

NATUURWETTEN

NNV24

Deze module *Natuurwetten* is de afsluiting van de lessenserie Nieuwe Natuurkunde. De bedoeling is ten eerste reflectief: terugblikken op wat je geleerd hebt. Daarbij denk je na over de denk- en werkwijzen van de natuurwetenschap, en hoe deze nogal bijzondere manier van denken en werken is ontstaan. Ten tweede is het ook onderdeel van de training voor het examen. Het geeft je de gelegenheid te oefenen met vraagstukken, en tegelijkertijd op een frisse manier tegen al geleerde onderwerpen aan te kijken en ze meer met elkaar te verbinden.



In de kantlijn van de tekst staat af en toe dit pictogram. Dat geeft aan dat je op www.schoolsupport.nl/ninaweblinks een link naar een webpagina of andere informatie kunt vinden. De links op deze NiNaweblinks-pagina worden zoveel mogelijk up to date gehouden.

Colofon

Project	Nieuwe Natuurkunde
Auteur	Hans van Bommel
M.m.v.	Dick Hoekzema
Vormgeving	Loran de Vries
Redactie	Harrie Eijkelhof, Koos Kortland, Guus Mulder, Maarten Pieters, Chris van Weert, Fleur Zeldenrust
Versie	mei 2012

Copyright

©Stichting natuurkunde.nl, Enschede 2012

Alle rechten op het lesmateriaal dat voor de pilot Nieuwe Natuurkunde ontwikkeld is, zijn voorbehouden aan de Stichting natuurkunde.nl. Geen enkele openbaarmaking of verveelvoudiging is toegestaan, zoals verspreiden, verzenden, opnemen in een ander werk, netwerk of website, tijdelijke of permanente reproductie, vertalen of bewerken of anderszins, voor al of niet commercieel hergebruik.

Als uitzondering hierop is openbaarmaking of verveelvoudiging toegestaan

- voor eigen gebruik of voor gebruik in het eigen onderwijs aan leerlingen of studenten;
- als onderdeel van een ander werk, netwerk of website, tijdelijke of permanente reproductie, vertaald en/of bewerkt en/of verder ontwikkeld, voor al of niet commercieel hergebruik, mits hierbij voldaan is aan de volgende condities:

1. schriftelijke toestemming is verkregen van de Stichting natuurkunde.nl, met als contactadres de Nederlandse Natuurkundige Vereniging: verenigingsmanager@nnv.nl

2. bij hergebruik of verspreiding wordt door de gebruiker de bron correct vermeld, en de licentievoorwaarden van dit werk kenbaar gemaakt.

Voor zover de Stichting natuurkunde.nl gebruik maakt van extern materiaal heeft zij getracht toestemming te verkrijgen van eventuele rechthebbenden. Mocht u desondanks van mening zijn dat u rechten kunt laten gelden op materiaal dat in deze reeks is gebruikt dan wordt u verzocht contact op te nemen met: verenigingsmanager@nnv.nl.

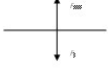
Het lesmateriaal is met zorg samengesteld en getest. De Stichting natuurkunde.nl, resp. de auteurs aanvaarden geen enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de modules, noch enige aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit het gebruik van deze modules.

INHOUDSOPGAVE

1	Modellen	5
1.1	Zeesleepvaart	6
1.2	Vallende blaadjes	9
1.3	Pinguïns	13
1.4	Potloodstrepen	17
1.5	Natuurkunde, een manier van denken en doen	21
	Opgaven	26
2	Behoudswetten	35
2.1	Poolbiljart	37
2.2	De weerstand van een rooster	41
2.3	Waterstraal	45
2.4	Samenvatting	48
	Opgaven	50

GLOBALE OPBOUW VAN EEN PARAGRAAF

Hieronder is de betekenis van alle kleuren en stijlen weergegeven die worden gebruikt in dit lesmateriaal.



Figuur 1.9 De resulterende kracht is gelijk aan nul

$$F_{\text{druk}} = \rho_{\text{vloeistof}} \cdot A \cdot h$$

Model

Als de dichtheid constant is, volgt uit de eerste wet van Newton dat de resulterende kracht nul is. De zwaartekracht, die naar beneden werkt, en de luchtdruk, die omhoog werkt, zijn dus even groot zodat de resulterende dichtheid is de nul:

$$F_{\text{druk}} = F_g$$

Wie vullende uitdrukkingen voor beide krachten in:

$$\rho_{\text{vloeistof}} \cdot A \cdot h = \rho_{\text{object}} \cdot A \cdot h \quad (2.3)$$

Verwijderen we links uit hoe de massa van het blokje van de afmetingen afhangt:

$$m = \rho_{\text{object}} \cdot V = \rho_{\text{object}} \cdot A \cdot d$$

met V het volume van het blokje en met d de dikte van het blokje. Dit vullen we in:

$$\rho_{\text{vloeistof}} \cdot A \cdot h = \rho_{\text{object}} \cdot A \cdot d$$

Links en rechts staat de oppervlakte A , zowel de zwaartekracht als de luchtdruk werkt op een klein stukje met A . We kunnen de factor links en rechts wegstrepen. Er blijft over:

$$\rho_{\text{vloeistof}} \cdot h = \rho_{\text{object}} \cdot d$$

en nu

Valsnelheid blad

Uit de volgende afmetingen van het model en de eerste wet van Newton volgt voor de valsnelheid van de bom:

$$v = \sqrt{2gh} \quad (2.4)$$

Met $\rho_{\text{vloeistof}}$ de dichtheid van lucht, ρ_{object} de dichtheid van de beschouwde bom en d de dikte.

Verklaringen en voorspellingen

Uit het model volgt dat de valsnelheid van een valend bom niet afhankelijk is van de oppervlakte van het bom. Dit is het eerste aspect van het model. Vervolgens de belangrijke aanname van dat grote en kleine bommen even snel vallen.

De formule voor de valsnelheid die we boven hebben afgeleid kan op verschillende manieren worden gebruikt om een voorspelling te doen. Aan de vorm (2.4) kun je zien dat een bomje in die lucht hoog in de lucht, met een grote valsnelheid zal vallen dan op zeeniveau. Nu zijn er op Mount Everest

Belangrijke nieuwe **vergelijkingen** uit de natuurkunde zijn aangegeven in **blauwe** tekstvakken. Deze heb je nodig om rekenwerk mee te kunnen verrichten.

In het **oranje** tekstvak **‘Begrip-
pen’** staan belangrijkste termen uit de tekst

Opgaven staan bij elkaar aan het einde van een hoofdstuk. De opgaven zijn gegroepeerd per paragraaf.

Begrippen

Model

Experiment

Natuurwet

Samenvatting – hoofdstuk 1

- De manier waarop wij ons een beeld van de omringende wereld vormen is door het maken van modellen.
- In de vete rechts moeten modellen falloos zijn, dat wil zeggen dat ze hypothesen uitdrukken, waarvan duidelijk is onder welke omstandigheden die verwerpen moeten worden.
- Waaromingen en experimenten zijn de toetssteen voor het oordeel, dat wel verwerpen van een bepaald model, en soms een geheel nieuwe theorie.

Opgaven

§ 1.1 De eerste pijl

24. De draagkracht van een
In figuur 1.8 zie je dat de bal onder een hoek aan het boorplatform vastzit. De horizontale trekkracht is niet gelijk aan de zwaartekracht in de bal. De verhoudingen zijn in verhouding tot elkaar in de tekening. Je weet dat de lengte van de bal 1000 m is, en dat het hoogte punt 40 m is. De uit een eenheid van 1.0 J. Het voor de berekening aan dat de bal in een rechte lijn van het hoogte naar het laagste punt loopt. Bereken de horizontale component van de zwaartekracht.

25. Vallende druppels
Regenruppels vallen niet alleen in een rechte lijn, maar ook in grote druppels vallen met een grote snelheid dan de kleine druppeltjes van motregen.
a. Zet een model op dat dit verklaart. Gebruik daarbij de zwaartekracht en de luchtdruk.
b. Maak een schetsing van de draagkracht van een bolvormige druppel water met een diameter van 5 mm.
c. Leg uit dat het model waarin de twee krachten elkaar opheffen een zeer kleine valsnelheid heeft.

In het **oranje** tekstvak **‘Samenvatting’** staat de minimale kennis die je paraat moet hebben.

NATUURWETTEN

In de wetenschap is een natuurwet een regel die een bepaalde wetmatigheid beschrijft in de natuur. Bijvoorbeeld de wet van behoud van energie en de wet van behoud van impuls zijn hoekstenen van de natuurkunde. Deze behoudswetten hebben een enorm toepassingsgebied en worden dagelijks in allerlei waarnemingen en experimenten bevestigd met een zeer hoge mate van betrouwbaarheid. Behoudswetten worden daarom beschouwd als natuurwetten. Ook de wet dat de lichtsnelheid constant is en de zwaartekrachtswet van Newton worden in de natuurkunde gezien als natuurwetten, en er zijn nog vele andere.

Karakteristiek voor natuurwetten is dat deze relatief simpele uitspraken doen over het gedrag van natuurverschijnselen en dat deze uitspraken een zekere universele geldigheid lijken te hebben. Natuurwetten die algemeen geldig zijn, zoals behoudswetten, worden wel 'fundamenteel' genoemd. Er zijn echter ook belangrijke natuurwetten die een beperktere toepasbaarheid hebben; voorbeelden: de wet van Ohm en de wet van Hooke. Deze 'wetten' gelden in goede benadering voor een beperkt aantal systemen: de wet van Ohm voor de weerstand van metaaldraden (onder normale omstandigheden en als de temperatuur niet te veel verandert) en de wet van Hooke voor veren van de juiste kwaliteit verenstaal (mits ze niet te ver uitgerekt worden). Deze wetten worden daarom niet beschouwd als fundamentele natuurwetten, maar zijn niet minder belangrijk wegens de zeer vele praktische toepassingen.

In deze module passeren natuurwetten de revue die al in eerdere modules aan de orde zijn gekomen. Aan de hand van deze natuurwetten wordt nog eens overzicht gegeven van het vak natuurkunde en een aantal gebieden waar deze wetten hun toepassing vinden. Een aantal van die toepassingen wordt in deze module besproken in de vorm van uitgewerkte opdrachten. Door deze opdrachten te bestuderen en zelf een aantal oefenopgaven te maken herhaal je de stof voor het eindexamen en oefen je met het maken van eindexamenvraagstukken.

Voorkennis

- Het vak Algemene Natuurwetenschappen

1 Modellen

Hoofdstukvraag	Hoe gebruik je modellen om verschijnselen te verklaren en voorspellingen te doen?
----------------	---

Inleiding



Figuur 1.1 Adelaar

In de natuur en in de techniek zijn afmetingen belangrijk. De vleugels van een adelaar zijn veel groter dan die van een kolibrie, ook in verhouding. Eén grote windmolen levert meer elektrische energie dan twee half zo grote molens. Soms doet de grootte er juist *niet* toe. De weerstand van een metaal plaatje en een twee keer zo lang, twee keer zo breed, maar even dik plaatje, is hetzelfde. Een vlo, een sprinkhaan, een kikker, een kat, een mens en een paard kunnen allemaal ongeveer even hoog springen. In verhouding tot zijn lichaamslengte kan een klein dier dus heel hoog springen.



Figuur 1.2 Kolibrie

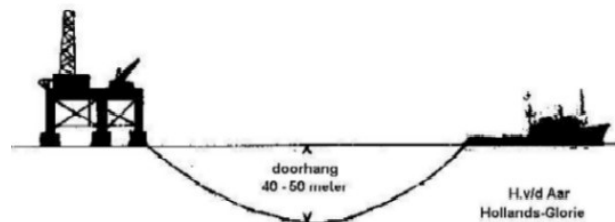
Elk van de volgende vier paragrafen gaat over een situatie waarin afmetingen een rol spelen. Maar dat is niet de belangrijkste overeenkomst, het gaat in dit hoofdstuk vooral om twee andere dingen. Ten eerste zijn in de voorbeelden begrippen nodig als kracht, energie, spanning en weerstand. Zo oefen je met examenstof. Ten tweede zul je zien dat steeds dezelfde lijn wordt gevolgd in de manier waarop verbanden worden ontdekt en onderzocht. Steeds gaat het om het opstellen van een model dat de situatie zo beschrijft dat je er mee kunt rekenen, steeds volgen uit het model nieuwe voorspellingen die in een experiment getoetst kunnen worden. In de slotparagraaf van dit hoofdstuk gaan we in op de algemene kenmerken van deze natuurwetenschappelijke onderzoeksmethode. Je ziet dan ook de overeenkomsten tussen de natuurwetten die langskomen, namelijk de *wet van Hooke*, de *wetten van Newton*, de *stralingswet van Wien* en de *wet van Ohm*.

1.1 Zeesleepvaart

De trossen los!

Sleepboten slepen complete boorplatforms over de oceanen. Op de site zeesleepvaart.com staat de volgende informatie:

Zodra de sleepboot met sleep in open water komt wordt de sleeptros op lengte gevierd, bij een sterke moderne sleepboot met een zware sleep is dit zo'n 1000 meter. De totale sleepverbinding hangt dan met een grote boog ongeveer 40 meter diep in het water.



Figuur 1.3 Sleepboot met boorplatform

Vraagstelling

Waarom is de kabel zo lang? Een lange kabel kan geen grotere kracht leveren dan een korte. Als de spankracht wordt vergroot, knapt een kabel van een kilometer lengte bij dezelfde waarde als een kabel van 100 meter lengte. Daar zit het niet in. Het is ook niet zo dat het boorplatform zoveel afstand nodig heeft om te remmen, als de sleepboot plotseling stil zou komen te liggen. Bij het slepen van auto's is dat afremmen wel een reden waarom de sleepkabels niet te kort mogen zijn, maar hier speelt dit geen rol, daar is geen kilometer kabel voor nodig.



Figuur 1.4 Ruk aan een lasso

Model

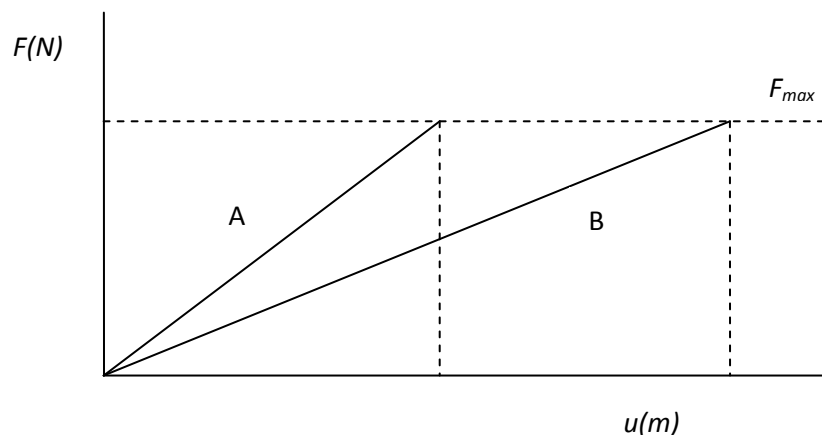
Om de verklaring te vinden bekijken we een eenvoudig model gebaseerd op de wet van Hooke. Die zegt dat de kracht F die nodig is om voor een bepaalde uitrekking u te zorgen recht evenredig is met die uitrekking. De evenredigheidsconstante heet de veerconstante C . De formule is

$$F = C \cdot u \quad (1.1)$$

met F in newton (N), C in newton per meter (N/m), en u in meter (m). De veerconstante geeft aan hoeveel kracht nodig is om een kabel één meter uit te rekken. De waarde van C hangt van drie dingen af: het materiaal, de dikte van de kabel, en de lengte. Hier zijn we alleen geïnteresseerd in verschillen in lengte.

Toepassing van de wet van Hooke op een strak gespannen kabel levert een aantal inzichten:

- Een twee keer zo lange kabel heeft een twee keer zo kleine veerconstante. Dat zie je zo: Als een kabel van één meter lengte bij een bepaalde spankracht een uitrekking u heeft, zal bij dezelfde spankracht een kabel van twee meter lengte een uitrekking $2u$ hebben, elke meter rekt namelijk u meter uit. Als je in de formule $C=F/u$ dezelfde kracht en een twee keer zo grote uitrekking invult, is de uitkomst twee keer zo klein.
- In figuur 1.5 staat het verband $F = C \cdot u$ voor een kabel A en een twee keer zo lange kabel B, die dus een twee keer zo kleine veerconstante heeft. De kabel knapt als de maximale spankracht F_{max} is bereikt. Deze kracht is afhankelijk van het materiaal en van de dikte van de kabel, maar niet van de lengte.
- De veerenergie die in de kabel kan worden opgeslagen is gelijk aan de arbeid die wordt verricht bij het uitrekken. Dat is de oppervlakte onder de grafiek, tot het punt waar de maximale kracht is bereikt. Je ziet dat de driehoek die hoort bij kabel B een twee keer zo grote oppervlakte heeft als de driehoek die hoort bij kabel A. Hij is namelijk twee keer zo breed en even hoog.
- Als je de veerenergie uitdrukt in een formule, krijg je $E_{veer} = 1/2 \cdot C \cdot u^2$. Ook hier zie je dat de lange kabel twee keer zoveel energie kan opslaan als de korte. Weliswaar is de C twee keer zo klein, maar de u waarbij de kabel net niet knapt, is twee keer zo groot. De uitkomst van $E_{veer} = 1/2 \cdot C \cdot u^2$ is dus $1/2 \cdot 2^2 = 2$ keer zo groot.



