

Werken aan een curriculum rekenen-wiskunde

Ronald Keijzer, Hogeschool iPabo Amsterdam/Alkmaar

Context

Wiskunde is een menselijke activiteit die mensen bijvoorbeeld in staat stelt ervaringen te ordenen en aldus tot wiskundige structuren, abstracties en modellen te komen (Freudenthal, 1968). Op een dergelijke manier greep krijgen op de wereld is van belang in een wereld die op verschillende manieren chaotisch en in beweging is. Denk daarbij bijvoorbeeld aan de ogenschijnlijke ongelimiteerde brei aan (veelal bewerkte of gemanipuleerde) informatie die mensen over zich heen krijgen, maar ook aan de ontwikkeling van nieuwe digitale technologieën. Juist het reken-wiskundeonderwijs kan en moet kinderen en jongvolwassenen helpen orde te brengen in hun wereld.

In deze context doet het ontwikkelteam rekenen-wiskunde haar werk door het ordenen van het reken-wiskundeonderwijs. Dit doet zij vanuit drie perspectieven:

- het beschrijven en inrichten van de domeinen,
- het beschrijven van domeinoverstijgende wiskundige activiteiten,
- het verbinden van rekenen-wiskunde aan brede vaardigheden.

De opdracht van het ontwikkelteam rekenen-wiskunde is vervolgens om *binnen* deze perspectieven verbindingen te beschrijven en ook om verbindingen te leggen *tussen* de genoemde perspectieven. Zij moet dit zo doen dat ook verbindingen met andere leerstofgebieden zichtbaar worden, bijvoorbeeld door te laten zien hoe wiskunde nodig is voor het leven in een samenleving waarin digitale technieken steeds nadrukkelijker aanwezig zijn en zicht te geven op situaties of contexten die vanuit verschillende domeinen beschouwd kunnen worden (Rijborz, 2018; Gravemeijer, 2016). Dat is een moeilijke opdracht, die feitelijk vraagt om een aanzienlijk langer traject dan de ontwikkelgroep nu gegeven is en wellicht ook vraagt om een andere context om het werk in te verrichten, bijvoorbeeld waarbij de opdracht er een is waarin experts en leraren daadwerkelijk en langdurig samenwerken.

Uitwerking

Het derde tussenproduct van het ontwikkelteam is bedoeld als brug tussen de beschrijving van de visie op het vak rekenen-wiskunde en de bouwstenen, die in een volgende ronde gemaakt worden. Het tussenproduct spreekt, meer dan de vorige tussenproducten, de taal van het primair onderwijs. In dit tussenproduct maken de auteurs op verschillende plekken zichtbaar wat voor hen het onderliggende idee is. Kinderen en jongvolwassenen moeten de wereld leren beschouwen door een wiskundige bril. Daarbij is overigens niet helemaal duidelijk waarnaar deze wiskundige bril verwijst. Het kan hier gaan om het leren mathematiseren (Freudenthal, 1983; Treffers, 1987). Dat gaat over het ontwikkelen van wiskunde vanuit betekenisvolle situaties of gekende wiskundige structuren. Het kan ook gaan om een uitwerking van gecijferdheid of wiskundige geletterdheid (Hoogland, 2016). Daarbij gaat het om het herkennen en kunnen gebruiken van de wiskunde in alledaagse situaties. Bij het onderliggende idee zou het zelfs over beide kunnen gaan.

Het ontwikkelteam beschrijft zes domeinen, die inhouden voor zowel het basisonderwijs als het voortgezet onderwijs weergeven. Het team heeft de domeinen op een weinig wiskundige manier gelabeld, door bijvoorbeeld het domein getallen de titel 'De wereld draait om getallen' mee te geven en het domein verhoudingen 'Alles verhoudt zich tot elkaar'. Onduidelijk is wat men met deze speelse titels wil uitstralen. De titels geven in ieder geval geen informatie over welke inhoudelijke keuzen zijn gemaakt.

