

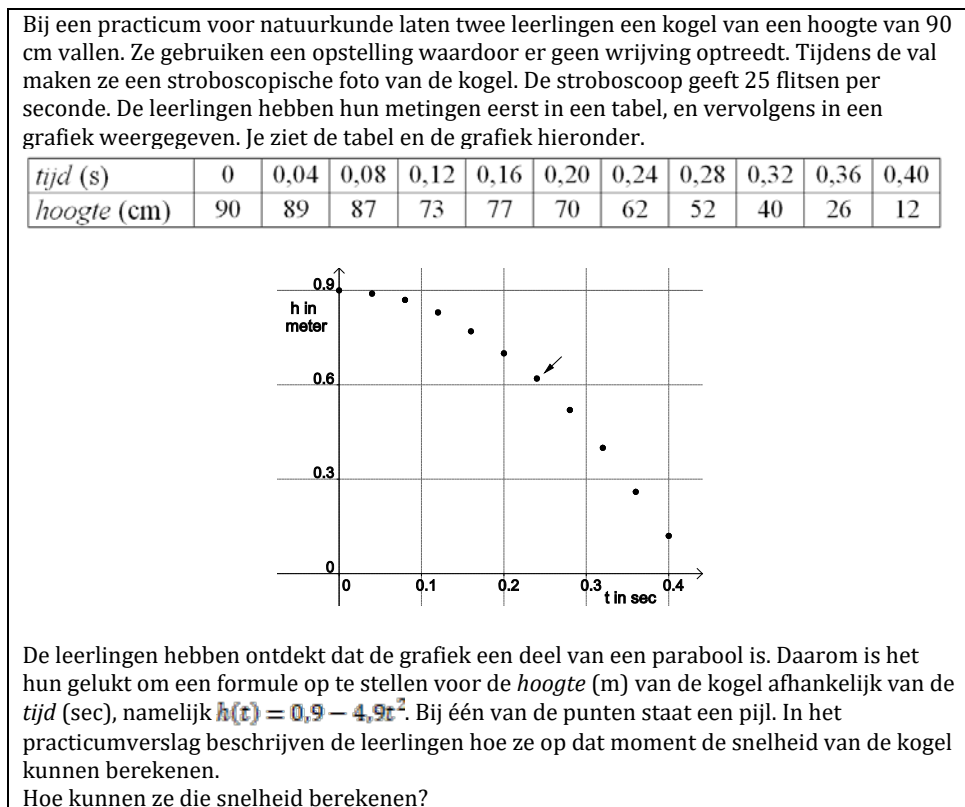
Bijlage A: Opdracht tijdens college vakdidactiek wiskunde

Hieronder zie je de opdracht Kogel. Deze opdracht is in het onderzoek van Roorda (2012) gebruikt om inzicht te krijgen in het denkproces van leerlingen.

Daaronder zie je het hard-op denk protocol van een leerling, Bob.

Bob is een leerling en VWO 5. Hij heeft aan deze opdracht gewerkt tijdens een hardopdenk sessie in november. Drie weken voor dit moment heeft hij de toets gehad over het hoofdstuk 'afgeleide functies' uit Getal en Ruimte NG/NT deel 4 (editie 1999)

Maak een overzicht van de oplossingsmethoden die Bob toepast.



Figuur 4.2 De opdracht Kogel

Opdracht Kogel

I: Je hebt de som al gelezen?

B: Ja en een punt is zeg maar... het tweede punt is op 0,04...[wijst naar het punt in de grafiek] oh ja dat staat er sorry [leest, denkt na] nou volgens mij kan ik gewoon[denkt na] volgens mij moet ik dat doen met een raaklijn [met de potloodpunt een raaklijn tekenen, nou in ieder geval dat principe zeg maar. En eh ja volgens mij...wiskunde kon je een afgeleide formule doen, alleen wat was dat ook al weer.

I: Ja.

B: [denkt na] ik zal eerst even opschrijven wat hij [denkt na, telt in grafiek] 1 2 3 4 5 6 7 punten [schrijft] 0,24 seconden en dat is 62cm. Eh goed[denkt na].

