, heffen die krachten elkaar op. Er is dan sprake van *krachten-evenwicht*. De resulterende kracht is dan nul, en de snelheid is constant.

Ook *drie* krachten kunnen elkaar opheffen. Twee van de krachten heffen dan samen de derde op. Kennelijk vormen de twee krachten samen dan één kracht die even groot is als de derde kracht en tegengesteld daaraan gericht is. Die ene kracht heet de *somkracht* van die twee krachten. Hoe vind je die somkracht als de krachten schuin op elkaar staan?

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoe vind je de somkracht van twee schuine krachten?*

5 Oriëntatie op de situatie

Twee personen tillen samen een krat bier op. In alle gefotografeerde situaties van figuur 6 en 7 gaat het om drie krachten die met elkaar in evenwicht zijn.

- Welke drie krachten zijn dat?
- Hoe weet je dat ze in evenwicht zijn?



Figuur 6

Op de foto's van figuur 6 zie je dat de twee personen eerst dicht bij elkaar staan, en daarna verder uit elkaar.

- Op welke foto moeten ze de grootste kracht leveren? Leg uit.



Figuur 7

Op de foto's van figuur 7 maken ze aan beide kanten van het krat een touw vast. Ze trekken nu het krat omhoog door elk aan een touw te trekken.

Kennelijk geldt: hoe groter de hoek tussen de krachten, des te harder moet er getrokken worden.

- d Waarom moet de kracht steeds groter worden?
- e Kunnen ze nu het krat zo ver omhoog trekken dat de touwen horizontaal komen te staan?

Plan van aanpak

In de situaties met het bierkrat heffen steeds twee krachten samen een derde kracht – de zwaartekracht – op. Hoe werken die twee krachten samen? Om dat beter te begrijpen moet eerst de grootte van iedere kracht en de richting bepaald worden. Het plan van aanpak bestaat uit de volgende stappen:

- Nagaan welke krachten er zijn en wat daar al van bekend is.
- Met een experiment onderzoeken wat het verband is tussen de hoek die de touwen maken en de grootte van de spankracht in elk touw (opdracht 6).
- In een tekening op schaal de spankrachten op het bierkrat weergeven (opdracht 7).
- Een manier bedenken om de som van de twee krachten in de touwen te bepalen (die je toepast in opdracht 8). Op diezelfde manier kun je de som van twee schuine krachten ook in andere situaties bepalen.

Als we weten hoe twee krachten samenwerken, kunnen we onderzoeken hoe ze samen de zwaartekracht opheffen. Dat doen we in de volgende paragraaf. Dan beantwoorden we ook de onderdelen d en e van opdracht 5.

Uitwerking

6 Experiment – Krachten meten met een veerunster

Een krat hangt aan twee touwen (zie de foto in figuur 8).

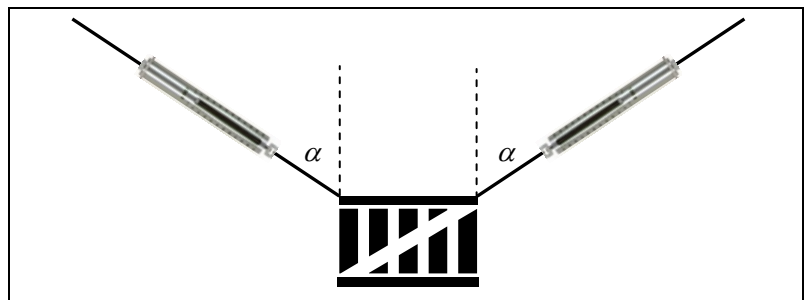
- a Meet de zwaartekracht die op het (mini)kratje werkt. Leg kort uit hoe je dit doet en welke waarde je vindt.
- b Schets de spankrachten die op het krat werken in (een kopie van) de foto. Geef ze de juiste aangrijpingspunten en richtingen.

De groottes van de spankrachten zijn nog niet bekend. In het experiment gebruiken we de opstelling in de tekening van figuur 8. De spankracht in de touwen wordt gemeten met behulp van veerunsters. De spankracht in de touwen is groter naarmate de hoek α groter is.

De onderzoeksvragen voor dit experiment zijn:

- Hoe hangt de grootte van de spankracht in het touw af van de hoek α ?
- Hoe werken de twee spankrachten samen?

Gebruik voor het experiment twee veerunsters en een mini-bierkrat of een ander voorwerp dat aan de twee veerunsters opgehangen kan worden.



Figuur 8 – Een bierkrat optillen: werkelijke situatie (links) en meetopstelling (rechts).

Bouw de opstelling en bevestig de veerunsters aan twee statieven. Door de statieven uit elkaar te schuiven verandert de hoek α . Meet de hoek

met een geodriehoek. Ga steeds na of de opstelling symmetrisch is, zodat de twee veerunsters hetzelfde aangeven (bij een klein verschil mag het gemiddelde genomen worden).

- c Meet de kracht van de veerunsters op het voorwerp bij de aangegeven hoeken en noteer de antwoorden in (een kopie van) de tabel hieronder.

hoek α	0°	30°	45°	60°	75°
kracht (N)					

- d Leg uit hoe je kunt zien dat de kracht niet evenredig is met de hoek α .
e Kun je een ander soort verband vinden tussen de hoek en de spankracht?

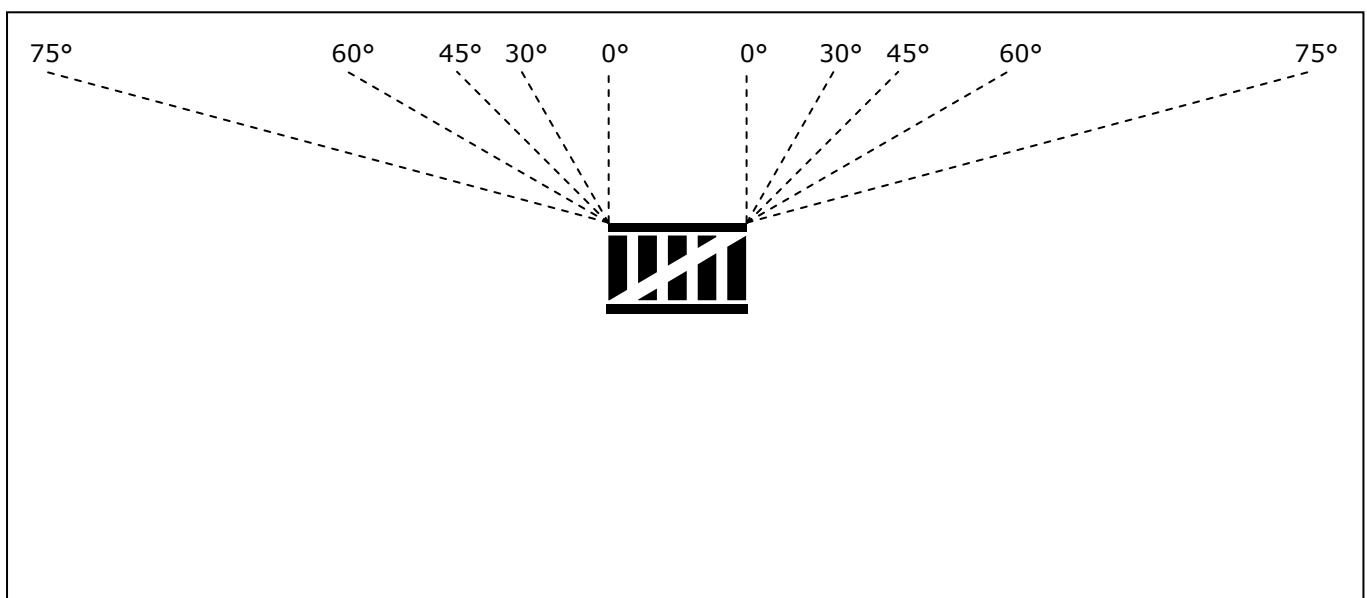
Omdat er niet direct een duidelijk verband tussen de kracht en de hoek α gevonden kan worden, kijken we eerst naar de tweede onderzoeksvraag.

7 Twee schuine krachten werken samen

Hoe kun je nu begrijpen dat de twee schuine krachten samen even groot zijn als de zwaartekracht op het voorwerp?

In figuur 8 zijn de verschillende richtingen van de spankracht in het experiment als stippellijnen getekend.

- a In welke situatie is eenvoudig na te gaan dat de twee spankrachten samen de zwaartekracht opheffen? (Dus: waarin ze samen een kracht vormen die even groot is als de zwaartekracht en tegengesteld gericht.)
b Teken in (een kopie van) figuur 9 de gemeten spankracht in iedere richting. Kies daarvoor eerst een geschikte schaal.
c Teken in dezelfde schaal de zwaartekracht op het voorwerp.
Kun je aan de hand van deze tekening al iets zeggen over de manier waarop schuine krachten samenwerken?
d Beschrijf in je eigen woorden hoe in deze situatie de twee schuine krachten bij elkaar opgeteld kunnen worden. Wat is je conclusie?



Figuur 9

Als het experiment goed verlopen is, dan is in de schaaltekening te zien dat het verticale deel van de spankracht steeds ongeveer gelijk is aan de helft van de zwaartekracht. Zo heffen de verticale delen van de twee spankrachten *samen* de zwaartekracht op.

De horizontale delen van de spankrachten werken in iedere situatie precies tegen elkaar in.

De tekening op schaal laat dus al ongeveer zien hoe twee schuine krachten samenwerken. Hieronder wordt bepaald hoe dat precies in zijn werk gaat. Dat gebruiken we in de volgende paragraaf om precies te laten zien hoe de somkracht in iedere situatie evenwicht maakt met de zwaartekracht.



Figuur 10 – Een gespannen touw oefent op beide voorwerpen een even grote kracht uit in de richting van het touw.

Spankracht

In een gespannen touw is er sprake van *spankracht*. Die spankracht F_s is merkbaar in elk stukje van het touw en met name aan beide uiteinden.

Een touw wordt alleen gespannen als er aan beide uiteinden een kracht op werkt. Omgekeerd oefent het touw de spankracht F_s uit op allebei de voorwerpen waartussen het touw gespannen is.

De spankracht wijst altijd in de richting van het touw. Dat komt omdat de spankracht – net als de veerkracht van een elastiek – het gevolg is van de uitrekking van het touw. Alleen is bij het touw de uitrekking vaak te klein om zichtbaar te zijn. De uitrekking is altijd in de richting van het touw zelf, en de spankracht dus ook.

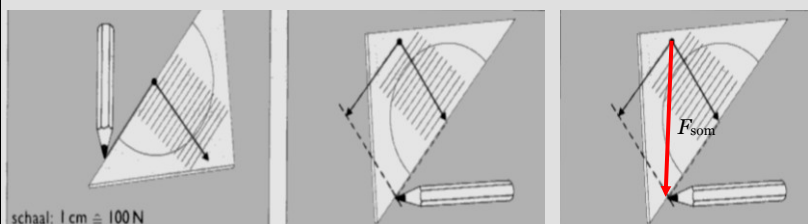
Parallellogrammethode

Om een situatie met schuine krachten – zoals bij het bierkrat – op te lossen kun je een methode gebruiken om twee krachten op te tellen die niet in één lijn werken. Die methode heet de *parallellogramconstructie*.

Parallellogramconstructie

Voor het optellen van twee krachten die niet in dezelfde richting werken wordt onder andere gebruik gemaakt van een constructie met krachtpijlen. Die methode wordt de *parallellogrammethode* genoemd. De somkracht F_{som} van de twee krachten is te vinden door ze op te tellen met behulp van een parallellogram:

- Teken de twee krachten op schaal vanuit één punt.
- Teken (met stippelijnen) een parallellogram. De stippelijnen zijn evenwijdig (parallel) met de krachten.
- Teken vanuit het beginpunt van de beide krachtenpijlen een pijl naar het tegenoverliggende hoekpunt (diagonaal van het parallellogram).
- Deze pijl geeft de richting aan van de somkracht F_{som} . Met de lengte van deze pijl en de krachtschaal kun je nu de grootte van de somkracht F_{som} berekenen.



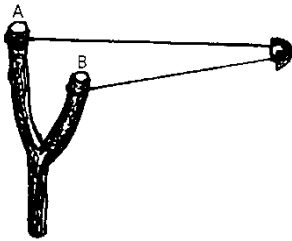
Figuur 11 – De parallellogramconstructie.

8 Schuine krachten optellen – de katapult

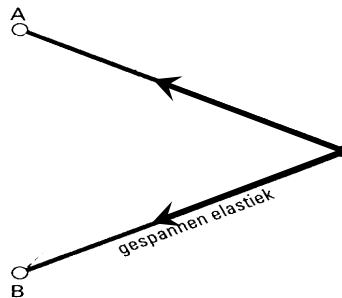
Een katapult bestaat uit een vorkvormig stuk metaal of hout waaraan een elastiek is bevestigd (zie figuur 12). In figuur 13 is een bovenaanzicht getekend van het elastiek in gespannen toestand. De twee spankrachten van het elastiek zijn op schaal getekend: 1 cm = 25 N.

- a Hoe groot is in deze situatie som van de spankrachten op het steentje? Gebruik het theorieblok over de parallellogramconstructie.

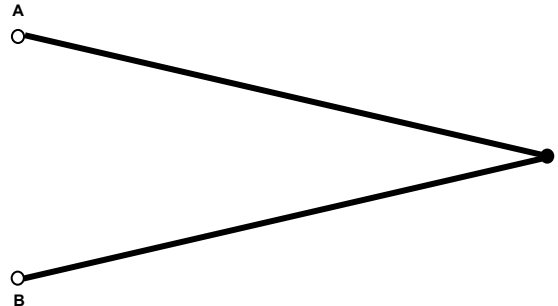
- b In figuur 14 is het elastiek nog verder gespannen. De twee spankrachten zijn nu ieder 100 N. Teken op schaal de beide spankrachten en hun som.



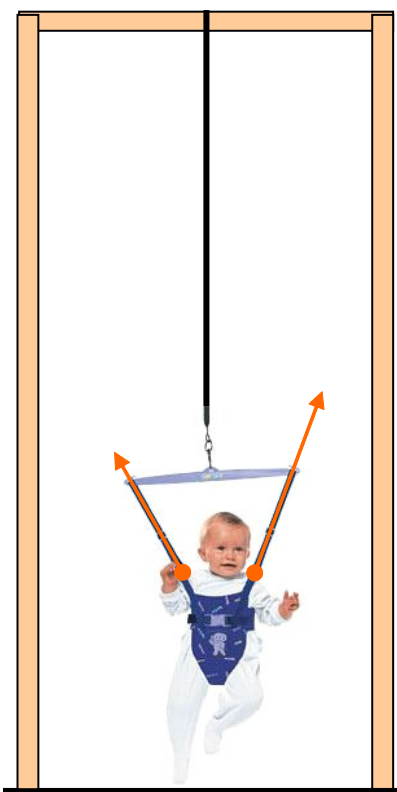
Figuur 12 – Katapult.



Figuur 13 – Bovenanzicht en spankrachten: 1 cm = 25 N.



Figuur 14 – Bovenanzicht bij verder uitrekken: 1 cm = 25 N.



Figuur 15 – Baby bouncer geïnstalleerd in een deuropening. De oranje pijlen laten de spankrachten zien.

9 Somkracht bepalen bij schuine krachten – De baby bouncer

Om te leren lopen kunnen baby's oefenen in de baby bouncer (zie figuur 15). De twee elastische koorden worden uitgerekt. De spankrachten die op de baby werken zijn op schaal getekend: 1 cm = 20 N.

Met de parallellogrammethode kun je de somkracht van die twee spankrachten bepalen. Om die methode te kunnen toepassen moet je de spankrachten eerst vanuit één punt tekenen: dat punt is in figuur 16 al gegeven. Let er op dat de grootte en de richting van de spankrachten precies zo blijven als in figuur 15.

Teken alle krachten met een kop en een staart:



- Teken in (een kopie van) figuur 16 de twee spankrachten, het parallellogram en de somkracht.
- Bepaal uit de krachtschaal de grootte van de somkracht.
- Bij een nette constructie wijst de somkracht verticaal omhoog. Waarom wijst die kracht omhoog? (Wat is het effect van de somkracht?)
- Bereken hoe zwaar deze baby is.



Figuur 16 – Construeer op schaal vanuit het gegeven oranje punt:

- de twee spankrachten die in figuur 15 op de baby werken
- de somkracht van die spankrachten.

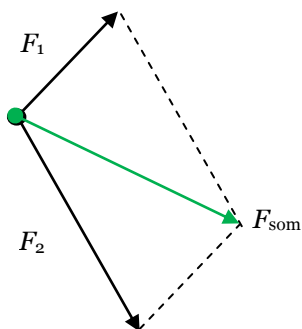
Begrippen

Krachten samenstellen
Somkracht
Resulterende kracht
Spankracht
Parallellogrammethode

Samenvatting

Krachten samenstellen – Als de grootte en de richting van twee krachten bekend zijn, is met de parallellogramconstructie de *somkracht* van die twee krachten te tekenen:

- Teken de twee krachten op schaal, vanuit één punt (zie figuur 17).
- Maak de figuur af tot een parallellogram (teken de twee resterende zijden gestippeld).
- Teken de diagonaal van het parallellogram: dat geeft je de richting van de somkracht (de groene pijl in figuur 17).
- Meet de lengte van de diagonaal en bereken uit de schaal de grootte van de somkracht.



Figuur 17 – Parallellogram-constructie van de somkracht F_{som} van F_1 en F_2 .

Opmerkingen

- Het gezamenlijke resultaat van twee krachten heet de *som* van die krachten. Het *samenstellen* of *optellen* van twee krachten betekent: het bepalen van de somkracht F_{som} .
- De grootte van F_{som} kun je meestal *niet* bepalen door de groottes van F_1 en F_2 op te tellen (zie bijvoorbeeld opdracht 10). Je kunt de grootte van F_{som} wel altijd vinden uit het op schaal getekende parallellogram.
- De som van *drie* krachten bepaal je op de volgende manier. Kies eerst twee krachten en bepaal de somkracht. Stel dan die (som)kracht samen met de derde kracht. Het maakt niet uit met welke twee krachten je begint. Het optellen van meer dan drie krachten gaat op dezelfde manier.
- Je mag krachten alleen optellen als die op één en hetzelfde voorwerp werken. Alleen de krachten die op één voorwerp werken, werken immers samen (in de beweging van dat voorwerp).
- De som van *alle* krachten die op een voorwerp werken heet de *resulterende* kracht.
- Het symbool voor 'som' is in de wiskunde (en natuurkunde) de Griekse hoofdletter Σ (spreek uit: sigma). De formule voor de resulterende kracht op voorwerp A is daarmee:

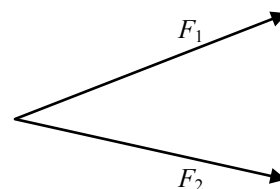
$$F_{\text{res op A}} = \Sigma F_{\text{op A}}$$

In woorden staat hier: De resulterende kracht op voorwerp A is gelijk aan de som van de krachten die op A werken.

Begripstest

- 10** Teken in de volgende twee situaties de richting en grootte van de somkracht F_{som} van de twee gegeven krachten met de parallellogram-constructie.
- a** De twee krachten zijn in figuur 18 getekend. De schaal van de tekening: 1 cm = 200 N. Teken in (een kopie van) figuur 18 de somkracht en meet in de tekening de grootheden in de tabel.

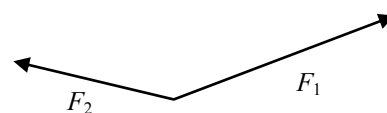
schaal	1 cm = 200 N
F_1 (N)	
F_2 (N)	
F_{som} (N)	



Figuur 18

- b** De twee krachten zijn in figuur 19 getekend. De schaal van de tekening is onbekend. Bepaal eerst de schaal. Teken daarna in (een kopie van) figuur 19 de somkracht en meet in de tekening de grootheden in de tabel.

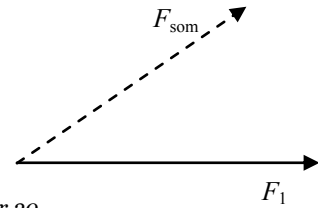
schaal	1 cm =
F_1 (N)	62
F_2 (N)	
F_{som} (N)	



Figuur 19

- 11** In figuur 20 zijn de kracht F_1 en de somkracht F_{som} getekend. Teken nu zelf in (een kopie van) figuur 20 de kracht F_2 die samen met F_1 voor de somkracht zorgt. Vul de tabel verder in.

schaal	1 cm =
F_1 (N)	40,0
F_2 (N)	
F_{som} (N)	



Figuur 20

Opgaven

12 Trampolinespringen

In figuur 21 zie je twee trampolinespringers. Beide springers moeten nog met hun oefening beginnen. Ze staan dus stil.

- Teken in (een kopie van) figuur 21 de krachten op de springers. Zet bij elke kracht de naam erbij.
- Leg uit waarom de ene trampoline meer doorzakt dan de andere.



Figuur 21

1 Krachten en richting

1.3 Krachten splitsen

Wat gaan we doen?



Figuur 22

We weten nu hoe we in de situatie van het bierkrat in figuur 22 de som van de twee spankrachten moeten bepalen. We kunnen de grootte van de spankrachten en de richtingen meten. Met een krachtendiagram en de parallelogramconstructie is dan de somkracht te bepalen. Maar dat levert nog geen antwoord op alle vragen over die situatie.

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- Hoe groot zijn de spankrachten bij een krat met een gegeven gewicht en bij een gegeven hoek van de touwen?
- Kunnen de touwen helemaal horizontaal worden getrokken?

Bij het beantwoorden van deze vragen maken we gebruik van de parallelogramconstructie. We maken ook gebruik van het feit dat het hier om een evenwichtssituatie gaat.

Dat levert een aanpak op die bruikbaar is in allerlei situaties waarin sprake is van evenwicht, en waarin de *richtingen* van de krachten bekend zijn maar de *groottes* van sommige krachten niet.

13 Oriëntatie – Krachten in meer complexe situaties

De situatie in figuur 22 heb je eerder gezien in figuur 7. Op het krat werken twee spankrachten, in de richting van de touwen. In figuur 23 zijn die als stippellijnen weergegeven.

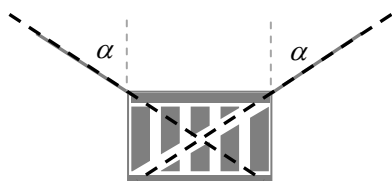
Voor de parallelogramconstructie moeten we de krachten vanuit één punt tekenen. We kiezen het punt waar de stippellijnen elkaar snijden. Op het krat werkt nog een derde kracht: de zwaartekracht. Stel dat die gemeten is en een waarde van 82 N heeft.

- a** Teken de zwaartekracht in (een kopie van) figuur 23. Kies zelf een geschikte krachtschaal.

Je weet nog niet hoe groot ieder van de spankrachten is. Toch kun je al bepalen hoe groot de *som* van die krachten moet zijn, en in welke richting die wijst.

- b** Leg met het begrip evenwicht uit hoe je de som van de spankrachten kunt bepalen.

- c** Teken de somkracht in (een kopie van) figuur 23. Let op de grootte en richting, en teken de somkracht vanuit het juiste punt.



Figuur 23

Plan van aanpak

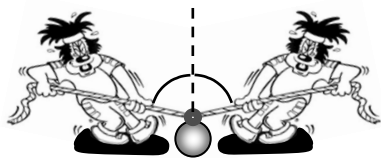
Als je de somkracht van twee krachten kent, en je weet in welke richting die twee krachten werken, dan kun je ook de groottes van die krachten vinden. Opdracht 14 laat zien hoe dat werkt.

In opdracht 15 pas je dit toe op het bierkrat en bepaal je de spankrachten in de situatie van figuur 22. Vervolgens worden de centrale vragen van deze paragraaf beantwoord.

Uitwerking

14 Sterke mannen

De twee krachtpatsers in figuur 24 tillen met een touw een zwaar voorwerp op. De zwaartekracht op het voorwerp is 200 N. Zo te zien is voor het optillen een behoorlijk grote kracht nodig.



Figuur 24

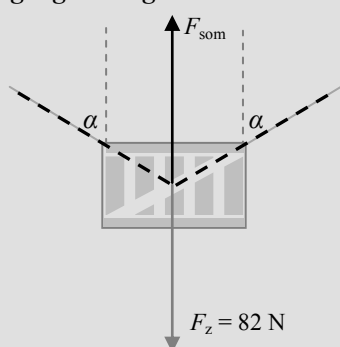
- a Maak een diagram waarin je de spankrachten gaat tekenen:
 - De spankrachten ga je vanuit één punt tekenen: teken dat punt.
 - De richting van iedere spankracht volgt uit figuur 24. Teken de richtingen als stippellijnen.
 - De somkracht moet de zwaartekracht opheffen. Dit is immers een evenwichtssituatie. Teken de somkracht. Kies zelf een handige schaal. De twee spankrachten en hun somkracht vormen samen een parallellogram. De spankrachten zijn daarbij twee van de zijden. De somkracht is de diagonaal (zie figuur 26).
- b Teken met behulp van deze aanwijzing de spankrachten in het diagram van onderdeel a. Beschrijf kort jouw methode.
- c Hoe groot is de kracht waarmee beide mannen aan het touw moeten trekken om het voorwerp te tillen?

In opdracht 14b gebruikte je de *omgekeerde parallellogramconstructie*. Het kader hieronder beschrijft hoe die werkt.

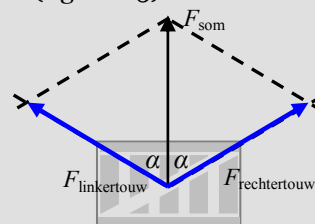
Omgekeerde parallellogramconstructie

In sommige evenwichtssituaties is slechts één van de drie krachten bekend. Hoe kun je nu gebruik maken van de parallellogrammethode?

- De somkracht van de twee onbekende krachten moet de derde kracht opheffen. De somkracht F_{som} is dus even groot als de bekende kracht, en tegengesteld gericht. Teken die somkracht (figuur 25).



Figuur 25 – De twee spankrachten in de touwen moeten samen een kracht F_{som} opleveren die de zwaartekracht F_z opheft.



Figuur 26 – Met een omgekeerde parallellogramconstructie zijn de twee (blauw getekende) spankrachten te bepalen.

- Pas de parallellogrammethode omgekeerd toe: maak het parallellogram. De somkracht is een diagonaal. Twee van de zijden van het parallellogram zijn de krachten die je zoekt (zie figuur 26). Uit de schaal van het diagram volgt de grootte van iedere spankracht.

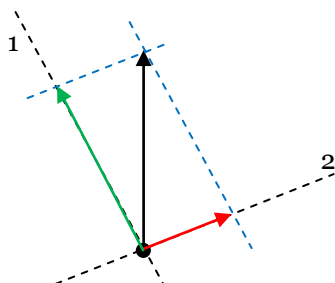
15 Bepaling van de spankrachten

- a Meet in figuur 22 de hoek α . Gebruik het diagram dat je gemaakt hebt in opdracht 13. Voer de omgekeerde parallellogramconstructie uit en bereken de groottes van de spankrachten: $F_{\text{rechtertouw}}$ en $F_{\text{linkertouw}}$.
- b Leg uit waarom de spankrachten groter worden als de touwen horizontaler worden getrokken.
- c Leg uit dat de touwen nooit helemaal horizontaal getrokken kunnen worden.

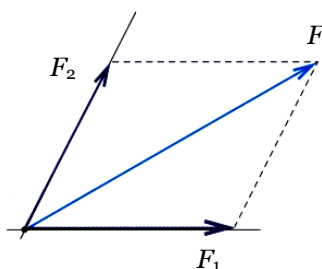
Met de omgekeerde parallellogramconstructie splits je de somkracht van de touwen in de twee spankrachten. In de natuurkunde heet dit het *ontbinden van een kracht*. De twee spankrachten heten de *krachtcomponenten* van die kracht.

Begrippen

Omgekeerde parallellogrammethode
Kracht ontbinden
Krachtcomponent



Figuur 27 – Omgekeerde parallellogramconstructie. Bij de gegeven kracht (zwarte pijl) en richtingen 1 en 2 passen alleen de rode en groene pijl. Om die te vinden gebruik je de blauwe stippellijnen, evenwijdig aan de stippellijnen 1 en 2.



Figuur 28 – Ontbinden van een kracht F in twee krachtcomponenten F_1 en F_2 met verschillende richtingen.

Samenvatting

Omgekeerde parallellogramconstructie – Twee krachten kun je tekenen als je de richtingen van die krachten weet en als de somkracht bekend is. Dat doe je met de omgekeerde parallellogramconstructie (zie figuur 27). Daarbij maak je een parallellogram waarin de somkracht de diagonaal is. Dan zijn de twee krachten de zijden. De grootte van de twee krachten is door meting uit de constructie te bepalen. Daarvoor moet wel de krachtschaal bekend zijn.

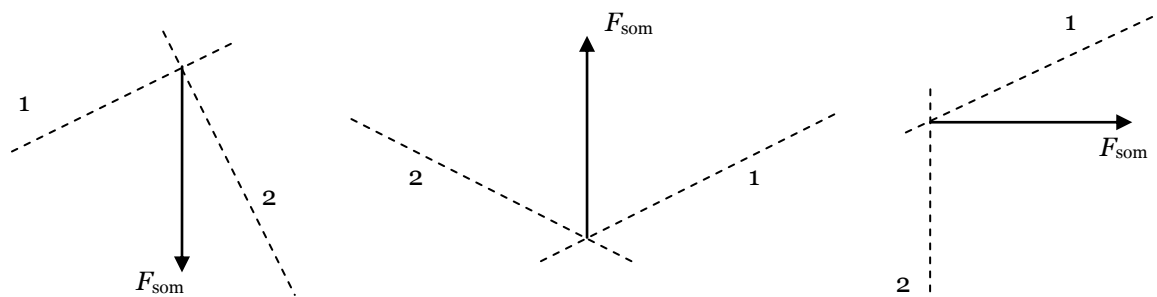
Kracht ontbinden – Bij het ontbinden van een kracht F vervang je die kracht door twee *krachtcomponenten* F_1 en F_2 in verschillende richtingen (figuur 28). Daarvoor gebruik je de omgekeerde parallellogrammethode. Het effect van de twee krachtcomponenten samen is gelijk aan de oorspronkelijke kracht F .

