ENERGIE EN WISSELWERKING

Energie in diagrammen

UITWERKINGEN

Dit zijn de uitwerkingen behorend bij de module "Energie en wisselwerking – energie in diagrammen". Deze module is ontwikkeld in het kader van een promotieonderzoek naar begripsproblemen van scholieren met betrekking tot het domein Quantumwereld. Het is bedoeld als voorbereiding op Domein F1 Quantumwereld, met name voor het begrip van quantumverschijnselen in het kader van opgesloten deeltjes en tunneling.

AUTEURS:

Kim Krijtenburg-Lewerissa – Universiteit Twente / CSG Het Noordik
Joris de Vries – Universiteit Twente / CSG Het Noordik

UITWERKINGEN DEEL 2: ZWAARTE-ENERGIE

OPGAVE 1

a. Om de tas met een constante snelheid omhoog te tillen, moet de resulterende kracht volgens de 1e wet van Newton 0 N zijn. Op de tas werkt de zwaartekracht naar beneden; de kracht omhoog zal dus even groot moeten zijn als de zwaartekracht. De afstand waarover de kracht moet worden uitgeoefend is 2,0 m. De arbeid kan nu worden uitgerekend: $W = F \cdot s = F_{zw} \cdot s = m \cdot g \cdot s = 5{,}0 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}0 = 98$ J.

b. $E_{zw} = m \cdot g \cdot h = 5{,}0 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}0 = 98$ J.

c. De berekende arbeid van vraag a is de verrichte arbeid op de tas. De totale energie van de tas moet dus met dezelfde hoeveelheid zijn toegenomen. De totale energie voor een tas op 2 m hoogte zonder snelheid is de berekende zwaarte-energie. De totale energie voor een tas op de grond is 0 J. Het verschil is inderdaad de berekende arbeid.

OPGAVE 2

a. Als de bal een bepaalde hoogte heeft, heeft deze potentiële energie. In die situatie werkt alleen de zwaartekracht op de bal, dus deze kracht veroorzaakt de potentiële energie. Dit is ook te beredeneren vanuit het feit dat potentiële energie een energie is die omgezet kan worden in andere energievormen. Tijdens de beweging zal de zwaartekracht arbeid op de bal verrichten en hierdoor verandert de kinetische energie van de bal.

b. De totale energie blijft constant. Als de wrijvingskrachten niet buiten beschouwing zouden worden gelaten, zou de totale energie moeten afnemen.

c. Nadat de bal het hoogste punt heeft bereikt, zal de zwaartekracht zorgen voor een beweging omlaag. E_p wordt hierdoor kleiner en dit zorgt voor een toename van E_k. De totale energie blijft gelijk.

OPGAVE 3

a. De richting van de bal moet dan 90^o zijn. Als de richting kleiner is dan 90^o zal de bal altijd een horizontale snelheid houden, en kan de kinetische energie niet 0 J worden. In het energiediagram kun je zien dat er dan een kleinere hoogte wordt bereikt.