Figuur 1.5 Verband tussen uitrekking en kracht, voor een korte kabel A en een twee keer zo lange kabel B.

Een langere kabel geeft dus meer mee als er een ruk aan wordt gegeven, en absorbeert meer energie voordat hij knapt. Dat is gunstig als het boorplatform een ruk aan de kabel geeft als het beweegt door een golf.

Conclusie

We hebben beredeneerd dat een lange sleepkabel een grotere ruk kan opvangen dan een korte. Zo hebben we verklaard waarom in de zeesleep-

vaart geen korte, strakgespannen kabels worden gebruikt. Die kunnen niet genoeg veerenergie opslaan, en dus niet genoeg kinetische energie uit een boorplatform halen, als dat door een golf uit koers is geslagen. De clou zit in het opvangen van klappen.

Dan is er nog het doorhangen. Als het boorplatform in figuur 1.3 naar links gaat, komt de kabel omhoog. Dan krijgt de zware kabel meer zwaarte-energie. De kinetische energie die uit het boorplatform moet worden gehaald, wordt dus niet alleen omgezet in veerenergie, maar ook in zwaarte-energie. Dat is gunstig, want dan knapt de kabel minder snel door een plotselinge ruk.

Zelf proberen

Deze theorie kun je testen. Het model zegt dat een lang touw minder snel knapt dan een kort touw, als er een ruk aan gegeven wordt. Dit kun je zelf proberen met dun garen, of met aan elkaar geknoopte elastiekjes. Je moet dan wel zorgen dat de 'ruk' steeds even sterk is, zodat de lengte het enige is wat varieert. Dat kan als volgt:



Figuur 1.6 Garen

- Maak verschillende lengtes garen vast aan een statief, bijvoorbeeld 10 cm, 20 cm, 30 cm,..., 100 cm.
- Maak steeds een massa vast aan het uiteinde van het garen, bijvoorbeeld 50 gram.
- Houd de massa steeds even hoog boven het punt waar de massa stil zou hangen. Bijvoorbeeld steeds 20 cm (bij een draadje van 10 cm houd je het massastukje dus helemaal in het hoogst mogelijke punt).
- Laat de massa vanaf daar los.

De voorspelling is dat de kortste draden zullen knappen en dat de langste draden heel zullen blijven. Dit is geen *kwantitatieve* voorspelling, geen berekening die aangeeft welke lengte de grenswaarde zal zijn. Maar met het proefje kun je wel toetsen of de *kwalitatieve* voorspelling klopt. Onze eigen uitkomst was dat met zijden draadjes met dikte 0,20 mm de draadjes korter dan 40 cm knapten, en de draadjes vanaf 40 cm heel bleven.

1.2 Vallende blaadjes

Natuurkunde van het vrije veld



Figuur 1.7 Herfst

Blaadjes die bij rustig herfstweer van de bomen vallen, doen daar veel langer over dan eikels die van dezelfde hoogte vallen. Bij het dalen lijken de blaadjes een constante snelheid te hebben. Als je kleine berkenblaadjes vergelijkt met grote esdoornbladeren, zie je weinig verschil in daalsnelheid.

Vraagstelling

Boombladeren vallen ongeveer met dezelfde snelheid. Die waarneming willen we verklaren en ook waar de snelheid van afhangt. Dat proberen we te doen door op te schrijven welke krachten een rol spelen, en te bekijken waar de grootte van deze krachten van afhangt. Daarbij houden we in de gaten welke aannames we maken, zodat we weten waar het aan kan liggen als uit het model iets volgt wat in de praktijk niet klopt.

De aannames van het model

- De blaadjes dalen met een constante snelheid.
- De blaadjes dalen in een horizontale stand.
- Zonder de zwaartekracht zouden de blaadjes niet naar beneden vallen. De zwaartekracht $F_z = 9,81 \cdot m$, met m de massa van een blaadje, speelt dus een rol.
- De luchtweerstand F_{lucht} speelt een rol. Anders zouden de blaadjes eenparig versneld naar beneden gaan, en er niet langer over doen dan een eikel of een steentje.
- De luchtweerstand wordt veroorzaakt doordat het blad tegen de lucht 'botst'. De lucht staat stil.
- De luchtweerstand is groter voor een groter blad: de kracht is evenredig met de oppervlakte A . Verder is de luchtweerstand groter als de lucht een grotere dichtheid ρ_{lucht} heeft (dan is er meer lucht om tegenaan te botsen). Ten slotte is de luchtweerstand groter als de daalsnelheid v groter is. Bij een snellere daling botst het blaadje in een seconde tegen meer lucht, en het botst bovendien harder tegen de lucht. Deze twee effecten zorgen elk op zich voor een factor v . Samen zorgen ze dat de luchtweerstand evenredig is met het kwadraat van de snelheid.
- Net als bij de module over mechanica, waar een wielrenner werd besproken, is er in principe een factor $1/2 \cdot c_w$ die weergeeft hoe goed de stroomlijn is, bij een goede stroomlijn is deze factor bijvoorbeeld 0,3. Een plat vlak, zoals een horizontaal dalend blaadje, is helemaal niet gestroomlijnd, en we nemen voor deze factor de waarde 1.



Figuur 1.8 Esdoornblad

- Al met al is de luchtweerstand gelijk aan

$$F_{\text{lucht}} = \rho_{\text{lucht}} \cdot A \cdot v^2$$

Uitwerking van het model

Als de daalsnelheid constant is, volgt uit de *eerste wet van Newton* dat de resulterende kracht nul is. De zwaartekracht, die naar beneden werkt, en de luchtweerstand, die omhoog werkt, zijn dus even groot zodra de constante daalsnelheid is bereikt:

$$F_{\text{lucht}} = F_z$$

We vullen de uitdrukkingen voor beide krachten in

$$\rho_{\text{lucht}} \cdot A \cdot v^2 = 9,81 \cdot m \quad (2.1)$$

Vervolgens werken we uit hoe de massa van het blaadje van de afmetingen afhangt:

$$m = \rho_{\text{blad}} \cdot V = \rho_{\text{blad}} \cdot A \cdot d$$

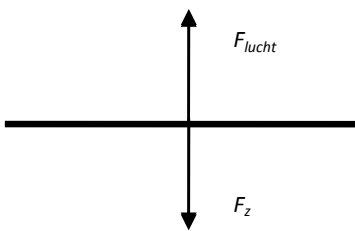
met V het volume van het blad en met d de dikte van het blad. Dit vullen we in:

$$\rho_{\text{lucht}} \cdot A \cdot v^2 = 9,81 \cdot \rho_{\text{blad}} \cdot A \cdot d$$

Links en rechts staat de oppervlakte A ; zowel de zwaartekracht als de luchtweerstand is evenredig met A . We kunnen deze factor links en rechts wegstrepen. Er blijft over

$$\rho_{\text{lucht}} \cdot v^2 = 9,81 \cdot \rho_{\text{blad}} \cdot d$$

en dus



Figuur 1.10 De resulterende kracht is gelijk aan nul

Valsnelheid blad

Uit de veronderstellingen van het model en de eerste wet van Newton volgt voor de valsnelheid van boombladeren:

$$v^2 = 9,81 \cdot \frac{\rho_{\text{blad}}}{\rho_{\text{lucht}}} \cdot d \quad (2.2)$$

Met ρ_{lucht} de dichtheid van lucht, ρ_{blad} de dichtheid van de beschouwde bladsoort en d de dikte.

Verklaringen en voorspellingen

Uit het model volgt dat de snelheid van een vallend blad niet afhankelijk is van de oppervlakte van het blad. Dit is het eerste succes van het model, want de belangrijkste waarneming was dat grote en kleine bladeren even snel dalen.

De formule voor de valsnelheid die we boven hebben afgeleid kan op verschillende manieren worden gebruikt om een voorspelling te doen. Aan de vorm (2.2) kun je zien dat een blaadje in ijle lucht, hoog in de bergen, met

een grotere snelheid zal dalen dan op zeeniveau. Nu zijn er op Mount Everest geen loofbomen, maar je zou met papiertjes kunnen testen of het klopt.

Met de vorm

$$d = v^2 \cdot \rho_{\text{lucht}} / (9,81 \cdot \rho_{\text{blad}})$$

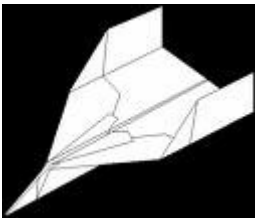
kun je uit de daalsnelheid de dikte van het blad bepalen. Die daalsnelheid kun je schatten op ongeveer 1,0 m/s. Als je aanneemt dat de dichtheid van het materiaal waaruit het blad is opgebouwd niet veel verschilt van de dichtheid van water, en met de bekende dichtheid van lucht, krijg je

$$d = \frac{(1,0 \text{ ms}^{-1})^2 \cdot 1,3 \text{ kgm}^{-3}}{9,81 \text{ ms}^{-2} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}} = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$



Figuur 1.11 Mount Everest

Omdat de daalsnelheid helemaal niet precies is bepaald, kun je alleen zeggen dat de waarde in de buurt van de 0,1 of 0,2 mm zal liggen. Het blijkt dat een berkenblaadje met oppervlakte 10 cm^2 een massa heeft van 0,11 g. Met nog steeds de aanname dat de dichtheid gelijk is aan die van water, volgt dan voor de dikte $d=0,11 \text{ mm}$. De massa van een beukenblad is 0,21 g, terwijl de oppervlakte ongeveer twee keer zo groot is. Dat levert ongeveer dezelfde dikte op. Dat geldt ook voor een eikenblad en een lindenblad. Een esdoornblad heeft een oppervlakte die ongeveer 16 keer zo groot is als die van een berkenblad, de massa is ongeveer 25 keer zo groot. Het esdoornblad is dus iets dikker, maar lang geen twee keer zo dik als een berkenblad.



Figuur 1.12 Zo duurt het langer dan bij plat papier

Zelf het model testen met vallend printerpapier

Als je een velletje papier dubbelvouwt, is het papier twee keer zo dik en uiteraard nog steeds even zwaar. Als je het twee keer dubbelvouwt is de dikte vier keer zo groot geworden. Met de formule (2.2) krijg je als kwantitatieve voorspelling dat een tweemaal dubbelgevouwen papiertje twee keer zo snel valt al een enkel vel papier. Dit is een toetsbare voorspelling.

Door de dikte van een pak printerpapier op te meten en te delen door het aantal blaadjes vind je voor de dikte van een vel $d=0,000103 \text{ m}$. De dichtheid van het papier kun je opzoeken in een tabellenboek of halen uit de afmetingen van het pak. De waarde is $\rho_{\text{papier}} = 2,5 \text{ kg} / 0,0032 \text{ m}^3 = 7,8 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3$. Als je dit invult in de formule voor v^2 krijg je $v=0,78 \text{ m/s}$. Een duidelijke kwantitatieve voorspelling.

Je kunt dit ook op een andere manier uitrekenen. Je gaat dan terug naar de formule (2.1). Van een velletje 80-grams A4-papier weet je de massa en de oppervlakte. Een vel van een vierkante meter heeft namelijk per definitie een massa van 80 g. Dat is een vel A0, en elk volgend nummer is de helft van het vorige, dus A1 heeft een massa van 40 g en een oppervlakte van $0,50 \text{ m}^2$, en zo verder tot A4 met een massa van 5,0 g en een oppervlakte van $0,0625 \text{ m}^2$. Met formule $v^2 = 9,81 \cdot m / (\rho_{\text{lucht}} \cdot A)$ vind je als verwachte daalsnelheid $v=0,78 \text{ m/s}$. Uiteraard is dit dezelfde waarde als net.

Bij een testje viel een enkel vel 1,1 meter in 1,40 seconde. Dat is inderdaad een snelheid van ongeveer 0,8 m/s.

Kloppen de aannames?

We zagen dat volgens het model de oppervlakte van de boomblaadjes niet van belang is voor de daalsnelheid. De dikte is dat wel. We zien dat de daalsnelheid van grote bladeren even groot is als die van kleine blaadjes en dat de dikte van verschillende soorten bladeren niet sterk verschilt. Dat is te verklaren doordat de functie van een blad het opvangen van licht is, voor de fotosynthese. Een dikker blad zou niet meer licht vangen, dat zou dus niet beter werken.

Ook al is een esdoornblad wel iets dikker dan een berkenblad, zal dat niet veel schelen in de daalsnelheid. Dat de afmetingen in twee dimensies er niet toe doen en slechts in één dimensie wel, leidt tot slechts een zwakke afhankelijkheid van de afmetingen. Een blad dat twee keer zo breed, twee keer zo lang en twee keer zo dik zou zijn, zou slechts $\sqrt{2}$ keer zo snel dalen, ondanks een 8 keer zo grote massa.

In werkelijkheid vallen blaadjes niet precies horizontaal, ze dwarrelen. Ook papier schommelt wat. Maar ondanks het feit dat we geen enkele rekening hebben gehouden met de manier waarop de lucht precies langs de blaadjes stroomt, vinden we resultaten die overeenkomen met de werkelijkheid. We weten dat het model beperkingen heeft, maar we weten ook dat het zijn waarde heeft.

1.3 Pinguïns

Being the right size



Figuur 1.13 Keizerspinguïn

In een artikel met de titel 'On being the right size' schreef J.B.S. Haldane:

....small animals cannot live in cold countries. In the arctic regions there are no reptiles or amphibians, and no small mammals. The smallest mammal in Spitzbergen is the fox. The small birds fly away in winter, while the insects die, though their eggs can survive six months or more of frost. The most successful mammals are bears, seals, and walruses.

Eerder had Carl Bergmann al iets opgemerkt wat bekendstaat als de regel van Bergmann: *Vergelijkbare vogels en zoogdieren zijn in koude gebieden groter dan in warme gebieden*. Zo is de keizerspinguïn, die bij de Zuidpool leeft, meer dan een meter groot, terwijl de galapagospinguïn, die in gematigder streken en zelfs rond de evenaar leeft, minder dan 50 cm groot is. Walrussen zijn groter dan zeehonden en ze leven dicht bij de Noordpool. Scandinaviërs zijn groter dan Spanjaarden.

Vraagstelling

We willen verklaren waarom grote dieren beter overleven in koude gebieden dan kleine.

Op zoek naar een model

Het is duidelijk dat de verschillen tussen de grote en de kleine dieren iets te maken moeten hebben met warmte. De eerste gedachte kan zijn dat we de formule moeten gebruiken die aangeeft hoeveel energie nodig is om een voorwerp op te warmen, namelijk $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$. Maar een warmbloedig dier warmt niet op en koelt niet af, het houdt zich juist op een constante temperatuur. Dat is een dynamisch evenwicht, waarbij het dier warmte verliest door uitstraling en door warme lucht uit te ademen, en waarbij de aanvulling moet plaatsvinden door in de cellen voedsel te verbranden.

Die formule is dus niet van toepassing op de verschillen tussen dieren. We hebben een model nodig voor de hoeveelheid warmte die een dier per tijdseenheid verliest. Dan weet je ook hoeveel het dier per tijdseenheid moet aanvullen door te eten, en of dat in verhouding tot zijn eigen gewicht veel of weinig is



Figuur 1.14 Warmtestraling

Model

Er is een formule die aangeeft hoeveel warmte een voorwerp uitstraalt per seconde. Dat is de *stralingswet van Stefan-Boltzmann*. Die is in de module *Straling en Materie: Zon en Sterren* toegepast op sterren, in de vorm

$$P = 4\pi r^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \quad (3.1)$$

Hierbij is T de absolute temperatuur in kelvin (K), r de straal van de ster in meter (m), en P het in totaal uitgestraalde vermogen in watt (W). De constante van Stefan-Boltzmann σ is gelijk aan $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

Deze wet geldt voor een bolvormige zwarte straler. Nu is een pinguïn niet bolvormig, heeft hij veren, en straalt hij niet alle golflengtes perfect uit. Toch gaan we kijken welke orde van grootte we met de stralingswet van Wien vinden voor de warmtestraling van een keizerspinguïn.

- In plaats van $4\pi r^2$ vullen we een schatting in van de oppervlakte. De keizerspinguïn is eerder cilindervormig dan bolvormig. De hoogte is 1,1 m, de straal van de cilinder is zo'n 0,15 m. De omtrek van de cilinder is dus ongeveer 1,0 m. De totale oppervlakte van de huid is $1,1 \text{ m}^2$. Aannemende dat pinguïns dezelfde temperatuur hebben als mensen vullen we in $T = 310 \text{ K}$. De uitkomst wordt dan $P = 58 \text{ W}$.
- Vervolgens kijken we wat er uitkomt voor een half zo grote pinguïn. We gaan er van uit dat een galapagospinguïn half zo hoog, half zo breed en half zo dik is als een keizerspinguïn. De massa is dan acht keer zo klein, zo'n 3,75 kg in plaats van 30 kg. De oppervlakte is slechts vier keer zo klein. Je kunt dat narekenen met de halve hoogte en de halve staal van de cilinder, maar het volgt ook direct uit het feit dat het om een oppervlakte gaat, die evenredig is met de grootte tot de tweede macht. We vinden dat een galapagospinguïn 14,5 W uitstraalt.
- De keizerspinguïn straalt per kilogram 2 W uit, de galapagospinguïn 4 W. De laatste straalt $\frac{1}{4}$ uit vergeleken met de eerste, maar de massa is slechts $\frac{1}{8}$.

