ENERGIE EN WISSELWERKING

Energie in diagrammen

“If you want to find the secrets of the universe, think in terms of energy, frequency and vibration.”

Nikola Tesla

De module “Energie en wisselwerking – energie in diagrammen” is ontwikkeld in het kader van een promotieonderzoek naar begripsproblemen van scholieren met betrekking tot het domein Quantumwereld. Het is bedoeld als voorbereiding op Domein F1 Quantumwereld, met name voor het begrip van quantumverschijnselen in het kader van opgesloten deeltjes en tunneling.

AUTEURS:

Kim Krijtenburg-Lewerissa – Universiteit Twente / CSG Het Noordik
Joris de Vries – Universiteit Twente / CSG Het Noordik

INHOUDSOPGAVE

1. INTRODUCTIE

1.1 ARBEID EN ENERGIE

In het dagelijks leven spreken we vaak over arbeid en energie als iets moeite of inspanning kost. In de natuurkunde zijn de begrippen arbeid en energie erg belangrijk, ze geven meer inzicht in bewegingen en bewegingsveranderingen.

Arbeid is de energieverandering van een object veroorzaakt door een kracht die op dat object werkt. Deze energieverandering zorgt voor een verandering van de positie of snelheid van het voorwerp of het ontstaan van warmte. De arbeid is afhankelijk van de grootte van de kracht en de afstand waarover de kracht wordt uitgeoefend. Als de kracht in dezelfde richting wordt uitgeoefend als de verplaatsing van het voorwerp, kan de arbeid met de volgende formule berekend worden:

$$W = F \cdot s \tag{1}$$

W is de arbeid in J
F is de kracht in N
s is de afgelegde afstand in m

Kinetische energie is de bewegingsenergie van een voorwerp; alleen voorwerpen die bewegen hebben kinetische energie. Een voorwerp in rust heeft dus geen kinetische energie. De kinetische energie is afhankelijk van de massa en de snelheid van het voorwerp. De kinetische energie kan met de volgende formule berekend worden:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \tag{2}$$

E_k is de kinetische energie in J
m is de massa in kg
v is de snelheid in $\mathrm{m/s}$

Potentiële energie is energie die is opgeslagen in een systeem, energie die omgezet kan worden in andere vormen van energie. Potentiële energie drukt uit hoeveel arbeid er op een voorwerp verricht kan worden door de krachten die op het voorwerp werken. De potentiële energie hoort dus bij het voorwerp, maar kan niet los gezien worden van de veroorzaker van de kracht die op het voorwerp werkt. Je bent al verschillende voorbeelden van potentiële energie tegengekomen. De **zwaarte-energie** van een voorwerp op een bepaalde hoogte boven de grond geeft bijvoorbeeld aan hoeveel arbeid de zwaartekracht op het voorwerp kan verrichten. De **veerenergie** van een massa aan een ingedrukte veer geeft aan welke arbeid de veerkracht op de massa kan verrichten. Ook **elektrische** en **gravitatie-energie** zijn voorbeelden van potentiële energie. Al deze voorbeelden van potentiële energie komen tijdens deze module aan bod.

1.2 WET VAN BEHOUD VAN ENERGIE

Een voorwerp kan twee soorten energie bezitten, kinetische energie en potentiële energie. Deze twee energieën samen worden ook wel de **totale energie** van het voorwerp genoemd. De **wet van behoud van energie** stelt dat energie nooit verloren kan gaan. Als een voorwerp potentiële energie verliest, wordt deze energie omgezet in andere vormen van energie en zal het voorwerp meer kinetische energie krijgen. Daarnaast wordt er normaalgesproken ook energie omgezet in een andere energievorm: warmte. Deze warmte is geen energie van het voorwerp zelf, deze energie komt terecht in de omgeving van het voorwerp. Omdat energie nooit verloren gaat, geldt dat de totale energie van een **systeem**, dat wil zeggen: een voorwerp (of combinatie van voorwerpen) *en* de omgeving, altijd gelijk blijft. De energie van een voorwerp binnen een systeem kan wel veranderen, zoals wordt geïllustreerd in het volgende voorbeeld:

VOORBEELD: ENERGIEVERANDERINGEN BINNEN EEN SYSTEEM

Een voorwerp binnen een systeem kan wel meer of minder totale energie krijgen; denk maar aan een auto op een vlakke weg die eerst optrekt en daarna weer afremt. Tijdens het optrekken nemen de snelheid en de kinetische energie toe en tijdens het afremmen nemen de snelheid en de kinetische energie weer af.

De motor van de auto oefent tijdens het optrekken een kracht uit op de auto en verricht arbeid, waardoor de auto gaat versnellen en meer energie krijgt. De motor haalt de benodigde energie hiervoor uit de brandstof. Deze brandstof bevat chemische energie, wat ook een vorm is van potentiële energie. De auto krijgt dus tijdens het optrekken meer energie, maar de omgeving, in dit geval de motor met de brandstof, krijgt minder energie. De totale energie van de auto *en* de omgeving blijft dus gelijk.

De auto remt af doordat er een wrijvingskracht op de auto wordt uitgeoefend, bijvoorbeeld door de wrijving van de banden met de weg. Door deze wrijving ontstaat er warmte; de banden en het wegdek worden opgewarmd. Als vervolgens de banden van de auto weer afkoelen, geven zij hun warmte af aan de lucht om de banden heen. In de natuurkunde is warmte ook een vorm van energie. Tijdens het afremmen krijgt de auto dus minder totale energie, maar de omgeving, in dit geval het wegdek en de lucht, krijgen meer energie in de vorm van warmte. De totale energie van de auto *en* de omgeving samen blijft dus behouden.

Uit dit voorbeeld blijkt wel dat het belangrijk is om bij het toepassen van de wet van behoud van energie goed onderscheid te maken tussen het voorwerp, of combinatie van voorwerpen, en de omgeving. De totale energie van een voorwerp kan dus wel toenemen, maar dan zal de energie van de omgeving afnemen of andersom. De totale energie van een voorwerp, of combinatie van voorwerpen, blijft alleen behouden als er door de omgeving geen arbeid wordt verricht op het voorwerp en als er geen wrijvingskrachten werken.

2. Zwaarte-energie

2.1 Zwaartekracht en zwaarte-energie

Voorwerpen worden door de aarde aangetrokken. De kracht die de aarde op voorwerpen uitoefent, is de **zwaartekracht**. Zolang het voorwerp zich op een kleine afstand van het aardoppervlak bevindt, mag de zwaartekracht als constant beschouwd worden. De zwaartekracht is gegeven door:

$$F_z = m \cdot g \tag{3}$$

F_z is de zwaartekracht op het voorwerp in N
m is de massa van het voorwerp in kg
g is de gravitatie-versnelling in $\mathrm{m/s^2}$ (op aarde ongeveer $9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$)

Door de zwaartekracht kost het moeite om een voorwerp omhoog te tillen. De moeite die je moet doen, noemen we in de natuurkunde de arbeid die je op het voorwerp verricht. Door deze arbeid neemt de energie van het voorwerp toe; het voorwerp krijgt **zwaarte-energie**. De zwaarte-energie wordt gegeven door:

$$E_z = m \cdot g \cdot h \tag{4}$$

E_z is de zwaarte-energie in J
m is de massa van het voorwerp in kg
g is de gravitatie-versnelling in $\mathrm{m/s^2}$ (op aarde ongeveer $9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$)
h is de hoogte waarop het voorwerp zich bevindt in m

De hoogte *h* wordt meestal op het aardoppervlakte gedefinieerd als *h* = 0. Later zullen we zien dat dit ook anders gekozen kan worden. Voor nu definiëren we *h* = 0 op het aardoppervlak, tenzij anders is aangegeven.

Opgave 1

a. Bereken met behulp van formules (1) en (3) de arbeid die je moet verrichten om een tas met een massa van $5{,}0\ \mathrm{kg}$ vanaf de grond met een constante snelheid naar een hoogte van $2{,}0\ \mathrm{m}$ te tillen.
b. Bereken met behulp van formule (4) de zwaarte-energie van een tas met een massa van $5{,}0\ \mathrm{kg}$ op een hoogte van $2{,}0\ \mathrm{m}$.
c. Leg uit waarom de uitkomsten van vraag a en b aan elkaar gelijk zijn.