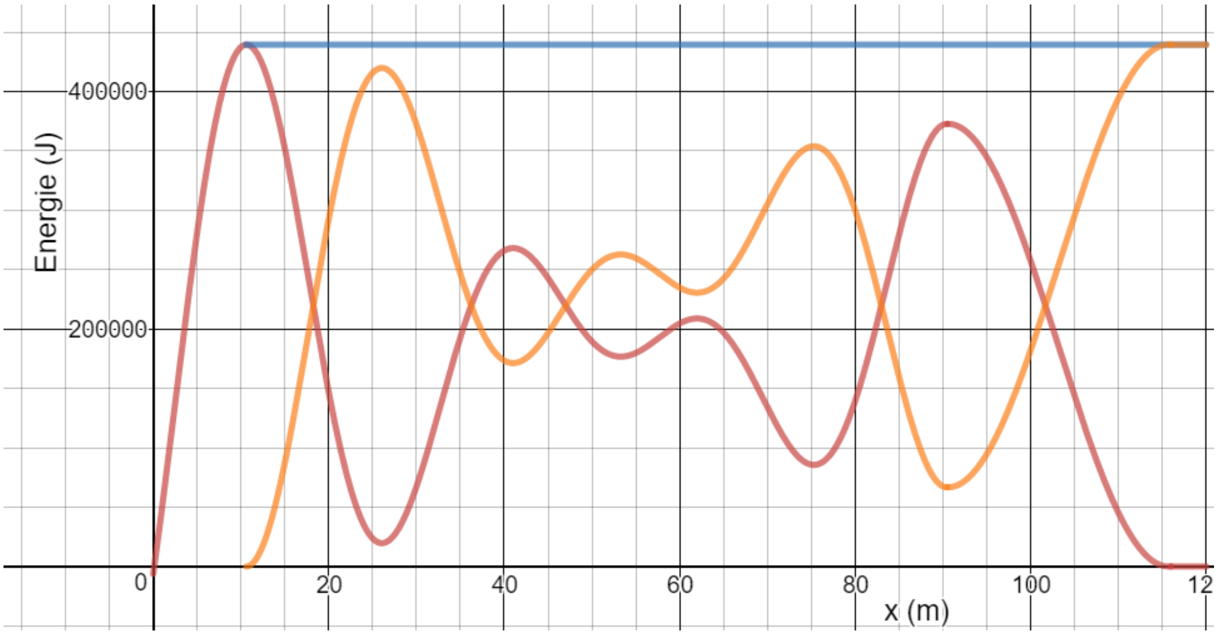
b. Uit het energiediagram blijkt dat de kinetische energie op 1 m hoogte altijd hetzelfde is. Voorwaarde is wel dat de bal voldoende verticale snelheid heeft om een hoogte van 1 m te kunnen bereiken.

OPGAVE 4

De eerste heuvel is lager dan de derde heuvel en de looping. Aangezien de snelheid bovenop de eerste heuvel 0 m/s is, is de totale energie gelijk aan de potentiële energie op deze heuvel. Omdat er geen extra energie bijkomt, is de hoogte van de eerste heuvel de maximale hoogte die de trein kan hebben. De trein komt dus niet over heuvel drie.

OPGAVE 5

a. E_p is de rode lijn



b. E_t is de blauwe lijn

c. E_k is de oranje lijn

d. Op s = 30 m is de kinetische energie $E_k = 370 \cdot 10^3$ J.

De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 370 \cdot 10^3}{2-000}} = 19$ m/s.

Op s = 100 m is de kinetische energie $E_k = 180 \cdot 10^3$ J.

De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 180 \cdot 10^3}{2-000}} = 9{,}5$ m/s.

OPGAVE 6

a. $\Delta E_p = 440 - 270 = 170\text{kJ}$, $s \approx 70\text{m}$, dus $F = \frac{E}{s} = \frac{170}{70} = 2{,}4$ N

b. $\Delta E_p = 440 - 370 = 70\text{kJ}$, $s \approx 145\text{m}$, dus $F = \frac{E}{s} = \frac{70}{145} = 0{,}5$ N

UITWERKINGEN DEEL 3: VEERENERGIE

OPGAVE 7

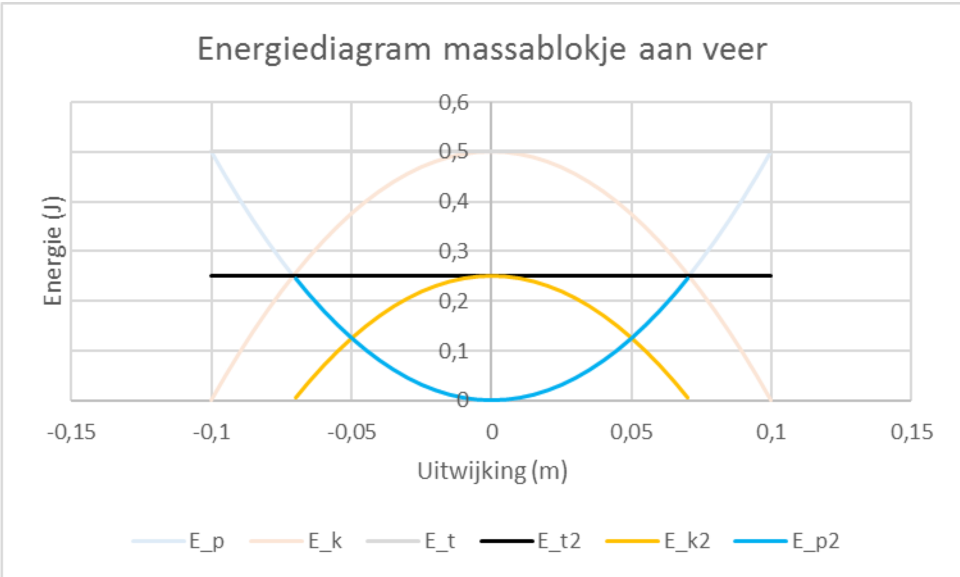
a. De massaloze veer 'levert' de kracht waardoor er op het massablokje arbeid verricht kan worden, en potentiele energie omgezet kan worden in kinetische energie. Zonder de massaloze veer zou er geen potentiele energie kunnen zijn.