Per kilogram lichaamsgewicht straalt een galapagospinguïn twee keer zoveel uit als een keizerspinguïn, dus in verhouding straalt hij veel uit. Dit verklaart waarom het ongunstig is om klein te zijn in een koud gebied.

Hoeveelheid voedsel

Dit verklaart waarom kleine dieren in verhouding veel eten. Als je een mens tienmaal zou verkleinen, zou zijn massa duizend keer zo klein worden. Een kabouter weegt dus maar zo'n 70 gram. Het oppervlak is slechts honderd keer zo klein. Een kabouter straalt dus op een dag honderd keer zo weinig energie uit als een mens en heeft honderd keer zo weinig voedsel nodig als een mens. Als we schatten dat een mens per dag ongeveer een kilo eet, $\frac{1}{70}$ van zijn lichaamsmassa, dan zal een kabouter zo'n 10 gram eten, $\frac{1}{7}$ van zijn eigen lichaamsmassa. Muizen, die wél bestaan en een massa hebben van ongeveer 10 gram, eten per dag zelfs meer dan ze zelf wegen.

Schaalwetten

De hierboven getrokken conclusies kunnen we samenvatten in een aantal 'schaalwetten'. Schaalwetten zeggen iets over veranderingen van eigenschappen van een systeem wanneer de afmeting of de massa groter of kleiner gemaakt wordt. Neem de uitstraling van een dier met lineaire afmeting r . Volgens ons eenvoudige model is deze uitstraling evenredig met r^2 . In formule:



Figuur 1.15 Kabouters en muizen eten in verhouding veel

$$P \sim r^2$$

De massa van het dier is evenredig is met de derde macht van de afmeting:

$$m \sim r^3$$

Hieruit concluderen we dat de uitstraling per kilogram lichaamsmassa omgekeerd evenredig is met de afmeting:

$$\frac{P}{m} \sim \frac{r^2}{r^3} = \frac{1}{r}$$

Deze waarde neemt dus af voor grotere dieren. Als je het vergelijkt met de massa van het dier, vind je dat de uitstraling per kilogram lichaamsmassa evenredig is met $m^{-1/3}$. In gebieden waar warm blijven een probleem is, pakt dit gunstig uit voor grote dieren.

De totale behoefte aan voedsel van dieren is volgens het model evenredig met de totale uitstraling, die is dus evenredig met het oppervlak en dus met $m^{2/3}$.

Twee schaalwetten

Uit de veronderstellingen van het model volgen voor een dier met lichaamsmassa m de schaalwetten

$$\frac{P}{m} \sim \frac{1}{m^{1/3}}$$

$$E_{\text{nodig}} \sim m^{2/3}$$

voor respectievelijk de uitstraling per kilogram lichaamsmassa en de totale behoefte aan voedsel.

Klopt hier wel wat van?

Eigenlijk hebben we alleen gekeken naar volledig zwarte, cilindervormige pinguïns in vacuüm, zonder ademhaling of bloedsomloop. Zijn de aannames van ons model wel gerechtvaardigd? We zullen hierna ingaan op de afzonderlijke aannames, maar eerst moeten we concluderen dat de grote lijn wel móet kloppen. Het is immers wáár dat kleine dieren veel eten in verhouding tot hun lichaamsgewicht, en dat er geen kleine zoogdieren of vogels in de poolgebieden zijn.

Pinguïns zijn niet echt cilindervormig en het zijn ook geen zwarte stralers. Het blijft echter wel waar dat de uitstraling evenredig is met de oppervlakte. Dat is onafhankelijk van de precieze vorm en de precieze manier van uitstralen.

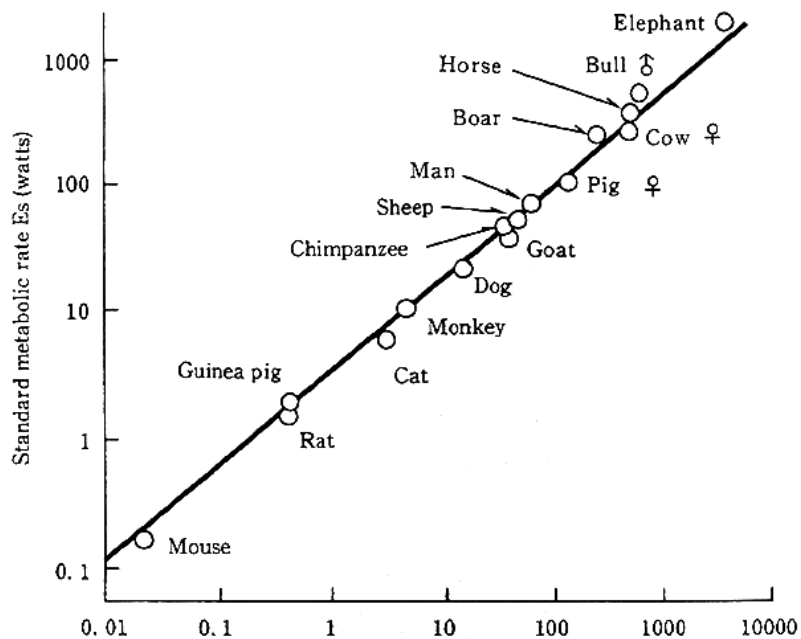
Dieren en mensen verliezen ook warmte door geleiding door hun huid, niet alleen door straling. Een mens of dier merkt er iets van als er een koude wind is, terwijl het stralingseffect in lucht even groot is als in vacuüm. Maar deze complicatie loopt goed af voor ons model, want geleiding door de huid heen is in ieder geval evenredig met de oppervlakte van de huid, net als de uitstraling. En die evenredigheid was het enige wat verder gebruikt werd.

Een groter probleem is de ademhaling en de bloedsomloop. Die bepalen

hoe warmte zich via stroming door het lichaam en naar buiten verplaatst. Ademhaling is vooral bedoeld om zuurstof aan te voeren die nodig is voor verbranding. Als je alleen de energie zou moeten aanvullen die door straling verdwijnt, zou ook dit proces uiteindelijk evenredig zijn met de oppervlakte. Maar het ligt ingewikkelder, met vertakte systemen van aders die stoffen vervoeren. De vraag is of de conclusies van het model overeind blijven als deze effecten worden meegenomen.

Metingen

Het is mogelijk te kijken hoe goed het model is door in de praktijk te kijken hoeveel energie uit voedsel verschillende diersoorten nodig hebben. Dit is met proeven onderzocht bij eencelligen, zoogdieren en ook koudbloedige dieren. Voor zoogdieren staat het resultaat in figuur 1.15. Linksonder staat de muis, rechtsboven de olifant. Het blijkt dat het verband wordt beschreven door $E_{\text{nodig}} \sim m^{3/4}$.



Figuur 1.16 Hoeveelheid voedsel als functie van lichaamsgewicht

Ons model gaf $E_{\text{nodig}} \sim m^{2/3}$. De waarde voor de exponent was dus 0,67. Het meest naïeve idee dat een tien keer zo zwaar dier ook tien keer zoveel eet, zou betekenen $E_{\text{nodig}} \sim m^1$, dus een exponent 1,0. De echte experimentele waarde van 0,75 ligt dicht bij onze waarde 0,67 dan bij de naïeve waarde 1,0. Er is dus wel een beter model nodig, maar ons model zit goed in de richting.

En de regel van Bergmann? Die wordt nog uitgebreid onderzocht. Het is duidelijk dat hij voor de ene groep dieren beter geldt dan voor de andere groep. De regel is zeker geen onzin. Hij is ook zeker niet altijd precies geldig.

1.4 Potloodstrepen

Het ene potlood is het andere niet

Vraagstelling



Figuur 1.17 Puur grafiet?

Een potloodstreep geleidt elektrische stroom. Zou de theorie die is opgesteld voor stroomdraden ook werken voor dunne, smalle laagjes grafiet? We formuleren eerst zoveel mogelijk voorspellingen die uit de bekende theorie volgen. Dan doen we de metingen en bekijken we wat klopt, en wat nog verder moet worden geanalyseerd.

Het bestaande model

De wet van Ohm luidt

$$U = R \cdot I \quad (4.1)$$

Hierbij is U de spanning in volt (V), R de weerstand in ohm (Ω) en I de stroomsterkte in ampère (A).

De weerstand is evenredig met de lengte l , en omgekeerd evenredig met de oppervlakte van de doorsnede van de draad A . De formule is

$$R = \rho_{\text{el}} \cdot \frac{l}{A} \quad (4.2)$$

Dit is meteen de definitie van de stoffeigenschap ρ_{el} , de soortelijke weerstand van het materiaal.

Voorspellingen

Als deze formule ook geldig is voor potloodlijnen, dan zal:

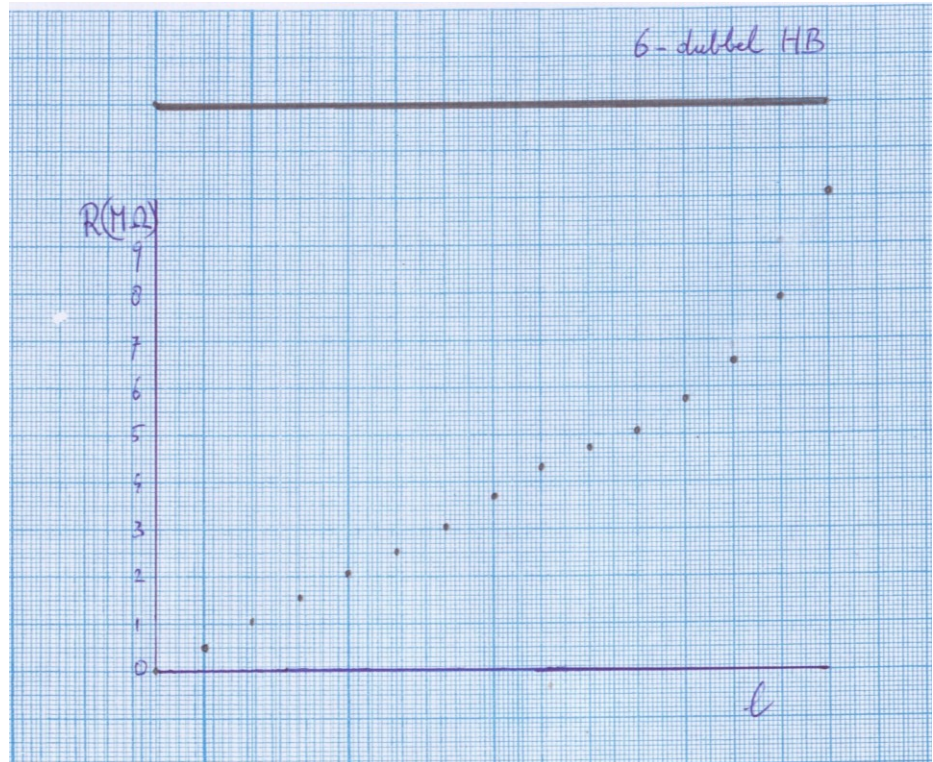
- de weerstand groter zijn voor een langere streep (om precies te zijn zal de weerstand recht evenredig zijn met de lengte van de streep).
- de weerstand omgekeerd evenredig zijn met de breedte van de streep (bij dezelfde lengte en dikte).
- de weerstand omgekeerd evenredig zijn met de dikte van de streep (bij dezelfde lengte en breedte).
- de uitkomst van $R \cdot A / l$ gelijk zijn aan de soortelijke weerstand van grafiet, die in BINAS te vinden is.

Metingen

Je kunt de weerstand bepalen door de spanning en de stroomsterkte te meten en die door elkaar te delen. Een multimeter kun je zo instellen dat hij direct de weerstand geeft. Op de volgende bladzijde zie je in figuur 1.18 enkele metingen.



Figuur 1.18 Multimeter



Figuur 1.19 De weerstand als functie van de lengte van een potloodstreep

Bovenaan zie je een dikke potloodstreep, gemaakt met een HB-potlood. Het potlood is zes maal heen en weer gehaald langs een liniaal. De ene aansluiting van de multimeter werd stevig op het linkeruiteinde van de lijn gedrukt, de andere aansluiting werd stevig tegen een steeds verder naar rechts gelegen punt van de lijn gedrukt. Onder de streep zie je de weerstand uitgezet tegen de lengte van het stuk lijn tussen de aansluitpunten van de multimeter.

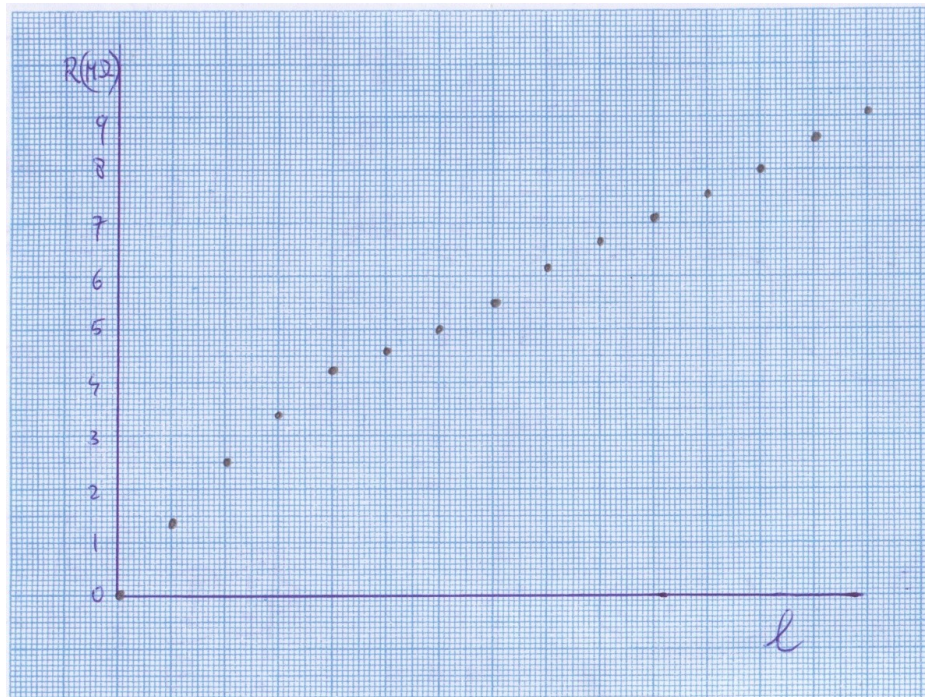
Analyse van de metingen

Zoals verwacht is de weerstand groter naarmate het stuk lijn langer is. In het begin is het verband mooi lineair, maar aan de rechterkant loopt de grafiek sneller op. Dat roept vragen op. Er zijn twee mogelijkheden:

1. Bij grotere lengtes vindt er een fundamenteel ander proces plaats dan voor kleine lengtes, waardoor de weerstand meer dan lineair toeneemt. De situatie zou vergelijkbaar zijn met het uitrekken van rubber. Dat gaat ook eerst lineair, maar als alle dwarsverbindingen tussen de polymeermoleculen parallel liggen gaat het uitrekken veel moeilijker, omdat dan echt atoombindingen moeten uitrekken. De wet van Hooke is dus alleen geldig voor kleine uitrekkingen. Is er ook zoiets aan de hand voor de wet van Ohm?
2. Het kan ook zo zijn dat toevallig het rechtergedeelte van de lijn minder goed geleidt, doordat onbewust het potlood wat minder goed op het papier is gedrukt.

Om te bepalen wat klopt, zijn metingen gedaan met het rechteruiteinde als vast punt en de andere aansluiting steeds verder naar links op de lijn. Als mogelijkheid 1 hierboven klopt, zal de grafiek van de weerstand als functie van het stuk lijn dezelfde vorm hebben als eerst, in figuur 1.18. Ook nu krijg je een steeds langer stuk tussen de aansluitpunten, en als bij grotere lengtes echt iets anders gebeurt dan bij kleine lengtes, dan zal dat ook nu zo zijn. Als mogelijkheid 2 klopt verwacht je bij deze omgekeerde meting eerst een steil stuk, en dan een minder snelle stijging. Als het rechterdeel gewoon wat minder goed geleidt, telt dat bij deze meting al meteen mee bij de korte stukjes.

De metingen in figuur 1.19 zijn de voorgestelde metingen, bij dezelfde potloodlijn als net. De conclusie is duidelijk. Verklaring nummer 2 klopt.



Figuur 1.20 Metingen aan dezelfde lijn, met het rechteruiteinde als vast punt.

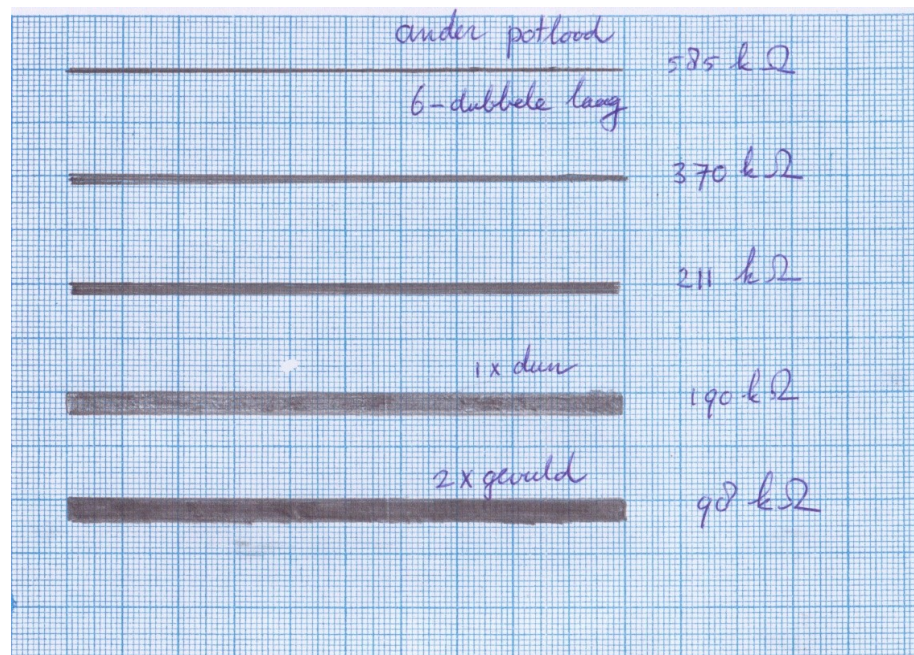
Conclusie

De metingen in figuur 1.19 zijn de voorgestelde metingen, bij dezelfde potloodlijn als net. De conclusie is duidelijk. Verklaring nummer 2 klopt.