2.2 Potentiële energie

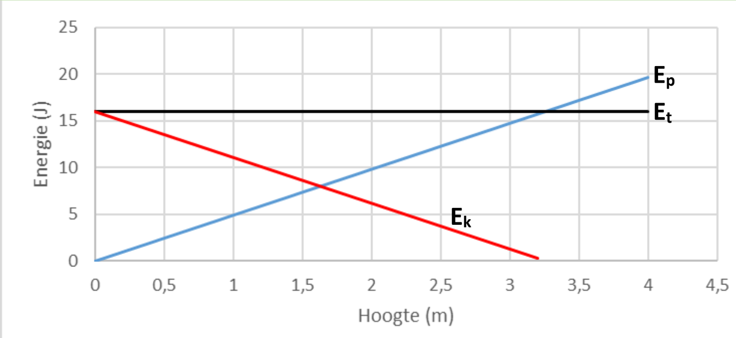
Zwaarte-energie is potentiële energie; het is een maat voor de arbeid die de zwaartekracht op een voorwerp kan verrichten. Wanneer je een voorwerp vasthoudt op een bepaalde hoogte en daarna loslaat, dan zal het voorwerp gaan vallen. De zwaartekracht die op het voorwerp werkt, zorgt ervoor dat het voorwerp een versnelling krijgt. Het voorwerp krijgt hierdoor steeds meer snelheid en meer kinetische energie. Doordat de zwaartekracht arbeid verricht, wordt de potentiële energie (zwaarte-energie) omgezet in kinetische energie.

Als we de wrijvingskrachten op het voorwerp tijdens de val buiten beschouwing laten, blijft de totale energie van het voorwerp tijdens de val gelijk. Er wordt wel arbeid verricht, maar alleen door de kracht die zorgt voor de wisselwerking tussen $\mathrm{E_k}$ en $\mathrm{E_z}$, de zwaartekracht. Omdat er geen andere krachten op het voorwerp werken, blijft de totale energie van het voorwerp constant.

VOORBEELD: EEN TRAP TEGEN EEN VOETBAL

Een voetbal met een massa van $0{,}5\ \mathrm{kg}$ wordt vanaf de grond loodrecht omhoog geschopt. Door de schop krijgt de bal een snelheid en kinetische energie. De wrijvingskrachten op de bal laten we hierbij buiten beschouwing.

Wanneer de bal omhoog beweegt, zal de potentiële energie toenemen. Hierdoor neemt de kinetische energie af en, omdat de bal in deze situatie loodrecht omhoog beweegt, wordt de snelheid uiteindelijk $0\ \mathrm{m/s}$. Op dit punt bereikt de bal zijn maximale hoogte. Dit is te zien in figuur 1: op een hoogte van $3{,}25$ meter is de kinetische energie 0 J. De grafiek van E_t en E_p kruisen elkaar in dit punt. Aangezien de totale energie niet groter kan worden, kan E_p vanaf dit moment niet meer toenemen en kan de bal niet hoger komen dan $3{,}25$ meter.



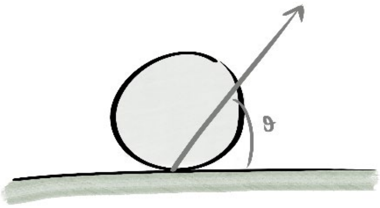
FIGUUR 1: ENERGIEDIAGRAM VAN EEN VOETBAL ONDER INVLOED VAN DE ZWAARTEKRACHT

OPGAVE 2

a. Leg uit welke kracht(en) in het bovenstaande voorbeeld de potentiële energie van de bal veroorzaken.
b. Leg uit hoe je in het energiediagram kunt zien dat wrijvingskrachten buiten beschouwing worden gelaten.
c. Leg uit wat er gebeurt met E_k, E_t en E_p nadat de bal het hoogste punt heeft bereikt.

OPGAVE 3

De voetbal uit het voorbeeld kan ook in andere richtingen worden weggeschopt. De richting kan worden uitgedrukt in een hoek θ t.o.v. het aardoppervlak, zie figuur 2.



FIGUUR 2 DE HOEK WAARONDER EEN VOETBAL WEGGESCHOPT KAN WORDEN

a. Leg met behulp van een energiebeschouwing uit wat de richting van de bal moet zijn om de maximale hoogte te bereiken.
b. Leg uit dat de grootte van de snelheid van de bal op $1\ \mathrm{m}$ hoogte NIET afhankelijk is van de richting θ waarin de bal wordt weggeschoten.

2.3 ACHTBANEN

Een mooie illustratie van de wisselwerking tussen kinetische energie en zwaarte-energie is een achtbaan (figuur 3). In een achtbaan word je eerst opgetakeld tot bovenop de eerste heuvel, waardoor de trein een grote zwaarte-energie krijgt. Bovenaan de heuvel wordt de trein “losgelaten” en vanaf dat moment rijdt de trein zonder aandrijving naar beneden. Hierbij wordt de zwaarte-energie omgezet in kinetische energie. Tijdens een rit in de achtbaan ga je vaak meerdere malen omhoog en omlaag, waardoor door de verandering in potentiële energie de snelheid telkens verandert. Wanneer we de wrijving buiten beschouwing laten, is de totale energie bij het doorlopen van een achtbaanrit constant.

FIGUUR 3 EEN ACHTBAAN

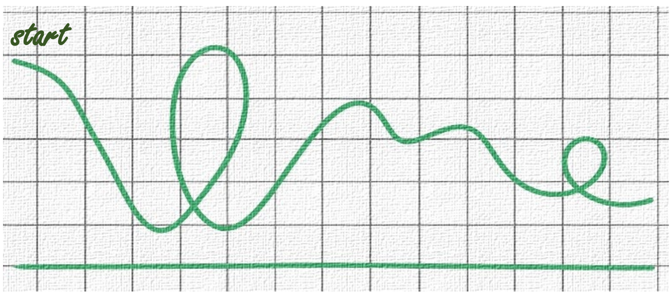
OPGAVE 4

Gerwin ontwerpt een achtbaan met behulp van het programma “Design a roller coaster”. Zijn ontwerp is weergegeven in figuur 4. In deze achtbaan wordt de trein losgelaten op de eerste heuvel, met een beginsnelheid van $v = 0\ \mathrm{m/s}$. Leg met behulp van een energiebeschouwing uit waarom dit geen goed ontwerp is.

OPGAVE 5

In figuur 5 op de volgende bladzijde is een hoogte-plaatsdiagram van een achtbaanrit weergegeven. Tussen $x = 0$ en $x = 11\ \mathrm{m}$ wordt de trein opgetakeld, daarna start de rit en wordt de trein ‘losgelaten’. De trein met inzittenden heeft een massa van $1000\ \mathrm{kg}$. Wrijvingskrachten worden buiten beschouwing gelaten.

a. Teken op je werkblad een diagram waarin de potentiële energie (E_p) van de trein is uitgezet tegen de plaats.
b. Bepaal de totale energie (E_t) van de trein en teken de grafiek hiervan in het diagram van a.
c. Bepaal met behulp van de wet van behoud van energie de kinetische energie (E_k) van de trein gedurende de rit. Teken de grafiek hiervan in het diagram van a.
d. Bepaal met behulp van de getekende grafieken de snelheid op $x = 30\ \mathrm{m}$ en $x = 100\ \mathrm{m}$.