Het ontwikkelteam heeft gekozen voor een ordening waarbij grote opdrachten gekoppeld zijn aan domeinen. Deze domeinen worden vervolgens geëxpliciteerd in enkele voorbeelden en verbonden met overstijgende wiskundige activiteiten en rekenen-wiskunde in brede vaardigheden. Hoe deze laatste verbindingen tot stand zijn gekomen wordt niet verhelderd. Ze zijn daarnaast discutabel. Zo kan men zich afvragen waarom er bij het domein verhoudingen geen sprake is van 'Creatief denken en praktisch handelen' terwijl dat bij het domein getallen wel het geval is.

Andere ordening

Met name de weinig doorzichtige verbinding van domeinbeschrijvingen met overstijgende wiskundige activiteiten en rekenen-wiskunde in brede vaardigheden vraagt in mijn ogen om een andere ordening in grote opdrachten. Ik stel daarom de volgende ordening in drie grote opdrachten voor (GO1, GO2 en GO3 onder):

GO1: wiskundige attitude (Oonk & De Goeij, 2006), als uitwerking voor rekenen-wiskunde in brede vaardigheden,
GO2: gecijferdheid of wiskundige geletterdheid (Hoogland, 2016; Treffers, 2008), als uitwerking van domeinoverstijgende wiskundige activiteiten,
GO3: kerninzichten of *big ideas* (Oonk, et al., 2011; Charles, 2005; Nelissen, 2007; Nelissen, 2015), als uitwerking van de domeinen.

De verbindingen tussen deze drie door mij voorgestelde grote opdrachten worden zichtbaar door goed gekozen voorbeelden vanuit de drie onderliggende perspectieven te beschouwen. Bij dergelijke voorbeelden zouden dan telkens de volgende vragen gesteld en beantwoord moeten worden:

1. Hoe draagt deze activiteit eraan bij dat kinderen en jongvolwassenen een wiskundige attitude verwerven?
2. Hoe draagt deze activiteit eraan bij dat kinderen en jongvolwassenen wiskunde zien in de wereld om hen heen en daar op een passende manier mee om gaan?
3. Hoe draagt deze activiteit eraan bij dat kinderen en jongvolwassenen werken aan specifieke kerninzichten of *big ideas*?

Dit kan bijvoorbeeld over de samengestelde grootheid snelheid gaan. Een activiteit over het onderwerp 'snelheid' kan die verbindingen zichtbaar maken met een 'onderzoek' naar de volgende uitspraak 'Een professionele marathonloper houdt je op de fiets nauwelijks bij.' Denkrichtingen bij de gestelde vragen zijn dan als volgt:

Vraag 1: De situatie vraagt om een onderzoekende houding, bijvoorbeeld als het gaat om het raadplegen van informatiebronnen of het verkennen van eigen referenties. De situatie vraagt ook om een vertaling naar wiskundetaal; kwantificeren van de twee snelheden als samengestelde maat.

Vraag 2: De situatie vraagt om een wiskundige verkenning van de wereld. Bij een marathon lopen lopers een heel eind door en om de stad, namelijk ruim 42 kilometer. De stad is daarvoor een hele dag lang geblokkeerd. De snelste lopers beginnen vroeg en zijn ruim voor de middag klaar, ze lopen de marathon in ruim 2 uur. Ik heb wel eens een fietstocht gemaakt. Toen lasen we op de snelheidsmeter de snelheid af, dat was vaak 15 kilometer per uur, maar ook wel eens 18 kilometer per uur.

Vraag 3: De situatie vraagt om verhoudingsgewijs te vergelijken. Verhoudingsgewijs beschouwen en vergelijken van situaties is een belangrijk inzicht waaraan kinderen en jongvolwassenen moeten werken. Dit kan in deze situatie gedaan worden via normeren van beide snelheden, bijvoorbeeld in een verhoudingstabel. De loper loopt gemiddeld ruim 20 kilometer per uur en je moet redelijk getraind zijn om dat ruim twee uur lang op een fiets bij te houden.