I: Je kunt ook gewoon een manier doen waarvan je denkt zo werkt het wel goed en dan kan je de andere manier gebruiken om het te controleren? Want je noemt eigenlijk twee dingen.

B: Ja[denkt na] alleen ja.

I: Ja.

B: [denkt na] Ik ben aan het nadenken wat die afgeleide formule bedoeld was.

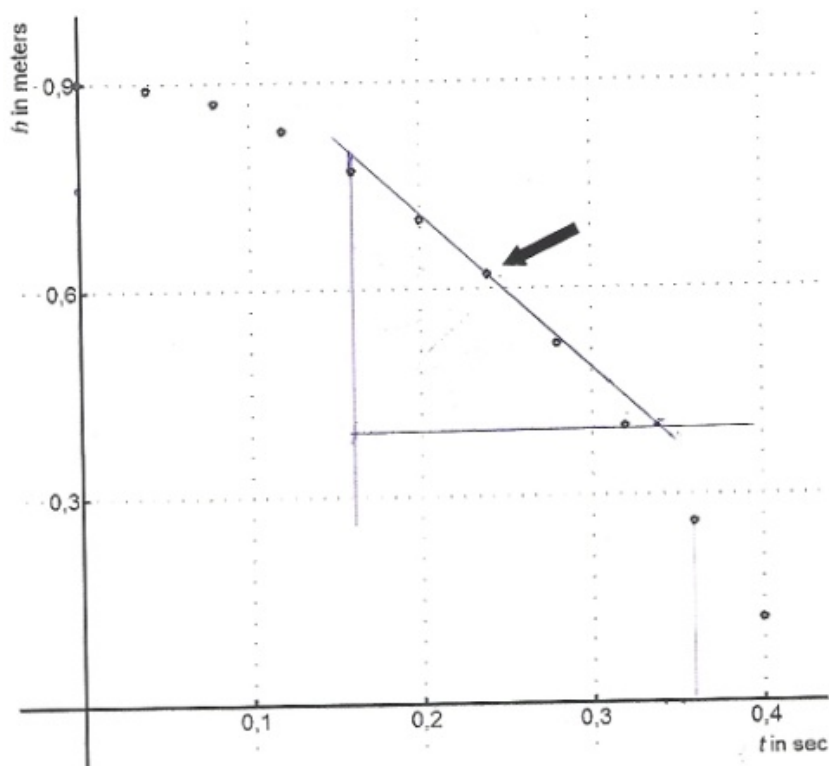
I: Maar waarom denk je dat je dat kan gebruiken?

B: Nou volgens mij was dat als je hoogte en tijd, of een een afstand tijd grafiek en dan kon je de snelheid in de afgeleide formule vinden.

I: O.K.

B: [denkt na] dus dan eh [leest, denkt na] nou dat ...je kan sowieso volgens mij de....de raaklijn maken van dit punt en dan heb ik ook eh, zeg maar de steilheid in dat punt en de oppervlakte onder de grafiek is dan de snelheid. Volgens mij. [tekent de raaklijn aan de grafiek] dus dan kan ik eh.

B: [denkt na en leest] nou heb ik een raaklijn gemaakt. [tekent in grafiek een driehoek eraan vast.] Als ik die nou zo hier stop en dan en hem nog iets verder door trek.... dus dan doe ik hem zo en dan heb ik dit punt. Kan ik gebruiken denk ik. Al ik hem nou zo [meet in grafiek] of dat ik zeg maar dit....en nou kan ik de oppervlakte in . Nee klopt dit nou trouwens? Ja volgens mij klopte die . Nou nou kan ik de oppervlakte onder deze grafiek doen en dan deed ik namelijk, en dan moet ik even een , oh nee hier heeft hij[rekent]..... nou heb ik eigenlijk..... Ik kan in ieder geval deze tijd gebruiken.



I: Ja.

B: 1 2 3 4 5 [hij telt de getekende punten]

I: Die kan je zo uit de tabel ophalen.