FIGUUR 4 EEN ONTWERP VAN EEN ACHTBAAN

OPGAVE 6

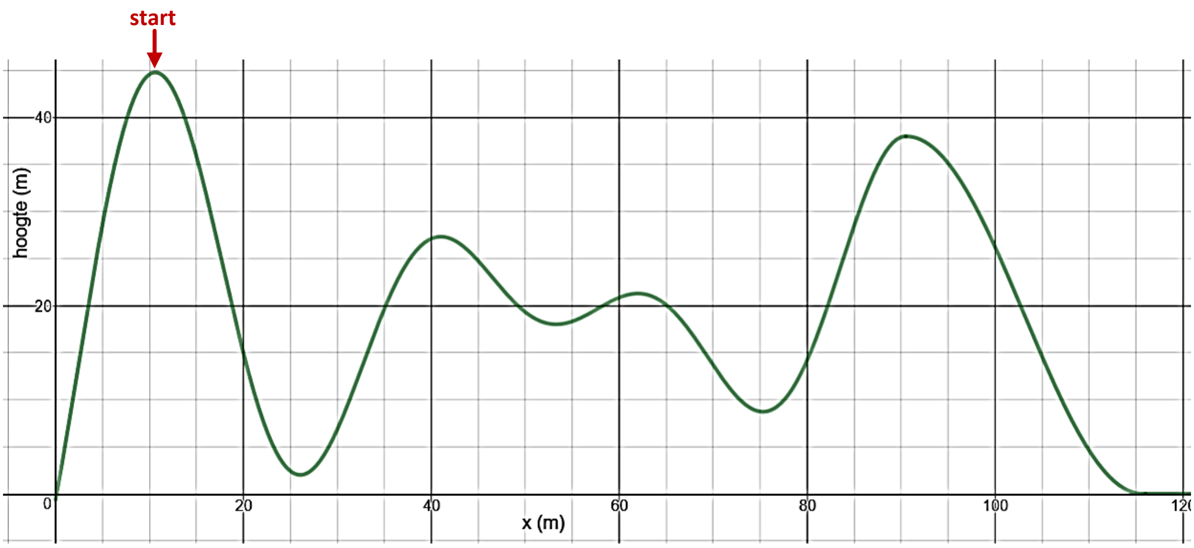
We beschouwen nogmaals de achtbaanrit van figuur 5. Nu laten we de wrijving niet meer buiten beschouwing. De energie van de trein die door wrijving omgezet wordt in warmte, kan berekend worden met de volgende formule:

$$Q = F_w \cdot s \qquad (5)$$

Q is de warmte in J
F_w is de wrijvingskracht in N
s is de afgelegde afstand in m

a. Bepaal met behulp van diagram 5 hoe groot de gemiddelde wrijvingskracht maximaal mag zijn om net bovenop de eerste heuvel (na de start) te komen.
b. Bepaal met behulp van diagram 5 hoe groot de gemiddelde wrijvingskracht maximaal mag zijn om de gehele rit uit te rijden. Maak daartoe eerst een schatting van de lengte van de baan.

+



FIGUUR 5 HET HOOGTE-PLAATSDIAGRAM VAN EEN ACHTBAANRIT

3. VEERENERGIE

3.1 VEERKRACHT EN VEERENERGIE

Wanneer een voorwerp aan het uiteinde van een veer is bevestigd en de veer is ingedrukt of uitgerekt, oefent de veer een kracht uit op het voorwerp. Deze kracht noemen we de **veerkracht**. Je hebt in eerdere hoofdstukken geleerd dat de veerkracht is gegeven door:

$$F_v = -C \cdot u \tag{6}$$

F_v is de veerkracht in N
C is de veerconstante in $\mathrm{N/m}$
u is de uitrekking of indrukking in m

Door de veerkracht kost het moeite om een veer in te drukken of uit te rekken; er moet dan arbeid op de veer verricht worden. Door deze arbeid neemt de energie van de veer toe; de veer krijgt **veerenergie**. De veerenergie wordt gegeven door:

$$E_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 \tag{7}$$

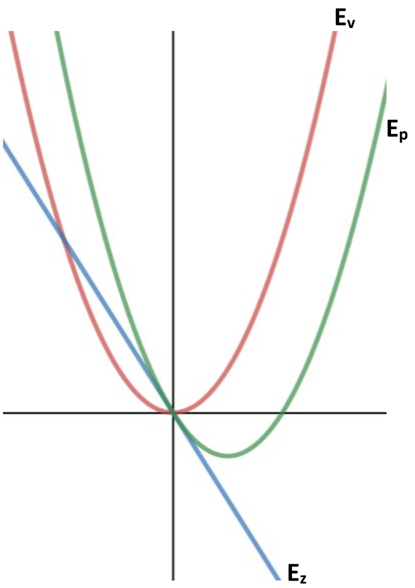
E_v is de veerenergie in J
C is de veerconstante in $\mathrm{N/m}$
u is de uitrekking of indrukking in m

3.2 POTENTIËLE ENERGIE

Ook veerenergie is potentiële energie. Wanneer een voorwerp aan het einde van een ingedrukte of uitgerekte veer is bevestigd en wordt vastgehouden, zal het voorwerp in beweging komen als het voorwerp wordt losgelaten. De veerkracht die op het voorwerp werkt, zorgt ervoor dat het voorwerp een versnelling krijgt. Het voorwerp krijgt hierdoor meer snelheid en meer kinetische energie. De veerkracht verricht arbeid, waardoor de potentiële energie (veerenergie) wordt omgezet in kinetische energie.

Wanneer de zwaartekracht buiten beschouwing wordt gelaten, heeft een massa-veersysteem $u = 0$ als **evenwichtspositie**. Er is dan geen uitrekking of indrukking en de veer oefent geen krachten uit op het voorwerp dat eraan bevestigd is. Er is dan ook geen (resulterende) kracht die een arbeid kan verrichten op het systeem en hierdoor is de veerenergie in dit punt $0\ \mathrm{J}$. Dit komt overeen met het natuurkundige principe dat een object altijd de positie met de laagst mogelijke potentiële energie zal innemen.

Wanneer de zwaartekracht wel meegenomen wordt, verandert de totale potentiële energie ($E_p = E_z + E_v$). Zoals je ziet in figuur 6, verandert hierdoor de ligging van het minimum van de potentiële energie. Hieruit valt op te maken dat de evenwichtspositie verplaatst is naar een andere positie.



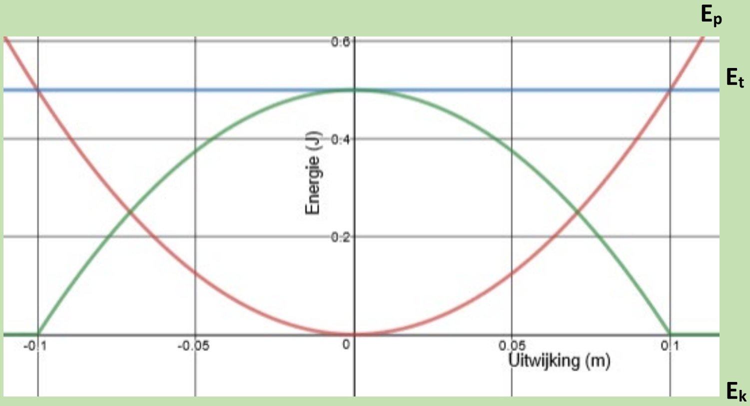
FIGUUR 6 DE POTENTIËLE ENERGIE VAN EEN MASSA-VEERSYSTEEM WAARIN DE ZWAARTEKRACHT WORDT MEEGENOMEN

VOORBEELD: EEN MASSA-VEERSYSTEEM

Beschouw een massa-veersysteem (zie figuur 7). De veer wordt $10\ \mathrm{cm}$ uitgerekt door aan het blokje ($m = 50\mathrm{g}$) te trekken; er wordt hierbij arbeid verricht door een spierkracht. Daarna wordt het blokje losgelaten. De zwaartekracht en wrijvingskrachten worden hierbij buiten beschouwing gelaten.

Het energiediagram bij deze situatie is weergegeven in figuur 8. In de evenwichtsstand van de veer is $u = 0$. De veer is dan niet uitgerekt of ingedrukt. Als de veer wordt uitgerekt is u positief. In het diagram zijn de totale energie E_t, de kinetische energie E_k en de potentiële energie E_p weergegeven. In dit diagram is goed te zien dat de maximale uitwijking afhangt van de totale energie en de potentiële energie. Op de plek waar $E_t = E_p$ is de kinetische energie nul en staat het systeem stil, het kan niet verder uitrekken, omdat het systeem niet voldoende energie heeft. In deze uiterste stand oefent de veer een kracht uit richting de evenwichtspositie. In het energiediagram is dit te zien aan de potentiële energie; er wordt altijd een kracht uitgeoefend in de richting waarin E_p kleiner wordt (hier komen we in hoofdstuk 5 op terug).