Opmerkingen

- In de situaties van het bierkrat en opdracht 14 maken beide spankrachten dezelfde hoek met de somkracht. Figuur 27 en 28 en de opgaven hieronder laten zien dat de methode ook werkt als die hoeken ongelijk zijn.
- In alle situaties met het krat is de som van de spankrachten hetzelfde: die heft de zwaartekracht op. Naarmate de touwen horizontaler staan, moeten de zijden van het parallellogram langer worden om dezelfde diagonaal op te leveren (vergelijk figuur 26). Dus zijn grotere spankrachten nodig om dezelfde somkracht op te leveren.
- Bij evenwicht kun je de touwen niet perfect horizontaal krijgen: de richtingen 1 en 2 zijn dan immers allebei horizontaal, en twee horizontale krachten kunnen samen geen verticale kracht opleveren. In de praktijk zal, als je bij evenwicht de beide spankrachten steeds groter maakt, altijd een touw breken vóór beide touwen horizontaal getrokken zijn.

Begripstest

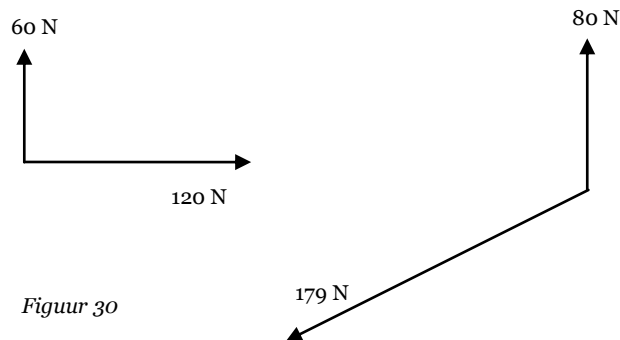
- 16** In de drie situaties van figuur 29 is steeds de somkracht F_{som} getekend. Dit is de somkracht van twee krachten F_1 en F_2 . In elke situatie zijn ook twee richtingen getekend waarin F_1 en F_2 werken (stippellijnen). Teken in (een kopie van) figuur 29 in elk van de drie situaties de twee krachten F_1 en F_2 (in de gegeven richtingen) die samen de getekende kracht als somkracht opleveren.



Figuur 29

- 17** In de situaties van figuur 30 werken steeds drie krachten die samen voor evenwicht zorgen. Twee van die krachten zijn getekend. De schaal van de tekeningen is: 1 cm = 40 N.
- a** Teken in (een kopie van) figuur 30 in beide situaties de derde kracht waardoor evenwicht gemaakt wordt.

- b** Meet de grootte van de onbekende krachten. Noteer de grootte van de kracht in de tekening.



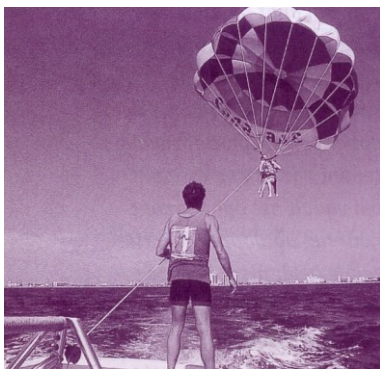
Figuur 30

Opgaven

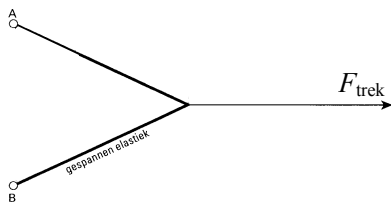
18 Parasailing

Bij parasailing wordt je aan een soort parachute in de lucht voortgetrokken door een speedboot (zie figuur 31). Op de parasailer met parachute (het voorwerp) worden in elk geval drie krachten uitgeoefend: de trekkracht (de spankracht in de trekkabel), de zwaartekracht en de lucht-wrijvingskracht.

- Geef deze drie krachten op het voorwerp weer in een tekening.
- Op het voorwerp moet nog een vierde kracht werken. Leg uit waarom.
- Welke richting heeft die vierde kracht? Hoe denk je dat we die kracht noemen?



Figuur 31 – Parasailer met parachute.



Figuur 32 – Boven-aanzicht van het gespannen elastiek van een katapult.

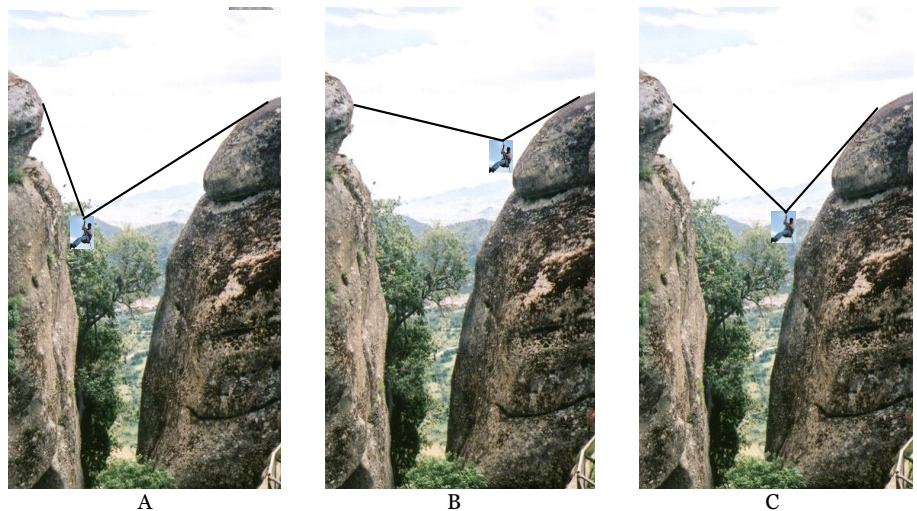
19 Katapult

In figuur 32 is een bovenaanzicht getekend van het elastiek van een katapult in gespannen toestand. Het steentje wordt vastgehouden door een horizontale trekkracht F_{trek} . Schaal: 1 cm = 25 N.

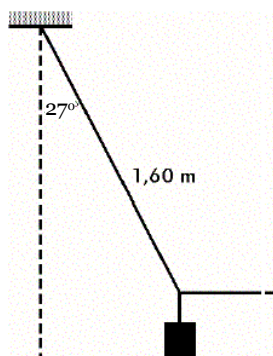
- Teken de som van de spankrachten. Leg uit hoe je die bepaalt.
- Hoe groot is in deze situatie spankracht in elk elastiek? Gebruik de omgekeerde parallellogramconstructie.

20 Hoe veilig hangt de bergbeklimmer?

Een bergbeklimmer moet via zijn klimtouw een ravijn oversteken. Hij wordt nu door twee krachten omhoog gehouden: de twee spankrachten F_1 en F_2 die door de twee helften van het klimtouw geleverd worden.



Figuur 33 – In welke situatie hangt de bergbeklimmer veilig aan het klimtouw?



Figuur 34

Het touw zal breken als de spankracht in een van de delen groter wordt dan 750 N. De bergbeklimmer heeft een massa van 90 kg.

In slechts één van de drie tekeningen in figuur 33 hangt de bergbeklimmer veilig. Welke tekening is dat? Controleer je antwoord met parallellogramconstructies.

21 Voorwerp opzij trekken

Een voorwerp met een gewicht van 2,5 N wordt opzij getrokken (zie figuur 34).

Op het punt waar het voorwerp opzij wordt getrokken, werken drie krachten: de zwaartekracht, de kracht opzij en de spankracht van het touw.

- Teken in (een kopie van) figuur 34 de zwaartekracht. Kies zelf een geschikte krachtschaal.
- Teken de twee andere krachten met een parallellogramconstructie.
- Bepaal met welke kracht het touw opzij wordt getrokken.

22 Ongelijke krachten

Vader en moeder dragen samen hun kind (zie figuur 35). Omdat de twee krachten een verschillende hoek maken, zal de ene ouder een groter deel van het gewicht dragen dan de andere ouder.



Figuur 35 – Welke ouder draagt het grootste deel van het gewicht?

- Welke ouder zal het grootste deel van het gewicht dragen? Leg uit.
- De zwaartekracht op het kind is 120 N. Bepaal de kracht die elke ouder moet leveren. Gebruik een parallellogramconstructie.

1 Krachten en richting

1.4 Loodrechte krachten

Wat gaan we doen?

Als twee krachten schuin op elkaar staan, bepaal je de somkracht met de parallellogrammethode. Je kunt een kracht ook splitsen in componenten met de omgekeerde parallellogrammethode. Een kracht is de somkracht van zijn twee componenten.

Door het samenstellen en ontbinden van krachten kun je allerlei vragen over evenwichtssituaties beantwoorden. Bijvoorbeeld over de situatie waarin een bierkrat aan twee touwen wordt opgetild. Hebben we die situatie nu, wetenschappelijk gezien, zo goed mogelijk beschreven?

23 Oriëntatie

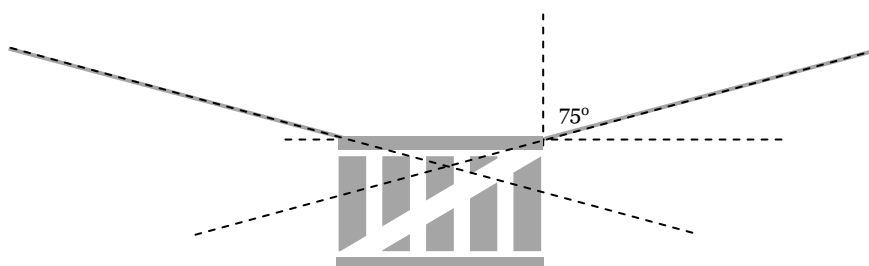
In de situatie van figuur 36 staan de touwen bijna horizontaal. Het krat wordt dus met grote krachten omhoog gehouden. Elk van de spankrachten kan veel groter zijn dan de zwaartekracht, want maar een klein deel ervan wordt benut om het krat omhoog te houden. Toch heft de somkracht van beide spankrachten precies de zwaartekracht op.

In figuur 37 is de situatie als een tekening weergegeven. Het gewicht van het krat is gemeten: 82 N.

- a Gebruik (een kopie van) figuur 37 om de spankrachten te bepalen:
 - Kies een geschikte krachtschaal, en teken de somkracht van de spankrachten.
 - Pas de omgekeerde parallellogrammethode toe en bepaal de spankracht die wordt uitgeoefend door een van de touwen.
- b Vergelijk de spankracht die je bij onderdeel a hebt gevonden met de resultaten van andere leerlingen in je klas. Het is onwaarschijnlijk dat iedereen precies dezelfde waarde heeft gevonden. Welke waarde voor de spankracht is nu de beste? Welke argumenten heb je voor je keuze?
- c Op welke manieren zou je het resultaat van de bepaling van de spankrachten kunnen verbeteren?



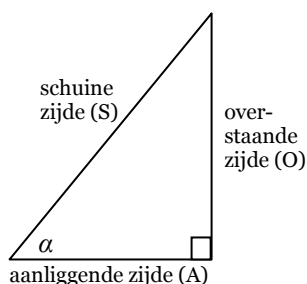
Figuur 36



Figuur 37 – Tekening van de situatie in figuur 36.

Berekeningen zijn nauwkeuriger dan tekeningen. In deze paragraaf bespreken we een manier om de parallellogramconstructie uit te voeren door met formules te rekenen. Dat is nauwkeuriger dan het opmeten in een tekening. De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoe kun je krachten samenstellen en ontbinden met formules?*



Figuur 38

Plan van aanpak

Als twee krachten loodrecht op elkaar staan, wordt het parallellogram een rechthoek. Dan hoef je de somkracht niet te construeren, maar kun je die berekenen. In opdracht 24 zie je hoe dat in zijn werk gaat. Je gebruikt daarbij de stelling van Pythagoras. Je moet ook weten hoe je in een rechthoekige driehoek de tangens van een hoek berekent (zie figuur 38: $\tan \alpha = O/A$).

Hetzelfde geldt bij het ontbinden van een kracht. Kies je daarbij voor loodrechte richtingen, dan kun je de componenten berekenen. Je hebt dan de sinus en cosinus van de hoek nodig (zie figuur 38: $\sin \alpha = O/S$ en $\cos \alpha = A/S$). In opdracht 25 ga je na hoe dat werkt.

In opdracht 26 gebruik je deze aanpak om de resultaten van het experiment met het bierkrat zo nauwkeurig mogelijk te maken.

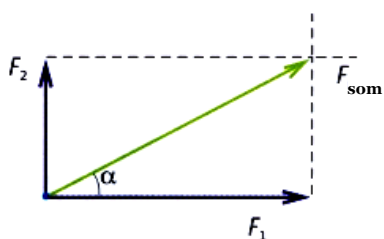
Uitwerking

24 Somkracht van twee loodrechte krachten

- a** De twee krachten F_1 en F_2 staan loodrecht op elkaar. Teken zelf die krachten (kies eerst een handige schaal). Teken daarna de somkracht en meet F_{som} in de tekening.

schaal	1 cm =
F_1 (N)	400
F_2 (N)	300
F_{som} (N)	

- b** In de situatie van onderdeel a kun je de somkracht F_{som} ook berekenen met een formule. Lees daarvoor eerst het theorieblok over *loodrechte krachten optellen*. Noteer de formule, bereken de somkracht en controleer of die berekening hetzelfde resultaat geeft als bij het optellen van de krachten met de parallellogramconstructie.
- c** In de situatie van onderdeel b is ook de hoek α tussen F_1 en F_{som} met een formule te berekenen. Lees het theorieblok. Noteer de formule, bereken de hoek α en controleer of die berekening hetzelfde resultaat geeft als bij het optellen van de krachten met de parallellogramconstructie.



Figuur 39 – Samenstellen van twee krachten F_1 en F_2 met onderling loodrechte richtingen.

Loodrechte krachten optellen

Als de twee krachten F_1 en F_2 loodrecht op elkaar staan, zijn de grootte en de richting van de somkracht F_{som} ook te berekenen. Het krachtenparallellogram wordt dan een *krachtenrechthoek* zoals in figuur 39. De grootte van de somkracht is te berekenen met de *stelling van Pythagoras*:

$$F_{\text{som}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

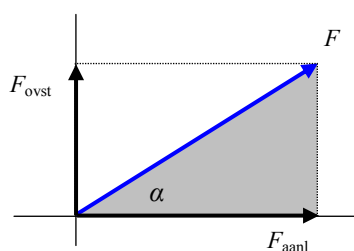
De richting van de somkracht wordt gegeven door de hoek α . De grootte van α bepaal je door de tangens van deze hoek te berekenen:

$$\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1}$$

25 Een kracht splitsen in loodrechte componenten

In figuur 40 is de kracht F gesplitst in twee krachtcomponenten. De component die getekend is bij hoek α wordt de *aanliggende component* genoemd: F_{aanl} . In de figuur is een grijze driehoek getekend.

- a** Met welke formule kun je de hoek α berekenen uit F en F_{aanl} ?



Figuur 40

- b** Leg uit dat je deze formule ook kunt schrijven als:

$$F_{\text{aanl}} = F \cdot \cos \alpha$$

De andere krachtcomponent die getekend is wordt de *overstaande* component genoemd: F_{ovst} . In de figuur is een grijze driehoek getekend.

- c** Leg uit dat voor de andere krachtcomponent geldt:

$$F_{\text{ovst}} = F \cdot \sin \alpha$$

In opdracht 21c heb je uit de tekening de grootte van de trekkracht naar opzij bepaald.

- d** Ga na dat de formules voor F_{aanl} en F_{ovst} hetzelfde resultaat opleveren.

Een kracht in loodrechte componenten ontbinden

Als de twee gegeven of gekozen richtingen van de krachtcomponenten loodrecht op elkaar staan, is de grootte van de krachtcomponenten ook te berekenen. Het krachtenparallellogram wordt dan een rechthoek zoals in figuur 40. De groottes van de krachtcomponenten bereken je met de cosinus en sinus van de hoek α :

$$\cos \alpha = \frac{F_{\text{aanl}}}{F} \rightarrow F_{\text{aanl}} = F \cdot \cos \alpha$$

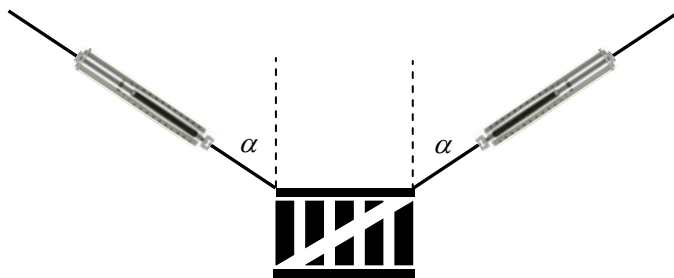
$$\sin \alpha = \frac{F_{\text{ovst}}}{F} \rightarrow F_{\text{ovst}} = F \cdot \sin \alpha$$

Opmerkingen

- Ook bij loodrechte componenten geldt: een kracht is de somkracht van zijn twee componenten.
- De twee richtingen voor het ontbinden van een kracht zijn gewoonlijk vrij te kiezen. Het is dan meestal handig om onderling loodrechte richtingen te kiezen, want dan zijn de componenten met formules te berekenen.

26 Experiment bierkrat

In de vorige paragraaf volgde uit de parallellogramconstructie bij het bierkrat dat de twee spankrachten steeds samen de zwaartekracht opheffen.



Figuur 41 – Meetopstelling bij opdracht 6.

We kunnen de constructie nu met berekeningen controleren en nauwkeuriger maken.

- a** Laat met een tekening zien dat voor de spankracht F_s moet gelden:

$$\cos \alpha = \frac{F_{\text{aanl}}}{F_s} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_z}{F_s} \rightarrow F_s = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_z}{\cos \alpha}$$

In deze formule is F_z de zwaartekracht die op het krat werkt.

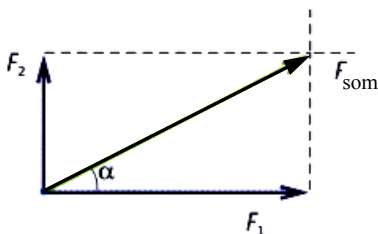
- b Gebruik de meting van het gewicht van het mini-bierkrat (of het andere voorwerp) dat je hebt gebruikt in opdracht 6. Bereken welke waarden de formule uit onderdeel a levert voor de spankracht bij elk van de hoeken. Vul de tweede rij van (een kopie van) de tabel hieronder in.
- c Neem de bij opdracht 6 gemeten waarden voor de spankracht over in (een kopie van) de tabel hieronder.

hoek α	0°	30°	45°	60°	75°
berekende spankracht F_s (N)					
gemeten spankracht F_s (N)					

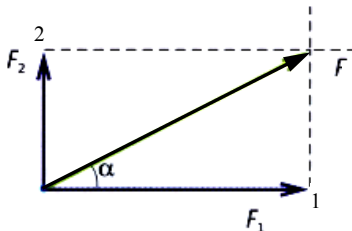
- d Vergelijk de metingen met de berekende waarden. Hoeveel vertrouwen heb je in de geldigheid van de formules? Hoe nauwkeurig zijn de metingen? Als er sterke verschillen zijn tussen meting en berekening: kun je die verschillen verklaren?
- e Leg uit hoe de twee spankrachten die op het bierkrat werken samen de zwaartekracht opheffen.

Begrippen

Loodrechte componenten van een kracht



Figuur 42 – Als F_1 en F_2 loodrecht op elkaar staan kun je de grootte van F_{som} en de hoek α berekenen.



Figuur 43 – Bij ontbinden van F in de loodrechte richtingen 1 en 2, kun je de componenten F_1 en F_2 berekenen.

Samenvatting

Loodrechte krachten samenstellen – Als de krachten F_1 en F_2 loodrecht op elkaar staan, dan geldt voor de grootte en de richting van de somkracht F_{som} :

$$F_{\text{som}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1}$$

Zie figuur 42 voor de betekenis van de hoek α .

Samenstellen en ontbinden – Bij het ontbinden van een kracht vind je twee componenten. De kracht is de som van zijn twee componenten. Ontbinden van een kracht in componenten is dus het omgekeerde van het samenstellen van die componenten.

Dit geldt altijd, ook als de kracht wordt ontbonden in componenten die niet loodrecht op elkaar staan (zoals bij de spankrachten op het bierkrat).

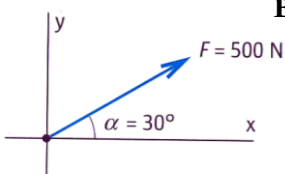
Een kracht in loodrechte componenten ontbinden – Ontbind een kracht in twee richtingen die loodrecht op elkaar staan. Het krachtenparallellogram wordt dan een rechthoek zoals in figuur 43.

De grootte van de krachtcomponenten bereken je met de cosinus en sinus van de hoek α :

$$\cos \alpha = \frac{F_1}{F} \rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{F_2}{F} \rightarrow F_2 = F \cdot \sin \alpha$$

Begripstest



Figuur 44

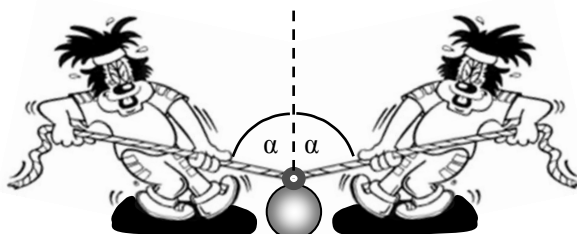
- 27 Bereken de grootte van de krachtcomponenten in de twee gegeven richtingen in figuur 44.

Opgaven

28 Krachtpatsers

Twee leerlingen proberen een touw strak te spannen waar een gewicht van 5 kg aan hangt (zie figuur 45). Zij trekken elk met een kracht van 200 N.

- Teken een krachtenplaatje.
- Bereken hoe groot de hoek α is.



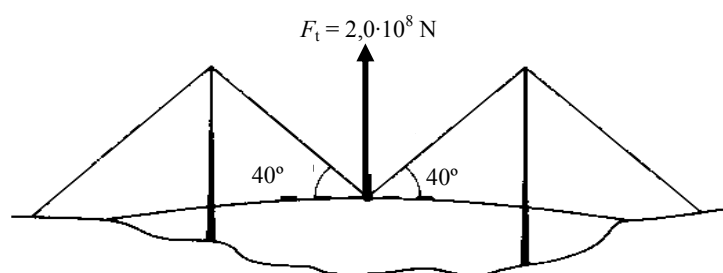
Figuur 45

29 Tuibrug

Bij de tuibrug van figuur 46 wordt het wegdek in het midden gedragen door twee tui-kabels. De spankrachten in de twee tui-kabels leveren samen een kracht F_t van $2,0 \cdot 10^8$ N verticaal omhoog op het brugdek. De tui-kabels maken een hoek van 40° met het horizontale vlak.

In de tekening is de situatie op schaal weergegeven. Voor de krachtpijl geldt dat 1 cm overeen komt met $1,0 \cdot 10^8$ N.

- Teken in (een kopie van) figuur 46 met de parallelogrammethode de twee spankrachten in de kabels.
- Bepaal de grootte van de spankracht in elke kabel.
- Controleer de gevonden waarde van de spankracht met een berekening. Bedenk hiervoor eerst hoe groot de verticale component van één spankracht moet zijn, en bereken daaruit hoe groot de spankracht van één kabel moet zijn.



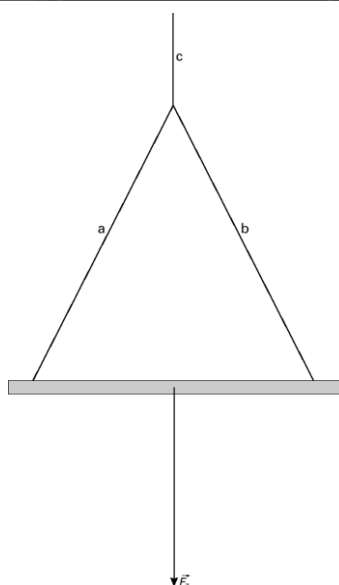
Figuur 46 – Bij een tuibrug wordt het wegdek gedragen door de spankrachten in de tui-kabels.

30 Bouwkraan

Op de foto van figuur 47 is te zien hoe een stalen balk door een bouwkraan is opgehesen. In de tekening van figuur 47 is te zien dat de kabels symmetrisch aan de balk zijn vastgemaakt. Daardoor zijn de spankrachten in de kabels a en b gelijk. Kabel c loopt verticaal. Ga ervan uit dat de balk in de weergegeven situatie met constante snelheid omhoog beweegt.

In de tekening staat ook de krachtpijl F_z van de zwaartekracht die op de balk werkt. De balk heeft een massa van 330 kg.

- Is in deze situatie sprake van krachtenevenwicht? Leg uit.
- Leg uit dat de spankracht in elk van de kabels a en b meer dan de helft van de zwaartekracht op de balk moet zijn.
- Teken in (een kopie van) figuur 47 de verticale component van de span-



Figuur 47

kracht in kabel a op dezelfde schaal als de zwaartekracht.

- d** Teken in (de kopie van) figuur 47 de spankracht in kabel a.
- e** Meet de hoek tussen kabel a en b en bereken daarmee de grootte van de spankracht in kabel a.

31 Ontbinden van krachten: kiezen van de x- en y-richting

Het kader hieronder beschrijft situaties A, B en C. In iedere situatie werken twee of meer krachten op een voorwerp. Doel: de resulterende kracht op het voorwerp bepalen (want dan weet je hoe het voorwerp beweegt).

Doe in elk van die drie situaties het volgende:

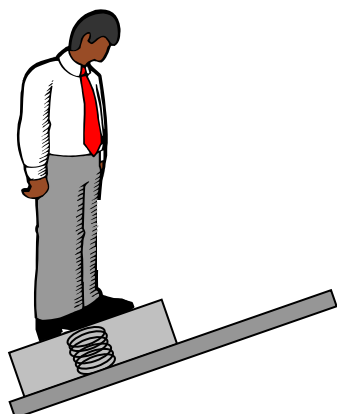
- Maak een tekening van de krachten op het voorwerp.
- Kies een kracht om te ontbinden in onderling loodrechte richtingen. Kies de richtingen. Leg uit waarom je juist voor die kracht en die twee richtingen kiest. (Opmerking: Steeds is één keuze het handigst, gezien het doel.)
- Ontbind de gekozen kracht in de twee gekozen richtingen en bereken de krachtcomponenten.
- Bepaal de grootte en richting van de resulterende kracht.

- A** Aan een touw voortslepen van een slee met een massa van 9,5 kg. Bij het slepen is de trekkracht op de slee 30 N onder een hoek van 37° met de grond. De wrijvingskracht is heel klein en wordt verwaarloosd.
- B** Afdalen van een berghelling met een hellingshoek van 10° op een racefiets bij een wielervedstrijd. De massa van de fiets met wielrenner is 80 kg. De wrijvingskracht (rol- en luchtwrijving) op de fiets met wielrenner is 25 N.
- C** Wegstoten van een kogel met een massa van 6,0 kg bij het kogelstoten. Bij het wegstoten is de spierkracht op de kogel 150 N onder een hoek van 60° met de grond.

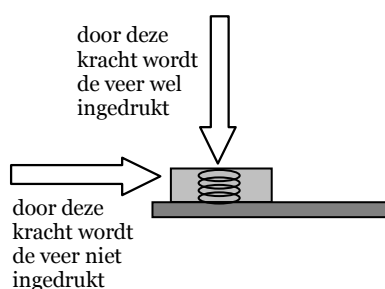
1 Krachten en richting

1.5 Krachten op een helling

Wat gaan we doen?



Figuur 48



Figuur 49

Het ontbinden van krachten in twee loodrechte componenten helpt bij het begrijpen van wat ingewikkelder situaties. In die situaties is het vaak *niet* handig om krachten in de horizontale en verticale richting te ontbinden.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Als je bij complexere situaties het ontbinden van krachten wilt gebruiken, welke loodrechte richtingen kun je dan het best gebruiken?*

Een voorbeeld van zo'n situatie is die van de weegschaal op een schuine plank.

32 Oriëntatie – Afvallen op een schuine plank

Maarten staat op een weegschaal, die op het uiteinde van een plank geplaatst is (zie figuur 48). Als de plank horizontaal ligt, ziet Maarten dat zijn massa 61 kg is. Als het uiteinde van de plank langzaam omhoog getild wordt, blijkt de weegschaal steeds iets minder aan te geven.

- Hoe kan dat? Kun je uitleggen waardoor de weegschaal minder aanwijst? Binnen in de weegschaal zit een veer die ingedrukt wordt als er een kracht op werkt. Maar zie figuur 49: alleen door een kracht die loodrecht op de weegschaal werkt, wordt de veer ingedrukt. Een kracht die parallel aan de weegschaal werkt kan dat niet.
- In welke richting oefent Maarten een kracht op de weegschaal uit in figuur 48?
- Zou het bij onderdeel a helpen als we de kracht van Maarten op de weegschaal in componenten ontbinden? In welke loodrechte richtingen moeten we die kracht dan ontbinden?

Aanpak bij meerdere krachten

- Welke krachten werken er?
- Wat weet je van die krachten?
- Kun je de som van de krachten bepalen?
- Zijn de krachten in evenwicht?
- Kies voor ontbinden of de parallelogrammethode.

Plan van aanpak

De aanpak voor een situatie met meerdere krachten staat in het kader hier-naast. Die passen we toe op de weegschaal met Maarten in opdracht 33. Dan weten we welke krachten er op de weegschaal werken. Daarna bepalen we welk effect Maarten op de weegschaal heeft. Daarvoor moet een kracht ontbonden worden (opdracht 33). Daarmee is het 'afvallen' van Maarten te verklaren (opdracht 34).

De situatie bepaalt in welke richtingen je de krachten ontbindt. Iedere situatie is weer anders, maar vaak is al snel duidelijk welke richtingen handig zijn (opdracht 35 en 36).

Uitwerking

33 Krachten werkend op de weegschaal

Wat de weegschaal aanwijst wordt bepaald door de krachten die werken op de weegschaal. Pas dus Newtons aanpak toe:

- Welke krachten werken er op de weegschaal?