Verder onderzoek naar de geldigheid van het model

In figuur 1.20 staan metingen aan brede strepen. Bij de steeds bredere strepen zie je dat de weerstand steeds kleiner is.

Ook zie je dat een vlakje dat is gevuld met een dikkere laag grafiet een kleinere weerstand heeft. Dit is allemaal in overeenstemming met het model dat we hebben overgenomen van de beschrijving van stroomdraden.



Figuur 1.21 Allerlei strepen

Bij het maken het onderste vlak is de potloodpunt ongeveer een halve millimeter korter geworden. De breedte van de punt was 1 mm. We schatten dus dat 0,5 kubieke millimeter grafiet in het laagje zit. We berekenen welke waarde voor de soortelijke weerstand van grafiet volgt uit de meting, met $\rho_{el} = R \cdot A/l$.

De lengte van de lijn is 10 cm. De oppervlakte van de doorsnede A is $A = V/l = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 / 0,10 \text{ m} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$. Dat is heel weinig, dat klopt natuurlijk, want dit is de oppervlakte die je zou zien als je van voren tegen het uiteinde van de lijn aan zou kijken. We vinden $\rho_{el} = 5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-9} / 10^{-1} = 5 \cdot 10^{-3} \Omega \text{m}$.

Dit is meer dan een factor 100 maal zo groot als de tabelwaarde $10^{-5} \Omega \text{m}$. Onze laag grafiet geleidt veel minder goed dan uit ons model volgde. Wat klopt er niet? Een beetje googelen herinnert er aan dat het materiaal in een potlood helemaal niet hetzelfde is als puur grafiet. Er zit heel fijne klei doorheen. Dat geleidt niet. En dat verklaart dat een potloodlijn minder goed geleidt dan puur grafiet.

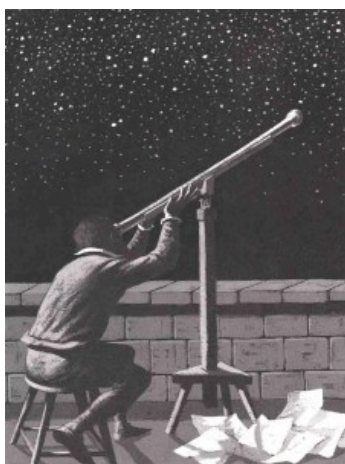
Inderdaad blijkt een lijn van een 4H-potlood minder goed te geleiden dan die van een 4B-potlood, waar minder klei in zit, ook als je er voor zorgt dat beide potloden even ver afslijten bij het maken van de lijnen. En een zwart kleurpotlood bevat helemaal geen grafiet, blijkt uit het feit dat zelfs een breed en dik vlak een grotere weerstand heeft dan de grootste waarde die de multimeter kan meten.

Conclusie

Het model is goed bruikbaar, het hielp zelfs bij het trekken van conclusies over het materiaal waar potloodvullingen van zijn gemaakt.

1.5 Natuurkunde, een manier van denken en doen

De kleine onderzoekjes in de vier eerste paragrafen van dit hoofdstuk hebben gemeenschappelijke kenmerken. Die zitten in de manier van doen van de onderzoeker en in de vorm waarin de vragen en de resultaten worden gegoten. Ook bij de ontwikkeling van belangrijke nieuwe theorieën zijn deze kenmerken terug te vinden.



Figuur 1.22 Waarnemen

Waarnemingen doen

Waarnemingen doen en experimenteren zijn altijd belangrijk bij het vergroten van het inzicht in de natuurkunde. De manier waarop de informatie wordt verkregen is verschillend en de waarnemingen en de experimenten zijn niet altijd het beginpunt, maar ergens in het proces wordt een observatie gedaan:

- Sleepkabels zijn altijd heel lang, vermeldde een website over zee-sleepvaart.
- Bij het uit het raam kijken viel op dat grote en kleine boombladjes ongeveer even snel dalen.
- In een oud artikel stond dat in koude gebieden geen kleine dieren leven.
- We konden zelf met een multimeter de weerstand van dikke potloodstrepen meten.

Dat is ook zo bij het opstellen van nieuwe theorieën. Een paar voorbeelden:

- Tycho Brahe volgde heel nauwkeurig de banen van de planeten aan de hemel.
- In de negentiende eeuw werd opgemeten welke kleuren licht worden geabsorbeerd door verschillende gassen.
- Uit nauwkeurige metingen blijkt dat de lichtsnelheid die je meet altijd gelijk is, ook als je beweegt ten opzichte van de lichtbron.

Een zo eenvoudig mogelijk model opstellen



Figuur 1.23 Molecuulmodel

Als je een situatie wilt begrijpen, stel je een zo eenvoudig mogelijk *model* op. Je hoopt dat het model compleet genoeg is om te beschrijven wat je ziet en tegelijk eenvoudig genoeg om mee te kunnen rekenen. Het opstellen van een model begint altijd met het formuleren van *aannames of veronderstellingen*:

- De kracht waarbij een kabel breekt is onafhankelijk van de lengte; de spankracht in een kabel is evenredig is met de uitrekking; de evenredigheidsconstante C is omgekeerd evenredig met de totale lengte van de kabel. Wat onbelangrijk is laat je weg, zoals details over hoe de strengen van een kabel zijn gevlochten, van welk materiaal de kabels zijn gemaakt, en de precieze manier waarop de trekkracht verloopt in de tijd als er een ruk aan de kabel wordt gegeven.
- Blaadjes vallen horizontaal zonder te dwarrelen, de luchtweerstand hangt alleen af van de oppervlakte en niet van de precieze vorm van de blaadjes. Bij het dalen heffen de zwaartekracht en de luchtweerstand elkaar op.
- Bij pinguïns die zichzelf warm moeten houden is alleen van belang hoe groot hun oppervlakte is in verhouding tot de massa.
- De weerstand van een potloodstreep hangt af van de afmetingen en van het precieze materiaal, op dezelfde manier als bij stroomdraden.

Dit is ook de manier waarop grote theorieën zich ontwikkelen:

- Newton bekeek een model waarin één planeet beweegt onder invloed van de aantrekkingskracht van de zon. De kracht is naar de zon gericht en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de afstand. De invloed van planeten op elkaar wordt verwaarloosd. Dit model levert de juiste verhoudingen op voor hoe lang een jaar duurt bij een bepaalde straal van de baan, het model is dus in overeenstemming met de metingen van Tycho Brahe.
- Bij het theoretisch bestuderen van de manier waarop gassen licht absorberen, werd eerst gekeken naar één enkel atoom van het eenvoudigste soort. Dat is een atoom waarin één elektron beweegt rond één enkel proton: een waterstofatoom.
- Albert Einstein zette zijn relativiteitstheorie op vanuit twee veronderstellingen. Een daarvan was: "De lichtsnelheid is voor elke waarnemer gelijk".



Figuur 1.24 Voorspellen

Toetsbare voorspellingen formuleren

Een model maken dat beschrijft wat je al weet uit je eerste waarnemingen, is niet zo'n kunst. Vaak zijn er meerdere mogelijke modellen. Het is interessanter als uit het model *voorspellingen* volgen waarvan je zou kunnen checken of ze uitkomen. Dat biedt een mogelijkheid om te kijken hoe goed je model is:

- Klopt het dat een lang stuk garen minder snel breekt dan een kort stuk garen, als je er een blokje aan bindt en dat blokje steeds van dezelfde hoogte laat vallen?
- Bereikt een tweemaal dubbelgevouwen stuk papier inderdaad tweemaal zo snel de grond als een enkel vel papier?
- Klopt de regel van Bergmann behalve voor pinguïnsoorten ook voor verschillende soorten robben?

- Hangt de weerstand van potloodstrepen inderdaad af van de afmetingen, op dezelfde manier als bij stroomdraden?

Zo konden Newton, Bohr en Einstein ook voorspellingen doen met hun modellen:

- De maan zal, als je weet hoe ver hij van de aarde staat en wat de massa van de aarde is, een bepaalde tijd moeten doen over een omwenteling rond de aarde.
- In het spectrum van andere elementen dan waterstof vind je vergelijkbare absorptielijnen.
- Energie en massa zijn hetzelfde, uit elektromagnetische straling kunnen deeltjes met massa ontstaan via de relatie $E=mc^2$.

Een toetsbare voorspelling noemt men wel een *hypothes*e. Als een voorspelling niet uitkomt, is het model niet goed, of moet het op zijn minst verfijnd worden. In § 1.4 moesten we de aanname dat een potloodstreep uit grafiet bestaat nuanceren. Om heel precies de planeetbanen te voorspellen, moet de invloed van planeten op elkaar worden meegenomen, uiteindelijk moest zelfs Newtons hele theorie worden aangepast: als de zwaartekracht heel sterk is, is Einsteins 'Algemene Relativiteitstheorie' geldig. Uit deze nieuwe theorie blijkt echter ook dat onder omstandigheden die gelden in het zonnestelsel, Newtons theorie een uitstekende benadering is.

Wat wetenschappers doen

'Science is the art of the soluble' – Peter Medawar (1915-1987)

De boven beschreven manier van werken wordt wel aangeduid als 'de wetenschappelijke methode' voor het eerst systematisch toegepast door Galileo Galilei (1564-1642). Plato vond dat wat je met je zintuigen waarneemt een onbetrouwbare afspiegeling is van de echt belangrijke wereld, de wereld van de Ideeën. Zijn leerling Aristoteles was veel meer een natuurwetenschapper. Hij geloofde dat waarnemingen doen nuttig was. Maar voorspellingen doen en die in een experiment toetsen, dat deed hij niet. In de loop van de geschiedenis zijn er nog vele andere voorlopers geweest zoals de Arabische geleerde Al-Hazen (965 – ca. 1039) en de Engelse monnik Roger Bacon (ca. 1214 - ca. 1294), maar het was uiteindelijk Galileo Galilei die de grondslag legde voor wetenschappelijke methode.

Zoals we met de bovenstaande voorbeelden hebben geïllustreerd zijn in deze methode drie soorten van activiteiten te onderscheiden:

Waarnemen en experimenteren; daaronder vallen activiteiten als: `

- het aanschaffen of ontwikkelen van *instrumenten* om de benodigde waarnemingen mee te doen;
- het plannen en uitvoeren van *waarnemingen* en *experimenten*.

Denken:

- het *ordenen* en *analyseren* van waarnemingsgegevens;
- het opstellen *hypothesen* en *modellen*; een wetenschappelijke hypothese moet toetsbaar zijn (*falsifieerbaar*);
- het trekken van conclusies en op grond daarvan modellen verbeteren of verwerpen.

Doen:

- Het opstellen van een onderzoeksplan;
- het verzamelen van informatie, ideeën uitwisselen (*communicatie*);
- het presenteren van het onderzoek, in de vorm van artikelen, voordrachten en gesprekken zodat anderen het resultaat kunnen beoordelen en herhalen (*reproduceerbaarheid*).

Alle onderzoek begint echter met verwondering en het stellen van vragen. Een goede vraag komt meestal niet uit de lucht vallen. Soms moet je geluk hebben, maar wat je minstens nodig hebt is een talent om te herkennen dat er iets interessants aan de hand is, een vermogen om je te verwonderen over iets dat eerst heel normaal leek. Bij het stellen van vragen is het de kunst om vragen te vinden die zowel interessant als beantwoordbaar zijn. Ook dat is onderdeel van de wetenschappelijke methode.

Begrippen

Model
Waarneming
Experiment
Hypothese
Falsificatie
Wetenschappelijke methode
Natuurwet

Samenvatting – hoofdstuk 1

- De manier waarop wij ons een beeld van de omringende wereld vormen is door het maken van **modellen**.
- In de wetenschap moeten modellen **falsifieerbaar** zijn, dat wil zeggen dat er **hypothesen** uit af te leiden zijn, waarvan duidelijk is onder welke omstandigheden die verworpen moeten worden.
- **Waarnemingen** en **experimenten** zijn de toetssteen voor het accepteren, dan wel verwerpen van en bepaald model, en soms een gehele theorie.
- **De wetenschappelijke methode** is een systematische manier om kennis te vergaren gebaseerd op theoretische modellen enerzijds, en waarnemingen en experimenten anderzijds.
- **Natuurwetten** zijn uitspraken over het gedrag van natuurverschijnselen die een zekere universele geldigheid lijken te hebben. Natuurwetten zijn bouwstenen voor het opstellen van modellen; omgekeerd worden natuurwetten ook getest door toepassing in modellen.

Voorbeelden:

- Bij het model voor de uitrekking van kabels werd **de wet van Hooke** gebruikt: $F = C \cdot u$.
- Bij de vallende blaadjes werd gebruik gemaakt van **de tweede wet van Newton**: $F = m \cdot a$. (In het bijzondere geval $a = 0$, dus eigenlijk de eerste wet van Newton.)
- **De stralingswet van Stefan-Boltzmann**, die normaal voor bolvormige oppervlakken is geformuleerd, werd in het geval van de uitstraling van dieren $P = A \cdot I$ met de stralingsintensiteit $I = \sigma \cdot T^4$.
- **De wet van Ohm** $U = I \cdot R$ werd toegepast voor dunne geleiders. Het verband $R = \rho_{\text{el}} \cdot l / A$ wordt wel eens apart vermeld als de **wet van Pouillet**.



Figuur 1.25 Ouderwetse kabel

Opgaven

§ 1.1 Zeesleepvaart

1 De sleepkabel als veer

In figuur 1.24 zie je dat de kabel onder een hoek aan het boorplatform vastzit. De horizontale trekkkracht is niet gelijk aan de spankracht in de kabel. De verhoudingen zijn in werkelijkheid anders dan in de tekening, je weet dat de lengte van de kabel 1000 m is, en dat het laagste punt 40 m diep zit. Ga uit van een spankracht van $1,0 \cdot 10^5$ N. Neem voor de berekening aan dat de kabel in een rechte lijn van het hoogste naar het laagste punt loopt.

- a. Bereken de horizontale component van de spankracht.

Moderne staalkabels hoeven niet zo dik te zijn als het touw op de foto hiernaast. Een dikte van 5,0 cm is realistisch. Een staalkabel van die dikte breekt bij een kracht van $8 \cdot 10^5$ N. Als de lengte 1000 m is, is de veerconstante gelijk aan $4 \cdot 10^5$ N/m.

- b. Bereken hoe ver deze kabel kan uitrekken voordat hij breekt. Ga daarbij uit van een strakgespannen kabel, dus zonder doorhang.
- c. Bereken hoeveel energie er bij die uitrekking in de kabel is opgeslagen.

Als het boorplatform door een golf opzij wordt geduwd, komt de staalkabel omhoog.

- d. Laat met een berekening zien dat de kabel strak staat als het boorplatform 4 meter naar links wordt geworpen. Neem daarbij aan dat de kabel eerst in een rechte lijn van het hoogste naar het laagste punt loopt.

De kabel is dan gemiddeld 20 meter omhoog gekomen.

- e. Bereken de toename van de zwaarte-energie van de kabel.

Kabels van de kunststof *Dyneema* zijn lichter dan staal.

- f. Leg uit of dat in het geval van zeesleepvaart een voordeel is, of een nadeel.

2 Kapotte draden

Je wilt een draad doormidden trekken door hem met beide handen vast te pakken en een ruk te geven.

- a. Leg uit waarom je daarbij beter een kort stukje tussen beide handen kunt nemen dan een lang stuk.

Je gaat bungeejumpen.

- b. Leg uit welk probleem je hebt als het bungee-jumpelastiek te lang is.
- c. Leg uit welk probleem je hebt als het bungeejump-elastiek te kort is.

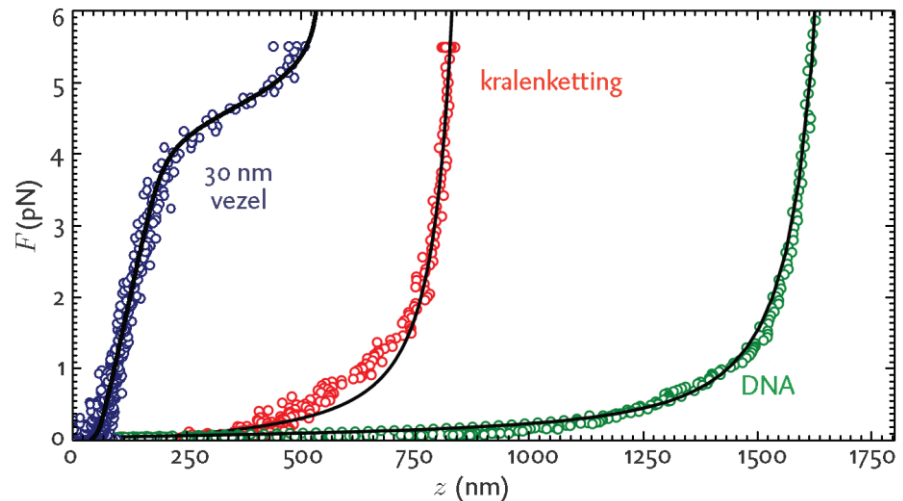


Figuur 1.25 DNA-molecuul

3 Microkabels

Met slimme experimentele technieken is het mogelijk de veerconstante van een enkel DNA-molecuul te bepalen. Dit 'kabeltje' is natuurlijk korter en dunner dan een zeesleepkabel.