FIGUUR 7 EEN MASSA-VEERSYSTEEM
(door Svjo, CC BY 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Mass-spring-system.png#file)



FIGUUR 8 ENERGIEDIAGRAM VAN EEN MASSA-VEERSYSTEEM

OPGAVE 7

Beantwoord de volgende vragen over het bovenstaande massa-veersysteem:

a. Leg uit waardoor de potentiële energie in figuur 8 veroorzaakt wordt.
b. Leg uit waarom de uitwijking niet groter kan zijn dan $0{,}1\ \mathrm{m}$.
c. Bepaal de maximale snelheid van het massablokje en geef aan bij welke uitwijking deze bereikt wordt.
d. Bepaal de snelheid van het blokje als de veer $5{,}0\ \mathrm{cm}$ is uitgerekt.

Je laat het blokje botsen tegen je hand. De totale energie van het systeem wordt daardoor gehalveerd.

e. Teken in het energiediagram op het werkblad de potentiële energie, de kinetische energie en de totale energie van het massablokje na de botsing met je hand.

3.3 BUNGEERUN

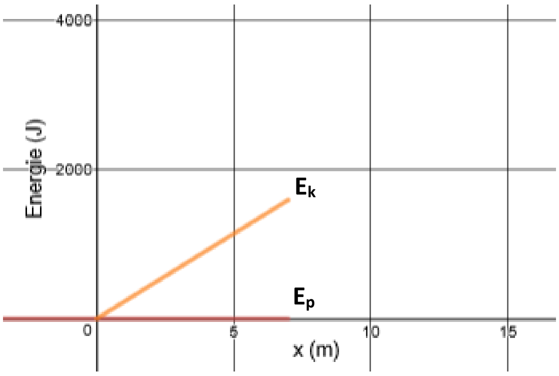
We kijken naar een nieuwe rage, bungeerun. Hierbij worden twee deelnemers vastgemaakt aan een elastiek dat aan de andere kant is vastgemaakt aan het uiteinde van het springkussen. Na een aanloop moeten de deelnemers het elastiek zo ver mogelijk proberen uit te rekken en daarmee zo ver mogelijk zien te komen. Zie figuur 9.

FIGUUR 9 BUNGEERUN
(door Ross M Karchner from Mclean, VA, USA - Bungee Run!, CC BY-SA 2.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=22258391)

OPGAVE 8

De baan is $15\ \mathrm{m}$ lang. Aan het begin van de baan is het elastiek nog niet gespannen. Het elastiek is op spanning vanaf $7{,}0\ \mathrm{m}$. We nemen aan dat vanaf dan het elastiek zich gedraagt als een veer met een veerconstante van $100\ \mathrm{N/m}$. Deelneemster Caren, met een massa van $65\ \mathrm{kg}$ start aan het begin van de baan met rennen en heeft na $7{,}0\ \mathrm{m}$ een snelheid bereikt van $7{,}0\ \mathrm{m/s}$; er is sprake van een constante versnelling. Dan stopt ze met rennen en glijdt door op de baan. De wrijvingskrachten worden buiten beschouwing gelaten. Als Caren tot stilstand is gekomen, houdt zij zich stevig vast aan de zijkant van de baan.

In figuur 9 hieronder zijn $\mathrm{E_k}$ en $\mathrm{E_p}$ voor de hierboven beschreven beweging al weergegeven tot $x = 7\ \mathrm{m}$.



FIGUUR 10 ENERGIEDIAGRAM VAN EEN BUNGEERUN

a. Vul figuur 10 op je werkblad aan tot $x = 15\ \mathrm{m}$.
b. Leg uit hoe je aan het diagram getekend bij a. kunt zien dat er een kracht op Caren werkt in de richting van $x = 0\ \mathrm{m}$.
c. Teken in dezelfde figuur de grafiek voor E_t.
d. Bepaal met behulp van de grafieken hoe ver Caren uiteindelijk is gekomen.
e. Bepaal de snelheid van Caren na $10\ \mathrm{m}$.
f. Bepaal welke snelheid Caren na $7{,}0\ \mathrm{m}$ zou moeten hebben om het einde van de baan te kunnen halen.

Caren laat de zijkant van de bungeerun-baan nu los en zij glijdt terug naar het beginpunt. De wrijvingskrachten worden nog steeds buiten beschouwing gelaten.

g. Leg aan de hand van het energiediagram getekend bij a. uit hoe je kunt zien dat Caren terug zal glijden naar het beginpunt.
h. Bepaal met welke snelheid Caren nu tegen het begin van de bungeerun-baan aanbotst.
i. Teken in de figuur op je werkblad het diagram van E_p, E_t en E_k uitgezet tegen de positie x voor deze beweging.

3.4 BUNGEETRAMPOLINE (*NAAR: VWO NATUURKUNDE 12, 2011-1, OPGAVE 4*)

Een andere attractie met veerenergie is de bungeetrampoline. Zie figuur 11. Hierbij krijg je een tuigje om, waaraan twee elastische koorden zijn vastgemaakt. De elastische koorden zitten vast aan staalkabels. Deze kabels worden door een elektromotor om een haspel gewonden. Daardoor wordt Lars langzaam verticaal omhooggetrokken totdat hij een flink stuk boven de trampoline stil hangt.

FIGUUR 11 BUNGEETRAMPOLINE

OPGAVE 9

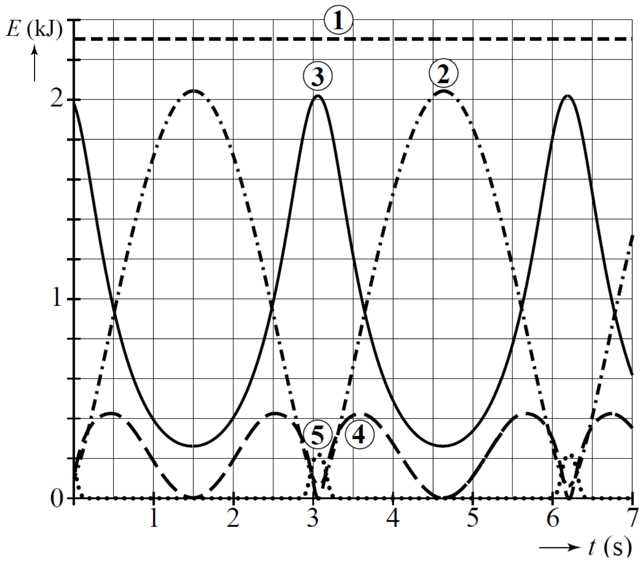
Lars gaat trampolinespringen op een bungeetrampoline. Hij krijgt een tuigje om en zit vast aan twee elastische koorden. Elk elastisch koord heeft een veerconstante van $120\ \mathrm{N/m}$ en wordt vanuit ontspannen toestand 3,1 m uitgerekt. Het zwaartepunt van Lars gaat hierbij 2,3 m omhoog. De massa van Lars met zijn tuigje is $48\ \mathrm{kg}$.

a. Bereken de arbeid die de elektromotor hiervoor moet verrichten.

Vervolgens wordt Lars door een helper omlaag getrokken totdat zijn voeten de trampoline een stuk induwen en hij zich kan afzetten. Na een aantal keren afzetten maakt Lars hoge, verticale sprongen. Hij komt hierbij niet boven de stellage uit. De sprongen van Lars worden nagebootst in een model. Wrijvingskrachten worden in dit model buiten beschouwing gelaten, en Lars zet zich in dit model niet meer af. Dit levert het energiediagram van figuur 12 op.