B: [schrijft] Die is 0,16[dat is de linkerkant van de driehoek die B aan de raaklijn heeft getekend. ...en eh dan kan ik deze er weer niet uithalen, het is wel een hele vervelende schaal verdeling zeg maar.

I: Ja het komt niet op de mm, dus eh.

B: [reken] Ik heb geen geo.

I: Ik heb wel een geo. Ik had een geo. Dat is het risico als je hem uitleent aan een ander. Oh kijk eens [geef geo].

B: fantastisch, [reken] dus nu kan ik eh.

B: [denkt na] Nou ik denk dat dit ongeveer , 0,3 dan is het hier ongeveer 0,35...ik denk ongeveer nou 0,34 [Bob meet de waarden van het rechtepunt van de driehoek], [schrijft op 0,34 – 0,16 en 80 – 40 .

I: Ja nou zo nauwkeurig? Het is prima zo, nauwkeuriger hoeft het niet.

B: Dus dan heb ik deze was 0,16 en die was 0,34. Dus heb ik die zijde zeg maar[schrijft] Dat is dan 0,34 – 0,16 en dat is 0,18.

I: Ja.

B: En dan die hoogte nog even [leest en denkt na], dit punt dat weet ik dan dat was {Bob berekent nu de oppervlakte onder de raaklijn} ...Is de hoogte is 40 [leest en denkt na]en de hoogte hier die is dan...nou ik weet het[denkt na] wat een gekke schaalverdeling zeg.[denkt na] 0,75 toch?, dit is 0,3 dus dat is anderhalf of is het 0,3 tussen het hele ding, op de helft is het dan 0,015. Nee 0,15 ja en dat is dus 0,75, maakt het op de helft, dit is een stukje

I: O.K. het komt niet super nauwkeurig., het gaat meer om de methodes.

B: En 0,8 hoogte is dan 80 cm[schrijft] dan hou ik 40 cm over. Dan kan ik de oppervlakte van dit ding is dan een half x 40 x 0,18[reken] is 3,6, oh dat was in cm natuurlijk[schrijft] dus dat is 3,6 cm/s, en ik had het in cm gedaan, en dat is dan. Dat is wel een heel rare snelheid trouwens.

I: Waarom?

B: Dan heeft hij dus eh dan moet ik dit nog delen door 100 zeg maar, dus dan krijg ik 0,036 m/s.

I: Ja?

B: Ja daar kan ik mij wel en beetje door laten afleiden zeg maar.

I: Want dat vind je een raar getal?

B: Ja[denkt na] dan eh is de snelheid zeg maar bijna helemaal niks? [denkt na]

I: Misschien weet je een manier? Je hebt een methode bedacht om het te controleren of het klopt? Of een manier om globaal te controleren of het klopt?

B: [denkt na]Nou volgens mij [denkt na] Ja ik kan nog wel iets doen volgens mij [leest]. En dan moet ik even natuurkunde doen zeg maar.

I: Ja.

B: [leest] Want eh.... de hoogte van het hele ding was[schrijft] ga ik toch even in meters doen 0,90 m.

I: Ja.

B: [leest]De hoogte van dit punt is...eh wat was het ook al weer?[leest]

I: Daar had je hem al opgeschreven.

B: Had ik wel de goeie dan?[denkt na] dat is dus [schrijft] 0,62 en hier is die zeg maar hoogte energie alleen maar en door de wet van behoud van energie moet je hier helemaal 0 zijn en hier in dat stuk heeft hij dan een gedeelte omgezet in bewegings energie. En dan krijg je [schrijft] en dan krijg je $m \times g \times h$ is gelijk aan een half mv kwadraat[denkt na] nou die massa kan er uit want je doet hier beiden zeg maar keer dezelfde factor.

I: Ja.