- Welk verschil in afmeting zou op zich zorgen dat de veerconstante van het molecuul groter is dan de veerconstante van de zeesleepkabel?
- Welk verschil in afmeting zou op zich zorgen dat de veerconstante van het molecuul kleiner is dan de veerconstante van de zeesleepkabel?
- Bepaal uit figuur 1.26 de veerconstante van een DNA-molecuul. Neem hiervoor het eerste stuk, bij kleine uitrekkingen.



Figuur 1.26 Uit het Nederlands tijdschrift voor Natuurkunde, september 2009.

- Je ziet dat de veerconstante klein is, vergeleken met die van een zeesleepkabel. Leg uit hoe dat komt. Betrek daarbij je antwoorden op de vragen a en b. Waarom heeft het ene effect meer invloed dan het andere?

Voor grotere uitrekkingen neemt de benodigde kracht sneller toe dan recht-evenredig. Het molecuul voldoet dan niet meer aan de wet van Hooke.

- Verklaar dit aan de hand van de structuur van het DNA-molecuul, die je ziet in figuur 1.25.

4 Berekeningen bij het proefje

Een massastukje van 100 g wordt vastgemaakt aan een stuk garen. De stof is zijde, de dikte van de zijden draad is 0,2 mm, de lengte varieert. Het massastukje wordt steeds losgelaten op een hoogte van 20 cm boven de evenwichtstand.

- Bereken de zwaarte-energie van het massastukje.

Een zijden draad van deze dikte breekt bij een kracht van 18 newton. De veerconstante van een draad van 1,0 m lengte is 120 N/m.

- Bereken hoeveel veerenergie een zijden draad van 0,2 mm dikte en 1,0 m lengte maximaal kan opslaan. Is dit genoeg om de klap van het vallende massastukje op te vangen?

- c. Bereken de veerconstante en de maximale hoeveelheid veerenergie van een stukje zijden draad van 10 cm lengte. Kan dit draadje de klap opvangen?

5 Spieren als kabeltouwen

Bij een concours hippique springen paarden over balken op twee meter hoogte. De massa van een paard zit gemiddeld al op een hoogte van een meter, dus het zwaartepunt komt ongeveer een meter omhoog. Bij het wereldrecord hoogspringen komt het zwaartepunt van de atleet ook ongeveer een meter omhoog. Een kat springt zó op een tafel van een meter hoogte. Een sprinkhaan is honderd keer zo klein als een mens, toch kan hij ook ongeveer een meter hoog springen. De maximale spronghoogte van verschillende diersoorten lijkt vrijwel onafhankelijk van de afmetingen te zijn. We proberen te beredeneren hoe dat kan.



Figuur 1.27 Achthonderd kilo, een meter omhoog

De zwaarte-energie die een massa erbij krijgt bij een spronghoogte h is gelijk aan $E_z = m \cdot g \cdot h$.

- a. Als een dier in alle richtingen (lengte, breedte en dikte) tien keer zo groot is als een ander dier, hoeveel keer zo veel energie is dan nodig om dezelfde spronghoogte te halen?



Figuur 1.28 Tachtig kilo

Als je een spier doorsnijdt en je kijkt naar het uiteinde, dan heet de oppervlakte van het uiteinde de *doorsnede*. Bij een staalkabel zou de doorsnede de oppervlakte van een cirkel zijn. Bij een grotere doorsnede van een spierbundel liggen er meer spiervezels naast elkaar. De maximale spierkracht is evenredig met de doorsnede van de spier.

- b. Als een dier in alle richtingen (lengte, breedte en dikte) tien keer zo groot is als een ander dier, hoeveel keer zo groot is dan de maximale spierkracht in de achterpoten?

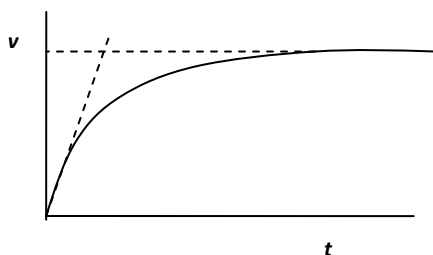
De arbeid die de spierkracht kan verrichten is niet alleen evenredig met de kracht, maar ook met de afstand waarover deze kracht werkt, in formule $W = F \cdot s$. De verrichte arbeid is gelijk aan de hoeveelheid energie die wordt omgezet in een andere vorm.

- c. Over hoeveel keer zoveel afstand werkt de spierkracht bij het tien keer zo grote dier?
- d. Hoeveel keer zoveel energie kunnen de spieren van een in alle richtingen tien keer zo groot dier leveren?
- e. Trek een conclusie uit de antwoorden bij de vragen a en d.
- f. Maak nog een keer de vergelijking tussen een spier van een bepaald dier en een tien keer zo groot dier, nu niet in termen van kracht, afstand en arbeid, maar in termen van veerconstante, maximale uitrekking en veerenergie. Hoeveel keer zo groot zijn deze drie grootheden bij het grotere dier?



Figuur 1.29 Driehonderd gram, een meter omhoog

§ 1.2 Vallende blaadjes



Figuur 1.30 Vallen met wrijving

6 Het eerste stukje vallen

Blaadjes die van een boom vallen hebben voor het grootste deel van hun daling een constante daalsnelheid van ongeveer 1,0 m/s. Als een blaadje net loskomt van de tak, is de beweging echter nog versneld. In figuur 1.30 zie je een schets van het verloop van de snelheid als functie van de tijd. We willen weten hoeveel afstand het blaadje aflegt voordat de constante snelheid is bereikt.

- Bereken na hoeveel tijd het blaadje de snelheid van 1,0 m/s zou bereiken als er helemaal geen luchtweerstand zou zijn.
- Bereken hoeveel afstand het blaadje in die tijd zou afleggen.
- Maak op grond van figuur 1.30 een beredeneerde schatting van de afstand die het blaadje in werkelijkheid aflegt voordat de constante snelheid is bereikt.

7 Stoeptegels en sneeuwvlokken

Net als een horizontaal vallend blad, zal ook een sneeuwvlok, een CD-hoesje of een stoeptegel een constante daalsnelheid bereiken, als er genoeg hoogte is om lang genoeg te vallen.

- Beredeneer dat een CD-hoesje dat in horizontale stand valt langzamer gaat dan een CD-hoesje dat in verticale stand valt.

Het blijkt dat de horizontale stand stabiel is en de verticale stand niet. Een CD-hoesje dat je in een scheve stand op 2 meter hoogte boven een kussen loslaat, draait zich in de lucht en komt in horizontale stand neer. We gaan in de rest van de opgave uit van de horizontale stand.

- Maak een schatting van de snelheid waarmee een stoeptegel zal dalen, zodra de luchtweerstand even groot is geworden als de zwaartekracht.
Hint: Je hoeft geen nieuw model op te stellen. Je kunt het model voor het vallende blad gebruiken, je vult alleen andere parameters in.



Figuur 1.31 Sneeuw

Een grote sneeuwvlok valt op de grond en smelt. De daalsnelheid van een sneeuwvlok is ongeveer 1,5 m/s.

- Bereken hoe dik het laagje water is dat de gesmolten sneeuwvlok vormt.

8 Skiënde kabouters

Is een zware skiër sneller beneden dan een lichte? Als er alleen zwaartekracht zou zijn natuurlijk niet. Maar als de luchtweerstand meetelt misschien wel. We kijken wat het effect is als we een skiër in alle richtingen tienmaal verkleinen. We verwaarlozen de wrijving tussen de ski's en de sneeuw. De enige twee krachten in het model zijn de zwaartekracht en de luchtweerstand. We nemen niet-gestroomlijnde skiërs, waarvoor geldt

$$F_{\text{lucht}} = \rho_{\text{lucht}} \cdot A \cdot v^2$$

Neem een helling van 10 graden en een skiër met massa van 100 kg en een frontaal oppervlak van $1,0 \text{ m}^2$. Na een tijdje dalen op een rechte helling bereikt de skiër een constante snelheid.

- Bereken deze constante snelheid.
- Bereken de constante eindsnelheid van een in alle richtingen tienmaal verkleinde skiër.
- Bereken de snelheid van een skiër die in alle richtingen 10 % kleiner is dan de eerste skiër.

9 Adelaars en kolibries

Beredeneer hoe het komt dat de vleugels van een kolibrie in verhouding korter en smaller kunnen zijn dan de vleugels van een adelaar. Het gaat niet om de absolute lengte, maar om de afmetingen in verhouding tot de lengte van de hele vogel.

§ 1.3 Pinguïns

10 Walrussen en zeehonden

Op Wikipedia staat dat een volwassen walrus een massa heeft tussen 700 kg en 2000 kg. Het leefgebied is in figuur 1.32 met zwart aangegeven. Een gewone zeehond heeft een massa tussen de 45 en 130 kg. Zijn leefgebied is aangegeven in figuur 1.33.

- Leg uit of deze gegevens in overeenstemming zijn met de regel van Bergmann.
- De massa van de grijze zeehond is tussen de 105 en 350 kg. Wat voorspelt de regel van Bergmann over het leefgebied, vergeleken met dat van walrussen en van gewone zeehonden??
- Zoek op wat het werkelijke leefgebied van de grijze zeehond is en trek een conclusie over de geldigheid van de regel van Bergmann voor deze drie diersoorten.

11 Een volwassen mens, hommels, olifanten en vossen

Een volwassen mens heeft een oppervlakte van ongeveer twee vierkante meter.

- Leg uit dat een mens geen uitvergrote pinguïn is, maar relatief meer oppervlakte heeft dan een pinguïn.
- Bereken de uitgestraalde energie van een volwassen mens.
- Laat met een berekening zien of dit klopt met de volgende uitspraak: "Een man van 75 kilo verbruikt per dag voor zijn ruststofwisseling 1500-1800 kcal".

Als iemand koorts heeft, stijgt zijn temperatuur van 37°C naar 41°C .

- Wat is er fout aan de volgende redenering: "Zijn temperatuur stijgt met ongeveer 10 %, dus het uitgestraalde vermogen stijgt volgens de stralingswet van Wien met een factor $1,1^4 = 1,4641$. Hij straalt bijna anderhalf maal zoveel uit".



Figuur 1.32 Leefgebied van de walrus



Figuur 1.33 Leefgebied van de gewone zeehond



Figuur 1.34 Welk soort vos?



Figuur 1.35 Windmolenpark



Figuur 1.36 Straalkacheltje

Sommige dieren hebben eerder het probleem dat ze te warm worden, dan dat ze het te koud krijgen. Zo moet een hommelmot af en toe landen om af te koelen: hij kan niet stationair vliegen, dan raakt hij oververhit.

- e. Leg uit hoe het komt dat een hommelmot hier meer last van heeft dan een bij of een wesp.
- f. Leg uit waarom een olifant in verhouding grotere oren heeft dan een gazelle.
- g. Op één van de foto's hiernaast staat een sneeuwvos, in de andere een woestijnvos. Leg uit welke foto welke vos is. Gebruik in je antwoord het woord 'oren'.

12 Windmolens

Het vermogen dat een windmolen uit de wind kan halen, wordt bepaald door het gebied dat de wieken bestrijken.

Bereken dat één grote windmolen meer elektrisch vermogen levert dan twee windmolens die in alle richtingen half zo groot zijn.

13 Straalkachels

Een straalkachel heeft twee standen. In de ene stand is één gloeispiraal ingeschakeld. Het uitgestraalde vermogen is dan 1,0 kW. In de andere stand is ook de tweede, identieke gloeispiraal ingeschakeld. Het uitgestraalde vermogen is dan 2,0 kW.

- a. Leg uit welke factoren in de stralingswet van Wien gelijk blijven, en welke veranderen als je de stand verandert.
- Je gebruikt de straalkachel in de VS. De spanning op het lichtnet is daar half zo groot als in Europa. Ga er van uit dat de weerstand van de gloeispiralen onafhankelijk is van de temperatuur.
- b. Leg uit dat het uitgestraalde vermogen in de VS een kwart zal zijn van wat het in Europa is.
 - c. Bereken hoeveel keer zo laag de temperatuur van de gloeidraden is bij gebruik in de VS, vergeleken met de temperatuur bij gebruik in Europa.

14 Sterren

Het oppervlak van de zon heeft een temperatuur van 5780 K. De zon straalt $3,8 \cdot 10^{26}$ watt uit. Een ster die 10 keer zoveel massa heeft als de zon, straalt $5 \cdot 10^3$ maal zoveel vermogen uit als de zon. Ga er van uit dat de dichtheid van de zware ster gemiddeld even groot is als die van de zon.

- a. Hoeveel keer zoveel oppervlakte als de zon heeft de tienmaal zo zware ster?
- b. Bereken hoe heet het oppervlak van de zware ster is.
- c. Leg uit welke ster sneller zal zijn opgebrand, de zware of de lichtere.

§ 1.4 Potloodstrepen

15 Bladgoud en aluminiumfolie



Figuur 1.37 Bladgoud

Bladgoud is maar 0,00001 mm dik. Het lijntje bladgoud van een letter in een Middeleeuws handschrift heeft een lengte van 5 cm. De breedte van de lijn is 3 mm.

- a. Bereken de weerstand van zo'n dun lijntje goud.

Je wilt onderzoeken of het om echt goud gaat, door met een batterij een spanning van 4,5 V over de uiteinden van de letter te zetten, en de stroomsterkte te meten. Uiteraard moet dit gebeuren zonder de eeuwenoude letter te beschadigen.

- b. Teken het schema van de schakeling die je maakt om de meting te doen.
c. Bereken de stroomsterkte die je krijgt als de letter inderdaad van puur goud is gemaakt.
d. Leg uit of je bang moet zijn dat de letter heel heet wordt, zoals het gloeidraadje van een gloeilamp. Bereken daartoe het vermogen dat wordt omgezet bij een aangelegde spanning van 4,5 V en vergelijk dit met het vermogen van een fietslampje.



Figuur 1.38 Folie

Bij een supermarkt kun je een rol aluminiumfolie kopen. Volgens de gegevens op de verpakking is de lengte 30 meter en de breedte 30 cm. Het folie zit gewikkeld om een kartonnen koker met diameter 3,0 cm. De dikte van de totale laag folie die om het karton heen zit, is 4,5 mm.

- e. Bereken de dikte van het folie.

Je wilt een weerstand van $1,0 \Omega$ maken. Je knipt een smal strookje folie af. De breedte is 2 mm.

- f. Bereken de lengte van het strookje dat je moet nemen om een weerstand van $1,0 \Omega$ te krijgen.

16 Grafiet

Leg uit hoe je kunt onderzoeken of de vulling van een vulpotlood van puur grafiet is gemaakt.

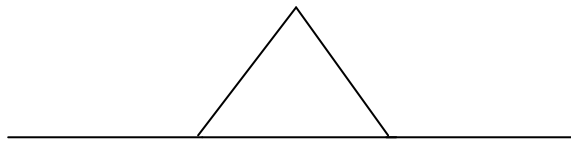
17 Dimensies

Als je alleen de lengte van een stroomdraad verandert, en de dikte gelijk houdt, beschouw je de stroomdraad als een ééndimensionaal ding.

Als je de lengte en de breedte van een stuk aluminiumfolie verandert en de dikte gelijk houdt, heb je te maken met een tweedimensionaal object.

Als je van een blokje alle afmetingen verandert, gaat het om drie dimensies.

- a. Leg uit dat bij verdubbeling van de afmetingen in 1,2 of 3 dimensies de weerstand respectievelijk verdubbelt, gelijk blijft, en halveert.



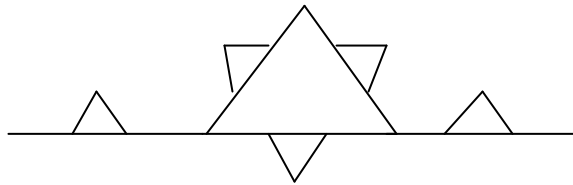
Figuur 1.39 Vijf staafjes, serie en parallel

De weerstand van elk staafje in figuur 1.39 is $1,0\ \Omega$.

b. Bereken de weerstand van de hele figuur.

In figuur 1.40 zie je een schakeling waarin in elke tak het staafje is vervangen door een zelfde soort schakeling als de hele schakeling. Als je dat ook weer bij de kleine takjes doet en dit doorvoert op elke schaal, heet dit een Koch-curve.

c. Leg uit dat zo'n structuur zich gedraagt alsof de dimensie tussen 1 en 2 in ligt.



Figuur 1.40 Fractale weerstand



Figuur 1.41 Batterij en staalwol

18 Vuur maken met staalwol en een batterij

Met de zoektermen 'staalwol, batterij, vuur' vind je filmpjes waarin de energie uit een 9-volts batterij zorgt dat staalwol, dat is staal in de vorm van heel fijne draadjes, gaat branden.