In deze figuur staan verschillende energieën weergegeven als functie van de tijd:

- kinetische energie E_k
- zwaarte-energie E_z
- veerenergie van de elastieken $E_{v\text{-}el}$
- veerenergie van de trampoline $E_{v\text{-}tr}$
- totale energie E_t



FIGUUR 12 VERSCHILLENDE ENERGIEËN UITGEZET TEGEN DE TIJD BIJ EEN SPRONG MET EEN BUNGEETRAMPOLINE

Examen natuurkunde VWO, natuurkunde 12, 2011 tijdvak 1, figuur 3.

b. Geef voor elk nummer in figuur 12 aan welk van de bovenstaande energieën dit is.
c. Bepaal met behulp van diagram 12 de maximale snelheid van Lars en geef aan op welke hoogte hij deze snelheid bereikt.
d. Bepaal met behulp van diagram 12 de maximale hoogte die Lars bereikt.

OPGAVE 10

We beschouwen nogmaals de sprong van Lars met de bungeetrampoline. Jesse maakt een een E,h-diagram op basis van figuur 12, dit diagram is weergegeven in figuur 13. Hierin geldt $h = 0\ \mathrm{m}$, wanneer Lars op het laagste punt is.

a. Geef voor elk nummer in figuur 13 aan welk van de energieën dit is.
b. Geef aan welke energieën in figuur 13 potentiële energieën zijn.
c. Bepaal met behulp van diagram 13 de maximale snelheid van Lars en geef aan op welke hoogte hij deze snelheid bereikt.
d. Ga na of het diagram van Jesse overeenkomt met de gegevens in figuur 12.

Stel, we laten de luchtwrijving niet meer buiten beschouwing.

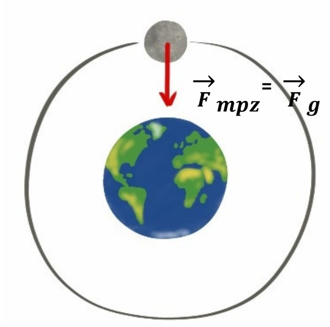
e. Leg uit welke lijnen in figuur 12 en 13 hierdoor zullen veranderen.

FIGUUR 13 HET VERBAND TUSSEN DE ENERGIE EN DE HOOGTE BIJ EEN SPRONG MET DE BUNGEETRAMPOLINE

4. Gravitatie-energie

4.1 Gravitatiekracht en gravitatie-energie

Wanneer je kijkt naar de beweging van de maan naar de aarde (figuur 13), dan weet je dat er een resulterende kracht op de maan moet werken, die ervoor zorgt dat de maan een cirkelbeweging maakt. Deze resulterende kracht wordt ook wel de **middelpuntzoekende kracht** F_{mpz} genoemd. In eerdere hoofdstukken heb je geleerd dat hiervoor geldt:



FIGUUR 14 DE BEWEGING VAN DE MAAN OM DE AARDE

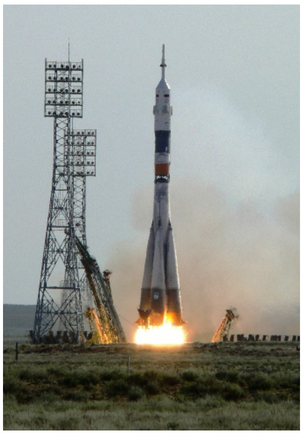
$$F_{mpz} = \frac{mv^2}{r} \qquad (8)$$

F_{mpz} is de middelpuntzoekende kracht in N
m is de massa in kg
v is de snelheid in m/s
r is de afstand in m

Deze middelpuntzoekende kracht wordt altijd geleverd door de som van alle krachten die op het voorwerp werken. Als we kijken naar de maan, dan is er maar één kracht die hier een rol speelt, dat is de **gravitatiekracht** F_G. De gravitatiekracht is de algemene versie van de zwaartekracht uit hoofdstuk 2; het is de aantrekkingskracht ten gevolge van de massa die een object uitoefent op een ander object dat zich op een afstand r bevindt. Deze gravitatiekracht is als volgt gedefinieerd:

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (9)$$

F_G is de gravitatiekracht in N
G is de gravitatieconstante ($6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2})
m_1 en m_2 is de massa in kg
v is de snelheid in m/s
r is de afstand tussen de zwaartepunten in m



FIGUUR 15 DE LANCERING VAN DE SOJOEZ
By Yuri Chigrin, CC BU-SA 3.0.

Deze formule gebruik je in plaats van formule (3), wanneer het gaat om objecten op grote afstand van de aarde of grote veranderingen in afstand (zoals bijv. bij het lanceren van een raket zoals in figuur 15). In die situatie is de valversnelling namelijk niet 9,81 m/s^2 en moet je gebruik maken van de gravitatieconstante G en de afstand tot het zwaartepunt van de aarde. Dit geldt ook voor berekeningen met energie. De energie die een voorwerp heeft, op een bepaalde afstand tot een ander voorwerp, heet de **gravitatie-energie** E_G. Net zoals bij gravitatiekracht is gravitatie-energie een algemene versie van zwaarte-energie. Gravitatie-energie is als volgt gedefinieerd:

$$E_G = -G\frac{m_1 m_2}{r} \qquad (10)$$

Opgave 11

Leg met behulp van formule (8) en (9) uit dat de omloopsnelheid van de maan niet afhangt van de massa van de maan.

Opgave 12

Leidt uit formule (9) af dat de valversnelling (g) op het aardoppervlak ongeveer gelijk is aan 9,81 m/s^2.

4.2 POTENTIËLE ENERGIE

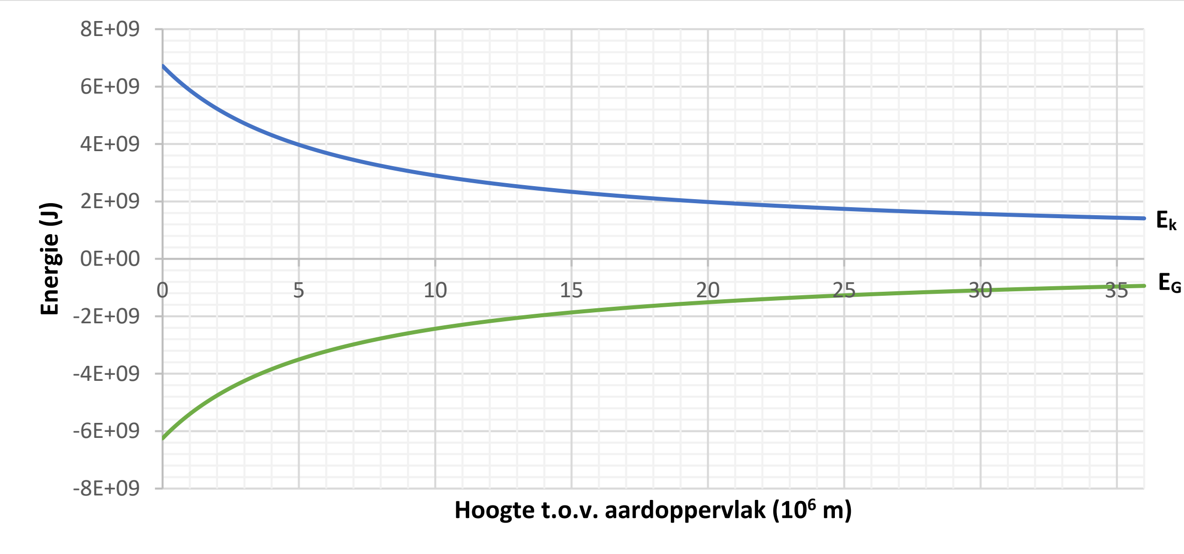
Gravitatie-energie is potentiële energie; het is een maat voor de hoeveelheid arbeid die er op een object verricht kan worden door de gravitatiekracht. Dit heb je al eerder gezien bij zwaarte-energie: Wanneer je een voorwerp vasthoudt op een bepaalde hoogte en daarna loslaat, dan zal het voorwerp gaan vallen. De zwaartekracht die op het voorwerp werkt, zorgt dat het voorwerp een versnelling krijgt. De zwaartekracht verricht dan arbeid, waardoor de potentiële energie wordt omgezet in snelheid, in kinetische energie. Ditzelfde vindt plaats bij een object dat zich ver van de aarde bevindt, al is de formule wat ingewikkelder, omdat de valversnelling niet constant is.