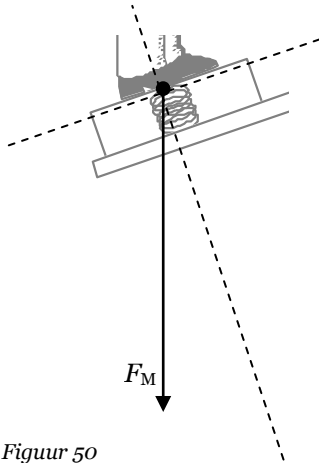
De weegschaal ondergaat drie interacties, die ieder een kracht opleveren:

- de zwaartekracht F_z door de Aarde op de weegschaal (omlaag)
- de kracht F_M door Maarten op de weegschaal (omlaag)
- de kracht F_{plank} door de plank op de weegschaal.

- Wat weten we over de grootte, de richting en het aangrijpingspunt van iedere kracht?

- Van één kracht weet je de grootte. Welke is dat? Hoe groot is die kracht? De weegschaal blijft in rust, dus dit is een evenwichtssituatie. Daaruit is de richting van F_{plank} te bepalen.
- Wat is die richting? Leg uit.
Stel dat de weegschaal een massa heeft van 1 kg.
- Hoe groot is dan F_{plank} ? Leg uit.

Hiermee is de beweging van de weegschaal verklaard. Maar hoe verklaar je dat de weegschaal minder aanwijst naarmate die schuiner staat?



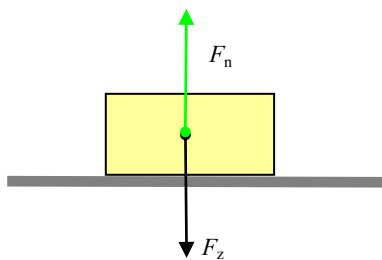
Figuur 50

34 Het afvallen verklaard

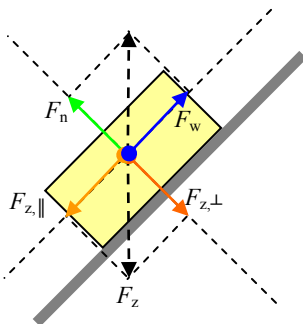
De kracht F_M is getekend in figuur 50. Schaal: 1 cm = 145 N.

We gaan die kracht ontbinden in de richtingen van de gestippelde lijnen.

- Leg uit waarom juist die richtingen in deze situatie van belang zijn.
- Ontbind F_M en laat zien welke component van F_M zorgt voor het indrukken van de veer van de weegschaal.
- Bepaal door meting wat de weegschaal in de getekende situatie aanwijst. Gebruik de krachtschaal.
- Leg uit waarom de weegschaal steeds minder aanwijst als de plank steiler wordt. (Stel een formule op voor de kracht waarmee Maarten de veer indrukt. Hoe verandert die als de hellingshoek groter wordt?)



Figuur 51 – Op het voorwerp werken twee krachten. De zwaartekracht F_z en de normaalkracht F_n zijn even groot, maar hebben een tegengestelde richting. Omdat de twee krachten elkaar opheffen, blijft het voorwerp stil liggen.



Figuur 52 – Als het blok blijft liggen, heft de wrijvingskracht F_w de parallelle component $F_{z,||}$ van de zwaartekracht op, en heft de normaalkracht F_n de loodrechte component $F_{z,⊥}$ van de zwaartekracht op.

Krachten op een helling

Normaalkracht – Als een voorwerp op een ondergrond ligt (zie figuur 51), dan wordt het voorwerp ‘gedragen’ door de ondergrond. Die kracht van de ondergrond op het voorwerp noemen we de normaalkracht F_n (normaal betekent loodrecht). De normaalkracht ontstaat doordat het voorwerp op de ondergrond duwt, net zoals de spankracht in een touw ontstaat doordat er aan het touw getrokken wordt.

Wrijvingskracht – Ook als het voorwerp stil ligt op een schuine helling (zie figuur 52) staat de normaalkracht loodrecht op het oppervlak. Dan kan het blok alleen blijven liggen als er ook een (blauw getekende) wrijvingskracht F_w wordt uitgeoefend door het oppervlak op het blok. Als het blok blijft liggen, heffen de wrijvingskracht en de normaalkracht samen de zwaartekracht op.

Net als in figuur 51 zorgt één wisselwerking (tussen blok en oppervlak) voor de kracht die het blok in rust houdt. Maar omdat die wisselwerking twee effecten heeft (ondersteuning en voorkomen van wegglijden), wordt onderscheid gemaakt tussen de normaalkracht en de wrijvingskracht.

Zwaartekracht – Bij een heel steile helling is de kans groot dat het blok gaat schuiven langs de helling. De wrijvingskracht is dan kleiner dan de evenwijdige component van de zwaartekracht. Dat is de oranje pijl met label " $F_{z,||}$ ".

In de richting van de normaalkracht is er meestal geen beweging: de normaalkracht wordt nog steeds opgeheven door de loodrechte component van de zwaartekracht. Dat is de oranje pijl met label " $F_{z,⊥}$ ".

In de meeste situaties waarin een helling een rol speelt is het ontbinden van de zwaartekracht in componenten evenwijdig aan en loodrecht op de helling daarom het handigst.

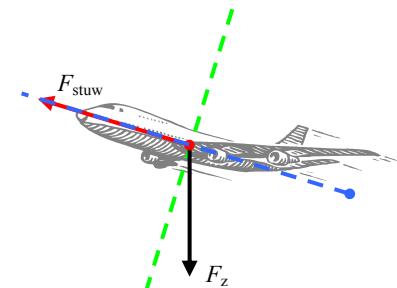
Wat de weegschaal aanwijst, hangt af van de veer. Die veer kan maar in één richting worden ingedrukt. Krachten in die richting zijn dus belangrijk als je wilt weten wat de weegschaal aanwijst. Dat bepaalt in welke richting je de krachten gaat ontbinden.



Figuur 53



Figuur 54



Figuur 55

Iedere situatie is weer anders. Toch is wel in te zien hoe je de loodrechte richtingen moet kiezen bij het ontbinden. Hier volgen nog twee voorbeelden:

- een vliegtuig dat opstijgt en beweegt in de richting van de rode pijl (zie figuur 53)
- een winkelwagentje dat over een helling naar boven wordt geduwd, bewegend in de richting van de rode pijl (zie figuur 54).

De rode pijl is in beide gevallen één van de slimme richtingen voor het ontbinden van de krachten. In opdracht 35 en 36 gaan we na waarom.

35 Het opstijgen van een vliegtuig

In deze situatie stijgt een vliegtuig met constante snelheid op in een rechte lijn schuin omhoog onder een hoek van 17° met de horizontaal. Op het vliegtuig werken de stuwkracht van de motor F_{stuw} en de zwaartekracht F_z . Die krachten zijn aangegeven met een pijl in figuur 55.

- a Als er verder geen krachten werkten, zou het vliegtuig neerstorten. Leg uit waarom.

Er werkt een luchtweerstandskracht die tegengesteld is aan de stuwkracht: de richting is die van de blauwe stippellijn.

De luchtstroom langs de vleugels zorgt voor een *liftkracht* die loodrecht op de bewegingsrichting van het vliegtuig staat. Die richting wordt door de groene stippellijn gegeven.

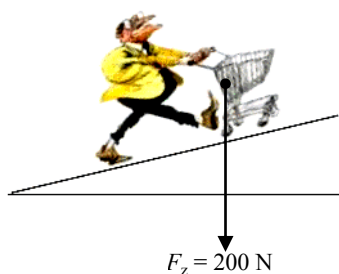
- b In deze situatie is er krachtenevenwicht. Hoe weet je dat?
Als je voor het ontbinden van de krachten de stippellijnen gebruikt, hoef je maar één kracht te ontbinden.
- c Welke kracht is dat? Waarom hoef je de andere krachten niet te ontbinden?
- d Geef in (een kopie van) figuur 55 de hoek α en de twee krachtcomponenten aan voor de kracht die ontbonden moet worden.
Omdat er krachtenevenwicht is, kun je nu ook de liftkracht en de luchtweerstandskracht tekenen.
- e Teken die twee krachten, en leg uit hoe je ze hebt gevonden.
- f Hoe werken de vier krachten nu samen? Beschrijf voor elk van de twee richtingen hoe de krachten samenwerken.

Liftkracht

De liftkracht van een vleugel lijkt op de normaalkracht, omdat ook die kracht altijd loodrecht staat op de bewegingsrichting. De liftkracht wordt veroorzaakt door de luchtstroom langs de vleugels, en hangt onder andere af van de vleugelvorm en de voorwaartse snelheid. Die luchtstroom veroorzaakt ook een wrijvingskracht, in de richting tegengesteld aan de bewegingsrichting. Ook in dit geval wordt dus de ene interactie (tussen vleugel en lucht) gezien als twee effecten: lift en wrijving.

36 Winkelwagentje op een helling

In een supermarkt mag een helling niet te steil zijn. Onderzoek wijst uit dat de maximumkracht die een klant mag hanteren bij een wagentje 20 N bedraagt. Je mag ervan uitgaan dat de winkelwagentjes vrijwel wrijvingsloos rollen. De zwaartekracht op het wagentje is 200 N. In deze opdracht gaan we op zoek naar de maximale hoek die de helling mag hebben.

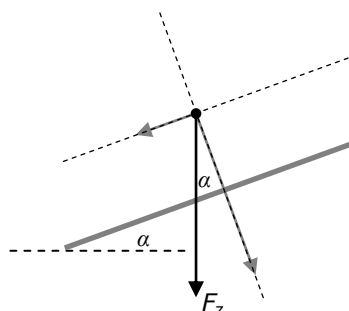


Figuur 56

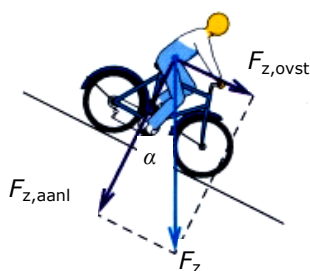
Naast de zwaartekracht werken er nog twee krachten op het winkelwagentje.

- Teken in (een kopie van) figuur 56 alle krachten op het winkelwagentje.
- Kies twee onderling loodrechte richtingen. Geef die richtingen in de figuur aan met stippelijnen.
- Welke kracht of krachten moet je nu ontbinden? Geef in (de kopie van) figuur 56 de hoek α en de twee krachtcomponenten aan.
De zwaartekracht op het winkelwagentje is in figuur 56 al getekend.
- Is er in deze situatie sprake van krachtevenwicht? Welke informatie kun je daaruit afleiden?
- Bereken de hoek die de helling maximaal mag hebben, wil de veiligheid niet in het geding komen.

De zwaartekracht heeft een belangrijke invloed op een hellend vlak. De zwaartekracht is te splitsen in twee componenten. De component die evenwijdig is aan de helling zorgt voor een tegenwerkende of meewerkende kracht.



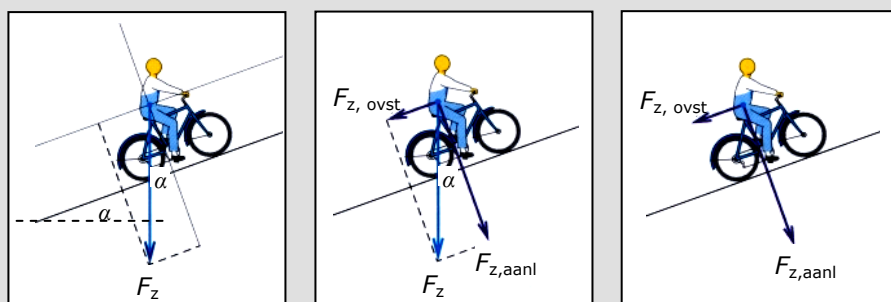
Figuur 58 – De hellingshoek α is gelijk aan de hoek tussen de zwaartekracht en de component loodrecht op de helling.



Figuur 59 – Tijdens de afdaling zorgt de krachtcomponent $F_{z,ovst}$ langs de helling voor een voorwaartse kracht op de fiets.

Zwaartekracht op een helling

Bij een wielrenner op een helling is de zwaartekracht F_z te splitsen in twee componenten (zie figuur 57 midden).



Figuur 57 – De zwaartekracht F_z wordt gesplitst in twee krachtcomponenten $F_{z,aanl}$ en $F_{z,ovst}$.

Na het ontbinden is de zwaartekracht vervangen door de twee krachtcomponenten (zie figuur 57 rechts).

De component loodrecht op de weg drukt de fiets tegen het wegdek. De component langs de helling werkt de beweging tegen bij omhoog fietsen.

De hellingshoek α is gelijk aan de hoek tussen F_z en de component loodrecht op de helling (zie figuur 58). Dat is de aanliggende component $F_{z,aanl}$. De krachtcomponent $F_{z,ovst}$ is gericht evenwijdig aan de helling. De tegenwerking is een gevolg van de krachtcomponent $F_{z,ovst}$.

Tijdens de afdaling zorgt de krachtcomponent $F_{z,ovst}$ langs de helling juist voor een voorwaartse kracht op de fiets (zie figuur 59). Trappen is dan vaak niet nodig.

Begrippen

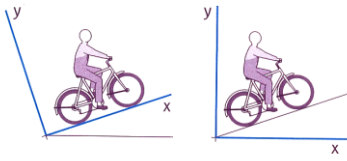
Normaalkracht
Liftkracht

Samenvatting

Complexe situaties zijn vaak op te lossen door het ontbinden van een kracht in twee krachtcomponenten.

Bij een beweging op een helling is het meestal handig om de zwaartekracht te ontbinden in een component loodrecht op de helling en een component evenwijdig aan de helling. De component evenwijdig aan de helling zorgt voor een tegenwerkende of meewerkende kracht.

Begripstest



Figuur 60

- 37** In figuur 60 zie je twee keer dezelfde situatie: een fietser rijdt tegen een helling op. Het verschil tussen de twee situaties is de keuze van de twee onderlinge richtingen x en y voor het ontbinden van krachten. Het doel is: de resulterende kracht op de fiets met fietser bepalen. Hoeveel krachten moet je in elk van de twee situaties ontbinden? Welke situatie kun je (dus) het beste kiezen?

Opgaven

38 Sleetje rijden

Het ontbinden van krachten in twee loodrechte richtingen is een aanpak die in veel situaties te gebruiken is. Bij een beweging in een horizontale richting kan er ook sprake zijn van 'schuine' krachten, net zoals in een situatie waarin het voorwerp stil staat.

Op de slee (met passagier) van figuur 61 werken verschillende krachten.

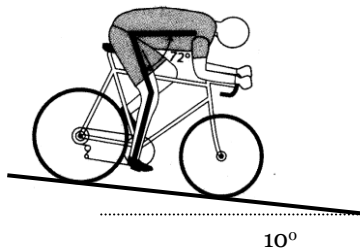


Figuur 61

- Teken in (een kopie van) figuur 61 *alle* krachten op de slee (met passagier) als een pijl en schrijf de naam van de kracht erbij. Teken de richting en het aangrijpingspunt van elke kracht. De lengte van de pijl is niet zo belangrijk.
- Hoe kun je in deze situatie nagaan of er sprake is van krachtenevenwicht?
- Stel dat er sprake is van krachtenevenwicht, welke krachten houden elkaar dan in evenwicht? Kijk daarbij zowel naar de horizontale als naar de verticale richting.

39 Afdalen

Een wielrenner is bezig met een afdaling van een berghelling met een hellingshoek van 10° . Daarbij houdt hij zijn benen stil en hij remt ook niet, dus hij oefent zelf geen kracht uit. De massa van de fiets met wielrenner is 80 kg. Tijdens de afdaling is zijn snelheid constant.



Figuur 62

- Is er sprake van krachtenevenwicht? Leg uit.
- De enige kracht die de wielrenner voortduwt is de component van de zwaartekracht langs de helling. Hoe groot is die krachtcomponent?
- Teken in (een kopie van) figuur 62 *alle* krachten die op de fiets met wielrenner werken. En bereken de grootte van al deze krachten.

1 Krachten en richting

1.6 Toepassingen van Newtons methode

Wat gaan we doen?

Aanpak bij meerdere krachten

- Welke krachten werken er?
- Wat weet je van die krachten?
- Kun je de som van de krachten bepalen?
- Zijn de krachten in evenwicht?
- Kies voor ontbinden of de parallelogrammethode.

In dit hoofdstuk hebben we gewerkt aan het beantwoorden van de volgende vraag:

- *Hoe pas je Newtons methode toe in praktijksituaties op het gebied van de sport, het verkeer en technisch natuurwetenschappelijk onderzoek als de krachten op een voorwerp schuin op elkaar staan?*

We zagen dat je de effecten van schuine krachten vaak kunt vinden door krachten samen te stellen of te ontbinden. Bijna alle situaties die daarbij zijn behandeld waren *evenwichtssituaties*. Die zijn minder moeilijk, omdat dan de resulterende kracht op het voorwerp nul is: $F_{\text{res}} = 0 \text{ N}$.

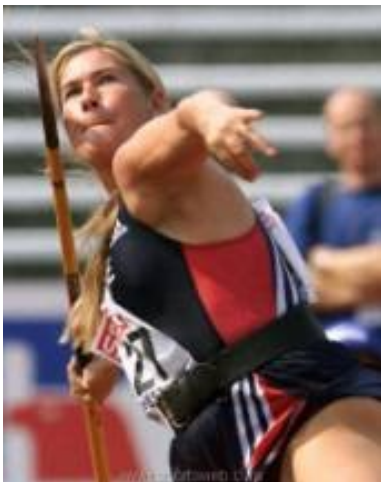
In deze paragraaf bekijken we ten slotte situaties waarin de resulterende kracht een bekende waarde heeft, maar niet nul is. In die situaties verandert de snelheid dus.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoe pas je Newtons methode toe als er schuine krachten zijn en de resulterende kracht bekend is maar niet nul?*

40 Oriëntatie – Speerwerpen

Bij het werpen met een speer krijgt de speer tijdens het werpen een grote versnelling. De snelheid van de speer neemt in 0,50 s toe van 5 m/s (tijdens de aanloop) tot 30 m/s (bij het loslaten). De damesspeer heeft een massa van 600 g.



Figuur 63

Tijdens de worp werken er twee krachten op de speer: de zwaartekracht en de kracht van de hand.

- Ga met een berekening na dat de versnelling van de speer 50 m/s^2 is. Tijdens de worp werkt de resulterende kracht in de richting van de speer.
- Bereken de grootte van de resulterende kracht op de speer.
- Teken de resulterende kracht op de speer in (een kopie van) de foto van figuur 63. Teken het aangrijpingspunt in de speer bij de hand. Gebruik een handige krachtschaal.
- Bereken ook de zwaartekracht op de speer. Teken ook die op schaal.

De situatie in figuur 63 is geen evenwichtssituatie. Kun je toch bedenken hoe we nu de kracht van de hand op de speer kunnen vinden?

Plan van aanpak

Het verschil met eerdere situaties in dit hoofdstuk is dat het voorwerp nu versnelt of vertraagt. Maar het samenstellen of ontbinden van de bekende krachten werkt nog steeds als je de waarden van onbekende krachten wilt vinden. Dat gaan we na in twee voorbeelden:

- In opdracht 41 bepaal je de kracht van de hand op de speer tijdens de worp.
- In opdracht 42 gebruik je dezelfde aanpak om na te gaan hoe een instrument werkt waarmee je rechtstreeks je versnelling kunt meten (zonder het apart meten van tijd en snelheid.)

Uitwerking

41 Kracht van de hand op de speer

In de situatie van figuur 63 werken er twee krachten op de speer. De som van die twee krachten zorgt voor de versnelling. De somkracht en de zwaartekracht heb je al op schaal getekend in opdracht 40.

In een parallellogramconstructie komen drie pijlen voor: één pijl als diagonaal, en twee pijlen als zijden van het parallellogram.

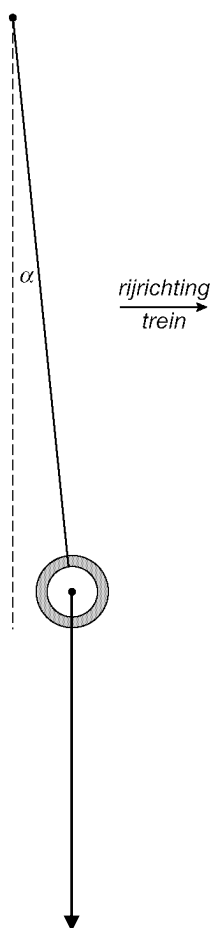
- Welke van de al getekende pijlen moet de diagonaal worden?
- Aan welke kant van de diagonaal (erboven of eronder) moet de kop van de kracht van de hand liggen?
- Construeer een parallellogram dat laat zien: de som van de zwaartekracht en de kracht van de hand is de resulterende kracht.
- Bepaal de grootte van de kracht waarmee de speer geworpen wordt.

42 Hogesnelheidstrein

Werner voert in een hogesnelheidstrein een experiment uit waarmee hij de versnelling en vertraging van de trein wil meten. Hij hangt in de trein een ring aan een touwtje. Zolang de trein stilstaat of met een constante snelheid rijdt, hangt het touwtje verticaal naar beneden. Bij het optrekken en afremmen maakt het touwtje een hoek met de verticaal (zie figuur 64).

- Geef voor de situatie van figuur 64 aan of de trein optrekt of afremt. Uit de hoek α die het touwtje maakt met de verticaal, is de versnelling of vertraging van de trein te bepalen. Op de ring werken twee krachten: de zwaartekracht F_z en de spankracht F_s in het touw. De zwaartekracht is in figuur 64 op schaal getekend: 1 cm = 0,20 N.
- Bepaal de massa van de ring.
- Teken in (een kopie van) figuur 64 de spankracht F_s en de resulterende kracht F_{res} op de ring in de juiste verhouding tot de zwaartekracht. Laat alle krachten aangrijpen in het middelpunt van de ring.
- Bepaal de versnelling of vertraging van de trein.

De situaties in opdracht 41 en 42 zijn geen evenwichtssituaties. Toch kun je de onbekende krachten vinden, omdat de resulterende kracht berekend kan worden uit de verstrekte gegevens. Opnieuw helpt het ontbinden en samenstellen van krachten bij het beantwoorden van vragen over deze praktijk-situaties.



Figuur 64

Eindsamenvatting

Aanpak van een situatie met meerdere krachten – In het kader op bladzijde 31 staat de aanpak van een situatie met meerdere krachten samengevat:

- Welke krachten werken er in deze situatie op het voorwerp?
- Wat weet je van de grootte, de richting en het aangrijpingspunt van die krachten?
- Als alle krachten bekend zijn, dan kun je de som van de krachten bepalen. Kies daarvoor de meest geschikte methode:

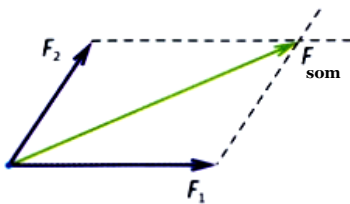
- parallellogrammethode
- ontbinden van alle krachten in twee onderling loodrechte richtingen

Als de resulterende kracht nul is: beweging met een constante snelheid of stilstand.

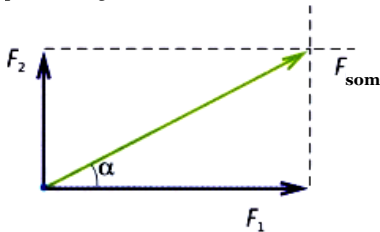
Als de resulterende kracht niet nul is: beweging met een versnelling of vertraging.

- Als niet alle krachten bekend zijn, dan kun je de onbekende kracht bepalen uit het krachtenevenwicht of de resulterende kracht (en eventueel de versnelling). Kies daarvoor de meest geschikte methode:

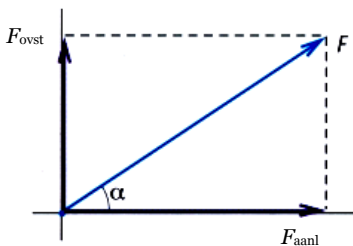
- omgekeerde parallellogrammethode
- ontbinden van alle krachten in twee onderling loodrechte richtingen



Figuur 65 – Samenstellen van twee krachten F_1 en F_2 met een krachten-parallellogram.



Figuur 66 – Samenstellen van twee krachten F_1 en F_2 met onderling loodrechte richtingen.



Figuur 67 – Ontbinden van een kracht F in twee krachtcomponenten F_{aanl} en F_{ovst} met onderling loodrechte richtingen.

In dit hoofdstuk hebben we twee methoden gezien om een situatie met meerdere krachten in verschillende richtingen aan te pakken: het *samenstellen van krachten* en het *ontbinden van een kracht*.

Samenstellen van krachten – Een *parallellogramconstructie* gebruik je als je in een schaaltekening twee krachten als pijlen bij elkaar kunt optellen (zie figuur 65). Als de twee krachten loodrecht op elkaar staan, wordt het parallellogram een rechthoek (zie figuur 66). Dan geldt voor de somkracht F_{som} van de krachten F_1 en F_2 :

$$F_{som} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1}$$

In deze formules is α de hoek tussen de krachten F_{som} en F_1 .

Ontbinden van een kracht – Bij het ontbinden van krachten kies je twee richtingen die loodrecht op elkaar staan (zie figuur 67). Ontbind alle krachten in die twee richtingen. In elke richting kun je dan de krachten normaal bij elkaar optellen.

Bij het ontbinden van een kracht F in twee onderling loodrechte richtingen geldt voor de krachtcomponenten F_{aanl} en F_{ovst} :

$$F_{aanl} = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_{ovst} = F \cdot \sin \alpha$$

In deze formules is α de hoek tussen de krachten F en F_{aanl} .

2 Arbeid, energie en vermogen

2.1 Grenzen verleggen

Wat gaan we doen?

Bewegingen worden veroorzaakt door krachten. Bij bewegingen – en vooral in situaties waarin topprestaties geleverd worden – spelen ook arbeid en energie een rol. In dit hoofdstuk onderzoeken we welke *energiesoorten* en *energie-omzettingen* een rol spelen bij bewegen. Als voorbeeld gebruiken we vooral situaties waarbij grenzen verlegd worden.



Figuur 1 – Drie voorbeelden van bewegingen waarbij grenzen verlegd worden: een tijdrit bij wielrennen, de lancering van het ruimteveer en hoogspringen.

In de bovenstaande voorbeelden is sprake van bewegingen waarbij niet alleen kracht, maar ook energie een rol speelt. In dergelijke situaties is het vaak de vraag hoeveel energie er geleverd kan worden, opgeslagen is of omgezet wordt. De centrale vragen van dit hoofdstuk gaan over de rol van energie in dergelijke situaties.

Hoofdstukvragen	Welke rol spelen energie, arbeid en vermogen in situaties waarin grenzen verlegd worden? Hoe kun je berekenen hoeveel energie er omgezet wordt, hoeveel arbeid er verricht wordt en hoe groot het vermogen is?
------------------------	--

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Welke factoren hebben invloed op hoeveel energie er omgezet wordt?*

1 Oriëntatie – Grenzen verleggen

Op de foto's in figuur 2 zie je verschillende grensverleggende situaties waarbij sprake is van energiesoorten en energieomzettingen.



Figuur 2 – Verschillende situaties waarbij energie een rol speelt.

- a Bij welke van bovenstaande situatie(s) vind je dat energie een belangrijke rol speelt om grenzen te verleggen?

- b** Noem zelf nog een voorbeeld van een situatie waarbij energie belangrijk is om grenzen te verleggen.
Energie gaat nooit 'verloren'. In de bovenstaande situaties is dan ook steeds sprake van het omzetten van de ene energiesoort in de andere.
- c** Noteer zoveel mogelijk verschillende energiesoorten die in deze situaties van toepassing zijn.
- d** Welke andere energiesoorten ken je nog?
Bij bewegingen spelen ook krachten een belangrijke rol. Zonder kracht geen (verandering van) beweging. In feite is de omzetting van energie het *gevolg* van de krachtwerking en de beweging. De ene soort energie wordt door een kracht omgezet in een andere soort energie. Hoe groter de kracht is, des te meer energie wordt er omgezet.
- e** Noem in elk van de vier situaties tenminste één kracht die zorgt voor het omzetten van energie.

Plan van aanpak

Energie speelt vaak een belangrijke rol in situaties waarin grenzen verlegd worden. Om te berekenen hoeveel energie in dergelijke situaties wordt omgezet, maken we gebruik van het principe van behoud van energie en van het feit dat een kracht altijd de oorzaak is van het omzetten van energie.

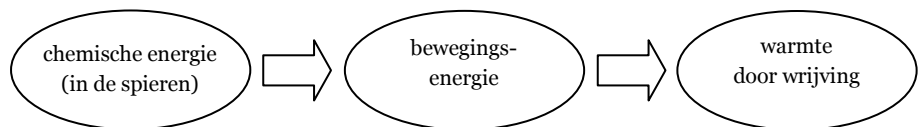
- Plaats de energieomzettingen een schema.
- Ga na welke kracht voor de energieomzetting zorgt.
- Ga na van welke factoren de energie afhangt.

Uitwerking

2 Energieomzetting en kracht

In situaties waarbij sprake is van energie-omzettingen is het handig om eerst de verschillende soorten energie en de omzettingen in beeld te brengen.

Het onderstaande voorbeeld gaat over een fietser op een vlakke weg.



Figuur 3 – Energieschema van een fietser op een vlakke weg.

- a** Is het schema compleet? Dat wil zeggen: zijn alle energiesoorten genoemd?
- b** In het schema zie je twee energieomzettingen. Kun je bij elke energie-omzetting aangeven welke kracht daarvoor zorgt?
- c** Kun je in dit voorbeeld ook de wet van behoud van energie gebruiken? Wordt alle energie omgezet?
- d** Hoe groter de kracht is, des te meer energie wordt er omgezet. Welke andere factoren hebben in dit voorbeeld invloed op de hoeveelheid energie die omgezet wordt?
- e** Kies zelf een ander voorbeeld waarbij energie wordt omgezet. Teken een energieschema en noteer welke krachten zorgen voor het omzetten van energie.

3 Energiesoorten

Van sommige energiesoorten weet je al hoe je moet berekenen hoeveel energie er is opgeslagen of wordt omgezet.