b. Om een uitwijking groter dan 0,1m te krijgen, zou de energie groter moeten zijn dan de totale energie van dit systeem.

c. De snelheid is maximaal als de kinetische energie maximaal is. In het energiediagram kun je zien dat de kinetische energie maximaal is bij *uitwijking* = 0. De kinetische energie is dan 0,5 J. De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5}{0{,}050}} = 4{,}5$ m/s.

d. Als de uitwijking 5,0 cm is, kun je in het energiediagram aflezen dat de kinetische energie 0,37 J is. De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}37}{0{,}050}} = 3{,}8$ m/s.

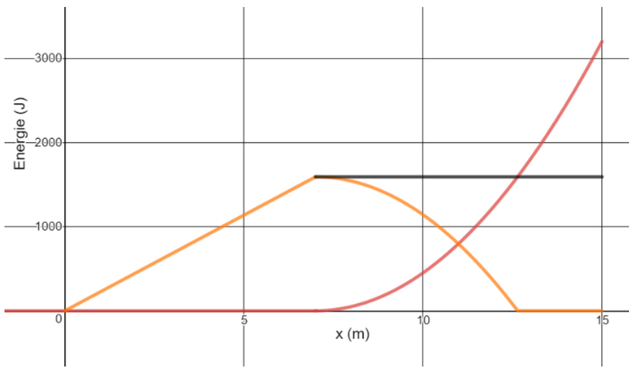
e.



E_t2, E_k2 en E_p2 zijn de energieën na de botsing.

OPGAVE 8

a. E_v is rood, E_k is oranje:



b. In het linker deel van het diagram is de potentiële energie lager dan in het rechter deel. Omdat een object altijd de positie met de laagte potentiële energie zal innemen, wordt er een kracht uitgeoefend naar links.

c. E_t is de zwarte lijn.

d. Als Caren geen kinetische energie meer heeft, komt hij niet meer verder op de baan en heeft zij de maximale afstand bereikt. In het energiediagram kun je zien dat de kinetische energie 0 J is na 12,6 m. Caren is 12,6 m ver gekomen.

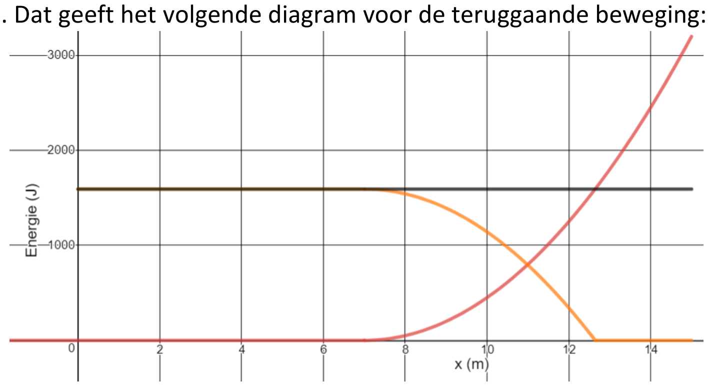
e. Uit het energiediagram blijkt dat Caren na 10 m een kinetische energie van $1{,}1 \cdot 10^3$ J heeft. De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^3}{65}} = 5{,}8$ m/s.

f. Alle kinetische energie wordt dan omgezet in potentiele energie. De kinetische energie na 7,0 m moet dan net zo groot zijn als de potentiele energie aan het einde van de baan. In het energiediagram kun je zien dat de potentiele energie op 15 m afstand (einde van de baan) $3{,}2 \cdot 10^3$ J is. De kinetische energie na 7,0 m moet dan net zo groot zijn. De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^3}{65}} = 9{,}9$ m/s.