In het derde tussenproduct beschrijft het ontwikkelteam dat het leren aangrijpt in herkenbare situaties en dat het verkennen van deze situaties een proces van mathematiseren in gang zet. Dat beoogt het hier beschreven voorstel ook. Daarbij is de inzet in het tussenproduct en in mijn voorstel dat lerenden deze situaties transformeren tot wiskundige objecten, die vervolgens weer aanleiding geven voor verder wiskundig handelen (Sfard, 1991; Streefland, 1982).

Reflectie

Boven geschetst alternatief als ordening van de grote opdrachten is ingegeven door de vraag aan experts om onder meer te kijken naar de samenhang tussen de verschillende invalshoeken in het derde tussenproduct. Het is een poging orde te brengen in verschillende perspectieven. Dat neemt niet weg dat deze alternatieve indeling ook zicht biedt op andere voorliggende vragen, zoals de vakinhoudelijke kwaliteit van het tussenproduct, de kern van het leergebied in het tussenproduct en de doorlopende leerlijn in dit document. Ik pleit er voor om reken-wiskundedomeinen uit te werken als kerninzichten of *big ideas*, omdat die zichtbaar maken waar het in het vak rekenen-wiskunde in de kern om gaat. Deze kerninzichten zijn inmiddels ontwikkeld voor het basisonderwijs (Oonk, et al., 2011). Ze zijn onverkort geldig voor het voortgezet onderwijs en bieden kansen voor doorlopende leerlijnen van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs. De doorlopende leerlijn is daarnaast relatief eenvoudig te realiseren vanuit de perspectieven 'wiskundige attitude' en 'gecijferdheid'. De perspectieven 'wiskundige attitude' en 'gecijferdheid' passen namelijk zowel bij het basisonderwijs als bij het voortgezet onderwijs.

Tot slot

In het derde tussenproduct van de ontwikkelgroep vormen de GO's de brug tussen visie en bouwstenen. Ik duidde de taak van de ontwikkelgroep aan als het leggen van verbindingen tussen verschillende voor het reken-

wiskundeonderwijs relevante perspectieven. Daarin heeft de groep een aanzienlijke slag geslagen. Ik beschouw dat als een bijzondere prestatie. Het voorstel dat ik hier formuleer ligt in essentie niet heel ver af van wat er nu ligt. Het is een voorstel om tot een andere ordening te komen; een ordening die meer recht doet aan het reken-wiskundeonderwijs en het product waarschijnlijk voor de lezer/gebruiker helderder maakt.

Literatuur

- Charles, R. I. (2005). Big Ideas and Understandings as the Foundation for Elementary and Middle School Mathematics. *NCSM Journal of Mathematics Education Leadership*, 7(3), 9-24.
- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Gravemeijer, K. P. (2016). Reken-wiskundeonderwijs voor de 21e eeuw: Zet vooral in op kennis die een aanvulling is op wat de computer al kan. *Tijdschrift voor remedial teaching*, 24(3), 20-22.
- Hoogland, K. (2016). *Images of numeracy: investigating the effects of visual representations of problem situations in contextual mathematical problem solving*. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
- Nelissen, J. M. (2007). Recent onderzoek naar transfer. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(1), 11-18.
- Nelissen, J. M. (2015). Big ideas. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 34, 98-101.
- Oonk, W., & De Goeij, E. T. (2006). Wiskundige attitudevorming. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 25(4), 37-39.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S., Den Engelsens, M., Lek, A., & Van Waveren Hogervorst, C. (2011). *Rekenen-wiskunde in de praktijk: Kerninzichten*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers.
- Rijborz, D. (2018). Op zoek naar een vakoverstijgende didactiek voor rekenen-wiskunde en aardrijkskunde op de lerarenopleiding basisonderwijs. *Volgens Bartjens - Ontwikkeling en Onderzoek*, 47(5), 41-50.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Streefland, L. (1982). Subtracting fractions with different denominators. *Educational Studies in Mathematics*, 13(3), 233-255.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas project*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Treffers, A. (2008). Het voorkomen van ongecijferdheid. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 27(3/4), 15-18.

Noot: Met dank aan Gerard Boersma, Koeno Gravemeijer, Wil Oonk, Loek Spitz en Belinda Terlouw voor hun reactie op een eerste versie van dit document.