Net als bij de zwaarte-energie is het nulpunt van gravitatie-energie vrij te kiezen, omdat het niet gaat om de absolute waarde, maar een verschil in energie. Er is voor gekozen dat E_G gelijk is aan nul is bij $r = \infty$, omdat de gravitatiekracht ook nul is op oneindige afstand van een massa. De waarde van de zwaarte-energie is hierdoor een maat voor de hoeveelheid energie die nodig is om te ontsnappen aan de aantrekkingskracht van een massa. Deze keuze van het nulpunt heeft als gevolg dat de gravitatie-energie negatief is.

VOORBEELD: LANCERING VAN EEN SATELLIET (ZONDER WRIJVING)

Wanneer we kijken naar de lancering van een geostationaire satelliet, dan wordt er tijdens deze lancering chemische energie omgezet in kinetische energie. Door de kinetische energie gaat de satelliet omhoog en wordt er kinetische energie omgezet in gravitatie-energie. Dit gaat door totdat de gravitatiekracht op de satelliet precies gelijk is aan de benodigde middelpuntzoekende kracht, dit is het geval op een hoogte van ongeveer $36000\ \mathrm{km}$. Vanaf dat moment blijft de satelliet om de aarde heen bewegen (figuur 16). In Figuur 17 zijn de kinetische en gravitatie-energie van de satelliet weergegeven ten opzichte van de hoogte van de satelliet.

FIGUUR 16 DE BAAN VAN EEN LANCERING VAN EEN SATELLIET



FIGUUR 17 DE ENERGIE VAN EEN SATELLIET IN DE NABIJHEID VAN DE AARDE

OPGAVE 13

Leg uit hoe je aan figuur 17 kunt zien dat de luchtwrijving buiten beschouwing wordt gelaten.

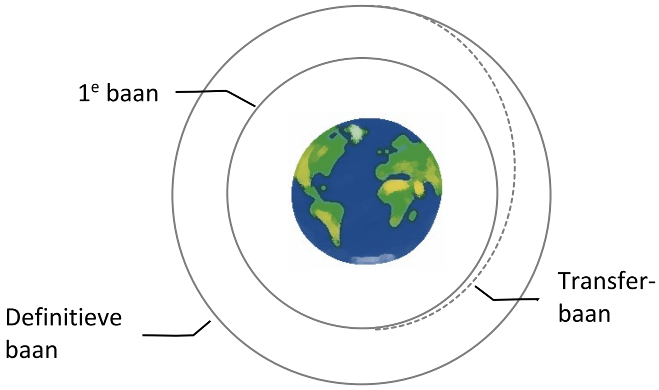
OPGAVE 14

Een geostationaire satelliet is een satelliet met een specifieke omlooptijd, snelheid en hoogte.

a. Leg uit wat een geostationaire satelliet is en welke omlooptijd daarbij hoort.
b. Bereken de precieze hoogte van de baan van een geostationaire satelliet.
c. Bereken de snelheid van een geostationaire satelliet.
d. Bereken met behulp van je antwoord bij b. en c. hoeveel energie per kilogram er nodig is om een satelliet in een geostationaire baan om de aarde te brengen.

OPGAVE 15

In werkelijkheid wordt een geostationaire satelliet in meerdere stappen op de goede afstand tot de aarde gebracht. Eerst wordt de satelliet in een lage baan om de aarde gebracht. Om de satelliet op de goede afstand tot de aarde te krijgen, wordt enkele keren een verbrandingsmotor aangezet. Door de krachten die hierdoor op de satelliet werken, komt de satelliet uiteindelijk in zijn definitieve baan terecht (zie figuur 18 voor een vereenvoudigde weergave). In de lage baan bevindt de satelliet zich op $2000\ \mathrm{km}$ boven het aardoppervlak. In de definitieve baan bevindt de satelliet zich op $36000\ \mathrm{km}$ boven het aardoppervlak. In figuur 19 wordt de energie per kg gegeven van een object dat zich in een cirkelbeweging rondom de aarde voortbeweegt.

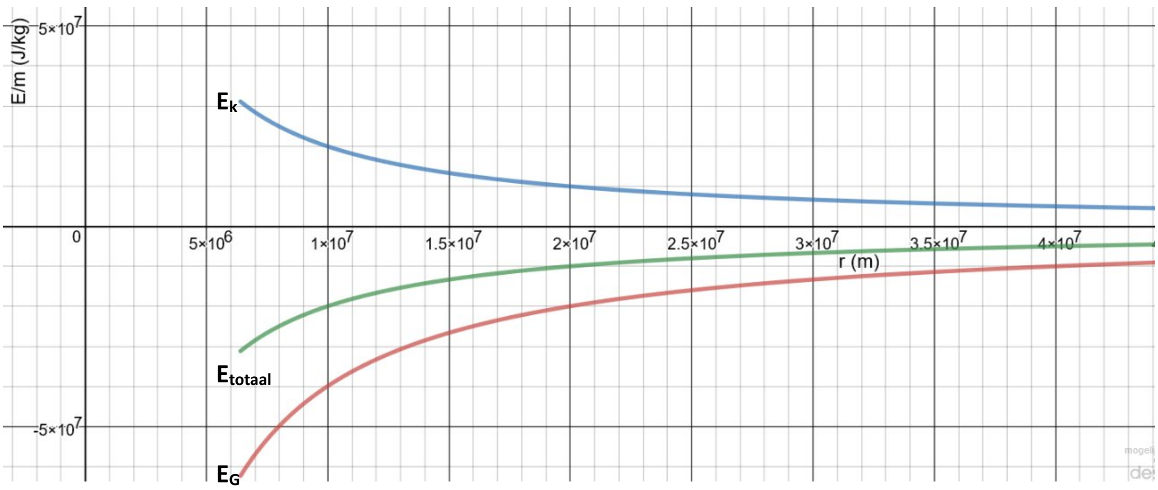


FIGUUR 18 EEN VEREENVOUDIGDE WEERGAVE VAN DE VERPLAATSING VAN EEN SATELLIET VAN EEN LAGE NAAR EEN GEOSTATIONAIRE BAAN

a. Bepaal met behulp van figuur 19 hoeveel energie er minimaal nodig is om een raket van baan 1 naar zijn definitieve baan te verplaatsen.

Theoretisch zou de satelliet, wanneer hij zich in zijn definitieve baan bevindt, altijd in deze baan blijven voortbewegen. In de praktijk is er een motor nodig om de satelliet in zijn geostationaire baan te houden.

b. Beredeneer welke factoren de baan van de satelliet kunnen beïnvloeden.



FIGUUR 19 DE ENERGIE PER KG VAN EEN VOORWERP DAT ZICH IN EEN CIRKELBEWEGING RONDOM DE AARDE BEVINDT

4.4 RUIMTESONDES

Ruimtesondes zijn onbemande ruimtevaartuigen, die worden gebruikt om het heelal te onderzoeken. Deze ruimtesondes draaien niet in een baan om de aarde, maar bevinden zich in de buurt van andere planeten of zelfs buiten ons zonnestelsel. Om deze ruimtesondes te lanceren, moeten ze gelanceerd worden met de goede snelheid; de ontsnappingssnelheid.