- Leg uit dat staalwol makkelijker brandt dan een stalen pan. Denk daarbij aan de rol van het oppervlak van het staal.
- Als je de polen van de batterij me het staalwol verbindt, zal er dan eerder brand ontstaan als er een groot stuk tussen de polen zit, of als dat een klein deel van de staalwol is? Gebruik wat je weet over de weerstand van draden.

§ 1.5 Natuurkunde, een manier van doen

19 Andere beginpunten

§1.2 begint met de waarneming dat vallende blaadjes ongeveer even snel vallen, ongeacht de grootte. Uit het opgestelde model volgt een voorspelling over vallend papier. Het had ook zo kunnen zijn dat je eerste waarneming ging over papier en dat je later met het daarvoor opgestelde model een voorspelling over vallende blaadjes had gedaan.

- Omschrijf de waarneming, het model en de voorspelling in dit scenario.

Als een ingenieur een technisch probleem aanpakt, is het uitgangspunt niet een waarneming, maar een ontwerpeis waaraan zijn oplossing moet voldoen.

- b. Wat is het uitgangspunt van iemand die moet bedenken hoe lang de kabel moet zijn waarmee zijn bedrijf een boorplatform gaat slepen?

20 Stappen bij springen

In opgave 5 wordt een theorie opgesteld over springende dieren.

- a. Welke *waarneming* is in dit verhaal het uitgangspunt?
b. Noem de *aannames* die worden gemaakt in het bijbehorende model.

Het model verklaart de waarnemingen. Toch zijn er ook dingen die niet lijken te kloppen. Het is bijvoorbeeld niet waar dat kleine en lange mensen bij atletiekwedstrijden even goed zijn in hoogspringen, toppers zijn altijd lang.

- c. Leg uit of deze waarneming de theorie omverwerpt.



Figuur 1.42 Regen

21 Vallende druppels

Regendruppels vallen niet allemaal even snel, zoals bladeren. Grote druppels vallen met een grotere snelheid dan de fijne druppeltjes van motregen.

- a. Stel een model op dat dit verklaart. Gebruik daarbij de zwaartekracht en de luchtweerstand.
b. Maak een schatting van de daalsnelheid van een bolvormige druppel water met een diameter van 5 mm.
c. Leg uit dat het model waarin de twee krachten elkaar opheffen een zekere universaliteit heeft.

22 Bereken C , m en R

We kennen de formules $F = C \cdot u$, $F = m \cdot a$, en $U = R \cdot I$.

Geef de formules om respectievelijk de veerconstante C , de massa m en de weerstand R uit te rekenen als de andere grootheden bekend zijn.

23 Uitspraken

Leg bij elk van de volgende uitspraken uit wat de spreker wil zeggen over wetenschap. Gebruik daarbij begrippen uit §1.5.

“The test of all knowledge is experiment.” – Richard Feynman

“Il libro della natura è scritto in linguaggio matematico.” – Galileo Galilei

“The same equations have the same solutions.” – Richard Feynman



Figuur 1.43 Richard Feynman

2 Behoudswetten

Hoofdstukvraag	Hoe bepalen behoudswetten de uitkomst van een proces?
----------------	---

Inleiding

De wetten in hoofdstuk 1 beschrijven allemaal een verband tussen eigenschappen van één object:



Figuur 2.1 Wilhelm Wien

- *De wet van Hooke* geeft het verband tussen de kracht op een zeesleepkabel, de veerconstante van die kabel, en zijn uitrekking: $F = C \cdot u$.
- *De Tweede wet van Newton* is van toepassing op de resultante van alle krachten op een boomblaadje, de massa van dat blaadje, en de versnelling van datzelfde blaadje: $F_{res} = m \cdot a$. Voor het blaadje dat daalt met constante snelheid zijn F_{res} en dus ook a gelijk aan nul.
- *De stralingswet van Wien* geeft het uitgestraalde vermogen van een pinguïn met een bepaalde oppervlakte en een bepaalde absolute temperatuur: $P = A \cdot \sigma \cdot T^4$.
- *De wet van Ohm* gaat over de weerstand van een potloodstreep, de spanning over de streep en de stroomsterkte door de streep: $U = I \cdot R$.

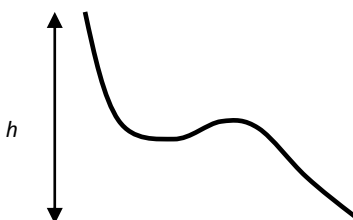
Er zijn veel meer voorbeelden van dit soort wetten. Deze formules kun je gemakkelijk opzoeken als je ze nodig hebt.

Er is een veel kleiner aantal algemene principes, die vrij abstract zijn en die daardoor moeilijker zijn om mee te leren werken. Maar als je ze beheerst, kun je in één klap een heleboel situaties begrijpen. Ze zijn van toepassing op situaties waar je te maken hebt met meerdere objecten die samen een *systeem* vormen.

Van object naar systeem

Neem als voorbeeld de vraag wat de eindsnelheid is van een knikker die van de helling in figuur 2.2 afrolt. Dit is een ingewikkeld probleem als je het probeert op te lossen met kracht en versnelling, want de kracht op de knikker is steeds anders. Maar als je gebruikmaakt van de *wet van behoud van energie*, is het in één keer klaar: $(\frac{1}{2} m \cdot v^2)_{eind} = (m \cdot g \cdot h)_{begin}$, dus $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

In dit voorbeeld van de knikker kijken we niet naar de knikker alleen, maar beschouwen het systeem van de knikker samen met de zwaartekracht van de aarde. Doordat de zwaartekracht werkt, is er zwaarte-energie. Op dit



Figuur 2.2 Helling

systeem *knikker-aarde* kunnen we de wet van behoud van energie toepassen, waarbij de ene energiesoort (zwaarte-energie) wordt omgezet in de andere energiesoort (kinetische energie). De energie van het systeem is behouden omdat er geen energie aan het systeem wordt toegevoerd of uit het systeem wordt afgevoerd. In de natuurkunde wordt dat een geïsoleerd systeem genoemd.

De wet van behoud van energie geldt ook als warmte een rol speelt, of elektrische energie. Het is een universele natuurwet voor systemen die als geïsoleerd beschouwd mogen worden. De wet van behoud van energie heeft een veel groter gebied van geldigheid dan de verbanden die we eerder zagen. Behoudswetten zijn diepzinniger en belangrijker dan die eenvoudige wetten.

Er zijn meer behouden grootheden, in eerdere modules kwam je ze tegen:

- energie
- massa
- impuls
- elektrische lading
- leptongetal
- baryongetal

In elke paragraaf van dit hoofdstuk gebruiken we een behoudswet of een combinatie van behoudswetten in een concrete situatie. Het gaat steeds om systemen die bestaan uit meerdere objecten: twee biljartballen die op elkaar botsen, een rooster van 12 weerstandjes, een grote hoeveelheid water die valt.

Door voorbeelden te kiezen uit de wereld van de atomen, uit het dagelijks leven, en uit de sterrenkunde, is te zien dat dezelfde natuurkundige principes worden toegepast op microscopische, macroscopische en kosmische schaal. In de slotparagraaf bekijken we gemeenschappelijke kenmerken van behoudswetten.

2.1 Poolbiljart

Stop Shot



Figuur 2.3 Poolbiljart

Als je bij het poolen een bal recht midden op een stilliggende bal laat knallen, schiet die andere bal rechtdoor met de oorspronkelijke snelheid van je speelbal, hopelijk recht in de pocket. Die bal die je stootte ligt na de botsing stil! Je kunt dit zelf proberen in een poolcafé of met knikkers in een gootje. Met de zoekterm ‘elastische botsing’ vind je animaties, met ‘Pool Stop Shot’ filmpjes. Als je filmpjes op [YouTube](https://www.youtube.com/) bekijkt, zijn alleen echt frontale botsingen van belang, waarbij de ene bal de andere precies in het midden raakt.

We willen verklaren hoe natuurwetten ervoor zorgen dat dit de enige mogelijke uitkomst van een frontale botsing van twee gelijke ballen is. Dit soort van problemen (botsingen tussen biljartballen, auto's, of deeltjes in een versneller) komt vaak voor in de natuurkunde. Tussen de botsende voorwerpen wordt impuls en energie uitgewisseld, maar bij de botsing zijn zowel de totale impuls als de totale energie behouden. Dit werd al opgemerkt door de zeventiende-eeuwse natuurfilosoof René Descartes (1596-1650). De wiskundige botsingregels die hieruit volgen zijn het werk van de Nederlandse wis-, natuur- en sterrenkundige Christiaan Huygens (1629-1695).

Vraagstelling

Een biljartbal botst met snelheid 3,0 m/s midden op een even zware biljartbal die stil ligt. Hoe kun je de snelheden van beide ballen na de botsing bepalen met behulp van behoudswetten? Is er maar één mogelijke uitkomst?

Uitwerking: behoud van energie en impuls

We beschouwen de twee ballen als één systeem. Nadat de je één van de ballen een stoot hebt gegeven is er geen kracht van buiten het systeem meer die de ballen beïnvloedt, er is alleen de elastische kracht *binnen* het systeem, die ontstaat als de twee ballen botsen. (We verwaarlozen de wrijving met het biljartlaken en spelen dus op een ideale biljarttafel.) Omdat op het systeem geen externe kracht werkt die de totale energie of de totale impuls van het systeem beïnvloedt, zijn zowel de totale energie als de totale impuls steeds behouden.

We noemen de bewegende bal ‘bal 1’ en de bal die stilligt ‘bal 2’. Voor een elastische botsing tussen de twee biljartballen is de kinetische energie voor en na botsing gelijk:

$$E_{\text{kin}} = \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \right)_{\text{begin}} = \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \right)_{\text{eind}}$$

In het voorbeeld wordt dat (nadat je de m en de factor $\frac{1}{2}$ hebt weggestreept):

$$(v_1^2 + v_2^2)_{\text{eind}} = (v_1^2 + v_2^2)_{\text{begin}} = (3,0)^2 = 9,0 \quad (1)$$

want bal 2 ligt stil in het begin en heeft dus snelheid en kinetische energie 0.

Aan de vergelijking kan door een heleboel eindsnelheden worden voldaan. Wat betreft de wet van behoud van energie maakt het niet uit hoe de energie na afloop van de botsing over beide ballen is verdeeld.

Maar ook de impuls is behouden in een botsing. Uit deze behoudswet kunnen we twee dingen afleiden. Ten eerste, impuls is een vectorgrootheid die in het huidige geval gericht is langs de verbindinglijn tussen de twee ballen; dat is zo vóór de botsing en ook na de botsing. We hoeven dus alleen maar te kijken naar de impuls in deze richting, dat is de enige richting waarin beweging zal zijn na de botsing. Voor het behoud van impuls hebben we dus maar één vergelijking. Die vergelijking is:

$$p = (m \cdot v_1 + m \cdot v_2)_{\text{begin}} = (m \cdot v_1 + m \cdot v_2)_{\text{eind}}$$

Dit wordt voor de twee biljartballen (na wegstrepen van de massa die gelijk is voor beide ballen):

$$(v_1 + v_2)_{\text{begin}} = (v_1 + v_2)_{\text{eind}} = 3,0 \quad (2)$$

Ook wat betreft dit verband zijn er vele mogelijkheden. Er is bijvoorbeeld ook de mogelijkheid om een negatieve snelheid te hebben, als één bal de andere kant op zou gaan bewegen. Als je kijkt naar de wet van behoud van impuls alleen, zouden bijvoorbeeld eindsnelheden $-2,0$ m/s en $+5,0$ m/s voldoen. Maar je ziet zo dat dan de energie niet behouden zou zijn.

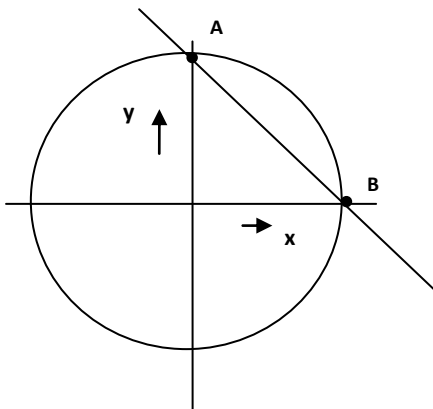
Oplossing met behulp van symmetrie

Elk van de vergelijkingen op zich is onvoldoende om de uitkomst van het proces vast te leggen. Maar als je ze combineert, dus als je zegt dat de oplossing moet voldoen aan beide vergelijkingen tegelijk, dan ligt de uitkomst wel vast. Wiskundig gezien heb je te maken met 'twee vergelijkingen met twee onbekenden', en dat is genoeg om de oplossing te kunnen bepalen.

In dit geval is er een eenvoudig argument dat zegt dat een oplossing mogelijk is waarbij bal 1 na afloop stilligt en bal 2 doorschiet met de oorspronkelijke snelheid van bal 1. Dat argument gaat als volgt:

- De beginsituatie, met $v_1 = 3,0$ en $v_2 = 0$, heeft zeker de goede totale energie en impuls.
- Omdat de massa's gelijk zijn, heeft een oplossing waarbij de rollen zijn omgedraaid ook de goede totale energie en impuls.
- Dus ook $v_1 = 0$ en $v_2 = 3,0$ is een goede oplossing.

Het verwisselen van v_1 en v_2 geeft dus al direct de oplossing. Dat komt omdat een verwisseling van v_1 en v_2 in de twee vergelijkingen (1) en (2) hele-



Figuur 2.4 Er zijn twee manieren om aan beide eisen te voldoen

maal niets uitmaakt. Natuurkundigen zeggen: de vergelijkingen zijn symmetrisch in v_1 en v_2 .

Grafische oplossing

De oplossing kan ook gevonden worden door de verbanden grafisch weer te geven. In de natuurkunde is het een standaard procedure om vergelijkingen die je wilt oplossen in een herkenbare wiskundige vorm te schrijven. In dit geval schrijven we de twee vergelijkingen in een standaard wiskundige vorm door de twee variabelen te hernoemen: $x = v_1$ en $y = v_2$. We hebben dan het wiskundige stelsel van twee vergelijkingen:

$$x^2 + y^2 = 9,0$$

$$x + y = 3,0$$

De eerste vergelijking waaraan moet worden voldaan vanwege behoud van energie, is die van een cirkel met straal 3,0. Wat deze wet betreft is elke uitkomst van het proces die overeenkomt met een punt op de cirkel in figuur 2.4 een goede uitkomst.

De andere vergelijking $y = -x + 3,0$ is de vergelijking van een dalende lijn. Wat de wet van behoud van impuls betreft, is het alleen noodzakelijk dat de oplossing ergens op de lijn in figuur 2.4 ligt.

In figuur 2.4 zie je direct dat er twee oplossingen zijn die aan *beide* voorwaarden voldoen, waarvan er één overeenkomt met de beginsituatie. De andere oplossing is automatisch de uitkomst van de botsing, dat is de oplossing waarin de rollen zijn omgedraaid, dus waarbij bal 1 stilstaat en bal 2 beweegt met 3,0 m/s. Je ziet ook de symmetrie terug in de figuur: die kun je spiegelen in de lijn $y = x$.

Algebraïsch oplossen van het stelsel vergelijkingen

Om te controleren of bovenstaande redeneringen inderdaad correct zijn, kun je het stelsel van vergelijkingen ook gewoon oplossen. Invullen van de tweede vergelijking in de eerste geeft:

$$x^2 + (3,0 - x)^2 = 2x^2 - 6,0x + 9,0 = 9,0$$

Dit is een kwadratische vergelijking, maar wel voor één onbekende en een heel gemakkelijke, want we kunnen dit direct vereenvoudigen tot:

$$2x^2 - 6,0x = 2x(x - 3,0) = 0$$

Deze vergelijking heeft twee oplossingen:

$$x = v_1 = 3,0$$

$$x = 0$$

In beide gevallen vind je dan met vergelijking (2) de waarde van de andere snelheid, y . De eerste oplossing komt overeen met de beginsituatie, de andere oplossing met de eindsituatie. Bal 1 ligt dan stil, bal 2 krijgt evenveel snelheid als bal 1 oorspronkelijk had.

Terugkijken

Eigenlijk hebben we drie keer hetzelfde probleem opgelost. Elke keer was de uitkomst dezelfde. Dat geeft vertrouwen: symmetrieargument, grafische en algebraïsche oplossing kloppen met elkaar.

Alle drie de oplossingsmethoden zijn ook te gebruiken als de snelheden verschillen. Zo zie je direct dat als een bal met 8,0 m/s botst tegen een bal die al met 3,0 m/s in dezelfde richting bewoog, de eerste bal na de botsing nog met 3,0 m/s vooruit zal gaan en dat de voorste bal met 8,0 m/s vooruit zal schieten. De symmetrie zegt dat die oplossing dezelfde energie en impuls heeft als de beginsituatie. Een grafische voorstelling met een grotere cirkel die de juiste totale energie weergeeft, en een dalende lijn met richtingscoëfficiënt -1 die door de juiste punten gaat, geeft dezelfde oplossing, en het oplossen van het stelsel van vergelijkingen ook.