g. Tussen x=7 m en x=12,6 m wordt er een kracht uitgeoefend naar links. Hierdoor zal Caren naar links bewegen. Vanaf x=7 m werken er geen krachten meer op Caren. Hierdoor zal ze vanaf dat punt met constante snelheid doorgaan richting x=0 m en dus terugglijden naar het beginpunt.

h. De totale energie blijft behouden omdat er geen wrijving is. Alle potentiele energie wordt omgezet in kinetische energie, dus Caren heeft op x=7 m weer een snelheid van 7,0 m/s. Vanaf die positie werken er geen krachten meer op Caren en blijft ze met constante snelheid voortbewegen. Caren botst dus met 7,0 m/s tegen het begin van de baan aan.

i. De potentiele energie verandert over de hele afstand niet, de totale energie en de kinetische energie voor afstanden groter dan 7 m veranderen ook niet. Tussen 0 m en 7 m afstand blijft de totale energie nu behouden en omdat er daar geen potentiele energie is, is de kinetische energie daar gelijk aan de totale energie. Dat geeft het volgende diagram voor de teruggaande beweging:



OPGAVE 9

a. De arbeid die geleverd wordt bij het omhoog trekken van Lars wordt omgezet in potentiele energie van Lars. In dit geval neemt de zwaarte-energie toe en de veerenergie in de elastieken. De toename van de potentiele energie is gelijk aan de geleverde arbeid. De toename van de zwaarte-energie kan berekend worden met $E_{zw} = m \cdot g \cdot h = 48 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}3 = 1{,}1 \cdot 10^3$ J. De toename van de veerenergie per elastiek kan berekend worden met $E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = \frac{1}{2} \cdot 120 \cdot 3{,}1^2 = 5{,}8 \cdot 10^2$ J. De totale toename van de potentiele energie is dan de toename van de zwaarte-energie en 2 keer de toename van de veerenergie per elastiek: $1{,}1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 5{,}8 \cdot 10^2 = 2{,}2 \cdot 10^3$ J. De arbeid die de elektromotor moet verrichten is dan ook $2{,}2 \cdot 10^3$ J.

b.

Grafiek	Energie
1	E_{tot}
2	E_z
3	$E_{v\text{-}el}$
4	E_k
5	$E_{v\text{-}tr}$

c. De snelheid van Lars is maximaal als zijn kinetische energie maximaal is. De kinetische energie is dan $0{,}41 \cdot 10^3$ J. De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}41 \cdot 10^3}{48}} = 4{,}1$ m/s.

Deze snelheid wordt bereikt wanneer $E_z = 0{,}9 \cdot 10^3$ J. De hoogte kan berekend worden met $h = \frac{E_z}{mg} = \frac{900}{48 \cdot 9{,}81} = 1{,}9 \text{ m}$.

d. Lars bevindt zich op maximale hoogte wanneer E_z maximaal is. De maximale zwaarte-energie is 2,1 kJ. De bijbehorende hoogte kan berekend worden met $h = \frac{E_z}{mg} = \frac{2100}{48 \cdot 9{,}81} = 4{,}5 \text{ m}$

OPGAVE 10

a.

Grafiek	Energie
1	$E_{v\text{-}el}$
2	$E_{v\text{-}tr}$
3	E_k
4	E_{tot}
5	E_z

b. 1, 2 en 5

c. De snelheid van Lars is maximaal als zijn kinetische energie maximaal is. Dit is zo op het punt $h = 1{,}8 \text{ m}$. De kinetische energie is dan $0{,}4 \cdot 10^3$ J. De snelheid kan dan berekend worden met $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}4 \cdot 10^3}{48}} = 4{,}1$ m/s.

d. De maximale waarden van de 5 energieën zijn gelijk aan de waarden in diagram 12. Alleen de hoogte waarbij de maximale snelheid wordt bereikt is wijkt iets af.

e. De totale energie en de kinetische energie verandert.

UITWERKINGEN DEEL 4: GRAVITATIE-ENERGIE

OPGAVE 11

Voor de beweging van de maan rond de aarde geldt:

$$\vec{F}_{mpz} = \vec{F}_G$$

$$\frac{m\vec{v}^2}{r} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Hierbij is m de massa van de maan, m_1 en m_2 zijn de massa van de maan en de aarde. Links en rechts kan je dus de massa van de maan wegstrepen, waaruit volgt dat deze niet van invloed is op de grootte van de omloopsnelheid.