OPGAVE 16

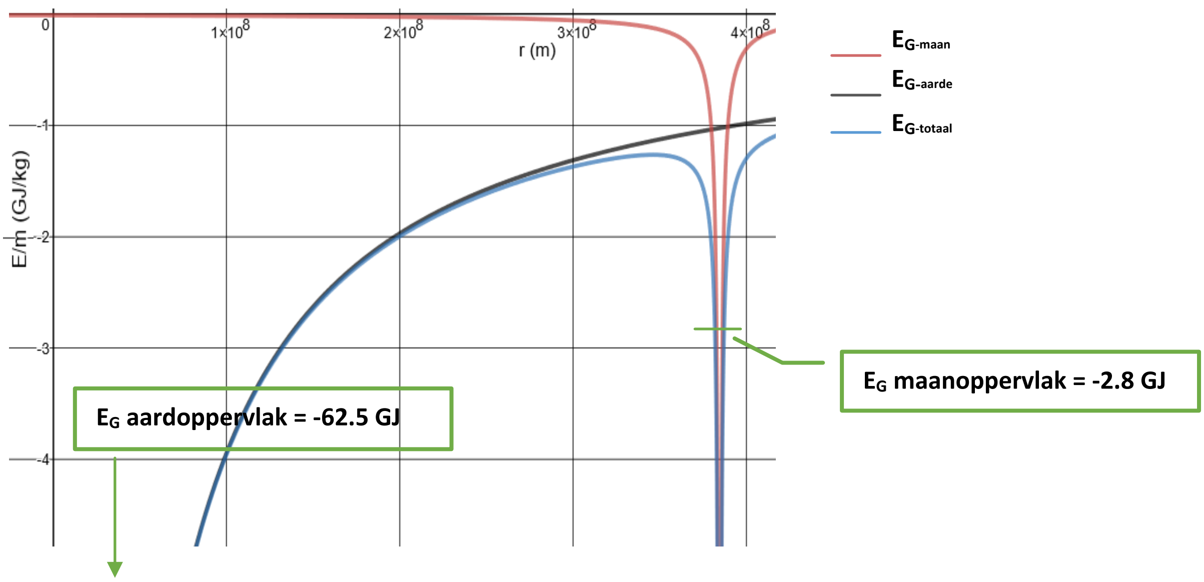
a. Leidt de formule voor ontsnappingssnelheid af m.b.v. formule (10) en een formule uit BINAS.
b. Schets in het diagram op het werkblad het verloop van de kinetische en gravitatie-energie ten opzichte van de hoogte van de ruimtesonde. Verwaarloos hierbij de wrijving en geef hierbij duidelijk aan wat de verschillen zijn met figuur 17.

4.5 BEMANDE RUIMTEVAART

Sinds 1961 zijn er verschillende bemande ruimtevluchten geweest. In eerste instantie waren het vluchten in een baan om de aarde. De eerste bemande vlucht die de baan om de aarde verliet was de Apollo 8. Tijdens deze vlucht cirkelde het ruimtevaartuig om de maan. Sindsdien hebben 12 astronauten het maanoppervlak betreden. Tot nu toe is de maan de verste bestemming geweest voor bemande ruimtevaart, maar in 2030 wil NASA een bemande ruimtemissie naar Mars uitvoeren. Hiervoor moet de space shuttle het zwaartekrachtveld van de aarde volledig verlaten.

OPGAVE 17

In figuur 20 zie je een diagram waarin de potentiële energie van de aarde en de maan zijn weergegeven. Leg aan de hand van deze figuur uit of het meer, minder of evenveel energie kost om een space shuttle op de maan te laten landen, dan om deze de ruimte in te lanceren.



FIGUUR 20 DE GRAVITATIE-ENERGIE PER KG VAN EEN VOORWERP DAT ZICH IN DE NABIJHEID VAN DE AARDE EN DE MAAN BEVINDT

5. Intermezzo

5.1 Kracht en potentiële energie

Het is je misschien al opgevallen dat de formules van de kracht op een voorwerp en de potentiële energie in deze module veel op elkaar lijken. Hieronder een kort overzicht van de behandelde formules:

Kracht	**Energie**
$F_z = mg$	$E_z = mgh$
$F_v = -Cu$	$E_v = \frac{1}{2}Cu^2$
$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$	$E_G = -G\frac{m_1 m_2}{r}$

Er is een verband tussen kracht en energie. Zoals al eerder is uitgelegd, is E_p de potentie tot het verrichten van arbeid. Er werkt een kracht op het voorwerp wanneer E_p verandert. Hieruit volgt dat de kracht de **afgeleide** is van de E_p, d.w.z.:

$$F = -\frac{dE}{dx} \tag{11}$$

Deze afgeleide is de hellingsfunctie van de energie. Dit heeft als gevolg dat je in een E,x-diagram de kracht kan bepalen door de **helling** te bepalen. Andersom kan je uit een F,x-diagram de energie bepalen door te **integreren** of het **oppervlak** te bepalen onder de grafiek.

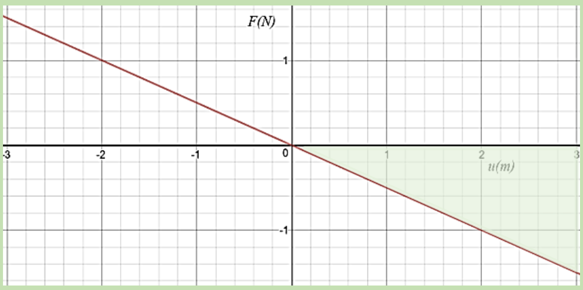
Voorbeeld: Veerkracht en veerenergie

Wanneer we kijken naar veerkracht en veerenergie, dan weten we de potentiële energie van een veer gelijk is aan $E_v = \frac{1}{2}Cu^2$. Als we hiervan de afgeleide naar u bepalen, dan is dat gelijk aan:

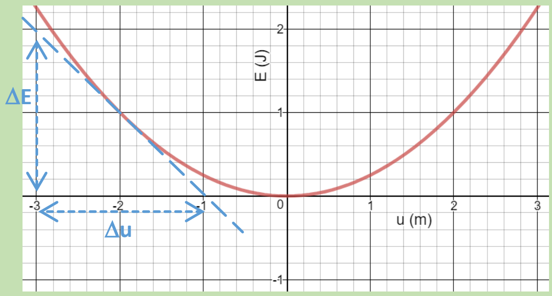
$$-\frac{d}{du}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right) = -2\cdot\frac{1}{2}Cu^{2-1} = -Cu$$

Wanneer we nu figuur 21 bekijken, dan is te zien dat het oppervlak van 0 tot 3 m gelijk is aan $\frac{1}{2}\cdot 3\cdot -1{,}5 = -2{,}25\ Nm$. Dit is gelijk aan -1·$E_p$ op $u = 3$ m in figuur 22.

Als je kijkt naar de raaklijn in figuur 22, dan is de richtingscoëfficiënt hiervan gelijk aan $\frac{-2{,}0}{2{,}0} = -1\ J/m$. Dit is gelijk aan -1·F op $u =$ -2 m in figuur 21.



Figuur 21 Het verband tussen de kracht en uitrekking van een veer



Figuur 22 Het verband tussen de potentiële energie en uitrekking van een veer

Noot: Het valt je misschien op dat het minteken bij zwaarte- en gravitatiekracht ontbreekt, dit heeft puur te maken met de keuze om een kracht richting het middelpunt van de aarde als positief te definiëren.

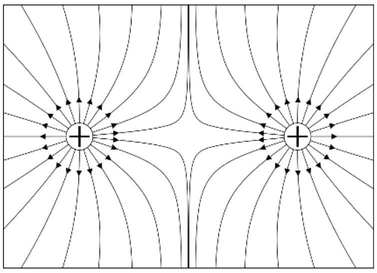
6. ELEKTRISCHE ENERGIE

6.1 KRACHT EN ENERGIE VAN TWEE PUNTLADINGEN

Wanneer twee geladen deeltjes bij elkaar in de buurt komen, dan oefenen ze een **elektrische kracht** uit op elkaar. In eerdere hoofdstukken heb je geleerd dat hiervoor geldt:

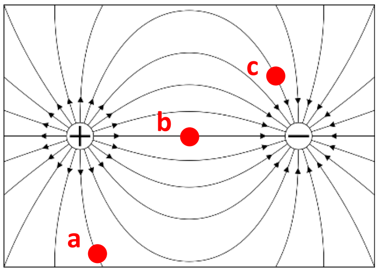
$$F_{el} = f\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (12)$$

F_{el} is de kracht die de ladingen op elkaar uitoefenen in N
f is de constante van Coulomb (8,988·10^9 $\mathrm{Nm^2C^{-2}}$)
q_1 en q_2 is de lading in C
r is de afstand in m



FIGUUR 23 HET ELEKTRISCH VELD VAN GELIJKSOORTIGE PUNTLADINGEN

Hierbij is F_{el} negatief als de ladingen elkaar aantrekken en positief als de ladingen elkaar afstoten. Deze formule lijkt erg op de formule voor de gravitatiekracht, alleen de elektrische kracht kan dus ook negatief zijn. In figuur 23 en 24 zie je de elektrische veldlijnen behorend bij deze situaties. In de voorgaande paragraaf heb je geleerd dat een voorwerp, dat onder invloed is van krachten, potentiële energie bezit. Ook deze geladen deeltjes hebben dus een potentiële energie, deze energie wordt **elektrische energie** E_{el} genoemd en hiervoor geldt:



FIGUUR 24 HET ELEKTRISCH VELD VAN ONGELIJKSOORTIGE PUNTLADINGEN

$$E_{el} = f\frac{q_1 q_2}{r} \qquad (13)$$

OPGAVE 18

In figuur 23 en 24 zijn elektrische veldlijnen weergegeven.

a. Leg uit wat elektrische veldlijnen voorstellen.