Extra – Zwaartepuntstelsel

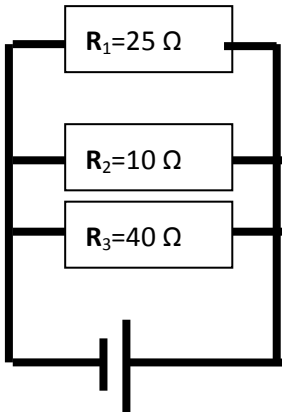
Christiaan Huygens heeft nog een manier bedacht om het probleem op te lossen die zeer veel wordt toegepast in de botsingsmechanica. Stel dat je de botsing zou bekijken vanuit een coördinatenstelsel dat beweegt met $\frac{1}{2}v_1$ naar bal 2 toe. Bekeken vanuit dat stelsel, heeft bal 1 de snelheid $v_1 = 1,5$ m/s en bal 2 de snelheid $v_2 = -1,5$ m/s. De twee ballen bewegen met even grote snelheid naar elkaar toe en de totale impuls is dus gelijk aan nul in dit coördinatenstelsel:

$$p_{\text{begin}} = (m \cdot v_1 + m \cdot v_2)_{\text{begin}} = 0 = p_{\text{eind}}$$

Men noemt dit coördinatenstelsel het zwaartepuntstelsel of ook wel het nul-impuls stelsel. In dit coördinatenstelsel keren de snelheden van de botsende ballen eenvoudig om. Een ander oplossing is er niet, want de impuls van het totale systeem moet nul blijven.

2.2 De weerstand van een rooster

De kracht van symmetrie



Figuur 2.5 Parallelschakeling.

De leidraad in dit hoofdstuk is: Als je niet alle informatie hebt over de uitkomst van een proces, kun je vaak een behoudswet gebruiken om alsnog alles te weten te komen.

In de parallelschakeling van figuur 2.5 heb je te maken met de hoofdstroom en de stromen in de drie parallelle takken. Voor elke tak afzonderlijk én voor de schakeling als geheel geldt $U = I \cdot R$. Tot zover niets nieuws.

Maar daaraan heb je niet genoeg om de situatie te beschrijven. De volgende relaties helpen:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_{\text{totaal}}$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_{\text{bron}}$$

Deze *wetten van Kirchhoff* gaan niet over één object, ze geven verbanden aan voor het systeem als geheel: in dit geval de schakeling van de drie weerstanden. Deze verbanden staan een stap hoger dan de wet van Ohm.

De beide wetten van Kirchhoff zijn een speciaal geval van algemenere behoudswetten. De eerste wet van Kirchhoff is een gevolg van de wet van behoud van elektrische lading. De stroom splitst zich op de knooppunten, of twee stromen voegen zich samen, maar er ontstaat nergens lading, er hoopt zich geen lading op, er lekt geen lading weg en er verdwijnt geen lading in het niets. De wet van behoud van elektrische lading is overal en altijd geldig, of het nu gaat om annihilatie en paarvorming, een radioactief vervalsproces, een chemische reactie of het opwekken van elektrische energie in een centrale, gewoon altijd, bij alle processen die je kent. Het is een universele natuurwet.

Zo is ook de tweede wet van Kirchhoff een speciaal geval van de wet van behoud van energie. Immers, de spanning tussen twee punten is de energie die een lading afgeeft tussen die twee punten. Als het stuk tussen die twee punten in twee gedeeltes wordt verdeeld, geldt dat als een lading door die twee gedeeltes stroomt, de in totaal afgegeven energie gelijk is aan in het eerste deel afgegeven energie plus de in het tweede deel afgegeven energie.

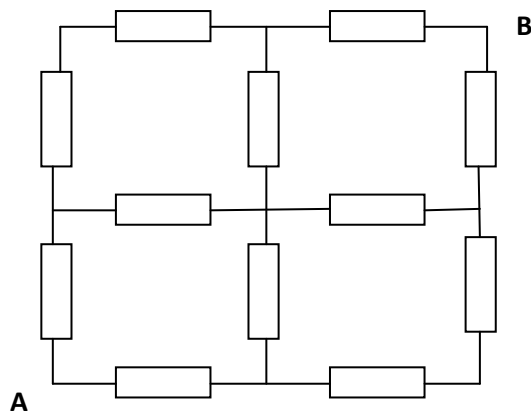
In natuurkundige problemen is het vaak de moeite waard eerst dit soort algemene principes toe te passen. Daarbij hoort ook het toepassen van symmetrieprincipes. In het algemeen gezegd, is een symmetrie van een natuurkundig systeem een natuurkundig of wiskundig kenmerk van dit systeem dat onder een bepaalde verandering ‘bewaard’ blijft. Als in een sys-

teem een bepaalde regelmatigheid wordt waargenomen dan leidt dat meestal tot een vereenvoudiging van de probleemstelling.

We illustreren hoe dit werkt in het onderstaande voorbeeld van een schakeling van weerstanden.

Vraagstelling

Wat is de weerstand tussen de punten A en B in figuur 2.6? Elke afzonderlijke weerstand is gelijk aan $1,0 \, \Omega$. Het is duidelijk dat de lading meerdere weerstanden achter elkaar moet passeren, wat dat betreft is de totale weerstand groter dan $1,0 \, \Omega$. Maar er zijn meerdere wegen om van punt A naar punt B te gaan, dat maakt de vervangingsweerstand lager. Welk effect wint het, wat is de vervangingsweerstand tussen A en B en is die groter of kleiner dan $1,0 \, \Omega$? Als de spanning groot wordt, welke van de weerstandjes worden dan roodgloeiend?



Figuur 2.6 Rooster van gelijke weerstanden

Het rooster is een combinatie van serie- en parallelschakelingen, maar het is niet zo eenvoudig om de totale weerstand te bepalen omdat er geen duidelijke verdeling in parallelle stukjes en stukjes in serie te maken is. Met behulp van behoudswetten en de symmetrie van het systeem lukt het wel.

Analyse

Als tussen de punten A en B van het rooster een spanning van $U = 1,0 \, \text{V}$ wordt aangelegd, geldt de wet van ohm: $U = I \cdot R$, dus in dit geval $R = 1,0/I$.

Als we de totale stroomsterkte I kunnen bepalen, weten we dus de totale weerstand R .

Je ziet zo dat er symmetrie is in het rooster. Laten we eens zien hoe we dat gegeven kunnen gebruiken:

Dit is de tweede *wet van Kirchhoff*. Omdat de afzonderlijke weerstanden gelijk zijn aan $1,0 \, \Omega$ geldt

$$\frac{1}{2} I \cdot 1,0 \, \Omega + \frac{1}{4} I \cdot 1,0 \, \Omega = 0,5 \, V$$

Hieruit volgt $\frac{3}{4} I = 0,5 \, A$, ofwel :

$$I = 2/3 \, A$$

Conclusie

De puzzel is opgelost. Voor de hele schakeling geldt $U_{\text{totaal}} = 1,0 \, V$ en $I_{\text{totaal}} = 0,66667 \, A$, dus

$$R_{\text{totaal}} = 1 / 0,6667 = 1,5 \, \Omega$$

Daarmee is de totale weerstand bekend, hij is groter dan $1,0 \, \Omega$.

Bovendien weten we nu dat er linksonder en rechtsboven in totaal vier weerstandjes zijn waardoor twee keer zoveel stroom loopt als door de andere. Dit zijn de weerstandjes die bij een grote aangelegde spanning zullen gaan gloeien.

Terugkijken

In het hele probleem hebben we niet gerekend met serie- of parallelweerstand. De symmetrie van het probleem en de behoudswetten waren voldoende. Deze combinatie van symmetrie en behoudswetten blijkt in veel gebieden van de natuurkunde toepassing te hebben, bijvoorbeeld in de reacties van elementaire deeltjes (Zie de module 'Deeltjes en hun interacties'). Een check op het resultaat is mogelijk, maar kost wel wat inspanning: je zou de schakeling echt kunnen bouwen en met een multimeter de vervangingsweerstand meten. Een simulatieprogramma als [Crocodile Clips](#) biedt ook mogelijkheden.

2.3 Waterstraal

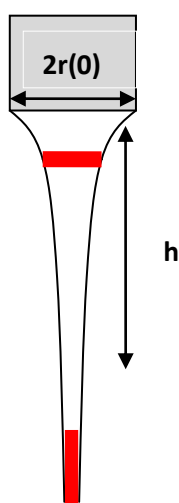
Panta rhei



Figuur 2.8 Wat je uit de uitlaat ziet komen is waterdamp die condenseert.



Figuur 2.9 Waterstraal die smaller wordt



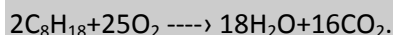
Figuur 2.10 Waterstraal, met twee keer eenzelfde volume rood gemaakt

Massa komt niet uit het niets en verdwijnt niet zomaar, het is een behouden grootheid. Dit ken je uit de scheikunde: Bij een reactie hergroeperen de atomen zich in nieuwe combinaties, de moleculen van de reactieproducten. Als je alle stoffen die reageren en alle reactieproducten bekijkt, is het totale aantal atomen van elk element behouden. De totale massa dus ook. Het volgende voorbeeld illustreert dit:

Meer eruit dan erin?

Een autoreclame vermeldt het benzineverbruik en de uitstoot van het broeikasgas CO_2 . De waardes zijn: het verbruik is '17,5 km/l' en de uitstoot is '150 g/km'. Die waardes lijken niet met elkaar te kloppen, want er wordt $1/17,5 = 0,057$ liter benzine per kilometer verbrand, en dat heeft een massa van slechts $m = \rho \cdot V = 0,81 \text{ kg/L} \cdot 0,057 \text{ L} = 0,046 \text{ kg} = 46 \text{ g}$. De uitstoot in die kilometer is 150 g kooldioxide, dus er komt meer dan drie keer zoveel massa uit de uitlaat van de auto dan er bij de benzinepomp in de tank is gegaan.

Uiteraard is hier wel degelijk voldaan aan de wet van behoud van massa. De extra massa komt uit de lucht. Aan de reactievergelijking van de verbranding van octaan, een bestanddeel van benzine, zie je dat zuurstofatomen verantwoordelijk zijn voor de rest van de massa:



Alleen die koolstofdioxide heeft al meer massa dan het octaan, er komt ook nog waterdamp uit de uitlaat. Al die extra massa haalt de auto dus uit de lucht.

De wet van behoud van massa is niet alleen bij chemische reacties geldig. Hij is ook van toepassing als massa zich verplaatst. Dat gebruiken we in de casus van deze paragraaf.

Vraagstelling

Water dat uit de kraan komt, versnelt door de zwaartekracht. De straal wordt steeds smaller naarmate je verder onder de kraan kijkt. Dat komt doordat het water steeds sneller beweegt, terwijl op elke hoogte per seconde evenveel massa moet passeren. Hoe kunnen we uit dit gegeven het wiskundige verband voor de breedte van een waterstraal als functie van de afstand onder de kraan afleiden?

Wiskundig model

De diameter van de waterstaal is bovenaan net zo groot als de diameter van de opening waar het water uit komt. We rekenen liever met de *straal* van de cirkelvormige doorsnede, die we r noemen. Bovenaan, als het water nog 0 meter is gevallen, is de straal gelijk aan $r(0)$. Een realistische waarde daarvoor is 1,0 cm.

De snelheid in dit bovenste punt noemen we $v(0)$. Een realistische waarde vind je door te kijken hoeveel water er uit de opening stroomt in een bepaalde tijd. Uit een kraan in de badkamer taptten we 1,0 L water in 24 seconden. Door de opening stroomde $1/24 \text{ L/s} = 0,042 \text{ L/s} = 4,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$.

Dit is gelijk aan de oppervlakte van de doorsnede maal de snelheid waarmee het water beweegt, dus het volume per tijdseenheid is

$$\pi r^2 \cdot v = 3,14 \cdot (1,0 \cdot 10^{-2})^2 \cdot v \text{ m}^3/\text{s}$$

Voor de snelheid vind je

$$v = \frac{4,2 \cdot 10^{-5}}{3,14 \cdot 10^{-4}} = 0,13 \text{ m/s}$$

Als het water h meter naar beneden is gevallen, is de straal gelijk aan $r(h)$ en de snelheid $v(h)$. Door waarneming zie je dat de straal steeds smaller wordt als de afstand onder de kraan toeneemt. Wat is nu het wiskundige verband $r(h)$ als functie van de afstand onder de kraan?

De vorm van een waterstraal

Bij het bepalen van de precieze wiskundige vorm die aangeeft hoe breed de straal is op een bepaalde hoogte, gebruiken we eerst de *wet van behoud van massa*.

1. Op elke hoogte passeert dezelfde hoeveelheid water per seconde, in het voorbeeld $4,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$. Omdat bij grotere h , dus verder onder de kraan, er *in verticale richting* per seconde een groter stuk passeert dan vlak onder de kraan, moet de straal in *horizontale richting* wel smaller worden, anders zou er ineens in totaal meer water per seconde langskomen. Dit zegt de *wet van behoud van massa*: er komt niet ineens water bij, er verdwijnt onderweg ook geen water, al het water passeert alle hoogtes.

In een korte tijd Δt passeert er een volume in de vorm van een cilindertje waarvan de hoogte gelijk is aan $v \cdot \Delta t$ en waarvan de oppervlakte van de cirkelvormige doorsnede gelijk is aan $A = \pi \cdot r^2$. Dit volume is op elke hoogte gelijk, dus

$$\pi \cdot r(h)^2 \cdot v(h) \cdot \Delta t = \pi \cdot r(0)^2 \cdot v(0) \cdot \Delta t$$

Hieruit volgt het verband:

$$r(h) = \sqrt{v(0)/v(h)} \cdot r(0)$$

Hierin is $v(h)$ nog een onbekende grootte.

Extra – Flux

De grootte

$\Phi = \dots$ wordt de *flux* genoemd (snelheid maal oppervlak). Dit is het aantal kubieke meter water dat per seconde voorbij stroomt op hoogte h . De wet van behoud van massa kunnen we dus ook schrijven als behoud van flux:

$$\Phi = \Phi$$

2. Er is echter nog een tweede algemene relatie die we kunnen toepassen, namelijk *de wet van behoud van energie*. Het totaal van kinetische en zwaarte-energie moet hetzelfde blijven. Toepassen hiervan geeft een verband het tussen de snelheid op h meter onder de kraan en de beginsnelheid:

$$\frac{1}{2} m \cdot v(0)^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v(h)^2$$

Daaruit volgt:

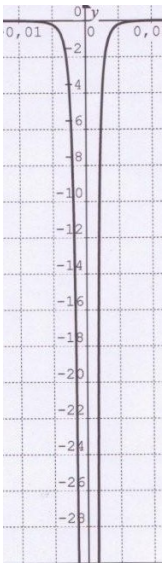
$$v(h) = \sqrt{v(0)^2 + 2 \cdot g \cdot h}$$

Bijvoorbeeld 10 cm onder de kraan is de snelheid gelijk aan

$$\sqrt{0,13^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot 0,10} = 1,46 \text{ m/s}$$

Dit is aanzienlijk groter dan de beginsnelheid $v(0)=0,13$ m/s. Voor de breedte van de straal op die hoogte vind je

$$r(0,10) = v(0,13/1,46) \cdot 1,0 \text{ cm} = 0,30 \text{ cm}.$$



Figuur 2.11 Uitkomst van de modelberekening

Conclusie

Als je het verband voor $v(h)$, dat we vonden onder 2, invult in het verband voor $r(h)$ dat we vonden onder 1, krijg je een functie die de breedte als functie van de hoogte geeft:

$$r(h) = \left(\frac{1}{1 + 2gh / v(0)^2} \right)^{1/4} \cdot r(0)$$

Deze functie kun je plotten, zie figuur 2.11. De vorm lijkt aardig op wat je in het echt ziet, terwijl we bijvoorbeeld de luchtweerstand en de stroperigheid van het water hebben verwaarloosd. Met het eenvoudige model waarin alleen de wet van behoud van energie en de wet van behoud van massa zijn verwerkt, zijn we tot een redelijk kloppend resultaat gekomen.

2.4 Samenvatting



Figuur 2.12 Wetboek

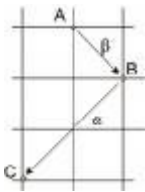
Natuurkunde lijkt als je ermee begint te bestaan uit een heleboel formules, die je allemaal moet leren begrijpen. Veel daarvan zijn echter verbanden die alleen van toepassing zijn op de eigenschappen van één enkel object. Die formules kun je gemakkelijk opzoeken als je ze nodig hebt. En ze werken allemaal hetzelfde: als je de waardes van alle grootheden kent op één na, dan kun je de waarde van die laatste grootheid uitrekenen.

Er is een veel kleiner aantal algemene principes, die vrij abstract zijn en die daardoor moeilijker zijn om mee te leren werken. Maar als je ze beheerst, kun je in één klap een heleboel situaties begrijpen. In deze module is dat geïllustreerd aan de hand van voorbeelden waar je behoudswetten kunt gebruiken. Als er een symmetrie is, maakt dat het ook gemakkelijker de uitkomst te vinden. Hieronder vatten we de belangrijkste eigenschappen van behoudswetten nog eens samen.

Continue en discrete behoudswetten

Je kunt behouden grootheden indelen in twee types: *continu* en *discreet*. Energie, impuls en massa zijn continue grootheden. Voorwerpen kunnen elke willekeurige hoeveelheid van die grootheid hebben. Bij botsende biljartballen of vallend water heb je te maken met continue behoudswetten.

Elektrische lading is een discrete grootheid, de mogelijke waarden zijn gehele veelvouden van de lading van een elektron. Bij radioactief verval of bij een deeltjesproces zoals annihilatie heb je te maken met de discrete wetten behoud van elektrische lading. Ook de wet van behoud van leptongetal is een discrete behoudswet.