- a** Neem de tabel op de volgende bladzijde over en vul de kolom 'Berekenen' zo goed mogelijk in. Als je nog geen formule kent, dan vul je 'weet niet' in.

- b** Geef in de derde kolom van de tabel zo goed mogelijk aan van welke grootheden de energie afhangt. Ook hier is het niet erg als je het antwoord nog niet weet.

Energiesoort	Berekenen	Hangt af van
Elektrische energie	$E = P \cdot t$	Het vermogen van het apparaat en de tijd.
Kernenergie	$E =$	De massa die omgezet wordt.
Chemische energie		De hoeveelheid brandstof en de verbrandingswarmte (in MJ/m ³ of MJ/kg).
Bewegingsenergie		
Zwaarte-energie (op aarde)		
Gravitatie-energie (ruimte)		
Veerenergie		



Figuur 4 – Maximale prestaties bij hockey, speerwerpen en verspringen.



Figuur 5 – Een windturbine zet bewegingsenergie om in elektrische energie.

In dit hoofdstuk gaan we op zoek naar formules voor bewegingsenergie, zwaarte-energie, veerenergie en chemische energie (de energie die vrijkomt bij de verbranding van stoffen).

4 Arbeid bij sport

Op de foto's van figuur 4 zie je drie sporters die proberen een maximale prestatie te leveren. De hockeyer voert een sleeppush uit. Hij bukt daarbij diep om de bal van ver achter zijn lichaam zover mogelijk naar voren te pushen. De speerwerper houdt, vlak voordat zij de worp inzet, de speer zo ver mogelijk achter zich. De verspringer neemt een flinke aanloop voordat hij met zijn sprong begint.

Bij alle sporters speelt de verplaatsing een belangrijke rol om een maximale prestatie te leveren.

- Geef bij elke sporter aan om welke verplaatsing(en) het gaat.
- Leg uit welk voordeel een grote verplaatsing oplevert.
- Welke andere factoren zijn belangrijk voor hun prestatie?
De drie sporters proberen allemaal zoveel mogelijk energie in beweging om te zetten. De energie die omgezet wordt noemen we *arbeid*.
- Van welke twee grootheden hangt de arbeid die de sporters leveren af?

5 Windturbine

Bij een windturbine wordt de bewegingsenergie van de lucht uiteindelijk door de turbine (gedeeltelijk) omgezet in elektrische energie.

De bewegingsenergie van de lucht hangt onder andere af van hoeveel kg lucht per seconde door het gebied van de windmolen stroomt.

- Van welke andere factor hangt de bewegingsenergie van de lucht af?
- Welke kracht zorgt ervoor dat de bewegingsenergie van de lucht wordt omgezet in beweging van de wieken?

In de windturbine zorgt een grote dynamo voor het omzetten van de bewegingsenergie. De kracht die de energie omzet noemen we de elektromagnetische kracht.

- In welke energiesoort wordt de bewegingsenergie omgezet?

De energie wordt via elektriciteitskabels getransporteerd naar een stad.

- d** Is er bij dit transport ook sprake van een kracht? Waarop werkt die kracht?

Bij windturbines is een hoog rendement belangrijk. Daarvoor vergelijkt men de bewegingsenergie van de lucht die per seconde door het gebied van de windturbine stroomt met de elektrisch energie die de turbine per seconde levert.

- e** Leg uit waarom je bij het bepalen van het rendement geen rekening hoeft te houden met de bewegingsenergie van de wieken.

Begrippen

Energiesoort
Energieomzetting
Kracht
Verplaatsing
Arbeid

Samenvatting

Arbeid – Als er energie wordt omgezet door een kracht dan noemen we dat *arbeid*. Omdat de arbeid die de kracht levert gelijk is aan de hoeveelheid energie die wordt omgezet, is de eenheid van arbeid ook joule.

Er kan alleen sprake zijn van arbeid als er sprake is van de verplaatsing van een voorwerp door een kracht. Als iets stil staat, dan wordt er ook geen arbeid verricht.

Een kracht zorgt voor het omzetten van energie. De hoeveelheid energie die omgezet wordt hangt af van de grootte van de kracht en de verplaatsing.

Vooruitblik

In de komende paragrafen gaan we kijken naar vier energiesoorten die je nog niet kent: zwaarte-energie, bewegingsenergie, veerenergie en chemische energie. Daarbij gaan we op zoek naar formules om deze energiesoorten te berekenen. Tegelijk kijken we naar situaties waarin deze energiesoorten een belangrijke rol spelen

Het begrip zwaarte-energie wordt geïntroduceerd aan de hand van hef-bomen. Hefbomen worden vaak gebruikt om iets op te tillen en dan speelt de zwaarte-energie ook een rol.

Daarnaast spelen bij het verleggen van grenzen met energie nog twee begrippen een belangrijke rol: rendement en vermogen.

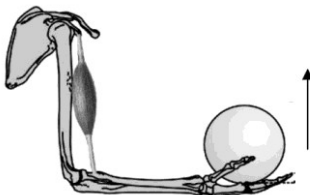
2 Arbeid, energie en vermogen

2.2 Hefbomen: kracht, energie en arbeid

Wat gaan we doen?



Figuur 6 – Een rolstoel die voortbewogen wordt met hefbomen



Figuur 7 – Voor het optillen van een voorwerp is zowel kracht als energie nodig.

Arbeid

De energie die door een kracht wordt omgezet wordt ook wel *arbeid* genoemd:

$$W = F \cdot s$$

Arbeid wordt – net als energie – uitgedrukt in joule, kracht in newton en verplaatsing in meter.

Hefbomen en andere apparaten voor krachtoverbrenging worden gebruikt om een kracht te vergroten of te verkleinen. Deze apparaten helpen bijvoorbeeld gehandicapten om ook grenzen te verleggen.

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- Hoe werkt een hefboom?
- Hoe kun je bij een hefboom gebruik maken van energie?

6 Oriëntatie – Optillen met een hefboom

In de situatie van figuur 7 zie je hoe spierkracht gebruikt wordt om een voorwerp op te tillen. De energie die de spier verbruikt wordt daarbij gedeeltelijk omgezet in het optillen van het voorwerp.

Om een voorwerp op te tillen is spierkracht nodig. Tijdens het optillen zorgt de spierkracht voor het omzetten van energie. In deze oriëntatie gaan we na hoe je de kracht en de energie kunt berekenen.

In de onderbouw heb je al geleerd hoe een hefboom werkt.

a Hoe kun je in deze situatie de hefboomwet gebruiken?

Bij het punt waar de spier is aangehecht, oefent de spier een kracht uit op de onderarm. Bij het optillen verricht de spier arbeid op de onderarm.

b Leg uit dat de kracht die de spier levert veel groter moet zijn dan de zwaartekracht op het voorwerp. Gebruik in je uitleg het principe van een hefboom en maak een schatting van de verhouding van krachten.

c Kun je met de hefboomwet ook iets zeggen over de arbeid die de spieren voor het optillen moeten verrichten?

d Hoe kun je in deze situatie gebruik maken van het principe van behoud van energie?

e In welke energiesoort(en) wordt de energie van de spieren omgezet?

Plan van aanpak

Met de hefboomwet kun je alleen de krachten uitrekenen. Door gebruik te maken van energiebehoud kun je ook iets te weten komen over de krachten.

- Bereken hoeveel arbeid er wordt verricht bij het optillen.
- Gebruik energiebehoud om de spierarbeid te bepalen.
- Gebruik de spierarbeid om de spierkracht te berekenen.
- Stel aan de hand van dit voorbeeld een formule op voor de zwaarte-energie.

Uitwerking

7 Arbeid bij optillen

De energie die nodig is om het voorwerp op te tillen hangt af van de kracht en de verplaatsing. Voor deze arbeid geldt:

$$W = F \cdot s$$

In deze formule is W de arbeid (in J), F de kracht (in N) en s de verplaatsing van het voorwerp (in m) in de richting van de kracht.

Het voorwerp heeft een massa van 7,5 kg en wordt 15 cm omhoog getild.

a Leg uit dat de kracht die nodig is voor het optillen even groot is als de zwaartekracht.

- b** Bereken de arbeid die bij het optillen verricht wordt.
Tegelijk met het voorwerp wordt ook de onderarm opgetild. De onderarm heeft een massa van 3,5 kg. Het zwaartepunt van de onderarm wordt 6,0 cm opgetild.
- c** Bereken hoeveel energie nodig is om de onderarm 6,0 cm op te tillen.
De spier verricht arbeid door de onderarm bij het aanhechtingspunt een stukje op te tillen. Bij een hefboom wordt alle arbeid die de kracht levert door de hefboom volledig omgezet:
- $$W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$$
- d** Hoeveel arbeid heeft de spier in totaal verricht bij het optillen?
Bij het optillen van het gewicht oefent de spier een kracht uit op de onderarm. Het aanhechtingspunt gaat bij het optillen 2,0 cm omhoog.
- e** Bereken de kracht van de spier tijdens het optillen van het voorwerp.

8 Zwaarte-energie

Bij het optillen van het voorwerp wordt een deel van de energie omgezet in *zwaarte-energie*. Die energie zit opgeslagen in het voorwerp dat opgetild is.

- a** Leg uit dat de zwaarte-energie even groot is als de arbeid die tijdens het optillen verricht wordt.
Als het voorwerp eenmaal opgetild is, dan zit de energie 'opgeslagen' in het voorwerp. De grootte van die energie hangt uiteraard af van de massa m van het voorwerp en de hoogte h . De formule voor zwaarte-energie is:

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

In deze formule is E_z de zwaarte-energie (in J), m de massa van het voorwerp (in kg) en h de hoogte (in m).

- b** Licht deze formule toe.
- c** De eenheid van de valversnelling g is N/kg. Laat zien dat de eenheden links en rechts in de formule gelijk zijn.
De zwaarte-energie die in het voorwerp zit opgeslagen kan ook weer vrijkomen. Bij glijbanen wordt daarvan dankbaar gebruik gemaakt.
- d** Geef twee andere voorbeelden van situaties waarbij zwaarte-energie omgezet wordt in een andere energievorm.



Figuur 8 – Op een glijbaan wordt zwaarte-energie omgezet in bewegingsenergie.

9 Rendement van de spieren

Om het voorwerp plus de onderarm op te tillen moet de spier 13 J arbeid verrichten. Niet alle energie die de spier gebruikt wordt omgezet in arbeid. Een flink deel van de energie wordt niet omgezet in beweging (arbeid) maar gaat verloren aan warmteontwikkeling in de spieren. Het rendement van spieren is hooguit 25%.

Bereken hoeveel energie de spier verbruikt heeft bij het optillen. Gebruik bij de berekening een evenredigheidstabel.

evenredigheidstabel		
energie van spier	100%	 J
arbeid	25%	 J

Begrippen

Hefboomwet
Draaipunt
Arm
Arbeid
Energie-omzetter
Rendement

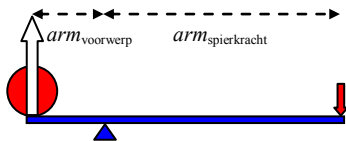
Samenvatting

Hefboom, arm en kracht – Een hefboom bestaat uit een *draaipunt* en twee krachten. De afstand tussen de kracht en het draaipunt wordt de *arm* van de kracht genoemd.

Voor de krachtoverbrenging geldt de hefboomwet:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$

Hierbij is r de arm van de kracht, gemeten loodrecht op de richting van de kracht (zie figuur 9).



Figuur 9 – Voorbeeld van een hefboom.

Arbeid

In de formule $W = F \cdot s$ is s de verplaatsing in de richting van de kracht F . Maar je kunt net zo goed zeggen dat in die formule F de kracht in de richting van de verplaatsing s is. Of, met andere woorden: F is de -component van de kracht in de richting van de verplaatsing s . In de vorm van een formule wordt de arbeid W dan gegeven door:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

In deze formule is W de arbeid (in J), F de kracht (in N), s de verplaatsing (in m) en α de hoek tussen de richtingen van de kracht en de verplaatsing.

De krachtoverbrenging wordt bepaald door de verhouding van de twee armen. De grootte van de kracht is omgekeerd evenredig met de lengte van de arm. Bij een grote arm hoort een kleine kracht.

Arbeid bij een hefboom – Een hefboom is ook een energie-omzetter. Zodra er sprake is van een beweging onder invloed van een kracht, dan wordt er energie omgezet. De hoeveelheid energie die omgezet wordt noemen we de arbeid die de kracht verricht heeft.

Voor de arbeid geldt:

$$W = F \cdot s$$

In deze formule is W de arbeid (in J), F de kracht (in N) en s de verplaatsing (in m) in de richting van de kracht.

Met een hefboom kun je de kracht die je moet leveren groter of kleiner maken, maar de hoeveelheid energie die nodig is blijft gelijk. De arbeid die de kracht levert wordt door de hefboom volledig omgezet:

$$W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$$

De krachtoverbrenging wordt dus ook bepaald door de verhouding van de twee verplaatsingen.

Zwaarte-energie – De energie die gebruikt wordt voor het optillen zit daarna opgeslagen in het voorwerp dat naar een grotere hoogte gebracht is. Die energie komt weer vrij als je het voorwerp naar beneden laat vallen. De in het voorwerp opgeslagen energie is de zwaarte-energie:

$$E_z = m \cdot g \cdot h$$

In deze formule is E_z de zwaarte-energie (in J), m de massa (in kg), g de valversnelling (9,81 m/s²) en h de hoogte (in m).

Bij deze formule is het belangrijk om de hoogte h goed te definiëren. Meestal kiezen we $h = 0$ op de grond, maar dat is niet altijd een handige keuze.

Rendement – Bij veel energieomzettingen is het rendement niet gelijk aan 100%. Bij berekeningen met rendement (als vermenigvuldigingsfactor of als percentage) kan gebruik gemaakt worden van een *evenredigheidstabel*.

Begripstest

- 10** Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
 - a** Bij een hefboom is de kracht evenredig met de arm: hoe groter de arm, des te groter de benodigde kracht. ja / nee
 - b** De eenheid van arbeid is joule. ja / nee
 - c** De eenheid van zwaarte-energie is joule. ja / nee
 - d** Met een hefboom kun je de benodigde hoeveelheid energie veranderen. ja / nee
 - e** De arm van een kracht is de afstand van het draaipunt tot het punt waar de kracht aangrijpt. ja / nee

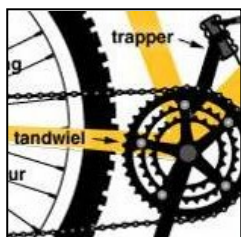
Opgaven

Opgave 11 is bedoeld als herhaling van de hefboomwet. Als je het toepassen de hefboomwet goed beheerst, dan kun je deze opgave overslaan.

11 Krachtoverbrenging

In de situaties van figuur 10 zie je verschillende hefboomen.

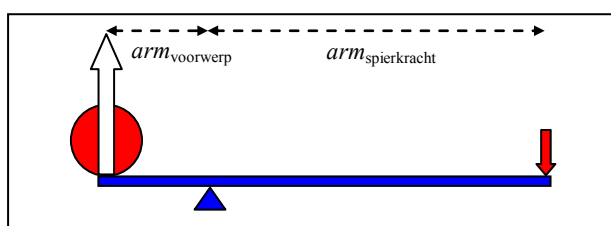
- Geef het draaipunt en het aangrijpingspunt van de spierkracht aan.
- Maak een schatting van de *verhouding* van de armen.



Figuur 10 – Krachtoverbrengingen.

Een hefboom wordt in figuur 11 gebruikt om een voorwerp op te tillen. De zwaartekracht op het voorwerp is 48 N. De massa van de plank mag verwaarloosd worden.

- Ga aan de hand van de tekening na dat de arm van de spierkracht 3,3 keer zo groot is als de arm van het voorwerp.
- Bereken daarmee de kracht die op het rechter uiteinde van de plank uitgeoefend moet worden.

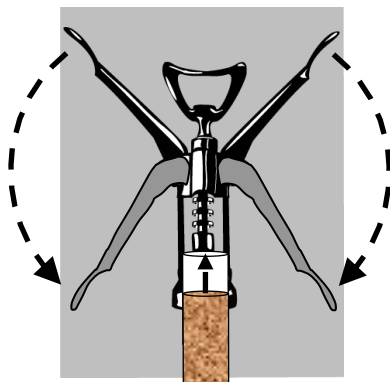


Figuur 11

12 Plank als hefboom

Met de hefboom in figuur 11 wordt ook arbeid verricht: er is energie nodig om het voorwerp omhoog te tillen. De zwaartekracht op het voorwerp is 48 N.

- Hoeveel arbeid is er nodig om het voorwerp links 5,0 cm op te tillen?
- Hoeveel cm moet het rechter uiteinde naar beneden bewegen om het voorwerp 5,0 cm op te tillen? Maak gebruik van verhoudingen.
- Laat zien dat hier geldt: $W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$.



Figuur 12 – Bij een kurkentrekker gaat de kurk maar een klein stukje omhoog. De uiteinden van de armen leggen een veel grotere afstand af.

13 Kurkentrekker

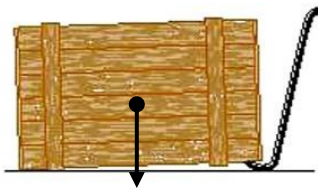
Bij sommige hefboomen zoals de kurkentrekker is het lastig om het draaipunt en de armen te bepalen. In die situaties kun je gebruik maken van arbeid en energie. In figuur 12 is te zien dat de verplaatsing van het gedeelte waarop de hand een kracht uitoefent veel groter is dan de afstand waarover de kurk omhoog wordt getrokken.

- Leg uit hoe je deze verplaatsingen zou kunnen gebruiken om de verhouding te bepalen tussen de krachten van de handen en de kracht op de kurk.

- b Om de kurk uit de fles te trekken is een kracht van 250 N nodig. Bepaal met behulp van figuur 12 hoe groot de kracht op elk van de uiteinden moet zijn.
- c Leg uit waarom je hier de krachten op de kurkentrekker kunt berekenen met de *verhouding* van de verplaatsingen.

14 Koevoet

Een koevoet is een hulpmiddel om bijvoorbeeld zware voorwerpen op te tillen. In de situatie van figuur 13 wordt een koevoet gebruikt om een zware kist aan één zijde iets op te tillen. De kist heeft een massa van 240 kg.

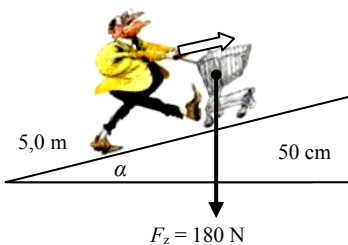


Figuur 13 – Een zware kist wordt opgetild met een koevoet.

- a Bereken de arbeid die nodig is om het zwaartepunt van de kist 1,0 cm omhoog te brengen.
Om de zijkant van de kist omhoog te brengen wordt het uiteinde van de koevoet naar rechts bewogen. Als het zwaartepunt van de kist 1,0 cm omhoog gaat, moet het uiteinde van de koevoet 15 cm naar rechts verplaatst worden.
- b Hoe groot is de arbeid die daarvoor nodig is? Leg uit.
- c Bereken hoe groot de kracht op het uiteinde van de koevoet moet zijn.
- d Leg uit waarom je de kracht mag berekenen met de *verhouding* van de verplaatsingen.
In deze situatie zou je ook gebruik kunnen maken van de hefboomwet, maar dat is hier een stuk lastiger omdat er eigenlijk twee hefbomen zijn.
- e Beschrijf waar de twee draaipunten van de hefbomen zitten.

15 Een helling als krachtoverbrenging

Een winkelwagentje wordt langs een helling omhoog geduwd. Bij deze helling wordt een hoogteverschil van 50 cm overbrugd in een afstand van 5,0 m (een helling van 10%). De wrijvingskracht is te verwaarlozen. Om het wagentje met constante snelheid langs de helling omhoog te duwen is een kracht nodig van 18 N. De zwaartekracht op het karretje is 180 N.



Figuur 14 – Een winkelwagentje langs een helling omhoog duwen. De zwaartekracht is op schaal getekend.

- a Bereken hoeveel arbeid verricht moet worden om het winkelwagentje langs de helling omhoog te duwen.
Zonder de helling zou je het karretje moeten optillen.
- b Bereken de kracht en de arbeid die nodig zijn om het karretje tot 50 cm hoogte op te tillen.
- c Leg uit dat je met de helling wel de kracht maar niet de arbeid kunt veranderen.
- d Kun je in deze situatie ook de kracht berekenen met de *verhouding* van de verplaatsingen? Licht toe.
Als het karretje boven aan de helling is aangekomen, is de zwaarte-energie van het karretje toegenomen. Beneden aan de helling is de zwaarte-energie nul.
- e Hoe groot is de zwaarte-energie van het winkelwagentje bovenaan de helling?

2 Arbeid, energie en vermogen

2.3 Hefbomen: kracht en richting

Wat gaan we doen?

In de voorgaande situaties hebben we nog geen rekening gehouden met de *richting* van de kracht. De kracht werkt steeds in de bewegingsrichting. In andere situaties staat de kracht schuin.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoe houd je bij hefbomen rekening met de richting van de kracht?*

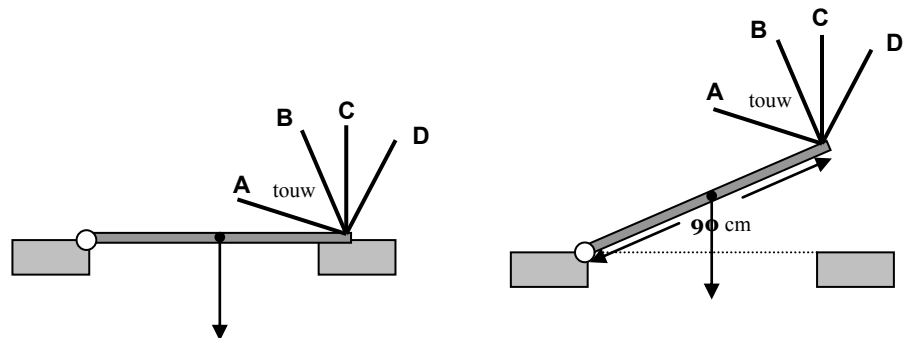


Figuur 15 – Perforator.

16 Oriëntatie – Schuine krachten

Met een perforator (zie figuur 15) kun je een grote kracht ontwikkelen om gaatjes in een stapel papier aan te brengen.

- a In welke richting moet je een kracht op het uiteinde uitoefenen om een zo groot mogelijk effect te krijgen?



Figuur 16 – In de linkertekening ligt het luik horizontaal, rechts is het iets opgetild.

Een luik kan geopend worden met behulp van een touw aan het uiteinde van het luik (zie figuur 16). Daarbij kun je in verschillende richtingen trekken. Het zwaartepunt zit in het midden van het luik, het touw zit vast aan het uiteinde.

- b Kijk naar beide tekeningen van figuur 16. Geldt hier ook het principe dat je de kleinste kracht nodig hebt als de kracht in de bewegingsrichting is? In richting A of D is kennelijk een grotere kracht nodig. Dat is een situatie met een ‘schuine’ kracht die niet loodrecht op de lijn van het draaipunt naar de kracht staat.
- c Hoe zou je in deze situatie de kracht in het touw kunnen bepalen? Als je bij het optillen van het luik steeds in de bewegingsrichting blijft trekken, dan zul je merken dat je steeds minder kracht nodig hebt naarmate het luik verder geopend is.
- d Leg uit wat daarvan de oorzaak is. Er zijn verschillende manieren om dit uit te leggen. Vergelijk de antwoorden.

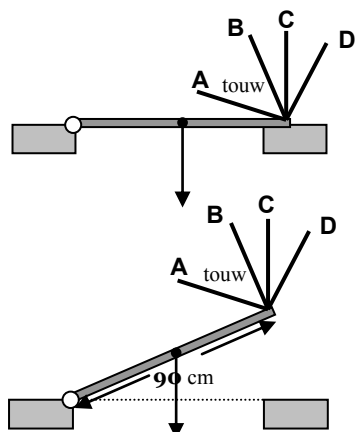
Plan van aanpak

De hefboomwet kun je niet eenvoudig gebruiken bij ‘schuine’ krachten. In dat geval zijn er twee methoden om dit aan te pakken:

- Ontbind de kracht in twee componenten. Bereken de kracht in de bewegingsrichting en gebruik dan de hefboomwet.
- Bepaal de afstand van het draaipunt loodrecht naar de krachtrichting. Gebruik deze afstand als arm in de hefboomwet.

Beide methoden worden uitgewerkt in de volgende opdrachten.

Uitwerking



Figuur 17 – Een luik wordt opgetild met een touw.

17 Krachten ontbinden

Het luik heeft een massa van 5,3 kg. Het zwaartepunt zit in het midden van het luik, het touw is bevestigd aan het uiteinde. Het luik heeft een lengte van 90 cm.

- Als het luik gesloten is, dan is de benodigde kracht om het luik te openen in richting C gelijk aan de helft van het gewicht van het luik. Leg dat uit. In de gesloten stand van het luik wordt een kracht uitgeoefend in richting A. Het touw maakt een hoek van 18° met het luik.
- Bereken de kracht die in deze richting nodig is om het luik te openen. In de tekening waarbij het luik gedeeltelijk geopend is, maakt het luik een hoek van 23° met de horizontaal. In die stand staat de zwaartekracht schuin op het luik.
- Bereken de component van de zwaartekracht loodrecht op het luik. Met het touw wordt een kracht in richting B uitgeoefend op het luik.
- Bereken hoe groot de kracht in richting B moet zijn.

18 Moment en werklijn

Bij hefboomen en draaisituaties wordt vaak gebruik gemaakt van het begrip *moment van een kracht*. Dat moment M wordt gegeven door:

$$M = F \cdot r$$

De arm r moet loodrecht op de kracht F staan.

- Neem voor de kracht de component van de zwaartekracht loodrecht op het luik als het luik 23° geopend is. Hoe groot is de arm van de kracht?
- Bereken het moment van de zwaartekracht als het luik 23° geopend is. Een andere methode om het moment van een kracht te bepalen is door de afstand van het draaipunt loodrecht op de kracht te meten. De *werklijn* van de zwaartekracht is de lijn door het zwaartepunt in de richting van de kracht.
- Laat met een berekening zien dat de afstand van het draaipunt loodrecht naar de werklijn van de zwaartekracht 41 cm is.
- Bereken daarmee het moment van de zwaartekracht in deze situatie.
- Welke twee methoden heb je nu gevonden om het moment van een schuine kracht te bepalen?

Begrippen

Moment
Werklijn

Samenvatting

Moment – Bij hefboomen en draaibewegingen wordt vaak gebruik gemaakt van het begrip *moment van een kracht*: het product van de kracht en de arm van de kracht. Het begrip moment wordt bijvoorbeeld gebruikt om aan te geven hoe sterk bouten moeten worden aangedraaid.

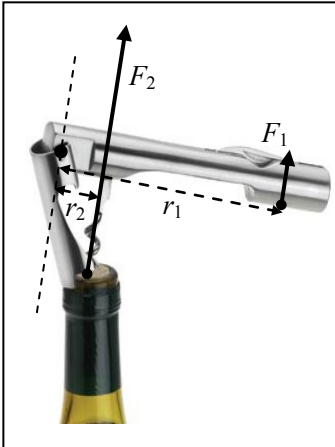
Voor de grootte van het moment van een kracht geldt:

$$M = F \cdot r$$

In deze formule is M het moment (in Nm), F de kracht (in N) en r de arm (in m) van de kracht.

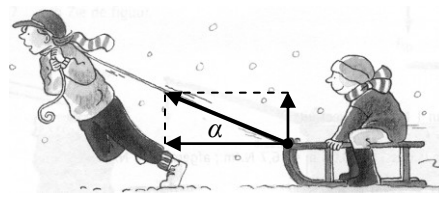
Bij een 'schuine' kracht staat de kracht niet loodrecht op de lijn van het draaipunt naar het aangrijpingspunt. In dat geval zijn er twee mogelijkheden om het moment te bepalen: de kracht ontbinden of de werklijn van de kracht gebruiken.

Kracht ontbinden – Als een kracht niet in dezelfde richting werkt als de beweging, dan wordt er alleen arbeid verricht door de component van de kracht in de richting van de beweging. In het voorbeeld van figuur 18 is dat de horizontale component.



Figuur 19 – Ook bij deze kurkentrekker wordt de arm gemeten loodrecht op de kracht.

Voor de component in de bewegingsrichting geldt: $F_{aanl} = F \cdot \cos \alpha$. Hierin is α de hoek tussen de kracht F en de bewegingsrichting.



Figuur 18

De werklijn van de kracht gebruiken – De werklijn van een kracht is de lijn die door het aangrijpingspunt gaat in de richting van de kracht. In de hefboomwet $F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$ staat de kracht loodrecht op de arm. De arm wordt dus gemeten van het draaipunt loodrecht naar de werklijn.

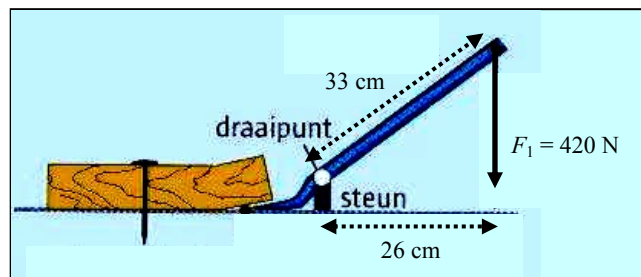
Begripstest

- 19** Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
- a** Voor de krachtcomponent in de draairichting gebruik je de sinus ja / nee van de hoek tussen de kracht en de richting.
 - b** De eenheid van moment is newton. ja / nee
 - c** De werklijn van een kracht is de lijn door het aangrijpingspunt in de richting van de kracht. ja / nee
 - d** De arm van een kracht is de afstand van het draaipunt tot de werklijn. ja / nee
 - e** Een kracht wordt ontbonden in twee loodrechte componenten. Alleen de component in de bewegingsrichting verricht arbeid. ja / nee

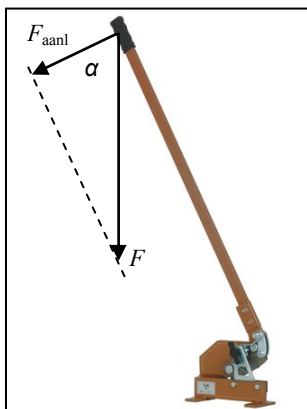
Opgaven

20 Het moment van een kracht

Bij het breekijzer van figuur 20 werkt een kracht F_1 van 420 N op het uiteinde recht naar beneden.