In figuur 24 zijn er drie punten, a t/m c aangegeven.

b. Zet de punten a, b en c op volgorde van afnemende elektrische veldsterkte.

OPGAVE 19

Bereken de grootte van de elektrische kracht die een waterstofkern uitoefent op het elektron in dat atoom. Maak hierbij gebruik van de Bohrstraal a_0 in BINAS tabel 7.

OPGAVE 20

Schets in het diagram op het werkblad het verband tussen de elektrische energie en de afstand tot de kern van een elektron in een waterstofkern.

OPGAVE 21

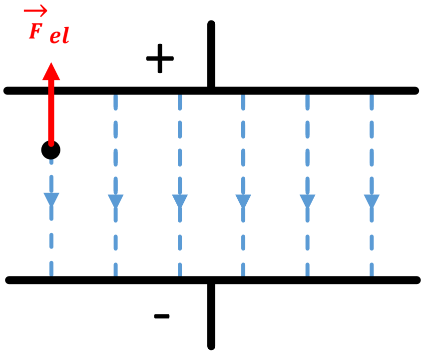
Stel, je brengt een ander geladen deeltje in de buurt van een elektron in een waterstofatoom. Leg uit of er hierdoor iets zou veranderen aan het diagram dat je bij opgave 20 hebt geschetst.

6.2 KRACHT EN ENERGIE IN EEN HOMOGEEN VELD

Wanneer een elektrisch geladen deeltje in een homogeen elektrisch veld wordt geplaatst, wordt er ook een kracht op uitgeoefend (figuur 25). Deze kracht F_{el} is overal gelijk en te berekenen met:

$$F_{el} = \frac{qU}{d} \qquad (14)$$

F_{el} is de elektrische veldkracht in N
q is de lading van het deeltje in C
U is de spanning tussen de platen in V
d is de afstand tussen de platen in m



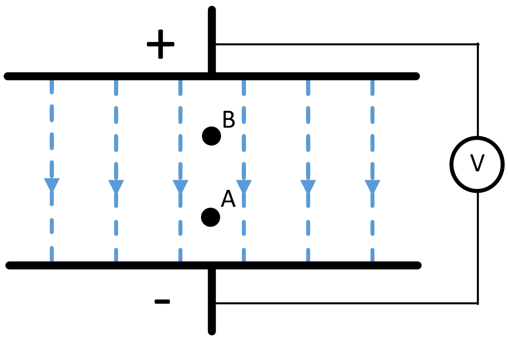
FIGUUR 25 EEN ELEKTRON IN EEN ELEKTRISCH VELD

Waarbij U gelijk is aan de spanning over de twee platen en d aan de afstand tussen de twee platen. Ook in deze situatie werkt er een kracht op een deeltje (we laten de zwaartekracht hier even buiten beschouwing), waardoor het deeltje potentiële energie bezit. De verandering van elektrische energie is hierbij gelijk aan:

$$\Delta E_{el} = qU \qquad (15)$$

OPGAVE 22

Een elektron bevindt zich in een elektrisch veld zoals weergegeven in figuur 26 en beweegt vanuit stilstand van punt A tot punt B. De spanning over de twee platen is $12\ \mathrm{V}$. De weergave van de platen en positie A en B is op schaal. Verder mag de zwaartekracht buiten beschouwing gelaten worden.



FIGUUR 26 EEN ELEKTRON BEWEEGT IN EEN HOMOGEEN ELEKTRISCH VELD

a. Bereken de snelheid die het elektron heeft in positie B.
b. Schets in het diagram op het werkblad het verband tussen de kinetische en de elektrische energie en de positie tussen de platen. Doe dit voor het hele gebied vanaf de positieve tot de negatieve plaat. Het nulpunt van de elektrische energie mag hierbij willekeurig gekozen worden.
c. Leg uit hoe, uit het diagram dat je bij b. hebt getekend, blijkt dat F_{el} overal tussen de platen even groot is.

6.3 Alfaverval

Opgave 23

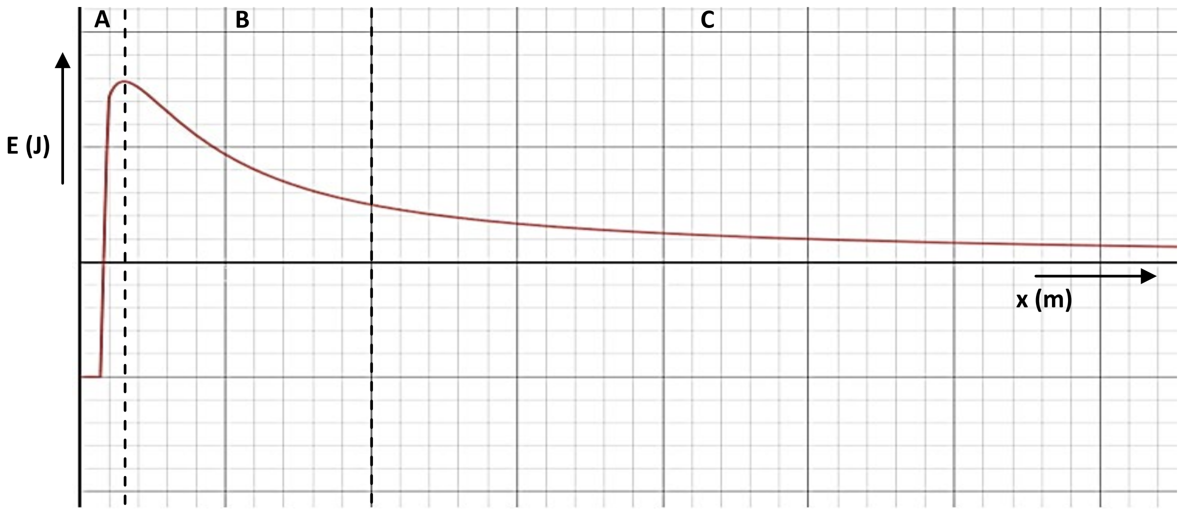
Beryllium-8 (^8_4Be) is een zeer instabiel atoom dat alfastraling uitzendt. Bij het alfaverval ontsnapt er een alfadeeltje (^4_2He) uit de kern van een atoom. De overblijvende kern is dan ook gelijk aan ^4_2He:

$$^8_4Be \rightarrow 2^4_2He$$

Net voor het alfaverval kunnen we de kern van Beryllium-8 beschouwen als twee alfadeeltjes die zich dichtbij elkaar bevinden. Beide hebben een lading van $+2e$ en een massa van $6{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg. De maximale afstand tussen deze deeltjes is gelijk aan de diameter van de kern, deze is bij benadering $4 \cdot 10^{-15}$m.

a. Teken in het diagram op het werkblad de potentiële energie uitgezet tegen de afstand tussen de twee deeltjes.

In figuur 26 hieronder zie je een benadering van de werkelijke potentiële energie van het alfadeeltje.



FIGUUR 26 DE POTENTIËLE ENERGIE VAN EEN ALFADEELTJE IN DE KERN

b. Leg uit dat er uit dit diagram blijkt dat er meer krachten een rol spelen dan alleen de elektrische kracht.

In figuur 26 zijn drie gebieden aangegeven; gebied A, B en C.

c. Geef voor elk van deze gebieden in de tabel op het werkblad aan of het deeltje in dat gebied een afstotende of aantrekkende kracht ervaart en leg uit waarom.
d. Rangschik de drie gebieden op volgorde van afnemende gemiddelde kinetische energie.