Figuur 2.13 Een isotopenkaart is een rooster: Z en N nemen discrete waarden aan

Behoudswetten bepalen welke uitkomsten mogelijk zijn

Een behoudswet legt iets vast over de uitkomst van een proces. We zagen dit bij de botsende biljartballen: na de botsing is niet elke beweging van beide ballen mogelijk, er is slechts één mogelijke uitkomst, die altijd en overal zal optreden als de ene bal op de andere wordt geschoten.

Andere voorbeelden:

- Als je weet wat de elektrische lading is van het deeltje dat door een kern wordt uitgezonden en wat de lading is van de kern waarmee je begon, dan ligt vast wat de lading is van de kern die ontstaat.
- Als een hoeveelheid water in verticale richting steeds sneller beweegt, dan moet de horizontale afmeting kleiner worden.

Als je niet alle informatie hebt over de uitkomst van een proces, kun je vaak een behoudswet gebruiken om alsnog alles te weten te komen. Voorbeelden:

- Als een elektrische stroom van 1,0 A zich splitst in twee takken, en je meet dat de stroomsterkte in de ene tak gelijk is aan 0,27 A, dan weet je zonder een extra meting te doen dat de stroomsterkte in de andere tak gelijk is aan 0,73 A. Dit volgt uit de wet van behoud van elektrische lading.
- Je ziet dat een kern een elektron uitzendt, maar je weet niet of er nog een deeltje uitkomt. De wet van behoud van leptongetal vertelt je dat er ook een antineutrino moet ontstaan.

Een bijzonder belangrijke behoudswet is de wet van behoud van energie . Dit is een uitspraak die geldig is voor alle soorten energie in alle situaties in het hele heelal. Dit is daarom pas echt een universele natuurwet.

Als je deze wet eenmaal begrijpt, kun je bijvoorbeeld

- De eindsnelheid uitrekenen van alles wat zonder weerstand van hoogte verandert op een willekeurig hemellichaam.
- De temperatuurstijging van remschijven uitrekenen als de bewegings-energie van een voertuig wordt omgezet in warmte.
- Uitrekenen hoeveel elektrische energie een windmolen uit een luchtstroom kan halen.
- Begrijpen dat de spanningen in een parallelschakeling in alle takken gelijk is en dat je in een serieschakeling de spanningen moet optellen om de totale spanning te krijgen.
- Begrijpen wat de stralingsintensiteit is op een bepaalde afstand van een ster of van een lamp.

Bevat je systeem alle relevante processen?

Bij een steen die valt van een hoogte van 1,0 m, volgt de eindsnelheid direct uit het toepassen van $(\frac{1}{2} m \cdot v^2)_{eind} = (m \cdot g \cdot h)_{begin}$. Maar als de steen van heel grote hoogte valt, blijkt de eindsnelheid lager te zijn dan je op deze manier uitrekent. Toch is de wet van behoud van energie wel geldig, alleen moet de energievorm 'warmte' ook in de berekening worden betrokken: bij hoge snelheden ontstaat warmte door luchtwrijving.

Bij het toepassen van een behoudswet, moet je altijd zorgen dat je het complete systeem bekijkt. Als de lucht energie opneemt in de vorm van warmte, is de wet van behoud van energie alleen geldig voor het totale systeem: steen + lucht. Zo is de wet van behoud van impuls niet geldig als je bij een botsing alleen kijkt naar de impuls één bewegende biljartbal. Die bal raakt zijn impuls kwijt bij het botsen. De wet van behoud van impuls is geldig als je naar het systeem van beide ballen samen kijkt.

Universaliteit

Een universele natuurwet geldt op alle schalen, van microscopisch via macroscopisch tot kosmisch. Behoud van lading geldt bij deeltjesprocessen, bij de stromen in een transformatorhuisje, en bij kernfusie in sterren.

Deze universaliteit geldt ook voor de wet van behoud van energie en voor alle andere behoudswetten: Wat we deden voor botsende biljartballen is ook geldig voor botsende deeltjes in een deeltjesversneller en voor botsende hemellichamen.

Deze universaliteit maakt het begrip 'behoudswet' zo'n krachtig principe.



Figuur 2.14 Emmy Noether

Extra – Behoudswetten en symmetrie

We gingen hierboven van specifiek voorbeeld naar algemeen verband naar behoudswet. Er is nog een stap hoger. Emmy Noether, de grootste vrouwelijke wiskundige in de geschiedenis tot nu toe, heeft een stelling bewezen die bepaalt welke behoudswetten bestaan.

Als je met een object iets kunt doen, bijvoorbeeld draaien, en het object blijft daarbij hetzelfde, dan is dat een 'symmetrie' van dat object. De lege ruimte heeft ook symmetrieën: als je hem verschuift, blijft het dezelfde lege ruimte. Als je hem draait ook.

Noether bewees dat elke symmetrie van de ruimte leidt tot een behouden grootheid. Dat de ruimte symmetrisch is voor verschuivingen, geeft bijvoorbeeld impulsbehoud. Energiebehoud volgt uit het feit dat de lege ruimte hetzelfde blijft als de tijd vooruitgaat.

Opgaven

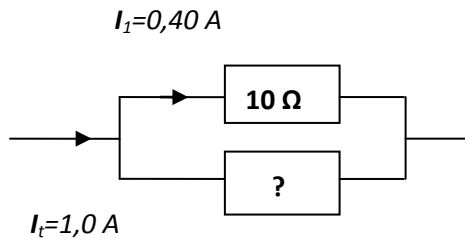
Inleiding

24 Wien en de universaliteit

Geef tenminste drie heel verschillende situaties waarbij de stralingswet van Wien van toepassing is.

25 Newton van object naar systeem

Leg uit dat de derde wet van Newton niet gaat over een enkel object, maar over een groter systeem.



Figuur 2.15 Parallelschakeling

26 Schakeling

In de schakeling van figuur 2.15 is één weerstand onbekend. Bereken die weerstand.

27 Schampen

Een biljartbal die beweegt met snelheid $10,0\text{ m/s}$ schampt een even zware stilliggende biljartbal. Daarna beweegt de eerste biljartbal verder met snelheid $9,0\text{ m/s}$.

- Bereken met behulp van de wet van behoud van energie de snelheid van de andere biljartbal.

Als je de twee eindsnelheden bij elkaar optelt, komt er niet de oorspronkelijke $10,0\text{ m/s}$ uit.

- Leg uit dat dit niet in strijd is met de wet van behoud van impuls. Leg daarbij ook uit in welke situatie de som van de eindsnelheden wél gelijk moet zijn aan de som van de beginsnelheden.

§ 2.1 Poolbiljart

28 Frontale botsing

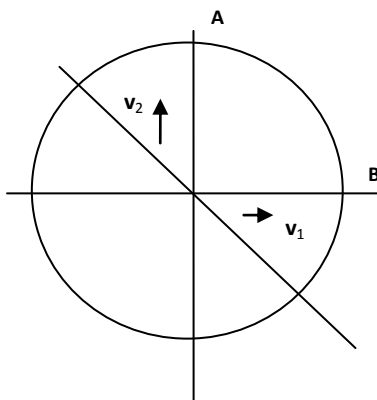
Twee biljartballen met gelijke massa botsen frontaal op elkaar. Beide ballen hebben vóór de botsing een snelheid van $3,0\text{ m/s}$. Omdat ze in tegengestelde richtingen bewegen, zeggen we dat $v_{1,\text{begin}} = 3,0\text{ m/s}$ en $v_{2,\text{begin}} = -3,0\text{ m/s}$.

Een eindsituatie waarbij beide ballen stilliggen is mogelijk wat betreft de wet van behoud van impuls, maar niet wat betreft de wet van behoud van energie.

- Leg dit uit.
- Leg uit dat de beide vergelijkingen waaraan de eindsituatie moet voldoen luiden $v_1^2\text{ eind} + v_2^2\text{ eind} = 18$ en $v_{1,\text{eind}} + v_{2,\text{eind}} = 0$.
- Bepaal de oplossingen van dit stelsel van vergelijkingen, door in de eerste vergelijking in te vullen dat $v_{2,\text{eind}} = -v_{1,\text{eind}}$.
- Omschrijf de eindsituatie.

In figuur 2.16 zie je de situatie getekend.

- Leg uit dat de rechte lijn inderdaad door de oorsprong moet gaan.
- Leg uit hoe je de eindsnelheden kunt aflezen in de figuur.
- Laat zien dat uit de vergelijkingen volgt dat in de eindsituatie bal 1 de oorspronkelijke snelheid van bal 2 heeft, en andersom, zonder dat je het stelsel vergelijkingen hoeft op te lossen.
- Als de ene bal zwaarder is dan de andere, gaat dit argument niet op. Leg uit waar het mis gaat.



Figuur 2.16 Frontale botsing



Figuur 2.17 Botsing van sterrenstelsels

29 Kosmische botsingen

Als twee sterrenstelsels botsen, gelden de wet van behoud van impuls en de wet van behoud van energie. Toch zijn wat deze wetten betreft heel verschillende eindsituaties mogelijk. Als bijvoorbeeld twee stelsels met evenveel sterren met tegengesteld gerichte, maar in grootte gelijke gemiddelde snelheid op elkaar botsen, kan een eindsituatie voldoen waarbij beide stelsels min of meer door elkaar heen zijn gevlogen en elk hun weg vervolgen, maar ook kan één groot stelsel voldoen dat als geheel stilstaat, maar waarbinnen alle sterren kriskras door elkaar bewegen.

Leg uit hoe het kan dat bij de botsing van twee sterrenstelsels de uitkomst minder vastligt door de twee behoudswetten, dan bij de botsing van twee biljartballen.

30 Microbotsingen

Als een deeltje tegen een atoom botst, kan het zo zijn dat de totale kinetische energie van deeltje en atoom samen na de botsing kleiner is dan het totaal vóór de botsing.

- Waar is de overige energie gebleven?
- Met welke formule kun je bepalen welke kleur licht dit atoom korte tijd na de botsing zal uitzenden?

Een stilstaand natriumatoom zendt een foton uit met golflengte 589 nm.

- Bereken de snelheid waarmee het atoom na het uitzenden zal bewegen, door de 'terugslag' van het uitzenden van het foton.

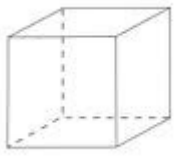
31 De kosmische reis van een foton

Een foton dat genoeg energie $E = h \cdot f$ heeft voor paarvorming, blijft gedurende zijn hele reis van een ster naar de aarde bestaan. Pas in de atmosfeer verdwijnt het en vindt paarvorming van een elektron en een positron plaats. Dit heeft te maken met behoudswetten. Het foton heeft namelijk ook een impuls $p = h \cdot f / c$.

- Hoeveel energie moet een foton ten minste hebben om een elektron-positronpaar te vormen?

Als de energie net genoeg is, zouden wat de energie betreft een elektron en een positron zonder kinetische energie kunnen ontstaan.

- Leg uit dat dit niet kan vanwege impulsbehoud.
- Leg uit waarom het in de atmosfeer ineens wel kan.



Figuur 2.18 Elke ribbe heeft een weerstand van $1,0 \Omega$.

§ 2.2 De weerstand van een rooster

32 De weerstand van een kubusje

Twaalf weerstandjes van $1,0 \Omega$ zijn geschakeld als de ribben van een kubus. De volgende stappen zijn bedoeld om te bepalen hoe groot de weerstand is als je hem meet van een hoekpunt tot het verst weggelegen hoekpunt, dus van links-onder-voor tot rechts-boven-achter.

- Leg uit waarom linksonder drie gelijke stroompjes $1/3 I$ vertrekken.
- Maak een tekening van een kubus waarin je de drie posities waar deze stroompjes aankomen aangeeft met een sterretje.
- Leg uit dat deze drie punten allemaal dezelfde potentiaal hebben.

Behalve het beginpunt, het eindpunt en deze drie punten, zijn er nog drie punten over.

- Leg uit dat vanuit elk van deze drie punten een stroom $1/3 I$ naar het eindpunt loopt.
- Markeer deze drie punten in je tekening met een klein blokje.
- Leg uit waarom er in elke verbinding tussen een punt met een sterretje en een punt met een blokje een stroom moet lopen van $1/6 I$.
- Bereken de stroomsterkte I bij een spanning van $1,0 \text{ V}$. Doe dit door het verband $U = I \cdot R$ te gebruiken, gecombineerd met de regel voor de spanningen in een serieschakeling met drie weerstanden.
- Bereken de totale weerstand tussen beginpunt en eindpunt.
- Welke ribben zullen het eerst gaan gloeien als je de spanning opvoert?

§ 2.3 Waterstraal

33 Bomen, roest en adem

- Een eikeltje groeit uit tot een woudreus. Leg uit waar al deze kilo's hout vandaan komen.
- Een stuk ijzer roest. Is het daarna zwaarder of lichter geworden?
- Is de massa van wat je uitademt kleiner, gelijk, of groter dan de massa van wat je inademt? Leg uit hoe de wet van behoud van massa hier kan worden toegepast.

34 Symmetrische straal

Als je bij het zoeken naar de vorm van een waterstraal begint met te zeggen "we zoeken $r(h)$ ", maak je al een aanname over de symmetrie van de oplossing.

Leg uit welke aanname dat is.

35 Eenheden

Leg uit dat onderstaande formule links en rechts van het =teken dezelfde eenheid heeft.

$$r(h) = \left(\frac{1}{1 + 2gh / v(o)^2} \right)^{1/4} \cdot r(o)$$



Figuur 2.19 Waterval

36 Waterval

Een waterval stort over een grote breedte omlaag. Bovenaan heeft het water een snelheid van 1,0 m/s en een dikte van 1,0 m. Neem aan dat het water een scherm vormt, en niet in losse stralen gaat vallen.

- Bereken de snelheid van het water als functie van de hoogte h die het water naar beneden valt.
- Leid een formule af die de dikte van het scherm geeft als functie van de hoogte. Neemt de dikte sneller of minder snel af dan de dikte van een waterstraal uit de kraan?

37 Annihilatie

- Geef de reactievergelijking van de annihilatie van een elektron en een positron.
- Leg uit dat bij dit proces niet is voldaan aan de wet van behoud van massa en ook niet aan de wet van behoud van energie. Via welk verband gaat massa over in energie?
- Formuleer de behoudswet die in de plaats komt van de wet van behoud van energie en de wet van behoud van massa.

§ 2.4 Samenvatting

38 Natuurwet in een gedicht

Het gedicht *Herinnering aan Holland* van Hendrik Marsman begint met:

Denkend aan Holland

zie ik breede rivieren

traag door oneindig

laagland gaan

- Leg uit dat als een rivier breder wordt, hij wel trager moet gaan stromen.
- Welke behoudswet is hier van toepassing?



Figuur 2.20 Blijde

39 Energieke wapens?

Bij een *blijde*, een middeleeuws wapen om projectielen te lanceren, afgebeeld in figuur 2.20, kwam de grote balk met een klap tot stilstand, nadat het projectiel al weg was.

Leg met behulp van de wet van behoud van energie uit dat dit een inefficiënt wapen was.

40 Welke wet?

Welke behoudswet bepaalt de uitkomst in de volgende processen?

- Bij een tsunami haalt het achterste deel van een golf het voorste deel in. De golf wordt daardoor smaller: de afstand tussen de voorkant en de achterkant wordt kleiner. De golf wordt daarbij hoger.
- Het heelal zal blijven uitdijen, er is niet genoeg massa in het heelal om door middel van de zwaartekracht te komen tot een Big Crunch.

41 Belang

Leg in je eigen woorden uit waarom de regel $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ minder belangrijk is dan de Wet van Behoud van Energie.

42 Hybride auto

Een hybride auto zet bij het remmen de kinetische energie van de auto om in elektrische energie.

- Maak een beredeneerde schatting van de hoeveelheid energie waar het om gaat, per keer remmen in de stad.
- Maak een schatting van het percentage van de tijdens een stadsrit verbruikte energie dat gaat zitten in het steeds opnieuw optrekken, en het percentage dat gaat zitten in het met constante snelheid rijden.
- In welke energiesoort wordt de kinetische energie omgezet als een niet-hybride auto remt?

43 Creatie

- Leg uit dat bij de creatie van een elektron-positronpaar uit een foton wordt voldaan aan de wet van behoud van leptongetal.
- Leg uit of deze wet een discrete of een continue behoudswet is.

44 Waarom is het 's nachts donker?

De intensiteit van de straling van een ster als functie van de afstand wordt gegeven door $I = P/4\pi r^2$.

- Leg uit dat dit een gevolg is van de wet van behoud van energie.
- Leg uit dat dit een symmetrisch resultaat is.

Als het heelal oneindig groot zou zijn, met overal dezelfde dichtheid aan sterren, en als dat heelal bovendien al oneindig lang zou bestaan, zou het 's nachts niet donker zijn.

- Leg uit dat je in het beschreven model van een heelal vanaf elke afstand evenveel licht zou ontvangen en dat de totale hoeveelheid licht oneindig groot zou zijn.
- Wat is je conclusie over het model van heelal?
- Leg uit dat je niet te ver van een antenne moet zijn om een signaal voor je telefoon te kunnen ontvangen.

α -straling heeft in lucht een dracht van slechts enkele decimeters. Dat wil zeggen dat de intensiteit sneller afneemt dan met $1/r^2$, de intensiteit is al snel gelijk aan nul. Dit lijkt in tegenspraak met de wet van behoud van energie.

f. Leg uit wat er met de kinetische energie van de α -deeltjes gebeurt.