Figuur 20 – Breekijzer.

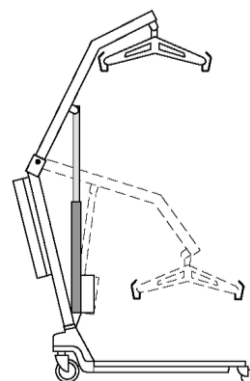


Figuur 21 – Bij een kniptang verricht alleen de component van de kracht in de richting van de beweging arbeid.

- a** Meet de hoek α tussen de kracht F_1 en de bewegingsrichting van het uiteinde.
- b** Bereken daarmee het moment van de kracht F_1 .
Een andere manier om het moment van de kracht te berekenen is door de arm r loodrecht naar de werklijn van de kracht te meten.
- c** Welke afstand in figuur 20 geeft de afstand van het draaipunt loodrecht naar de werklijn van de kracht aan?
- d** Bereken daarmee (opnieuw) het moment van de kracht F_1 .
- e** Bepaal de kracht die het breekijzer op de vastgespijkerde plank uitoefent. Gebruik daarbij het moment van de kracht.

21 Patiëntenlift

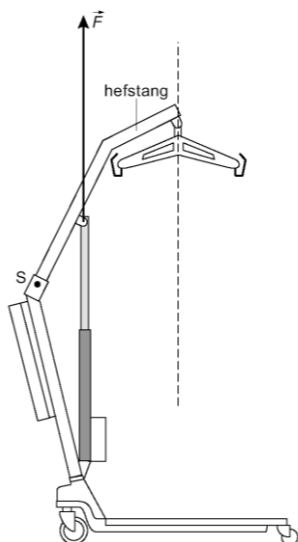
Om patiënten op te tillen, kan een patiëntenlift worden gebruikt (zie figuur 22). In de tekening van figuur 22 zie je de twee uiterste standen van de lift. De bovenste hefstang kan bewegen door een motor die via een zuigerstang een kracht op de hefstang uitoefent.



Figuur 22 – Patiëntenlift.

In deze opgave vergelijken we de kracht die de zuigerstang moet leveren met het gewicht van de patiënt. De massa van de hefstang mag worden verwaarloosd.

- Welke aanpak zou je in deze situatie zelf gebruiken: het ontbinden van krachten, behoud van energie of gebruik maken van de werklijn? Een patiënt met een massa van 85 kg wordt 50 cm omhoog getild. Om de kracht te berekenen die de zuigerstang daarbij moet leveren kun je gebruik maken van $W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$.
- Bepaal met figuur 22 de verhouding van de verplaatsing van de patiënt en de verplaatsing van het uiteinde van de zuigerstang tussen de twee uiterste standen.
- Bereken daarmee de kracht die de zuigerstang moet leveren. De andere methode maakt gebruik van de werklijn van de kracht. In figuur 23 zie je de lift in de hoogste stand. Hierin zijn de kracht F van de zuigerstang en de werklijn van de zwaartekracht getekend.
- Bepaal uit figuur 23 de verhouding van de armen van beide krachten.
- De zuigerstang kan maximaal een kracht van 5,0 kN uitoefenen. Bereken de maximale massa die een patiënt mag hebben.



Figuur 23 – Krachten en werklijnen bij een patiëntenlift.

22 Millenniumrad

Aan de oever van de Theems in Londen werd voor de start van het jaar 2000 een enorm reuzenrad gebouwd: het Millenniumrad. De foto van figuur 24 werd genomen toen men bezig was het rad omhoog te trekken. Op de foto kun je zien dat het rad met één kabel omhoog werd getrokken. De kabel was in het zwaartepunt Z van het rad vastgemaakt en liep via een katrol op een mast naar een motor op de grond. Tijdens het omhoogtrekken werd het rad aan één kant op de grond vastgehouden, zodat het om dit punt kon kantelen. De tekening van figuur 25 geeft de situatie schematisch weer. Het rad hangt hier stil.

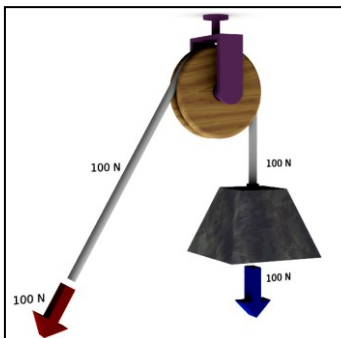
In deze opgave onderzoeken we hoe groot de spankracht in de kabel moet zijn om het rad op te tillen.

- Welke aanpak zou je in deze situatie zelf gebruiken: het ontbinden van krachten, behoud van energie of gebruik maken van de werklijn? In deze opgave worden twee methodes uitgewerkt. Het rad heeft een massa van $1,5 \cdot 10^6$ kg. De zwaartekracht op het rad is met een pijl in de figuur aangegeven (schaal: 1 cm is 10^7 N).

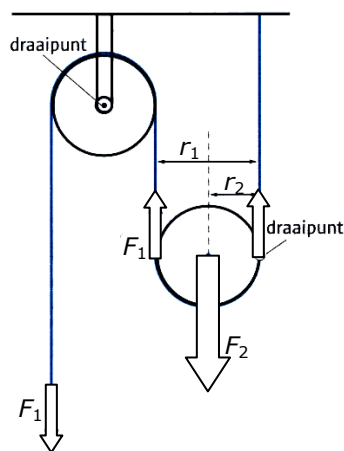


Figuur 24 – Het optrekken van het Millenniumrad.

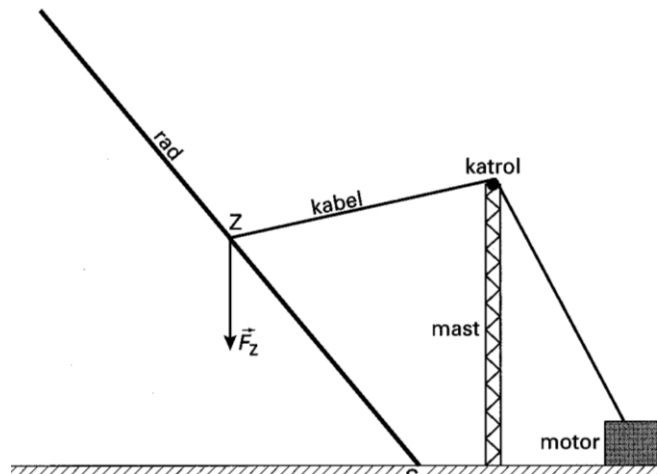
- b** Ontbind de zwaartekracht in twee componenten: in de bewegingsrichting van het zwaartepunt en loodrecht daarop.
- c** Bepaal met behulp van figuur 25 de kracht die de kabel op het rad uitoefent.
- d** Geef in de tekening de armen van beide krachten aan en bepaal daarmee de grootte van de kracht die de kabel in deze situatie op het rad uitoefent. Tijdens het optillen was de kracht die de motor moest leveren niet constant.
- e** In welke stand van het rad was de kracht die de motor moest leveren het grootst? Geef een duidelijke uitleg en gebruik in je uitleg het begrip moment van een kracht.
De motor moet voor het optillen van het rad een grote hoeveelheid arbeid verrichten.
- f** Hoe zou je in deze situatie moeten berekenen hoeveel energie er nodig is om het millenniumrad vanaf de grond naar de verticale stand te takelen? Beschrijf welke stappen je daarvoor moet zetten.



Figuur 26 – Katrol.



Figuur 27 – Een takel bestaat uit minstens twee katrollen.



Figuur 25

23 Katrol en takel

Bij de katrol van figuur 26 wordt het touw aan de linkerkant schuin gehouden. Volgens de afbeelding is kracht aan beide zijden van de katrol 100 N. Klopt dat eigenlijk wel?

- a** Welke aanpak zou je in deze situatie zelf gebruiken: het ontbinden van krachten, behoud van energie of gebruik maken van de werklijn?
- b** Gebruik $W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$ en ga na of de krachten aan beide kanten even groot zijn.
- c** Bekijk de werklijn van de kracht bij het schuine touw. Leg uit of laat zien dat de arm van de kracht niet verandert als het touw schuin gehouden wordt.
- d** Bij deze katrol blijven zowel de kracht als de arbeid gelijk. Welk voordeel zou zo'n katrol kunnen hebben?
Een takel bestaat uit minstens twee katrollen. In figuur 27 zie je een takel met één losse katrol en één vaste katrol. Hierbij lijkt het alsof de kracht F_1 aan de linkerkant de helft is van de last F_2 bij de losse katrol.
- e** Wat kun je in deze situatie zeggen over de verhouding van de verplaatsingen?
- f** Gebruik $W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$ en ga na of inderdaad geldt dat F_1 de helft is van F_2 .
- g** Is er nog een andere manier om in te zien dat F_1 de helft is van F_2 ? Gebruik figuur 27.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.4 Bewegingsenergie: zo hard mogelijk

Wat gaan we doen?

In veel situaties is een zo hoog mogelijke snelheid belangrijk om grenzen te verleggen. De energie van een bewegend voorwerp noemen we *bewegingsenergie*. Hoeveel energie is er nodig voor een bepaalde snelheid?

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- Hoe bereken je de bewegingsenergie van een voorwerp?

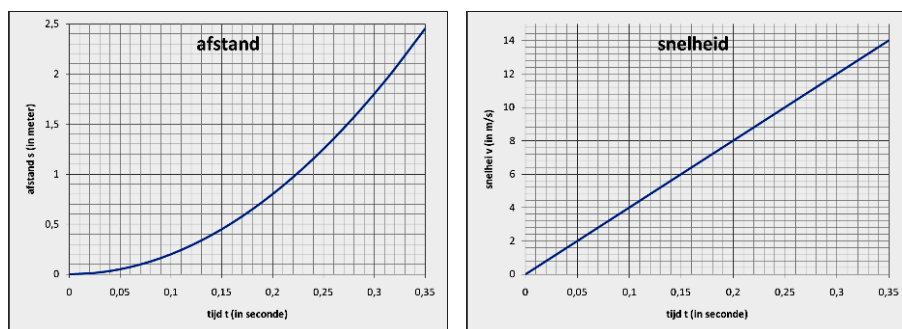
24 Oriëntatie – De energie van een hockeybal

Bij een sleeppush is de beweging van de hockeybal ruwweg te vergelijken met een eenparig versnelde beweging met een versnelling van 40 m/s^2 .

De massa van de bal is 250 g, dus de resulterende kracht op de bal is 10 N.



Figuur 29 – Video-opname van een sleeppush bij hockey.



Figuur 28 – Grafieken van afstand en snelheid bij een constante versnelling.

Bij een constante versnelling van 40 m/s^2 horen de grafieken voor snelheid en afstand van figuur 28.

- Maak eerst een schatting van de afstand waarover de bal tijdens de sleeppush een kracht ondervindt.
- Bepaal met behulp van de twee grafieken de snelheid van de bal direct na de push.
- Stel dat de verplaatsing 2 keer zo groot zou zijn geweest (met dezelfde kracht), zou dan de eindsnelheid ook verdubbelen? Leg uit.
- Stel dat de kracht op de bal 2 keer zo groot zou zijn geweest (met gelijke verplaatsing), zou dan de eindsnelheid ook verdubbelen? Leg uit.
De kracht op de bal verricht arbeid, waardoor de bewegingsenergie van de bal toeneemt. De bewegingsenergie zit opgeslagen in de bewegende bal. De hoeveelheid energie hangt af van de snelheid van de bal.
- Van welke andere eigenschap van de bal hangt de opgeslagen energie af?

Plan van aanpak

De bewegingsenergie van een voorwerp hangt af van de massa en van de snelheid van het voorwerp. De bewegingsenergie is even groot als de arbeid die tijdens het versnellen op de bal verricht is.

- Bereken in deze situatie de arbeid met behulp van kracht en verplaatsing.
- Zoek een formule waarbij de energie uitgedrukt wordt in de massa en de snelheid.
- Ga na of de formule ook geldt in andere situaties dan die van een eenparig versnelde beweging.

Uitwerking



Figuur 30 – Op een glijbaan wordt zwaarte-energie omgezet in bewegingsenergie.

25 Een formule voor de bewegingsenergie

De kracht op de bal verricht arbeid, waardoor de bewegingsenergie van de bal toeneemt. De bewegingsenergie zit opgeslagen in de bewegende bal. Neem aan dat over een afstand van 1,5 m een constante kracht van 10 N werkt.

- Bereken hoeveel arbeid de kracht op de bal verricht heeft.
- Hoeveel bewegingsenergie zit er direct na de push opgeslagen in de bal? Voor de arbeid die geleverd is tijdens de push geldt: $W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s$.
- Leg uit dat daaruit volgt dat je voor de bewegingsenergie kunt schrijven: $E_{\text{bew}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a \cdot t^2$.
- Gebruik de formule $v = a \cdot t$ om de formule voor de bewegingsenergie om te schrijven naar een formule waarin alleen de massa m en de snelheid v voorkomen.
- Controleer je formule door de bewegingsenergie van de bal direct na de push uit te rekenen.

26 Bewegingsenergie bij vertragen

Tijdens een training pusht een speler een hockeybal met een snelheid van 11,0 m/s. De bal rolt net zolang door tot deze stil ligt.

- Welke kracht zorgt ervoor dat de snelheid afneemt?
- Deze kracht levert geen energie aan de bal, maar laat de energie afnemen. Waardoor komt dat?
Stel dat de tegenwerkende kracht 0,25 N is. Om de afstand die de bal tijdens het uitrollen aflegt te berekenen kun je kiezen uit twee methodes: gebruik maken van de bewegingsvergelijkingen of gebruik maken van arbeid en energie.
- Bereken eerst de vertraging van de bal. Gebruik daarna de formules $v = a \cdot t$ en $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ om de afstand die de bal aflegt te berekenen.
- Bereken eerst de bewegingsenergie van de bal. Gebruik daarna de formule $W = F \cdot s$ om de afstand die de bal aflegt te berekenen.
- Wat is nu je conclusie?
- Stel dat de bal 65 m uitrolt. Hoe zou je dan de (gemiddelde) tegenwerkende kracht kunnen uitrekenen met behulp van arbeid en energie?

Begrippen

Bewegingsenergie
Kinetische energie

Arbeid en bewegingsenergie

De arbeid W van een kracht op een voorwerp wordt omgezet in bewegingsenergie E_k van dat voorwerp. Dus: de bewegingsenergie van het voorwerp *verandert*. Die verandering kan ook het gevolg zijn van de arbeid van twee of meer krachten op het voorwerp. In het algemeen geldt dan:

$$\Sigma W = \Delta E_k$$

In deze formule is ΣW de som van de arbeid van de verschillende krachten op het voorwerp en ΔE_k de verandering van de bewegingsenergie van het voorwerp.

Samenvatting

Bewegingsenergie – In een bewegend voorwerp zit energie ‘opgeslagen’: *bewegingsenergie*. Om een voorwerp in beweging te brengen is energie nodig, om het af te remmen moet er energie uit het voorwerp verdwijnen. Voor bewegingsenergie wordt ook wel de term *kinetische energie* gebruikt. Deze twee begrippen betekenen hetzelfde. De bewegingsenergie of kinetische energie E_k hangt af van de massa en de snelheid:

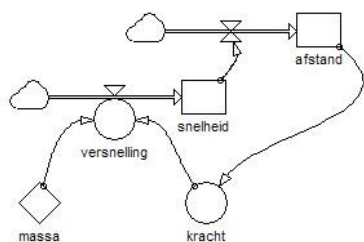
$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

In deze formule is E_k de bewegingsenergie (in J), m de massa van het voorwerp (in kg) en v de snelheid (in m/s).

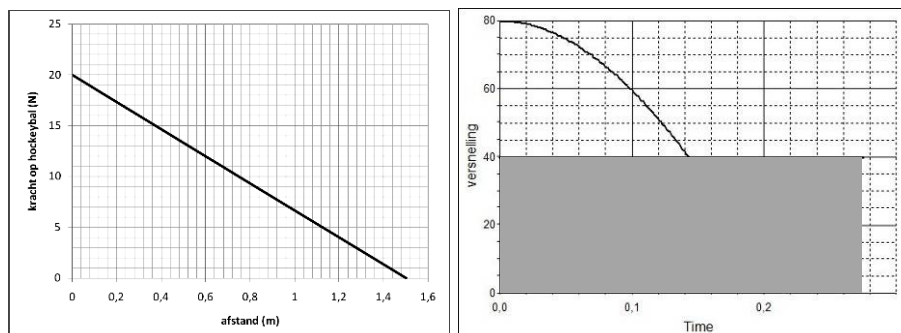
Bij versnellen wordt de arbeid van de kracht omgezet in bewegingsenergie. Bij afremmen neemt de bewegingsenergie af door de arbeid van de tegenwerkende kracht.

27 Geldt de formule bij elke beweging?

De formule voor de bewegingsenergie is gevonden door te kijken naar een versnelde of vertraagde beweging onder invloed van een constante



Figuur 32 – Computermodel van een versnelde beweging waarbij de kracht afhangt van de plaats.



Figuur 31 – Een grafiek van de kracht op de hockeybal als functie van de afstand en een grafiek van de versnelling als functie van de tijd.

- a In de linkergrafiek is het verband tussen kracht en afstand weergegeven. Leg uit dat de oppervlakte onder deze grafiek de arbeid tijdens de sleeppush is.
- b Hoe kun je aan de linkergrafiek zien dat er evenveel arbeid geleverd is als in de situatie waarbij de kracht constant 10 N is over een afstand van 1,5 m?
Bij de constante versnelling is na 1,5 m de snelheid van de bal 11,0 m/s geworden. Bij een kracht die in het begin groter is, duurt de sleeppush ook korter. In de rechtergrafiek van figuur 31 is de versnelling als functie van de tijd getekend.
- c Welke betekenis heeft de oppervlakte in een a,t -diagram?
- d Hoe kun je met de rechtergrafiek controleren dat de eindsnelheid in beide gevallen even groot is?

Begripstest

- 28 Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
 - a De bewegingsenergie van een voorwerp is even groot als de arbeid die verricht is om het voorwerp een snelheid te geven. ja / nee
 - b Voor een 2 keer zo grote snelheid is 2 keer zoveel energie nodig. ja / nee
 - c De eenheid van bewegingsenergie is joule. ja / nee
 - d Bewegingsenergie is hetzelfde als kinetische energie. ja / nee
 - e De formule voor bewegingsenergie geldt alleen bij bewegingen met een constante versnelling. ja / nee

Opgaven

29 Energie voor optrekken

Een auto met een massa m van 1200 kg trekt op. Op de auto werken de voorwaartse kracht van de motor en de wrijvingskrachten. Neem in eerste instantie aan dat tijdens het optrekken de resulterende kracht constant is: $F_{\text{res}} = 3,0$ kN.

- a Bereken hoeveel energie de resulterende kracht moet leveren om een snelheid van 50 km/h (13,9 m/s) te halen.

- b** Welke verplaatsing heeft deze auto nodig om een snelheid van 50 km/h te halen? Gebruik in je berekeningen arbeid en energie.
De afstand die de auto aflegt zou je ook moeten kunnen berekenen met de formules voor een eenparig versnelde beweging: $F = m \cdot a$, $v = a \cdot t$ en $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.
- c** Controleer met een berekening dat uit de formules voor een eenparig versnelde beweging hetzelfde antwoord volgt als bij onderdeel b.
Tot nu toe zijn de wrijvingskrachten steeds verwaarloosd. Stel dat tijdens het optrekken de wrijvingskrachten in totaal gemiddeld 600 N zijn.
- d** Bereken hoeveel energie er tijdens het optrekken verloren gaat aan wrijvingskrachten.
- e** Hoeveel energie moet de motor dan leveren om over dezelfde afstand een snelheid van 50 km/h te halen?

30 Arbeid en energie bij afremmen

Bij het afremmen wordt alle bewegingsenergie omgezet in warmte door de arbeid van de afremmende kracht. De afstand die de auto dan aflegt is de remweg.

Een vrachtwagen met een massa van 15 ton rijdt met een snelheid van 90 km/h. Bij krachtig remmen bedraagt de remweg 50 m.

- a** Bereken de bewegingsenergie van de vrachtwagen.
- b** Bereken de gemiddelde afremmende kracht.
- c** Leg uit dat hier geldt: $F \cdot s_{\text{rem}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.
- d** Stel dat één van de vier remmen van de auto kapot is, waardoor de remkracht afneemt tot 75% van de oorspronkelijke waarde. Welke invloed heeft dat op de remweg van de auto? Geef een berekening.



Figuur 33 – In een zware truck met hoge snelheid is veel bewegingsenergie opgeslagen.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.5 Bewegings- en zwaarte-energie: de energievergelijking

Wat gaan we doen?

In veel praktijksituaties worden zwaarte-energie en bewegingsenergie in elkaar omgezet.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoe kun je in situaties waarbij meerdere energiesoorten een rol spelen gebruik maken van een energievergelijking?*

Uitwerking

31 Speerwerpen

Een herenspeer is 2,6 tot 2,7 m lang en weegt 800 g. De atleet komt met een flinke snelheid aanlopen, zodat de snelheid van de speer ongeveer 5 m/s is. Vervolgens werpt de atleet de speer met veel kracht weg. De snelheid van de speer zit bij het loslaten rond de 30 m/s.

- Bereken de toename van de bewegingsenergie tijdens de worp.
- Maak aan de hand van de foto's van figuur 34 een schatting van de afstand die de speer aflegt tijdens het wegwerpen.
- Bereken daarmee de (gemiddelde) kracht van de atleet op de speer tijdens de worp.
Tijdens de vlucht gaat de speer eerst omhoog en daarna omlaag. Neem aan dat de wrijving van de lucht te verwaarlozen is.
- Tijdens het 'klimmen' in de lucht neemt de snelheid van de speer af. Leg uit waardoor dat veroorzaakt wordt.
- Op het hoogste punt heeft de speer een hoogte van 18 m bereikt. Bereken de snelheid van de speer op het hoogste punt. Maak gebruik van bewegings- en zwaarte-energie.



Figuur 34 – Videobeelden van speerwerpen.

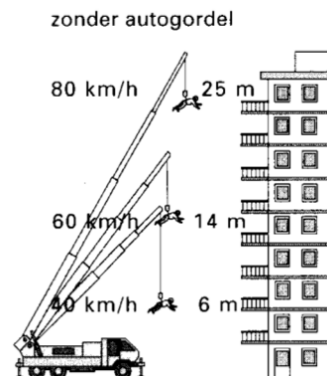
32 Hoogspringen en verspringen

Een hoogspringer neemt altijd een aanloop voor zijn sprong. Kennelijk kom je hoger als je al een horizontale snelheid hebt, ondanks het feit dat de afzet bij een aanloop lastiger is dan uit stilstand.



Figuur 35 – Met een aanloop spring je hoger.

- Waardoor spring je hoger met een aanloop? Leg uit.
Neem aan dat de hoogspringer aan komt lopen met een snelheid van 5 m/s (dat is 18 km/h) en dat 70% van de bewegingsenergie wordt omgezet in extra hoogte. De massa van de hoogspringer is 84 kg.
- Bereken de extra hoogte die de springer krijgt door de aanloopsnelheid.



Figuur 36 – Botssnelheid vergelijken met valhoogte.

Begrippen

Energievergelijking

Deze extra hoogte geldt voor het zwaartepunt van het lichaam. Door de sprongtechniek gaat het zwaartepunt niet over, maar vlak onder de lat door.

- c Bereken met welke snelheid de hoogspringer over de lat gaat. Het nemen van een aanloop is dus belangrijk, maar bij hoogspringen is de aanloopsnelheid niet maximaal zoals bij verspringen.
- d Welk nadeel kleeft er bij hoogspringen aan een maximale snelheid?

33 Vallen en botsen

In figuur 36 is weergegeven dat een botsing met een snelheid van 40 km/h overeen komt met een val van een hoogte van 6 m. Neem aan dat de persoon een massa van 70 kg heeft.

- a Bereken de bewegingsenergie bij een snelheid van 40 km/h.
- b Ga na dat de zwaarte-energie bij een hoogte van 6 m ongeveer even groot is als de bewegingsenergie bij een snelheid van 40 km/h.
- c Laat zien of leg uit dat de massa geen invloed heeft op de eindsnelheid.
- d Controleer of de informatie in de tekening bij de andere snelheden juist is.

Samenvatting

Energievergelijking – De bovenstaande situaties zijn voorbeelden van energieomzettingen waarbij alle energie van de ene soort wordt omgezet in energie van een andere soort. Bij zo'n situatie hoort een eenvoudige *energievergelijking*:

$$E_{\text{begin}} = E_{\text{einde}}$$

Bij een vallend voorwerp wordt zwaarte-energie volledig omgezet in bewegingsenergie, zodat de energievergelijking als volgt geschreven kan worden:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

In dit voorbeeld kan de massa links en rechts van het is-gelijk-teken weggestreept worden. Daaruit blijkt dat de massa van het voorwerp geen rol speelt bij het vallen van voorwerpen (als er geen andere krachten werken).

Deze energievergelijking is geen wet of formule. De vergelijking geldt alleen in situaties waar alle energie omgezet wordt.

Begripstest

- 34 Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
 - a Als je een voorwerp omhoog gooit, dan is in het hoogste punt alle bewegingsenergie omgezet in zwaarte-energie. ja / nee
 - b Bij verticale bewegingen geldt altijd: $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$ ja / nee
 - c De energievergelijking geldt alleen als er geen andere krachten werken en als alle energie omgezet wordt. ja / nee
 - d Uit de energievergelijking volgt dat alle voorwerpen vanaf gelijke hoogte met dezelfde snelheid op de grond vallen, maar alleen als er geen andere krachten werken. ja / nee

Opgaven



Figuur 37 – Stuntduiken in ondiep water.

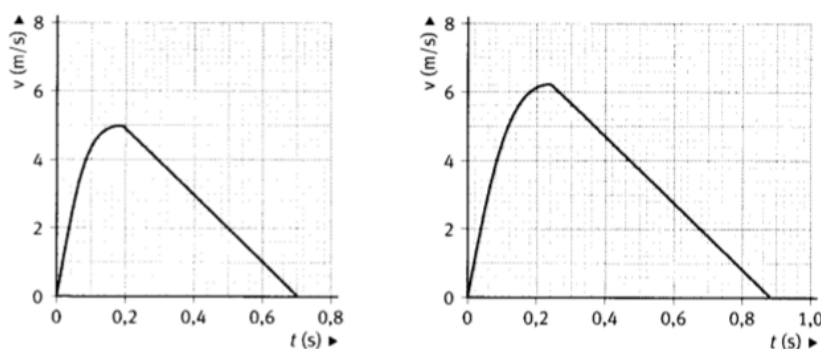
35 Duiken in ondiep water

Op de foto in figuur 37 springt een lid van het duikteam 'The American Eagles' van dertig meter hoog in een zwembadje met een diepte van drie meter. Tijdens hun val bereiken de acrobaten een snelheid van 96 km/h. Kan dit? Het lijkt ongelooflijk. Neem aan dat de acrobaten een massa van 70 kg hebben.

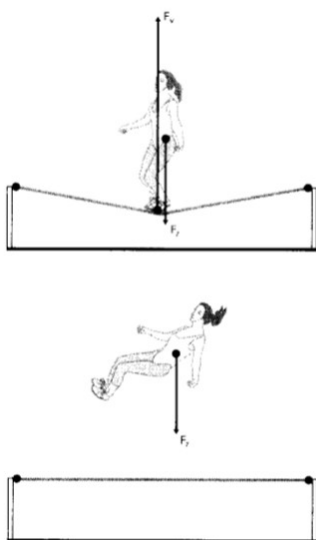
- Bereken de bewegingsenergie van de acrobaat op het moment dat deze het wateroppervlak raakt.
- Vanaf welke hoogte moet tenminste gesprongen worden om deze snelheid te behalen?
- Het zwembadje is maar 3 m diep. Hoe groot moet de gemiddelde remkracht onder water dan minstens zijn?

36 Inveren bij trampolinespringen

Bij het trampolinespringen is het inveren van de benen voorafgaand aan de afzet belangrijk. Het zwaartepunt begint dan lager en de afzet duurt langer. In figuur 38 is de snelheid van het zwaartepunt weergegeven.



Figuur 38 – Snelheid,tijd-diagram bij trampolinespringen.

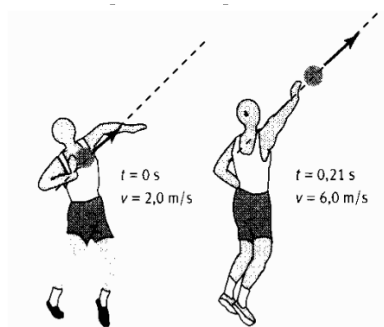


Figuur 39 – Laagste punt (boven) en hoogste punt (onder) tijdens het trampolinespringen. In beide situaties is de snelheid nul.

In figuur 38 is links het v,t -diagram getekend van de beweging van het zwaartepunt van een trampolinespringer met een massa van 60 kg die het lichaam en benen stijf houdt. Rechts hetzelfde gedaan als de springer een stuk door de knieën veert.

Beide diagrammen beginnen als het zwaartepunt op het laagste punt is en eindigen op het hoogste punt van de sprong (zie figuur 39).

- Leg uit dat bij het einde van het diagram (als de snelheid nul is geworden) de trampolinespringer op het hoogste punt is.
De trampolinespringer komt los op het moment dat de kromme lijn overgaat in een rechte lijn. De snelheid bij springen met inveren is op dat moment hoger. Naast de veerenergie gebruikt de springer ook de energie van de beenspieren.
- Bepaal met behulp van de twee grafieken de extra energie die de beenspieren geleverd hebben.
- Hoeveel hoger komt (het zwaartepunt van) de trampolinespringer als hij of zij een stuk door de knieën veert?