B: Dus dan krijg ik [schrijft en denkt na] dus dan moet ik zeg maar het hoogste verschil tussen die twee dingen en zoveel heeft hij dan omgezet in kinetische energie. Dus dan heb ik [schrijft] $9,81 \times 0,28$ dat is een half v kwadraat dus eh [rekent] dan heb je [denkt na] en dan doe ik het liefst zeg maar zo rechtstreeks mogelijk.

I: Ja doe maar.

B: [schrijft] Dus dan doe ik hem v is de wortel van. Is hem dit keer dit is een half [rekent en denkt na] dus dit $\times 2$ is een v kwadraat in totaal $9,81 \times 0,28 \times 2$ en daar moet je dan de wortel van doen.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$
$$9,81 \cdot 0,28 = \frac{1}{2}v^2$$
$$v = \sqrt{9,81 \cdot 0,28 \cdot 2} = 5,15 \text{ m/s}$$

I: O.K.

B: [rekent dit uit op de rekenmachine, schrijft] Heb ik weer iets heel anders.

I: Dat is altijd zo flauw he?

B: Maar dit vind ik wel logischer denk ik.

I: O.K.

B: 5m/s dat slaat ergens op zeg maar.

I: Ik snap wat je bedoelt.

B: [schrijft] De significantie is vooruit [schrijft] maak ik er significantie 2 van [schrijft] zo 5,5. Of moest ik niet met significantie doen?

I: Het is natuurlijk een opdracht waarbij dat wel zo hoort lijkt mij.

B: Ja nou dan heb ik dit nu gedaan denk ik..Tenzij ik nog weer een afgeleide wil gaan doen, maar dat weet ik niet meer wat dat was.

I: O.K. je hebt twee opties gehad je benoemt nog de afgeleide. Kun je mij vertellen waarom je daar aan denkt? En hoe dat naar jou idee ongeveer zat dan? Waarom?

B: Ik weet gewoon nog dat afstand tijd en de afgeleide van zo een grafiek van zo een formule was dan de snelheid-tijd grafiek en dat stond gewoon in een wiskunde boek zeg maar.

I: Ja zou dat hier toepasselijk zijn? Zou je dat hier kunnen gebruiken?

B: Dat denk ik wel want hij legt zeg maar de afstand af [leest] in die hoogte dus. Ik denk wel dat je dat kunt gebruiken. Volgens mij.

I: Hoe zou dat dan moeten? Is het dan een optie om te kijken of die goed is? Probeer maar.

B: Volgens mij [schrijft] je hebt dan die [schrijft op $0,8-4,9t^2$] en dan moest je de macht die komt er dan voor volgens mij dus dan krijg je [schrijft] $0,9 - 4,9 \times 2t$ denk ik maar goed dat weet ik dus niet helemaal zeker. En dan kon je zeg maar als je de macht - 1 doen en dan Moest je de macht er voor zetten. En dan krijg je de

$$0,9 - 4,9t^2$$
$$0,9 - 4,9 \cdot 2t$$

tijd is 0,24 seconden[rekent, mompelt] dat slaat helemaal nergens op. Nee nou kom ik tot een negatieve snelheid dus ik ga er vanuit dat ik toch niet het goeie.

I: Denk je dan dat het toch niet zo zou mogen of denk je dan zal er wel een rekenfout inzitten?

B: Ja nou ik.

I: Twijfel je nou of dit nou wel kan zo?

B: Ja nou er waren volgens mij meerdere afgeleides manieren zeg maar om iets af te leiden. Alleen ik weet deze dan nog ongeveer.

I: Ja

B: Ja deze weet ik nog deze was alleen met x en erin zeg maar, volgens mij.

I: Dat snap ik niet?

B: Er was nog een andere die gebruikten ze in het boek steeds op een praktische manier zeg maar en deze gebruikten ze volgens mij.

I: Met x en?

B: Theoretisch..... dus alleen maar met parabolen van niet bestaande verschijnselen zeg maar.

I: O.K. er was ook een manier van afgeleides met praktische manier zeg maar?

B: Die weet ik dan niet meer geloof ik?

I: Nou bedankt voor al de denktijd alweer voor sommetje een, zullen we naar sommetje twee?

(18 minuten)