Figuur 40

37 Kogelstoten

Een kogelstoter stoot een kogel in een rechte lijn onder een hoek van 45° met het horizontale vlak weg (zie figuur 40). Doordat de kogelstoter een draaibeweging maakt, heeft de kogel al een snelheid voordat de kogel 'gestoten' wordt. Tijdens het wegstoten neemt de snelheid van de kogel in een tijdsduur van 0,21 s toe van 2,0 tot 6,0 m/s. Daarbij legt de kogel een afstand af van 84 cm. De luchtweerstand op de kogel is verwaarloosbaar klein. De massa van de kogel is 5,0 kg.

- Bereken hoeveel de bewegingsenergie van de kogel is toegenomen.
- Bereken hoeveel de zwaarte-energie van de kogel is toegenomen.
- Hoe groot is de kracht die de kogelstoter levert tijdens de stoot?

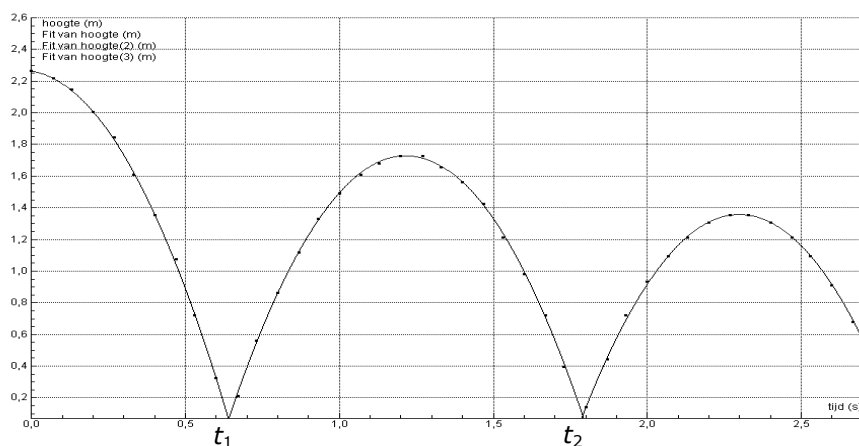
38 Stuiterend golfballetje

Een golfballetje heeft twee bijzondere eigenschappen: er zitten veel kleine putjes op het balletje die zorgen voor een lage luchtweerstand en het balletje is hard en elastisch waardoor het erg goed stuiteret. In deze opgave wordt onderzocht hoeveel energie er verloren gaat bij een stuit.

Een golfballetje wordt van een bepaalde hoogte losgelaten en valt recht omlaag. Met behulp van videometen is de hoogte van het golfballetje tijdens het stuiteren vastgelegd. In de grafiek van figuur 42 is de hoogte van het balletje weergegeven. Op tijdstip t_1 en t_2 stuit het balletje op de grond. Let op: de 'grond' ligt op een hoogte van 0,08 m.



Figuur 41 – De putjes in de golfbal zorgen voor een lage luchtweerstand.



Figuur 42 – Grafiek van de hoogte van een stuiterend golfballetje. De 'grond' ligt op een hoogte h van 0,08 m.

- Bepaal aan de hand van de grafiek in figuur 42 de zwaarte-energie op $t = 0$ s en op het hoogste punt na de eerste stuit. Houd daarbij rekening met het feit dat de 'grond' op 0,08 m ligt.
De luchtweerstand is te verwaarlozen. Door energieverlies tijdens de stuit komt het balletje na elke stuit steeds iets minder hoog.
- Bereken uit deze gegevens hoeveel procent van de energie verloren gaat bij de eerste stuit.
- Bepaal aan de hand van de grafiek hoeveel procent het energieverlies is bij de tweede stuit.
- Beschrijf hoe je het energieverlies zou kunnen bepalen met behulp van de bewegingsenergie.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.6 Veerenergie: zo hoog mogelijk

Wat gaan we doen?

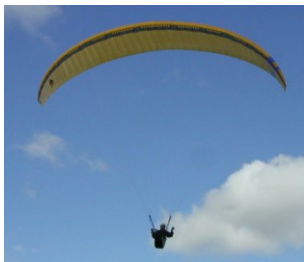
In tv-programma's zoals *Mythbusters* worden de grenzen verlegd. Een voorbeeld daarvan is de Human Catapult, die ontworpen is om iemand weg te schieten met een katapult (en een parachute). In deze situatie spelen veerenergie, bewegingsenergie en zwaarte-energie een rol.

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

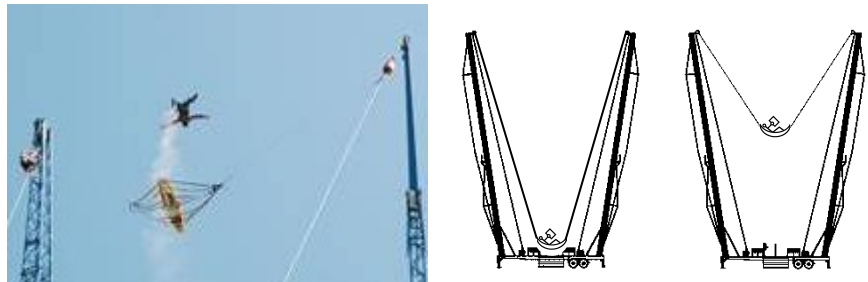
- Hoe bepaal je de energie die in een veer of elastiek is opgeslagen?
- Kun je iemand veilig met een katapult de lucht in schieten?

39 Oriëntatie – Lancering met een katapult

In het programma *Mythbusters* is onderzocht of het mogelijk is om iemand met een grote katapult de lucht in te schieten om daarna aan een parachute te landen. Zo'n lancering is spectaculair, maar ook gevaarlijk.



Figuur 44 – Na de lancering volgt een veilige landing aan een parachute.



Figuur 43 – De Human Catapult.

De *Mythbusters* gebruikten een testpop en kozen voor een constructie waarbij de pop in een soort hangmat aan bungeekoorden omhoog geschoten werd. De pop lag los in de hangmat en kwam op een bepaalde hoogte los van de hangmat. Voor de lancering geldt:

- De top van de installatie is 30 m hoog. De pop wordt vanaf de grond afgeschoten.
- De massa van de testpop is 81 kg.
- De bungeekoorden zijn 10 m lang en kunnen uitgerekt worden tot maximaal driemaal de eigen lengte.
- De versnelling tijdens de lancering mag gedurende korte tijd niet groter zijn dan 80 m/s^2 (ongeveer $8 \cdot g$).

Uit deze eisen kun je al het een en ander afleiden.

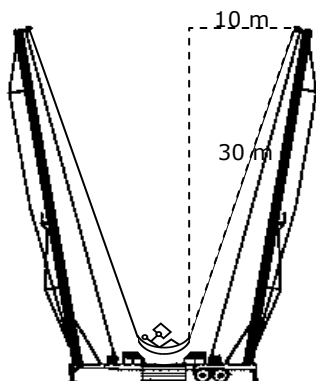
- a Hoe zou je zelf dit probleem aanpakken?
- b Wat kun je nu al afleiden uit de gegevens over de bungeekoorden?
- c Wat kun je nu al afleiden uit de gegevens over de maximale versnelling?

Plan van aanpak

Het plan van aanpak bestaat uit de volgende onderdelen:

- De geschikte bungeekoorden uitzoeken.
- Bepalen hoeveel energie er in de koorden opgeslagen kan worden.
- De luchtwrijving verwaarlozen (wat hier eigenlijk niet juist is).
- De maximale hoogte bepalen met een energievergelijking.

Uitwerking



Figuur 45 – De elastieken worden op spanning gebracht door de armen uit te schuiven.

40 Het juiste bungeekoord

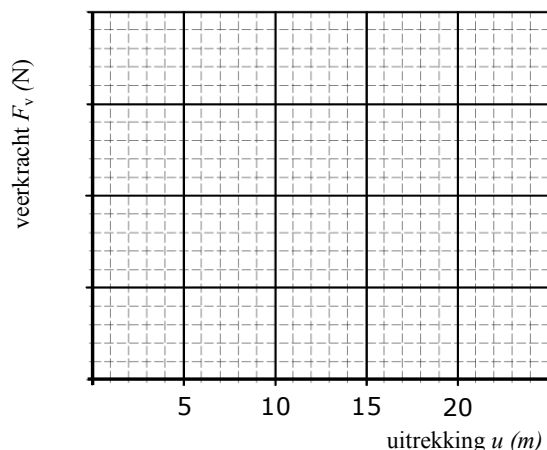
De versnelling van de pop mag niet groter zijn dan 80 m/s^2 . De grootste versnelling treedt op direct na het afschieten. De twee bungeekoorden van 10 m zijn dan uitgerekt tot 30 m. De Mythbusters gebruikten koorden met een veerconstante van 180 N/m . De massa van de testpop is 81 kg.

- Bereken de veerkracht van één koord bij deze uitrekking.
- Hoe groot mag de resulterende kracht op de pop maximaal zijn?
De resulterende kracht is de som van twee schuine krachten en de zwaartekracht.
- Controleer dat de resulterende kracht de maximale waarde niet overschrijdt.

41 De veerenergie bepalen

In elk bungeekoord wordt tijdens het uitrekken energie opgeslagen. De opgeslagen energie is gelijk aan de arbeid tijdens het uitrekken.

- Leg uit waarom je de arbeid hier niet eenvoudig kunt berekenen door de formule $W = F_v \cdot s$ in te vullen.
Eén bungeekoord heeft een veerconstante van 180 N/m . Het koord wordt maximaal 20 m uitgerekt.
- Teken in (een kopie van) figuur 46 de grafiek van de veerkracht als functie van de uitrekking.



Figuur 46

De veerenergie is gelijk aan de arbeid tijdens het uitrekken. Omdat de kracht tijdens het uitrekken niet constant is, wordt de arbeid berekend met de oppervlakte onder de grafiek.

- Bepaal de oppervlakte onder de grafiek van $u = 0$ tot $u = 20 \text{ m}$. Geef ook de eenheid van het antwoord.
Het is niet echt handig om steeds de arbeid uit te rekenen met de oppervlakte onder de grafiek. Een formule is veel handiger: $E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$.
- Leid de formule voor de veerenergie af uit de grafiek en de formule voor de veerkracht $F_v = C \cdot u$.
- Bereken de energie die is opgeslagen in twee uitgerekte koorden, zowel met de formule als met de oppervlakte onder de grafiek.



Figuur 47 – Basejumpen is een (meestal illegale) stunt waarbij vanaf een hoog gebouw gesprongen wordt met een parachute. De minimale spronghoogte is zo'n 60 m.

42 De maximale hoogte

Bij de lancering spelen drie energiesoorten een rol: veerenergie, kinetische energie en zwaarte-energie. De massa van de hangmat is te verwaarlozen.

- a Leg uit dat voor het uitrekenen van de maximale hoogte de energie-vergelijking wordt: $E_v = E_z$.
- b Hoe hoog komt de pop?
- c Denk je dat een dergelijke hoogte genoeg is voor het gebruiken van een parachute om te landen?
Op het punt dat de pop loskomt van de hangmat is de snelheid behoorlijk groot. Alle veerenergie is dan verdwenen en omgezet in energie die in de pop opgeslagen is.
- d Stel een energievergelijking op voor de energieomzetting tussen de start en het moment dat de pop loskomt.

Begrippen

Veerenergie

Samenvatting

Bij een lancering met de Human Catapult speelt de veerenergie een belangrijke rol.

Voor de energie die opgeslagen is in een veer geldt:

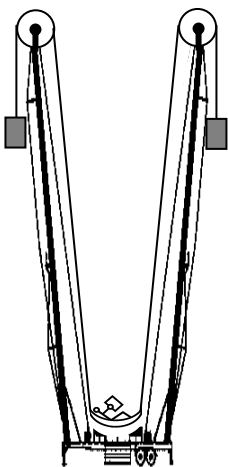
$$E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

In deze formule is E_v de veerenergie (in J), C de veerconstante (in N/m) en u de uitrekking (in m) van de veer.

In een situatie waarbij meerdere energiesoorten afhangen van de positie is het gebruik van een energievergelijking een handig hulpmiddel.

Begripstest

- 43 Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
- a Bij een veer is de opgeslagen energie gelijk aan de arbeid die verricht wordt bij het uitrekken van het elastiek. ja / nee
 - b De veerenergie is kwadratisch evenredig met de uitrekking. ja / nee
 - c De eenheid van veerenergie is N/m. ja / nee
 - d In een 2 keer zo stugge veer wordt, bij gelijke uitrekking, 2 keer zoveel energie opgeslagen. ja / nee
 - e De formule voor de veerenergie geldt ook voor veren die ingedrukt kunnen worden. ja / nee
 - f De arbeid van een willekeurige kracht kan bepaald worden met de oppervlakte onder de F,s -grafiek. ja / nee



Opgaven

44 Lancering met katrollen

De Mythbusters zijn niet tevreden met het resultaat. De maximale hoogte in deze situatie is onvoldoende. Een nadeel van elastische koorden is dat de kracht tijdens de lancering snel afneemt. In een nieuw ontwerp maken ze gebruik van katrollen en een groot contragewicht (in figuur 48 vereenvoudigd weergegeven).

Met deze constructie lukt het om tijdens de hele lancering, over een afstand van 30 m, een gemiddelde versnelling van 65 m/s^2 te realiseren (inclusief luchtweerstand). De massa van de testpop is 81 kg.

- a Bereken de verticale kracht die de twee touwen samen op de pop moeten uitoefenen om zo'n grote versnelling te krijgen. Houd daarbij rekening met de zwaartekracht op de pop.
- b Bereken de hoogte die de pop nu haalt. Gebruik daarbij de arbeid van de kracht en verwaarloos de luchtweerstand.
De pop haalt nu een veel hogere snelheid. De maximale snelheid wordt op een hoogte van 30 m gehaald.

Figuur 48 – Een lancering met katrollen en contragewichten.



Figuur 49 – Boogschutters.

- c Stel een energievergelijking op en bereken met welke snelheid de pop op 30 m hoogte loskomt van de hangmat.

45 Boogschieten

Bij het boogschieten is de boog op te vatten als een veer. Bij een kracht van 170 N is de uitrekking van deze veer 0,40 m. De pijl die met deze gespannen boog in (vrijwel) horizontale richting wordt weggeschoten, heeft een massa van 21 g.

- Bereken de veerconstante van de boog.
- Geef de energievergelijking.
- Bereken de snelheid van de pijl direct na het wegschieten.

46 Sprinkhaan

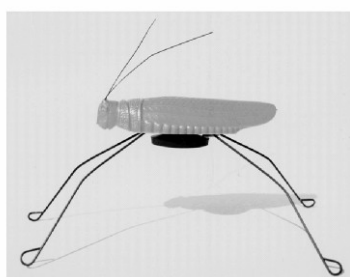
Op de foto van figuur 50 is een speelgoed-sprinkhaan zichtbaar. Onder het lijf van de sprinkhaan zit een zuignap, die zich op de ondergrond vastzuigt als je de sprinkhaan stevig naar beneden drukt. Als de zuignap loslaat, springt de sprinkhaan omhoog doordat zijn poten als veren werken.

Tessa en Suzanne doen onderzoek aan de sprinkhaan. Daarbij is hun onderzoeksvraag: Met welke snelheid komt de sprinkhaan los van de grond?

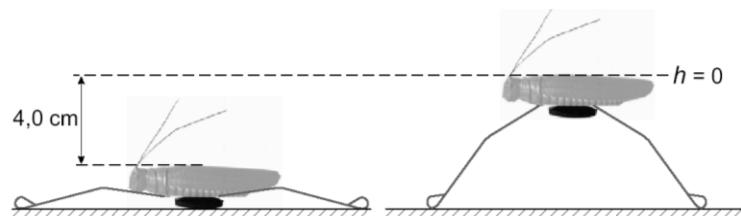
Om een idee te krijgen van de grootte van deze snelheid, laten zij de sprinkhaan vanaf de grond omhoogspringen. Zij schatten de hoogte die de sprinkhaan bereikt op 1,0 m. De massa van de sprinkhaan is 6,2 g.

- a Bepaal aan de hand van deze schatting de snelheid waarmee de sprinkhaan van de grond loskomt.

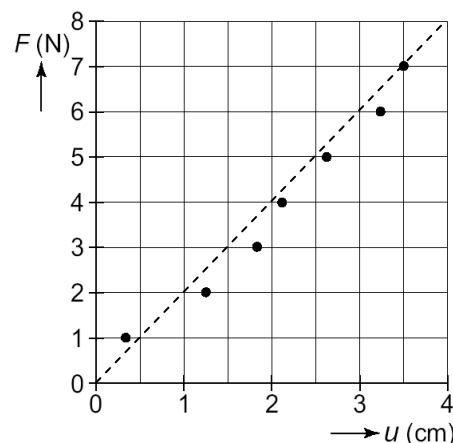
Tessa en Susanne onderzoeken vervolgens hoeveel arbeid er verricht moet worden om de veer in te duwen. Tessa duwt de sprinkhaan met behulp van een krachtmeter omlaag. Bij verschillende waarden van de kracht F meet zij de indrukking u van de sprinkhaan. Als de zuignap zich vastzuigt, is de sprinkhaan 4,0 cm omlaag geduwd.



Figuur 50

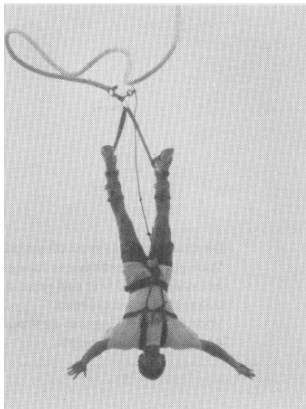


Figuur 51 – De grafiek geeft het verband tussen de veerkracht en de indrukking. Tijdens het indrukken wordt de sprinkhaan 4,0 cm omlaag geduwd.



Om de arbeid te berekenen gebruiken Tessa en Susanne ter vereenvoudiging de stippellijn in figuur 51 als 'meetresultaat'.

- Hoeveel arbeid is er nodig om deze veer 4,0 cm in te drukken? Gebruik de stippellijn in de grafiek om de veerenergie te bepalen.
- Bereken met behulp van de veerenergie de snelheid van de sprinkhaan bij het loskomen van de grond.



Figuur 52 – Voor het bungeekoord gelden de volgende formules:

$$E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

$$F_v = C \cdot u$$

47 Jumpen

Adriaan wil een bungeejump uitvoeren van een brug die zich 90 m boven de bodem van een ravijn bevindt. Maar eerst wil hij berekenen of hij niet teveel gevaar loopt. Hij vraagt zich twee dingen af:

- Hoe diep ligt het laagste punt van de val?
- Wat is de maximale snelheid tijdens de val?

Hij gaat daarbij uit van de volgende gegevens: de luchtweerstand is verwaarloosbaar, de brug heeft een hoogte van 90 m, het elastische koord heeft een lengte van 32 m, en de veerconstante van het koord is 56 N/m. Adriaan heeft een massa van 75 kg.

- a** Welke energieomzettingen treden er op tijdens de val?

Om de maximale snelheid te berekenen kijkt Adriaan naar het punt waarin het koord voor het eerst gespannen raakt: na 32 m vallen op een hoogte van 58 m.

- b** Bereken de snelheid na 32 m vallen met behulp van energieomzettingen. Dan realiseert Adriaan zich dat de bungeejumper blijft versnellen tot de veerkracht even groot is als de zwaartekracht.

- c** Ga na dat de maximale snelheid bereikt wordt op een hoogte van 45 m, als het koord 13 m is uitgerekt.

- d** Bereken de maximale snelheid die Adriaan tijdens de val bereikt.

In het laagste punt is alle energie die is omgezet opgeslagen in de veer. Adriaan heeft dan een totale afstand afgelegd van 32 m plus de uitrekking u van de bungeekoorden.

- e** Hoeveel zwaarte-energie is er omgezet? Stel een formule op.

- f** Bereken met deze formule op welke hoogte het laagste punt van de val van Adriaan ligt.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.7 Brandstofverbruik in het verkeer: zo zuinig mogelijk

Wat gaan we doen?



Figuur 53 – De overheids-campagne 'Het Nieuwe Rijden'.

Besparen op het brandstofverbruik scheelt geld en vermindert de uitstoot van CO₂ en andere milieuvervuilende stoffen. Met de campagne 'Het Nieuwe Rijden' probeert de overheid het gedrag van weggebruikers te beïnvloeden.

Een auto is een voorbeeld van een energieomzetter. De energie wordt geleverd door de brandstof en door de motor omgezet in beweging.

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- Welke factoren hebben invloed op het brandstofverbruik?
- Hoe bereken je de energiebesparing bij maatregelen die het brandstofverbruik beperken?

48 Oriëntatie – Het Nieuwe Rijden

De overheids campagne 'Het Nieuwe Rijden' bestaat uit tips waarmee weggebruikers hun brandstofverbruik kunnen beperken. In de tv-spotjes gaat het vooral om het rijgedrag van de bestuurder. Op de website hetnieuwerijden.nl worden meer tips gegeven (zie figuur 54).

- a Welke tips gaan over het rijgedrag van de bestuurder? Leg bij elke tip kort uit hoe je daarmee brandstof kunt besparen.
- b Ken je zelf nog andere tips die te maken hebben met het rijgedrag? Een ander deel van de tips heeft vooral te maken met eigenschappen van de auto, zoals de stroomlijn.
- c Noteer zoveel mogelijk eigenschappen van de auto die invloed hebben op het brandstofverbruik.
- d Welke accessoire(s) van een auto zou(den) een positieve invloed kunnen hebben op het brandstofverbruik? Noem er minstens één.
- e Wat zou er onder het kopje 'Energievreter' staan? Bij het kopen van een nieuwe auto kun je ook kijken naar de energiebron. Naast fossiele brandstoffen zijn er nu ook alternatieven.
- f Welke alternatieve energiebronnen voor de auto ken je?

TIP 1	Schakelen
TIP 2	Uitrollen
TIP 3	80 in z'n 5
TIP 4	Bandenspanning
TIP 5	Vooruitkijken
TIP 6	Motor afzetten
TIP 7	Accessoires
TIP 8	Auto kopen
TIP 9	Energievreter

Figuur 54 – Tips uit de campagne 'Het Nieuwe Rijden'.

Plan van aanpak

We bekijken één maatregel die bedoeld is om brandstof te besparen (en de uitstoot van fijn stof en CO₂ te beperken). Deze maatregel betreft het verlagen van de snelheid van 100 km/h naar 80 km/h op snelwegen rond de grote steden. Het brandstofverbruik wordt gemeten in liter per 100 km

Het plan aanpak bestaat uit de volgende onderdelen:

- Bepaal de arbeid die de motor bij beide snelheden moet verrichten over een afstand van 100 km.
- Bereken voor beide snelheden hoeveel liter brandstof daarvoor nodig is.
- Ga na of de besparing zinvol is.

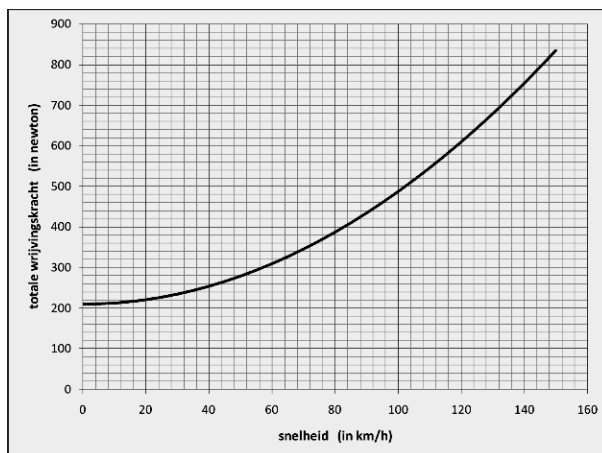
Uitwerking

49 Arbeid bij 100 en 80 km/h

Een van de maatregelen om de uitstoot van uitlaatgassen te beperken is het reduceren van de snelheid rond de grote steden van 100 km/h naar 80 km/h. Voorstanders claimen dat daardoor de emissie van CO₂ ook met 20% daalt, tegenstanders beweren dat het verschil veel kleiner is.



Figuur 55 – Rond veel grote steden geldt een maximumsnelheid van 80 km/h.



Figuur 56 – Tegenwerkende krachten op een auto bij constante snelheid.

- Hoe kun je in deze grafiek de rolwrijving van de auto aflezen?
- Lees in de grafiek de totale wrijvingskracht af bij 80 en bij 100 km/h.
- Leg uit dat de voorwaartse kracht even groot is als de totale wrijvingskracht bij deze snelheid.
- Welk gegeven heb je nog nodig om de arbeid te berekenen?
Het brandstofverbruik van een auto wordt gegeven in liter per 100 km. Een normale auto heeft een brandstofverbruik van 6 tot 8 L/100 km.
- Bereken over een afstand van 100 km voor beide auto's de arbeid die de motor moet leveren bij een constante snelheid.

50 Brandstofverbruik berekenen

In BINAS staat de verbrandingswarmte van benzine: $33 \cdot 10^9 \text{ J/m}^3$ (die waarde geldt bij 99 octaan, maar daarmee kan hier wel gerekend worden).

- Bereken hoeveel energie vrijkomt bij de verbranding van 1,0 L benzine. Gebruik een verhoudingstabel (zie figuur 57).
Een deel van de warmte wordt door de motor omgezet in arbeid. Dat is de energie die gebruikt kan worden voor de voortbeweging. Het rendement van een automotor is niet heel hoog: op z'n best 24%.
- Bereken hoeveel arbeid een automotor uit 1,0 L benzine kan halen. Gebruik een verhoudingstabel (zie figuur 57).
Met deze gegevens kan de besparing op het brandstofverbruik bepaald worden als de snelheid daalt van 100 naar 80 km/h.
- Bereken voor beide snelheden het brandstofverbruik (in L/100 km). Gebruik de gegevens uit opdracht 49.
- Bereken de besparing op brandstofverbruik in procenten.
- Wat is nu je conclusie? Is het verlagen van de snelheid een zinvolle maatregel om het brandstofverbruik te verminderen?

verhoudingstabel brandstof		
brandstof	1 m ³	1 L
warmte	$33 \cdot 10^9 \text{ J}$	

verhoudingstabel rendement		
$E_{\text{in}} = \text{warmte}$	100%	
$E_{\text{nut}} = \text{arbeid}$	24%	

Figuur 57 – Berekeningen met een verhoudingstabel.

Begrippen

Brandstofverbruik
Verbrandingswarmte

Verbrandingswarmte

In de formule $E_{\text{ch}} = r_v \cdot V$ is r_v de verbrandingswarmte: de energie die vrijkomt bij het verbranden van 1 L of 1 m³ vloeibare of gasvormige brandstof zoals benzine of aardgas. Bij vaste brandstoffen zoals hout of steenkool gaat het meestal om de energie die vrijkomt bij het verbranden van 1 kg brandstof. De formule voor de chemische energie is dan te schrijven als $E_{\text{ch}} = r_m \cdot m$. Hierin is r_m de verbrandingswarmte (in J/kg) en m de massa (in kg) van de vaste brandstof.

Rendement

Voor het rendement van een automotor geldt $\eta = W/E_{\text{ch}}$. Meer in het algemeen is de formule voor het rendement η van een apparaat te schrijven als:

$$\eta = E_{\text{uit}}/E_{\text{in}}$$

In deze formule is E_{in} de energie die het apparaat verbruikt, en E_{uit} de energie die het apparaat levert.

Samenvatting

Energie uit brandstof – In brandstof zoals benzine of gas ligt energie opgeslagen: *chemische energie*. In de motor van een auto wordt deze brandstof verbrand. De warmte die daarbij vrijkomt wordt gebruikt om de motor te laten draaien. Slechts een klein deel van die energie (meestal 20 tot 25%) is beschikbaar voor het voortbewegen. Via de wielen en het wegdek wordt door de voorwaartse kracht arbeid verricht. Het brandstofverbruik hangt af van het type brandstof, het rendement van de motor en de tegenwerkende krachten.

Energieomzettingen in een auto – In een auto vinden verschillende energieomzettingen plaats:

chemische energie → warmte → draaien motor → bewegen auto.

Deze energieomzettingen en de bijbehorende formules zijn overzichtelijk in een schema weer te geven:

Brandstof

$$E_{\text{ch}} = r_v \cdot V$$

Motor

$$\eta = \frac{W}{E_{\text{ch}}}$$

Arbeid

$$W = F_{\text{vw}} \cdot s$$

In deze formules is E_{ch} de chemische energie (in J), r_v de verbrandingswarmte (in J/L of in J/m³), V het volume van de brandstof (in L of in m³), η het rendement (zonder eenheid), W de arbeid (in J), F_{vw} de voorwaartse kracht (in N) en s de verplaatsing (in m). Bij de berekeningen met chemische energie en rendement zijn verhoudingstabellen handig.

Brandstofverbruik – Het brandstofverbruik van een auto wordt gegeven in L/100 km. Daarmee wordt bedoeld het aantal liter brandstof dat nodig is voor een verplaatsing s van 100 km. Het verbruik wordt gemeten bij constante snelheid onder ideale omstandigheden. Bij een doorsnee auto ligt het gemiddelde gebruik meestal tussen 6 en 8 L/100km. In de stad en op de snelweg is het verbruik hoger.

Begripstest

- 51 Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
- | | | |
|---|--|----------|
| a | Het brandstofverbruik geeft aan hoeveel warmte er bij de verbranding van één liter brandstof vrijkomt. | ja / nee |
| b | De eenheid van verbrandingswarmte is joule. | ja / nee |
| c | De eenheid van brandstofverbruik is L/100km. | ja / nee |
| d | Als het rendement van de motor groter wordt, dan daalt het brandstofverbruik. | ja / nee |
| e | Het brandstofverbruik is, bij constante snelheid en gelijk rendement, evenredig met de tegenwerkende krachten. | ja / nee |

Opgaven

52 Voordelen van een hybride auto

Een hybride auto heeft naast een zuinige benzinemotor ook een sterke elektromotor. Deze combinatie zorgt voor een lager brandstofverbruik. Als de auto stil staat voor een verkeerslicht is de benzinemotor uitgeschakeld, bij het optrekken wordt alleen de elektromotor gebruikt. In deze opgave onderzoeken we hoeveel brandstof dat bespaart.



Figuur 58 – De Toyota Prius was de eerste hybride auto.

De Toyota Prius was de eerste hybride auto met een lege massa van 905 kg en een gemiddeld brandstofverbruik van 4,8 L/100km.

- a** Hoeveel benzine verbruikt deze auto bij een stadsrit van 5,0 km? Ga uit van het gemiddelde verbruik.
Bij afremmen werkt de elektromotor als een dynamo. De bewegings-energie wordt omgezet in elektrische energie en opgeslagen in de accu. Tijdens de rit moet de auto regelmatig afremmen voor een kruispunt of een verkeerslicht. De snelheid daalt dan van 50 tot 0 km/h.
- b** Bereken de bewegingsenergie van deze auto met een lading van 150 kg en bij een snelheid van 50 km/h.
Neem aan dat er bij een stadsrit van 5,0 km twintig keer geremd wordt en dat alle energie wordt opgeslagen in de accu's.
- c** Bereken hoeveel energie er in de accu's wordt opgeslagen.
De energie in de accu's wordt gebruikt bij het optrekken van de auto. Het rendement van een benzinemotor is daar laag, ongeveer 20%.
- d** Bereken hoeveel brandstof er bespaard wordt door het gebruik van de energie uit de accu's.
Als de auto stil staat, dan draait de motor niet. Bij een normale auto is het brandstofverbruik bij stilstand ongeveer 0,5 L per uur.
- e** Neem aan dat bij elke stop de auto 20 s stil staat. Bereken hoeveel brandstof de Toyota Prius bespaart, vergeleken met een normale auto.
- f** Vergelijk de totale besparing met het gemiddeld brandstofverbruik van een auto (ongeveer 6 tot 8 L/100 km). Wat is nu je conclusie? Is dit een zinvolle manier om brandstof te besparen?

53 Brandstofverbruik en snelheid

Het brandstofverbruik hangt sterk af van de snelheid van een auto. Met name bij hoge snelheden neemt het brandstofverbruik snel toe. Bij een doorsnee auto geldt bijvoorbeeld:

- rendement motor 24%
- verbruik bij 90 km/h 5,5 L/100 km
- verbruik bij 120 km/h 7,7 L/100 km
- brandstof benzine ($r_v = 33 \cdot 10^6 \text{ J/L}$)

De oorzaak ligt natuurlijk bij het feit dat de luchtwrijving kwadratisch toeneemt met de snelheid. In deze opgave wordt het verbruik bij andere snelheden berekend.

De tegenwerkende kracht bestaat uit luchtwrijving en rolwrijving. Bij deze auto is de rolwrijving 210 N.

- a** Laat met een berekening zien dat bij een snelheid van 90 km/h de luchtwrijving 226 N is.
- b** Bereken op dezelfde manier de luchtwrijving bij 120 km/h. Noteer de resultaten in de onderstaande tabel.
In de onderstaande tabel is voor deze auto het brandstofverbruik weergegeven bij 90 km/h en 120 km/h.

constante snelheid (km/h)	60	90	120	150	180
brandstofverbruik (L/100 km)		5,5	7,7		
luchtwrijving (N)		226			
totale wrijvingskracht (N)					

Volgens de theorie is de rolwrijving constant. De luchtwrijving is evenredig met het kwadraat van de snelheid.

- c** Bereken de luchtwrijving bij de andere snelheden in de tabel. Gebruik de afgekorte formule voor de luchtwrijving: $F_{w,l} = k \cdot v^2$.
- d** Bereken het brandstofverbruik bij de overige snelheden in de tabel (denk daarbij aan de rolwrijving).
- e** Wat is nu je conclusie? Hoe belangrijk is de snelheid als het gaat om brandstof besparen?

2 Arbeid, energie en vermogen

2.8 Energiesoorten

Wat gaan we doen?

In de voorgaande paragrafen zijn verschillende energiesoorten en energie-omzettingen aan bod gekomen. In deze paragraaf kijken we terug op de verschillende energiesoorten en op de manier waarop je bij opgaven gebruik kunt maken van energie en arbeid.

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- Welke energiesoorten ken je nu?
- Hoe gebruik je energie en arbeid bij opgaven?

Uitwerking

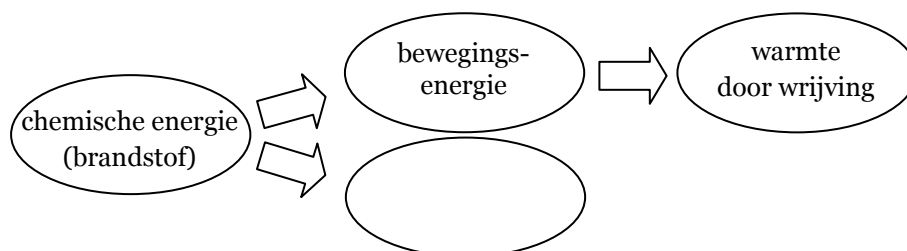
54 Energiesoorten

De onderstaande tabel is in paragraaf 2.1 al voor een deel ingevuld. Vul de tabel zoveel mogelijk verder in.

Energiesoort	Berekenen	Hangt af van
Elektrische energie	$E = P \cdot t$	Het vermogen van het apparaat en de tijd.
Kernenergie	$E =$	Een deel van de massa wordt omgezet.
Chemische energie		Hoeveelheid brandstof en verbrandingswarmte (in MJ/m ³ of MJ/kg)
Bewegingsenergie		
Zwaarte-energie (op aarde)		
Gravitatie-energie (ruimte)		
Veerenergie		

55 Energieschema

Bij het maken van opgaven over energie en arbeid is het handig om gebruik te maken van een *energieschema*, zoals dat van figuur 59.



Figuur 59

- a** Van de chemische energie in brandstof wordt slechts een deel gebruikt voor de voortbeweging. Wat gebeurt er met de rest van de energie?

Dit schema kun je gebruiken voor het berekenen van het brandstof-verbruik van een auto. Daarbij horen de volgende drie formules:

$$W = F \cdot s$$

$$E_{\text{ch}} = r_v \cdot V$$

$$\eta = \frac{W}{E_{\text{ch}}}$$

- b** Geef bij elke formule aan bij welk deel van het schema de formule hoort.
- c** Beschrijf hoe je het brandstofverbruik (in L/100km) kunt bepalen aan de hand van de tegenwerkende kracht en het rendement van de motor.

Opgaven



Figuur 60 – Deze auto heeft een massa van 1200 kg. Met een vermogen van 55 kW is de topsnelheid 180 km/h.



Figuur 61 – De luchtweerstandskracht $F_{w,l}$ hangt ook af van het frontaal oppervlak en de stroomlijn.



Figuur 62 – Het winnende team van de Shell Eco-marathon en de winnende auto.

56 Rendement auto

Een wielrenner haalt een rendement van ongeveer 20%. Hoe zit dat bij een auto? Een kleine auto (type Peugeot 206, zie figuur 60) heeft een massa van 1200 kg. Bij de topsnelheid van 180 km/h (50 m/s) is de tegenwerkende kracht 1,1 kN.

- a** Bereken de arbeid die de motor levert bij een snelheid van 180 km/h over een afstand van 100 km.
Bij deze snelheid is het brandstofverbruik 14,0 L/100 km (benzine).
- b** Bereken hoeveel warmte er vrijkomt bij de verbranding van 14 L benzine.
- c** Hoe groot is het rendement van de motor bij een snelheid van 180 km/h?

57 Luchtwrijving en rolwrijving

De luchtwrijving hangt ook af van de c_w -waarde van de auto. Dit getal geeft aan hoe goed de stroomlijn van de auto is. Uit een test van een bepaalde auto blijkt dat de c_w -waarde 0,32 is. Het frontaal oppervlak is 1,97 m².

- a** Bereken de luchtwrijving bij een snelheid van 180 km/h. Bij 15 °C is de luchtdichtheid 1,22 kg/m³.
De rolwrijvingskracht op deze auto is 180 N bij een massa van 1250 kg (auto met bestuurder). Het rendement van de motor is 24%.
- b** Bereken het brandstofverbruik bij 120 km/h.
Een gezin gaat met deze auto op vakantie. De extra massa van passagiers plus bagage is 450 kg. Een deel van de bagage gaat op het dak, waardoor het frontaal oppervlak toeneemt met 0,30 m². Bovendien wordt de stroomlijn slechter: de c_w -waarde neemt met 10% toe. Tijdens de vakantie is de snelheid vrijwel constant 120 km/h.
- c** Bereken onder deze omstandigheden het brandstofverbruik.
- d** De totale reis is 3000 km. Bereken de extra brandstof die nodig is door de grotere lucht- en rolwrijving.

58 Zuinigheidswereldrecord

In het onderstaande artikel wordt een nieuw zuinigheidswereldrecord genoemd. Daarbij gaat het om de afstand die een auto op 1 liter brandstof kan afleggen.

1 op 3.789 kilometer

UN, 22 augustus 2003 – Het zuinigheidswereldrecord is gebroken. Op de Shell Eco-marathon in het Britse Rockingham slaagden studenten erin om met één liter benzine 3.789 kilometer en 520 meter af te leggen. Met een

extreem gestroomlijnd voertuig en op speciale Michelin banden met een ultralage rolweerstand werd het record gevestigd. Het oude record stond op 1 op 3.625.

Het klinkt nogal ongeloofwaardig: op één liter brandstof een afstand van bijna vierduizend kilometer afleggen. De teams hebben dan ook hun uiterste best gedaan om de lucht- en rolweerstand zo laag mogelijk te houden.

Het voertuig op de foto heeft een verbluffende c_w -waarde van 0,12. Tijdens de test moest het voertuig een minimale snelheid aanhouden van 15 mijl per uur, gelijk aan 24 km/h of 6,7 m/s. De luchtdichtheid ρ is

$1,27 \text{ kg/m}^3$. Het enige onbekende gegeven is het frontaal oppervlak A van het voertuig.

- a** Maak een schatting van het frontaal oppervlak A en bereken daarmee de totale luchtweerstand bij dit wereldrecord.

Ook de rolweerstand van het voertuig is extreem laag. Laten we als schatting eens aannemen dat de rolweerstand slechts $2,0 \text{ N}$ bedraagt. De motor werkt op normale benzine, en de verbrandingswarmte van benzine bedraagt 33 MJ/L . Kan de motor dan voldoende arbeid leveren om een afstand van 3.789 km af te leggen? Het rendement van de motor is niet gegeven.

- b** Bepaal met behulp van de gegevens het rendement van deze motor.



Figuur 63 – De NuNa4 is voor een groot deel bedekt met zonnecellen



59 Zonne-energie voor de Nuna4

De Nuna4 was in 2007 winnaar van de World Solar Challenge). In deze race mag alleen gebruik gemaakt worden van zonne-energie als 'brandstof'. In deze opgave gaan we na of zonne-energie voor normale auto's een zinvolle manier van brandstofbesparing zou kunnen zijn.

Volgens de gegevens van de website is de rolweerstand van de Nuna4 10 keer zo klein en de luchtweerstand 6 keer zo klein als bij een normale auto.

De totale tegenwerkende kracht op de Nuna4 is bij 90 km/h slechts 61 N . Bij een normale auto is dat 450 N .

- a** Bereken hoeveel arbeid de motor bij deze snelheid moet leveren voor een verplaatsing van 3000 km .
- b** Hoeveel elektrische energie moet daarvoor in de accu's opgeslagen zijn? Neem daarbij aan dat het rendement van de elektromotor 98% is. Bij de Nuna4 werd de energie in de accu's in zeven dagen tijd geleverd door zonnecellen.
- c** Bereken hoeveel energie de zonnecellen in een jaar tijd leveren. Een normale auto verbruikt per jaar ongeveer 1500 L benzine. Met een zonnepaneel op het dak zou een besparing op brandstof gerealiseerd kunnen worden. Een gangbaar zonnepaneel heeft een oppervlakte van $1,3 \text{ m}^2$ en levert circa 148 kWh per jaar ($1 \text{ kWh} = 3,6 \text{ MJ}$).
- d** Bereken hoeveel liter brandstof jaarlijks bespaard zou kunnen worden met een zonnepaneel.
- e** Wat is nu je conclusie? Is het zinvol om zonnecellen te gebruiken om brandstof te besparen?

Rijden op zonne-energie

Op 25 oktober 2007 won het Nuna Solar Team voor de vierde keer op rij de World Solar Challenge, een race door de Australische woestijn. De Nuna4 had 33 uur en 17 minuten nodig voor de totale afstand van 3000 km , een gemiddelde snelheid van 90 km/h . Daarmee laat het team ook zien dat het heel goed mogelijk is om op zonne-energie een behoorlijke snelheid te halen.

Technische gegevens Nuna4:

Afmetingen	lengte: 4.72 m , breedte: 1.68 m , hoogte: 1.10 m
Gewicht (exclusief coureur)	187 kg
Aantal zonnecellen	2318 (Gallium-Arsenide Triple Junction)
Oppervlakte zonnecellen	6 m^2
Rendement zonnecellen	26%
Rendement elektromotor	98%
Rolweerstand	10 keer kleiner dan een normale auto
Luchtweerstand	6 keer kleiner dan een normale auto

2 Arbeid, energie en vermogen

2.9 Sporten op topsnelheid: sportprestaties en vermogen

Wat gaan we doen?

Bij snelheidssporten zoals schaatsen en wielrennen wordt de topprestatie vooral bepaald door de energie die een sporter kan leveren. Topsporters trainen veel op het vergroten van het *vermogen*: de energie die ze per seconde kunnen leveren voor de beweging. Daarnaast worden de tegenwerkende krachten zo klein mogelijk gemaakt.

De centrale vraag voor deze paragraaf is:

- *Hoe bepaal je het vermogen dat een sporter levert?*

60 Oriëntatie – Sporten op topsnelheid

Op de foto's van figuur 64 zie je verschillende sporters in beweging. In al deze gevallen gaat het om een duurinspanning van enkele minuten en niet om een sprint. De snelheid is bij deze inspanning ongeveer constant.

wereldrecords		
sport	afstand (km)	snelheid (km/h)
wielrennen	4	57,3
steppen	2,3	31,7
skeelers	5	39,6
schaatsen	5	48,8
hardlopen	3	24,5



Figuur 64 – Vijf verschillende snelheidssporten. De verschillen in snelheid zijn groot.

De sporters leveren allen een maximale inspanning. Ze verbruiken dan ongeveer evenveel energie per seconde. In eerste instantie willen we weten hoeveel arbeid de sporters per seconde leveren.

- Wat gebeurt er met de energie die de spieren leveren? Maak een schema.
- Welke krachten spelen in deze situaties een rol?
- Welke gegevens heb je nodig om te kunnen berekenen hoeveel arbeid de sporters per seconde verrichten?

In het vervolg wordt onderzocht hoeveel snelheidswinst een sporter kan boeken door te trainen op een groter vermogen.

Plan van aanpak

Bij snelheidssporten is vaak het *mechanisch vermogen* belangrijk: de arbeid die per seconde verricht wordt.

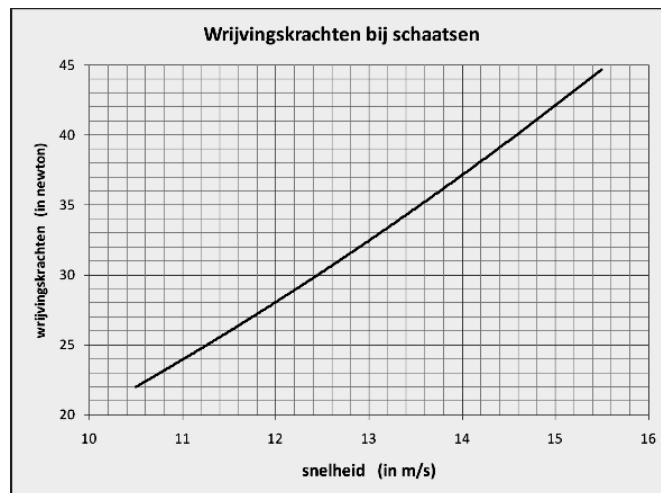
Het plan van aanpak bestaat uit de volgende onderdelen:

- Bepaal de kracht die de sporter moet leveren bij constante snelheid.
- Bepaal daarmee de totale arbeid en het vermogen dat de sporter moet leveren.
- Onderzoek hoe bij fitnessapparaten het vermogen gemeten wordt.

Uitwerking

61 Arbeid en vermogen bij schaatsen

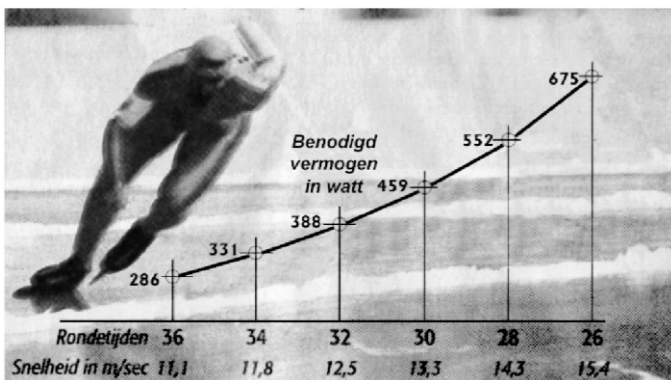
Bij schaatsen werken twee tegenwerkende krachten op de schaatser: de glijwrijving en de luchtwrijving. De glijwrijving is bij schaatsen niet groot, gemiddeld ongeveer 2 tot 3 N. De luchtwrijving is aanzienlijk groter en hangt af van de snelheid van de schaatser. In de grafiek van figuur 65 is het verband tussen de totale wrijvingskracht en de snelheid van een schaatser weergegeven.



Figuur 65 – Wrijvingskrachten en snelheid bij schaatsen.

Topschaatsers halen op een afstand van 10 km een gemiddelde snelheid van ongeveer 12,5 m/s (45 km/h). Daarmee rijden ze de 10 km in een tijd van 13 minuten en 20 seconde.

- Lees in de grafiek van figuur 65 de totale wrijvingskracht af bij die snelheid.
- Bereken daarmee de arbeid die de schaatser moet leveren tijdens de race.
- Hoe groot is de arbeid die de schaatser per seconde moet leveren?
- Leg uit hoe het vermogen berekend kan worden uit kracht, verplaatsing en tijd.
- Bereken op dezelfde manier het vermogen bij een snelheid van 14 m/s.



In de grafiek van figuur 66 is voor Eric Heiden – die in 1980 vijf gouden medailles won tijdens de Olympische Winterspelen in Lake Placid – weergegeven hoe groot het vermogen is dat hij leverde bij een bepaalde rondetijd.

In de figuur zijn de rondetijden omgerekend naar gemiddelde snelheden. In de grafiek wordt met 'benodigd vermogen' bedoeld: het vermogen dat hij moet leveren om de wrijvingskracht te overwinnen.

Figuur 66 – Vermogen en snelheid bij Eric Heiden. Bron: de Volkskrant | Handboek Wedstrijdschaatsen 1998.

- Het vermogen neemt sterk toe met de snelheid. Noem daarvoor twee oorzaken.



Figuur 67 – Training met roeiergometers.

62 Vermogen meten bij een roeitrainer

Fitnessapparaten zoals een roeitrainer of een fietstrainer meten vaak ook het vermogen dat de sporter levert. Om dat vermogen te kunnen berekenen moet het apparaat de kracht, de verplaatsing en de tijd meten.

- Om welke kracht en verplaatsing gaat het bij de roeitrainer?
Bij een roeitrainer wordt de wrijvingskracht nagebootst met een ronddraaiend vliegwiel met schoepen.
- Leg uit dat de tegenwerkende kracht van het vliegwiel groter wordt naarmate de snelheid toeneemt.
- Noem nog een reden waardoor het vermogen groter wordt bij een hogere snelheid.

63 Vermogen meten bij een fietstrainer

Bij een fietsergometer draait de band tegen een rol die elektromagnetisch gedempt wordt. De tegenwerkende kracht wordt groter naarmate het wiel sneller draait.

- Om welke kracht en verplaatsing gaat het bij een fietstrainer?
Bij een fietstrainer is de verplaatsing die de band tegen de rol aflegt gelijk aan de verplaatsing die de fiets over de weg zou afleggen.
- Leg uit dat je dan het vermogen kunt berekenen met: $P = F_{\text{tegen}} \cdot v_{\text{fiets}}$. Gebruik in je uitleg het gegeven dat de snelheid constant is.
De wielrenner op de ergometer levert een vermogen van 375 W. De tegenwerkende kracht van de rol is 41 N.
- Hoe groot is nu de ‘snelheid’ van de fiets?
De fietsergometer meet niet echt de arbeid die de fietser levert, maar de energie die verdwijnt door de wrijving van de rol.
- Is de arbeid die de fietser levert precies gelijk aan de energie die verdwijnt door de wrijving van de rol? Bekijk de situatie waarbij de snelheid constant is.



Figuur 68 – Bij een ergometer wordt de tegenwerkende kracht en de fietssnelheid gemeten.



Figuur 69 – Bij explosieve sporten zoals kogelstoten is kracht erg belangrijk.

Energie, kracht of vermogen?

Snelheidssporters moeten zowel *energie* als *kracht* leveren voor hun prestatie. Bij explosieve sporten zoals kogelstoten en sprinten is kracht erg belangrijk. Dat zie je aan de bouw van de atleten.

Bij de meeste duursporten is niet de kracht maar het *vermogen* dat de sporter kan leveren de belangrijkste factor. Het *mechanisch vermogen* P_{mech} is de arbeid die een sporter per seconde kan leveren.

De eenheid van vermogen is watt (joule per seconde). Bij sporters wordt meestal een onderscheid gemaakt tussen het piekvermogen tijdens een sprint van enkele seconden en het duurvermogen dat langere tijd volgehouden kan worden.

Begrippen

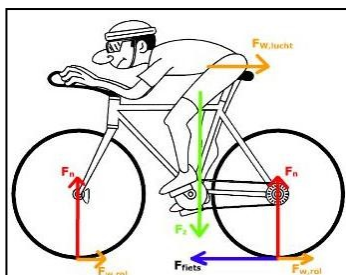
Mechanisch vermogen
Topsnelheid

Samenvatting

Mechanisch vermogen – Het mechanisch vermogen geeft aan hoeveel arbeid de spieren per seconde leveren. Daarvoor geldt:

$$P_{\text{mech}} = \frac{W}{t}$$

In deze formule is P_{mech} het mechanisch vermogen (in W), W de arbeid (in J) en t de tijd (in s).



Figuur 70 – Krachten op een wielrenner. Als de wielrenner met constante snelheid rijdt, is de resulterende kracht in elke richting nul.

Vermogen

Voor het mechanisch vermogen geldt $P_{\text{mech}} = W/t$. Meer in het algemeen is de formule voor het vermogen P van een apparaat te schrijven als:

$$P = \Delta E / \Delta t$$

In deze formule is ΔE de verbruikte of geleverde energie, en Δt de tijdsduur waarin die energie wordt verbruikt of geleverd.

Rendement

Voor het rendement van een apparaat geldt in het algemeen $\eta = E_{\text{uit}}/E_{\text{in}}$. Als het hierbij gaat om de verbruikte en geleverde energie per seconde, dan is deze formule te schrijven als:

$$\eta = P_{\text{uit}}/P_{\text{in}}$$

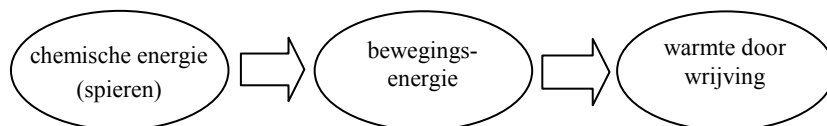
In deze formule is P_{in} het vermogen dat het apparaat verbruikt, en P_{uit} het vermogen dat het apparaat levert.

Bij constante snelheid is de arbeid die de sporter levert gelijk aan het energieverlies door de tegenwerkende krachten. Bovendien is de voorwaartse kracht (de kracht waarmee de sporter zich afzet tegen de weg) dan even groot als de tegenwerkende krachten:

$$W_{\text{in}} = W_{\text{uit}}$$

$$F_{\text{vw}} = F_{\text{tegen}}$$

Het energieschema in deze situatie is:



Het mechanisch vermogen is de arbeid die de wielrenner per seconde levert. Het geleverde vermogen is bij constante snelheid gelijk aan de energie die per seconde verloren gaat door wrijving:

$$P_{\text{in}} = P_{\text{uit}}$$

$$P_{\text{mech}} = F_{\text{tegen}} \cdot v$$

Deze vergelijking laat zien dat topsnelheid van een wielrenner alleen afhangt van het mechanisch vermogen en de tegenwerkende krachten. Voor de meeste sporten geldt dat de tegenwerkende krachten niet constant zijn, maar sterk toenemen met de snelheid.

Zelfs bij een zeer efficiënte sporter gaat het grootste deel van de energie die de spieren gebruiken verloren aan warmte. Daardoor ga je bijvoorbeeld zweten. Bij wielrenners ligt het rendement ongeveer bij 20%.

Rendement – Het rendement η is ook te schrijven met het vermogen:

$$\eta = \frac{P_{\text{mech}}}{P_{\text{spier}}} \times 100\%$$

Bij het rekenen met procenten is het gebruik van een verhoudingstabel handig.

Keuzemateriaal

Tussen deze paragraaf en de volgende passen de online aangeboden keuze-paragrafen 2.12 en 2.13.

In keuze-paragraaf 2.12 gaat het over de oorzaken van de verschillen in topsnelheid bij uiteenlopende sporten. In keuze-paragraaf 2.13 doe je een experiment waarin je op een eenvoudige manier meet hoe groot het vermogen is dat je zelf kunt leveren.

Begripstest

- 64** Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
- | | | |
|----------|---|----------|
| a | Een wielrenner en een skeeleraar leveren bij gelijke snelheid een even groot mechanisch vermogen. | ja / nee |
| b | De eenheid van vermogen is watt. | ja / nee |
| c | 1 watt is gelijk aan 1 joule per seconde. | ja / nee |
| d | Bij constante snelheid is het mechanisch vermogen evenredig met de tegenwerkende krachten en met de voorwaartse snelheid. | ja / nee |
| e | Een sporter met een hoger rendement verbruikt, bij gelijk mechanisch vermogen, meer energie. | ja / nee |

Opgaven



Figuur 71 – Training met roeiergometers.



Figuur 72 – Een fietsergometer.

65 Vermogen en kracht bij een roeitrainer

Om het vermogen te kunnen berekenen moet een roeitrainer de kracht, de verplaatsing en de tijd meten.

Een sporter bekijkt na afloop van zijn training de resultaten op de roeitrainer: verplaatsing 500 m, gemiddeld vermogen 320 W, tempo 33 slagen/minuut, tijd 2 min 35 en gemiddelde snelheid 11,6 km/h.

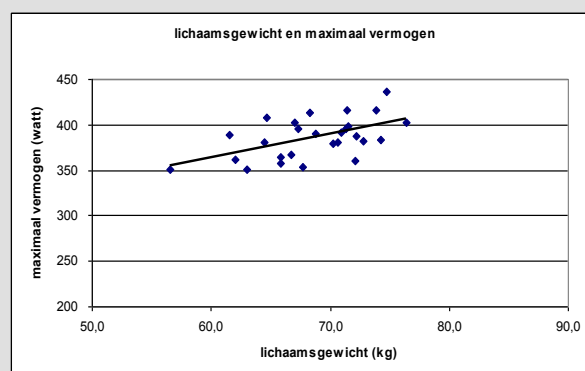
- Bereken de totale arbeid die de sporter tijdens de training geleverd heeft.
- Maak een schatting van de verplaatsing waarover het handvat bij één slagbeweging getrokken wordt.
- Bereken daarmee de gemiddelde kracht waarmee de sporter aan het handvat trekt.

De verplaatsing en snelheid zijn fictief: de computer berekent deze waarden op basis van de glijwrijving van een virtuele roeiboot.

- Hoe groot was tijdens deze race de gemiddelde fictieve wrijvingskracht op de virtuele roeiboot?

Hoeveel energie kan een sporter leveren?

Bij sporten zoals wielrennen en roeien is de energie die een sporter kan leveren zó belangrijk dat bij elke sporter regelmatig een inspanningstest gedaan wordt op een ergometer.



Figuur 73

In de grafiek van figuur 73 zie je het resultaat van zo'n test van de jeugdopleiding van de Rabo wielerploeg. Deze wielrenners leveren allemaal een duurvermogen tussen 350 en 450 W.



Figuur 74 – Het SRM-systeem zit verborgen in de trapas. Twee sensoren meten de trapkracht en de trapfrequentie.

66 Het vermogen meten tijdens de race

Het nadeel van een fiets- of roeiergometer is dat de omstandigheden niet gelijk zijn aan de wedstrijdstandigheden. Dat nadeel heeft een SRM-systeem niet. Bij het SRM-systeem zit in de trapas een sensor die de kracht op het pedaal meet. Een andere sensor meet de trapfrequentie (omwentelingen per minuut). Daarmee kan het geleverde vermogen gemeten worden.

Tijdens een tijdrit is de gemiddelde kracht op de trappers 267 N. De trapfrequentie is 92 omwentelingen per minuut en de verplaatsing die de trappers bij één omwenteling afleggen is 1,10 m.

- Bereken de afstand die de trappers per minuut afleggen.
- Bereken de arbeid die de wielrenner per minuut levert.
- Hoe groot is het mechanisch vermogen dat de wielrenner nu levert?
- Leg uit dat het mechanisch vermogen gelijk is aan de trapkracht maal de snelheid waarmee de trappers ronddraaien: $P_{\text{mech}} = F_{\text{pedaal}} \cdot v_{\text{pedaal}}$.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.10 Sporten op topsnelheid: topsnelheid berekenen

Wat gaan we doen?

Het vermogen dat een sporter moet leveren hangt af van de snelheid en de tegenwerkende krachten. Omgekeerd wil een sporter graag weten hoeveel sneller hij gaat door training, of welke snelheid hij zou kunnen halen.

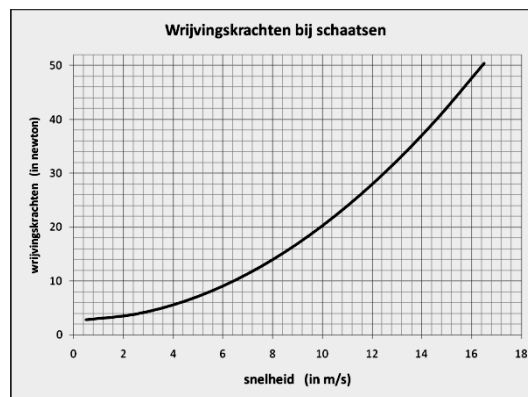
De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- *Hoeveel sneller ga je als je door training 10% meer vermogen kunt leveren?*
- *Hoe kun je je eigen topsnelheid berekenen?*

67 Oriëntatie – Topsnelheid en tegenwerkende krachten

In deze situatie nemen we aan dat het mechanisch vermogen, en dus ook het rendement van de sporter, constant is. De topsnelheid van de sporter hangt dan alleen nog af van de tegenwerkende krachten.

In de grafiek van figuur 75 is voor een schaatser het verband weergegeven tussen de snelheid en de totale tegenwerkende kracht.



Figuur 75 – Wrijvingskrachten bij schaatsen.

Bij een hogere snelheid neemt de wrijvingskracht snel toe. Een sporter moet dan meer energie leveren binnen een kortere tijd. Een toename van het vermogen door training betekent nog niet dat de snelheid evenredig toegenomen is.

- Waardoor komt het dat de totale wrijvingskracht meer dan evenredig toeneemt met de snelheid?
- Wat betekent dit nu voor het vermogen dat een sporter moet leveren om een 2 keer zo hoge snelheid te halen? Beredeneer of schat hoeveel keer zo groot het vermogen moet worden.
- Hoe zou jij het aanpakken om, als je het vermogen en de tegenwerkende krachten kent, te berekenen hoe hoog de snelheid wordt?

Plan van aanpak

Als het mechanisch vermogen en de tegenwerkende krachten bekend zijn, dan kan daarmee de snelheid berekend worden:

- Stel een formule op voor de totale wrijvingskracht.
- Gebruik deze formule om het vermogen te schrijven als een functie van de snelheid.

- Stel de formule voor het vermogen gelijk aan het geleverde vermogen en bereken daarmee de snelheid.

Uitwerking

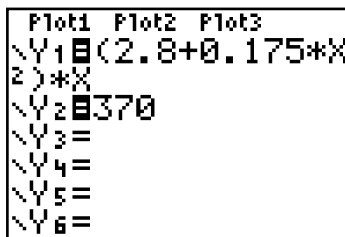
68 Snelheid en vermogen bij schaatsen

In het voorbeeld van de schaatser uit opdracht 67 neemt de wrijvingskracht snel toe als de snelheid groter wordt. In de grafiek van figuur 75 is te zien dat bij een snelheid van 12 m/s de totale wrijving 28 N bedraagt. Het vermogen dat de schaatser daarbij moet leveren is: $P = F \cdot v = 336 \text{ W}$.

- a Bepaal met hoeveel procent het vermogen moet toenemen om een snelheid te halen die 10% hoger is.

Als de schaatser door training het vermogen heeft doen toenemen van 336 W tot 370 W (dat is 10% meer), met hoeveel procent zou dan de snelheid zijn toegenomen? Dat valt alleen te berekenen met een formule voor de wrijvingskracht. In dit voorbeeld geldt: $F_w = 2,8 + 0,175 \cdot v^2$. In deze formule kun je zien dat de glijwrijving 2,8 N bedraagt.

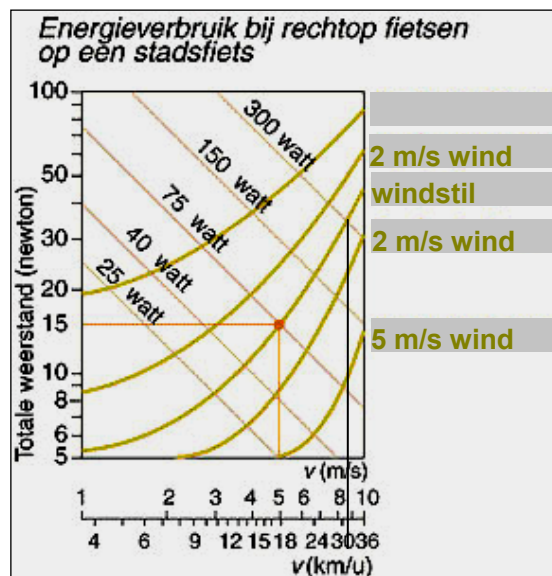
- b Leg uit dat nu geldt: $P_{\text{mech}} = (2,8 + 0,175 \cdot v^2) \cdot v$.
- c Welke vergelijking moet je oplossen om de snelheid bij een vermogen van 370 W te berekenen?
- d Gebruik de grafische rekenmachine om deze vergelijking op te lossen.
- e Wat is nu je conclusie? Hoeveel invloed heeft het vermogen op de snelheid?



Figuur 76 – Schermbeeld op de grafische rekenmachine.

69 Jouw topsnelheid op een stadsfiets

Fietsen kost energie. Bewegingswetenschappers hebben het verband tussen kracht, snelheid en energieverbruik onderzocht. De grafiek van figuur 77 geeft het verband tussen snelheid, kracht en vermogen voor een stadsfiets.

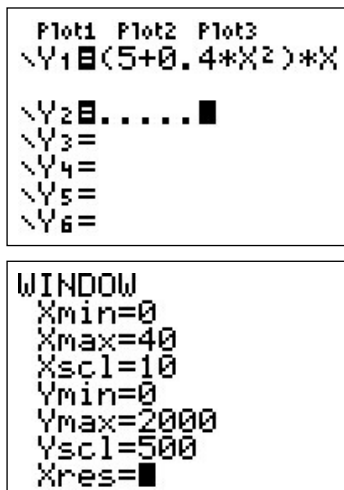


Figuur 77 – Bron: Natuur & Techniek.

In de grafiek is te zien dat bij windstil weer en een snelheid van 5 m/s (dat is 18 km/h) op een gewone fiets de totale wrijvingskracht 15 N is.

- a Ga met een berekening na dat het vermogen dan 75 W is.
- b Lees in de grafiek af hoe groot je snelheid bij 300 W en windstil weer is. Leg uit waardoor bij een vermogen van 300 W de snelheid niet 4 keer zo groot is als bij 75 W.

Waarschijnlijk kun je gedurende korte tijd een veel groter vermogen leveren dan 300 W. Een redelijke aanname is 600 W. De grafiek van figuur 77 is niet geschikt om je snelheid af te lezen bij een vermogen van



Figuur 78 – Schermbeeld op de grafische rekenmachine.

600 W. Het is wel mogelijk om een formule op te stellen voor de wrijvingskracht in deze situatie.

Voor de tegenwerkende kracht geldt: $F_{\text{tegen}} = F_{w,r} + F_{w,l} = 5,0 + k \cdot v^2$.

- c Ga na dat bij de grafiek van windstil weer k de waarde 0,40 heeft. Gebruik tenminste twee punten uit de grafiek.
- d Bereken met deze formule jouw topsnelheid op een stadsfiets. Neem voor het mechanisch vermogen 600 W (of gebruik de waarde die je zelf geme-ten hebt in keuzeparagraaf 2.13). Geef het antwoord in km/h.
Door over je stuur te buigen maak je de luchtweerstand 25% kleiner.
- e Bereken je topsnelheid als je op deze manier je luchtweerstand kleiner maakt. Bereken daarvoor eerst de nieuwe waarde voor k .

Samenvatting

Topsnelheid – Om de topsnelheid te berekenen moeten het mechanisch vermogen en de tegenwerkende krachten bekend zijn.

In situaties waarin de tegenwerkende krachten alleen rolwrijving en luchtweerstand zijn geldt:

$$P_{\text{mech}} = (F_{w,r} + F_{w,l}) \cdot v = (F_{w,r} + k \cdot v^2) \cdot v$$

Begripstest

- 70 Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
 - a De luchtweerstand is kwadratisch evenredig met de snelheid. ja / nee
 - b Het vermogen is ongeveer kwadratisch evenredig met de snelheid. ja / nee
 - c Op een vlakke weg is voor een snelheidstoename van 1% een vermogenstoename van ongeveer 3% nodig. ja / nee
 - d Door over je stuur te buigen kun je de luchtweerstand 25% kleiner maken. Daardoor hoef je ook 25% minder vermogen te leveren. ja / nee
 - e Door over je stuur te buigen kun je de luchtweerstand 25% kleiner maken. Bij gelijk vermogen wordt de snelheid dan ongeveer 8% groter. ja / nee

Sportprestaties en (duur)vermogen

Voor het leveren van sportprestaties is niet alleen kracht maar ook energie nodig. Bij veel sporten wordt regelmatig het (duur)vermogen gemeten om de conditie van de sporter vast te stellen.

Het vermogen wordt gemeten in watt (afgekort: W). Bij de test wordt onderscheid gemaakt tussen het duurvermogen dat de sporter langere tijd kan leveren, en het maximale vermogen dat de sporter slechts enkele seconden kan volhouden.

Goed getrainde sporters (mannen) kunnen makkelijk een duurvermogen van 350 W en een maximaal vermogen van 1500 W leveren.

Opgaven

71 Hoe hard kun je zelf op een ligfiets?

Op de foto zie je de snelste fiets ter wereld (de Varna) en Sam Whittingham, de wereldrecordhouder uit 2007. Het snelheidsrecord staat op 130,1 km/h, het uurrecord op 86,5 km. Hoe hard zou je zelf met zo'n fiets kunnen?



Figuur 79 – Wereldrecordhouder in 2007 Sam Wittingham.

De snelheden die ligfietsen halen zijn vooral het resultaat van het verlagen van de luchtweerstand. De rolweerstand is ook kleiner, maar dat scheelt niet veel. De rolweerstand van de Varna bedraagt 3,1 N. Voor de luchtweerstand geldt de formule $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$. Voor de Varna geldt: $c_w = 0,11$ en $A = 0,30 \text{ m}^2$. De luchtdichtheid ρ bij de recordverbetering was $1,09 \text{ kg/m}^3$. Met deze gegevens is de formule te schrijven als $F_{w,l} = k \cdot v^2$.

- Bereken de waarde van k in deze formule voor de Varna.
- Welke topsnelheid jij zou kunnen halen met de Varna? Stel een nieuwe formule voor het vermogen op. En gebruik de grafische rekenmachine om het antwoord te berekenen.

Voor het wereldrecord is niet alleen een snelle fiets maar ook een goede coureur nodig. Sam Wittingham leverde bij beide prestaties een behoorlijk groot vermogen.

- Bereken welk vermogen hij moest leveren bij het snelheidsrecord en bij het uurrecord.
- Het vermogen is een stuk lager dan bij de wielrenners in eerdere opgaven. Leg uit waardoor het verschil veroorzaakt wordt.

72 De topsnelheid berekenen

De topsnelheid hangt dus alleen af van het vermogen en de tegenwerkende kracht. Een wielrenner levert tijdens een eindsprint een vermogen van 1500 W. Voor de tegenwerkende kracht geldt bij benadering:

$$F_{\text{tegen}} = 3,5 + 0,20 \cdot v^2.$$

- Gebruik $P_{\text{mech}} = F_{\text{tegen}} \cdot v$ om de topsnelheid te berekenen. Geef het antwoord in km/h.
- Deze sprinter fietst met een hoge trapfrequentie (110 omw/min). Bij één omwenteling van het pedaal is de verplaatsing van de voet 110 cm.
- Bereken de draaisnelheid van de trappers.
- Bereken de gemiddelde kracht die de wielrenner tijdens de sprint op het pedaal uitoefent.



Figuur 80 – Bij een eindsprint is de snelheid erg hoog. De renners leveren gedurende enkele seconden hun piekvermogen.

73 Snelheid en vermogen

De tegenwerkende krachten bij wielrennen zijn de luchtwrijving en de rolwrijving. Voor een gemiddelde wielrenner geldt: $F_{w,l} = 0,15 \cdot v^2$ en $F_{w,r} = 3,2 \text{ N}$.

De wielrenner fietst met een snelheid van 45 km/h.

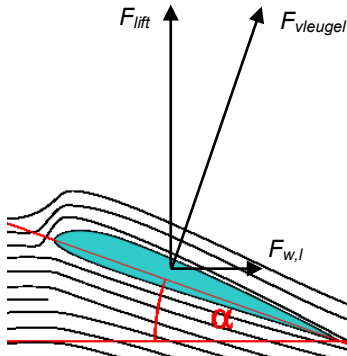
- Bereken de totale tegenwerkende kracht bij deze snelheid.
- Bereken het vermogen dat de wielrenner moet leveren.
- Bij een lagere snelheid zijn ook de tegenwerkende krachten kleiner.
- Bereken het vermogen dat deze wielrenner moet leveren bij een snelheid van 36 km/h.
- De wielrenners van de Rabo jeugdopleiding leveren allemaal een duurvermogen tussen 350 en 450 W.
- Leg uit dat zij heel ontspannen kunnen fietsen met een snelheid van 36 km/h, maar dat voor een snelheid van 45 km/h een flinke inspanning nodig is.
- Welke snelheid kan een renner halen bij een vermogen van 450 W? Gebruik $P_{\text{mech}} = (F_{w,r} + F_{w,l}) \cdot v = (3,2 + 0,15 \cdot v^2) \cdot v$ en bereken het antwoord met de grafische rekenmachine.

74 Vliegen op menskracht

Is het ook mogelijk om op menskracht te vliegen? Sinds 1976 zijn allerlei soorten vliegtuigjes gebouwd, maar het blijkt erg lastig te zijn. De meeste van deze vliegtuigen hebben een spanbreedte van 30 m. Daarmee is het opstijgen en landen erg lastig. Bovendien vliegen ze meestal niet erg snel, ongeveer 25 km/h.



Figuur 81 – De Flycycle. De piloot zit binnen de vleugel.



Figuur 82 – Het glijgetal is de verhouding tussen de liftkracht F_{lift} en de luchtweerstand $F_{w,l}$.

vliegtuig	glijgetal $F_{\text{lift}}/F_{w,l}$
modern zweefvliegtuig	60
standaard zweefvliegtuig	35
Boeing 747	17
Concorde	7,14
Cessna 150	7

Figuur 83

Het modernste ontwerp is de Flycycle. Het vliegtuig is niet meer dan een grote vleugel waar de piloot in opgesloten zit. De Flycycle heeft een spanbreedte van 13 m en een kruissnelheid van 35 km/h. De totale massa van vliegtuig plus piloot is 115 kg.

Bij een snelheid van 35 km/h moet de piloot een mechanisch vermogen leveren van 184 W.

- Bereken hoe groot de luchtweerstand van de Flycycle bij deze snelheid is. Bij een vliegtuig staan de vleugels altijd schuin op de beweging. De luchtstroom langs de vleugel zorgt voor een kracht schuin omhoog. De horizontale component van deze kracht is de luchtweerstand $F_{w,l}$, de verticale component is de liftkracht F_{lift} die het vliegtuig 'draagt'.
- Leg uit dat het voor de Flycycle heel belangrijk is dat de luchtweerstand veel kleiner is dan de liftkracht.
- Leg uit dat het een groot voordeel is dat de piloot in de vleugel zit. Vliegtuigbouwers noemen het quotiënt van de liftkracht F_{lift} en de luchtweerstand $F_{w,l}$ het glijgetal, omdat er direct uit volgt hoe ver een vliegtuig zonder stuwkracht kan zweven per meter hoogteverlies. Beide krachten zijn afhankelijk van de hoek α die de vleugel met de luchtstroom maakt.
- Bereken de verhouding tussen de liftkracht en de luchtweerstand. Dus: het glijgetal $F_{\text{lift}}/F_{w,l}$.
- Vergelijk het glijgetal van de Flycycle met de waarden van andere vliegtuigen in de tabel van figuur 83. Wat is je conclusie? De lage snelheid van de Flycycle en soortgelijke vliegtuigjes heeft een groot nadeel: als het harder waait dan de vliegtuigen kunnen vliegen, dan waait het vliegtuig weg. Voor een grotere snelheid is ook een groter vermogen nodig. Voor geoefende sporters is het duurvermogen ongeveer 300 W.
- Bereken welke snelheid je met de Flycycle kunt halen bij een geleverd vermogen van 300 W. Stel eerst een vergelijking voor $F_{w,l}$ op.

2 Arbeid, energie en vermogen

2.11 Sporten op topsnelheid: de bergen in

Wat gaan we doen?

In het wielrennen speelt het fietsen in de bergen een belangrijke rol. De ronde van Frankrijk wordt vaak beslist in de beklimmingen. Topwielrenners rijden l'Alpe d'Huez binnen drie kwartier op. Welke tijd zou jij halen?

Vreemd genoeg zie je soms tijdens die beklimmingen dat de toeschouwers een flink eind meerrennen met de wielrenners. Hoe kan dat?

De centrale vragen voor deze paragraaf zijn:

- Hoe groot is het vermogen dat wielrenners bij een beklimming leveren?
- Hoe hard kun je zelf l'Alpe d'Huez op fietsen?
- Waardoor kunnen hardlopers bij een beklimming de wielrenners redelijk bijhouden?



Figuur 84 – Tijdens een bergetappe rent een toeschouwer mee met de wielrenners.

75 Oriëntatie – Snelheid en vermogen bergop

Om de snelheid van een wielrenner bergop te berekenen nemen we aan dat het mechanisch vermogen constant blijft. De tegenwerkende krachten zijn wel sterk veranderd ten opzichte van rijden op een vlakke weg.

- Leg uit waardoor bij het bergop fietsen de invloed van de luchtweerstand een stuk kleiner is.
- Bij het bergop fietsen is sprake van een extra tegenwerkende kracht. Welke kracht is dat?



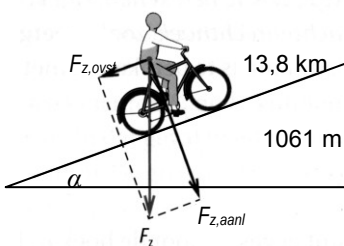
Figuur 85 – Marco Pantani en Lance Armstrong tijdens een beklimming.

Plan van aanpak

Als voorbeeld nemen we de beklimming van l'Alpe d'Huez. Marco Pantani was in zijn tijd veruit de beste klimmer en vestigde een record dat nog steeds staat:

- Ga na hoe groot de tegenwerkende krachten bij Pantani waren.
- Bepaal zijn vermogen tijdens de recordpoging.
- Maak een schatting van jouw vermogen en de tegenwerkende krachten in jouw situatie.
- Bereken in welke tijd jij l'Alpe d'Huez zou kunnen beklimmen.
- Onderzoek in welke tijd hardlopers de beklimming volbrengen en ga na welk vermogen daarvoor nodig is.

Uitwerking



Figuur 86 – Krachten ontbinden op l'Alpe d'Huez. Stijgingspercentage:

$$\frac{1061 \text{ m}}{13.800 \text{ m}} \times 100\% = 7,7\%$$

76 Klimrecord op l'Alpe d'Huez

Tijdens de recordklim op l'Alpe d'Huez heeft Pantani te maken met wrijvingskrachten en met een extra tegenwerkende kracht omdat de weg schuin omhoog loopt. De massa van de fiets van Pantani is 8,5 kg. Zelf weegt hij 54 kg.

- Bereken de component van de zwaartekracht evenwijdig aan de weg. Bereken daarvoor eerst hellingshoek α .

De rolweerstand is 3,0 N. Voor de luchtweerstand geldt $F_{w,l} = 0,21 \cdot v^2$.

- Leg uit dat voor de tegenwerkende kracht geldt: $F_{\text{tegen}} = 50,2 + 0,21 \cdot v^2$. In 1997 vestigde Pantani een klimrecord op l'Alpe d'Huez: 37 min en 15 seconden.

- Bereken de gemiddelde snelheid tijdens de klim.

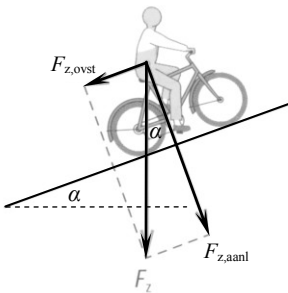
Volgens de fanclub is het vermogen dat Pantani kan leveren 400 W.

- d** Klopt dat wel? Bereken het vermogen dat Pantani tijdens deze klim leverde. Wat is je conclusie?

77 Jouw record op l'Alpe d'Huez

Om jouw recordtijd op l'Alpe d'Huez te berekenen moet je eerst enkele gegevens verzamelen.

- Maak een schatting van je eigen duurvermogen. Dat is het vermogen dat je minstens een uur kunt volhouden. Als je geen idee hebt, neem dan als je een meisje bent 150 W en als jongen 200 W.
- Maak een schatting van de totale massa van jezelf met fiets en kleding.
- Bereken daarmee de extra kracht die je moet leveren bergop.
- Stel eerst een formule op het vermogen als functie van de snelheid
- Bereken daarmee jouw snelheid bergop en ga na hoe lang je over de klim doet.



Figuur 87

Tegenwerkende kracht op een helling

De tegenwerkende kracht op een helling die wordt veroorzaakt door de zwaartekracht kan berekend worden met de hellinghoek α .

Voor de twee componenten van de zwaartekracht (zie figuur 87) geldt:

$$F_{z,ovst} = F_z \cdot \sin \alpha \quad (\text{langs de helling})$$

$$F_{z,aanl} = F_z \cdot \cos \alpha \quad (\text{dwars op helling})$$



Figuur 88 – Hardloopwedstrijd op l'Alpe d'Huez.

78 Hardlopen op een berg

Elk jaar wordt er op l'Alpe d'Huez een hardloopwedstrijd georganiseerd. De totale verplaatsing bedraagt 13,8 km, het hoogteverschil is 1061 m. Hardlopers blijken daarbij wel langzamer te zijn dan wielrenners, maar het verschil is niet echt groot. De snelste hardloper, met een massa van 72 kg, haalde de finish in 55 minuten.

- Bereken de gemiddelde snelheid van deze hardloper in m/s.
Een hardloper hoeft geen fiets mee te nemen. De totale wrijvingskracht (hier alleen luchtweerstand) is slechts 5,5 N. De hardloper hoeft dus minder arbeid te verrichten dan de wielrenner.
- Bereken met deze gegevens de totale arbeid die deze hardloper moet verrichten.
- Hoe groot is het vermogen dat deze hardloper bergop levert?
Het vermogen dat deze hardloper bergop levert is veel groter dan het vermogen dat hij op een vlakke weg levert bij een gelijke 'inspanning'. Dat moet dan ook betekenen dat de beenspieren op een andere manier arbeid leveren dan bij hardlopen op een vlakke weg.
- Vergelijk de beweging van de benen bij hardlopen op een berg en hardlopen op een vlakke weg. Kun je daarmee verklaren waardoor een hardloper bergop een groter vermogen levert?

Samenvatting

Bergop is er een extra tegenwerkende kracht: de component van de zwaartekracht evenwijdig aan de helling.

Hardlopers halen bergop een veel hoger rendement dan op een vlakke weg, omdat ze bij elke stap een grotere kracht en (dus) een groter vermogen leveren.

Begripstest

- 79 Geef bij de onderstaande beweringen met ja of nee aan of de uitspraak klopt.
- a Bij een steile berghelling wordt de tegenwerkende kracht grotendeels bepaald door de component van de zwaartekracht. ja / nee
 - b Bij een helling van 10% is de component van de zwaartekracht ook 10%. ja / nee
 - c Op een steile helling is voor een snelheidstoename van 1% een vermogenstoename van ongeveer 1% nodig. ja / nee
 - d Bij een beklimming is de tijdsduur, bij gelijk vermogen, evenredig met de massa van wielrenner met fiets. ja / nee
 - e Bij een hardloper is het rendement bergop een stuk hoger dan op een vlakke weg. ja / nee

Opgaven

80 Waar komt de energie vandaan?

Een onderschat onderdeel bij sporten is het aanvullen van de energie die bij een duurinspanning gebruikt is.

Tijdens een lange etappe die 6 uur duurt levert een wielrenner een gemiddeld vermogen van 260 W. Neem aan dat het rendement van de spieren 23% is. Tijdens of na de tocht moet de energie aangevuld worden met voedsel. Koolhydraten leveren per gram 18,6 kJ.

- a Bereken hoeveel gram koolhydraten de wielrenner moet eten om het energieverlies van de etappe van 6 uur aan te vullen.

Men neemt aan dat een marathonloper tijdens een vlakke marathon van 2 uur en 10 minuten een gemiddeld energieverbruik heeft van 4,6 MJ per uur. De marathonloper levert daarbij een mechanisch vermogen van slechts 35 W.

- b Bereken hoeveel arbeid de marathonloper geleverd heeft.
- c Hoeveel energie moet de hardloper na afloop aanvullen?
- d Hoe groot is het rendement van deze marathonloper?

Tijdens de Tour de France leggen de wielrenners in 3 weken tijd zo'n 4000 km af. Per dag zitten ze ongeveer 5,5 uur op de fiets en verbruiken per dag gemiddeld 6500 kcal (tegen 2500 kcal voor normale mensen; 1 kcal = 4,2 kJ). Dat kan door voeding niet helemaal aangevuld worden, zodat een renner behoorlijk afvalt.

Neem aan dat de Tour 20 dagen duurt, en dat een renner elke dag 1000 kcal inteert op de lichaamsvetreserve. Verbranding van vet levert 38 kJ/g.

- e Bereken hoeveel een renner na de Tour aan gewicht in de vorm van lichaamsvet verloren heeft.

81 Topsnelheid van de Nuna4

Welke snelheid kan de Nuna4 halen op zonne-energie? Als de Zon loodrecht boven de Nuna4 staat, dan valt er een vermogen van $1,25 \cdot 10^3$ W/m² aan zonnestraling op de zonnecellen. De zonnecellen leveren hun energie rechtstreeks aan de motor.

- a Bereken hoeveel zonne-energie er per seconde op de zonnecellen valt. Gebruik daarbij de gegevens van de Nuna4 in de tabel van figuur 91.
- b Laat met een berekening zien dat het mechanisch vermogen van de elektromotor dan 1,9 kW is.

Voor de tegenwerkende kracht op de Nuna4 geldt: $F_{\text{tegen}} = F_{w,r} + F_{w,l} = 20 + 0,059 \cdot v^2$. Hierin is v de snelheid in m/s.

- c Leg uit dat dan voor het vermogen geldt: $P_{\text{mech}} = (20 + 0,059 \cdot v^2) \cdot v$.
- d Gebruik de grafische rekenmachine om te berekenen welke snelheid de Nuna4 maximaal kan halen op zonlicht.



Figuur 89 – De Nuna 4 op topsnelheid.



Figuur 90 – De NuNa4 is voor een groot deel bedekt met zonnecellen.

In Australië is de maximumsnelheid 110 km/h. Omdat vanaf 2005 de snelheid van sommige zonneracewagens dicht in de buurt van de maximumsnelheid kwam, heeft de organisatie van de World Solar Challenge de reglementen aangepast. Daarbij is onder andere het maximale oppervlak aan zonnecellen verlaagd van 9 naar 6 m².

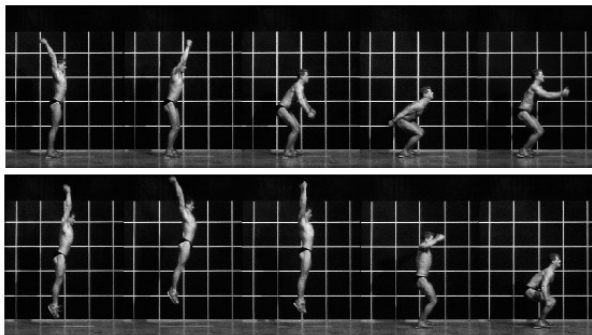
- e Bereken de maximale snelheid van de NuNa4 als het oppervlak aan zonnecellen 9,0 m² was geweest. Neem alle andere gegevens gelijk.

Massa (exclusief coureur)	187 kg
Aantal zonnecellen	2318
Oppervlakte zonnecellen	6 m ²
Rendement zonnecellen	26 %
Rendement elektromotor	98 %
Rolweerstand	10 keer kleiner dan een normale auto
Luchtweerstand	6 keer kleiner dan een normale auto

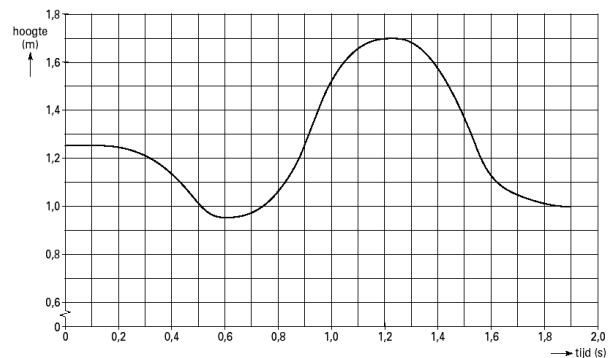
Figuur 91 – Technische gegevens Nuna4

82 Springen vanuit stand

Bij basketbaltraining wordt geoefend om vanuit stand zo hoog mogelijk te springen. Met behulp van de film van figuur 92 is de hoogte van het zwaartepunt van de springer als functie van de tijd vastgelegd. De grafiek van figuur 92 geeft het resultaat.



Figuur 92



Op $t = 0$ s staat de springer rechtop, terwijl hij op $t = 0,60$ s zo ver mogelijk door zijn knieën gezakt is. Zijn zwaartepunt bevindt zich dan in het laagste punt. Op het tijdstip $t = 0,90$ s komt de springer los van de grond. Wrijvingskrachten kunnen verwaarloosd worden.

- a Bepaal met behulp van de grafiek zo nauwkeurig mogelijk de snelheid op dat tijdstip.
- Tijdens het afzetten voor de sprong verricht de springer arbeid die gelijk is aan de toename van zijn zwaarte-energie tussen het laagste punt en het hoogste punt. De springer heeft een massa van 76 kg. Neem aan dat de afzet duurt van het tijdstip $t = 0,60$ s totdat hij loskomt van de grond.
- b Bepaal met behulp van de grafiek het gemiddelde vermogen van de springer tijdens de afzet. Geef de uitkomst in twee significante cijfers.