OPGAVE 12

De zwaartekracht is de berekenen met

$$\vec{F}_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Hierin is G de gravitatieconstante, m_1 de massa van de zon en r de straal van de aarde. Deze drie waarden zijn constant, waardoor geld:

$$\vec{F}_G = constante \cdot m_2$$

De waarde van deze constante g is:

$$g = G\frac{m_1}{r^2} = \frac{6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{(6{,}371 \cdot 10^{6})^2} = 9{,}82\ m/s^2$$

Dit is ongeveer gelijk aan 9,81 m/s^2

OPGAVE 13

De totale energie blijft hier gelijk, dit is te zien aan het feit dat $E_k + E_p$ constant blijft. *(noot: dit kan ook inhouden dat de luchtwrijving verwaarloosbaar klein is)*

OPGAVE 14

a. Een geostationaire satelliet is een satelliet die op een vaste positie t.o.v. het aardoppervlak meedraait met de beweging van de aarde. Hierdoor is de omlooptijd exact gelijk aan de rotatie van de aarde (23,9 h).

b. In deze situatie is de gravitatiekracht gelijk aan de middelpuntzoekende kracht:

$$\vec{F}_{mpz} = \vec{F}_G$$

$$\frac{m\vec{v}^2}{r} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\frac{\vec{v}^2}{r} = G\frac{m_2}{r^2}$$

Met $v = \frac{2\pi r}{T}$ wordt dat

$$\frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = G\frac{m_2}{r^2}$$

$$r^3 = \frac{Gm_2T^2}{4\pi^2} = \frac{6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24} \cdot (8{,}617 \cdot 10^4)^2}{4\pi^2} = 7{,}496 \cdot 10^{22}$$

$$r = 4{,}216 \cdot 10^7 m$$

De hoogte is $4{,}216 \cdot 10^7$ m t.o.v. het middelpunt van de aarde. Dit is $3{,}579 \cdot 10^7$ m hoogte t.o.v. het aardoppervlak.

c. $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 4{,}216 \cdot 10^7}{8{,}617 \cdot 10^4} = 3{,}074 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$

d. Energiebalans:

Op het aardoppervlak		*op 36000 km hoogte*
$E_{G1} + E_{k1}$	=	$E_{G2} + E_{k2}$

Hieruit volgt dat:

$E_{k1} = E_{G2} - E_{G1} + E_{k2}$

De snelheid op 36000 km hoogte is gelijk aan:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 3{,}600 \cdot 10^7 + 6{,}371 \cdot 10^6}{8{,}617 \cdot 10^4} = 3{,}090 \cdot 10^3\ m/s$$

De kinetische energie is dan gelijk aan:

$$E_{k2} = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 1 \cdot (3{,}090 \cdot 10^3)^2 = 4{,}77 \cdot 10^1 J$$

De gravitatie-energie is dan gelijk aan:

$$E_{G2} = -G\frac{m_1m_2}{r} = -6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{3{,}600 \cdot 10^7 + 6{,}371 \cdot 10^6} = -9{,}41 \cdot 10^6 J$$

Op het aardoppervlak is de gravitatie-energie gelijk aan:

$$E_{G1} = -G\frac{m_1m_2}{r} = -6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1 \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^6} = -6{,}26 \cdot 10^7 J$$

Dus:

$$E_{k1} = -9{,}41 \cdot 10^6 + 6{,}26 \cdot 10^7 + 4{,}77 \cdot 10^1 = 5{,}32 \cdot 10^7 J$$

Opgave 15

a. Baan 1 is op 2000 km boven het aardoppervlak, dus $r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 2{,}000 \cdot 10^6 = 8{,}371 \cdot 10^6$ m. De totale energie is in die baan (aflezen in diagram 19) $E_t = -2{,}5 \cdot 10^7$ J.
Baan 2 is op 36000 km boven het aardoppervlak, dus $r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 36{,}000 \cdot 10^6 = 42{,}371 \cdot 10^6$ m. De totale energie is in die baan (aflezen in diagram 19) $E_t = -0{,}5 \cdot 10^7$ J.
De minimale energie nodig om de satelliet naar de hogere baan te brengen is dan
$\Delta E_t = -0{,}5 \cdot 10^7 + 2{,}5 \cdot 10^7 = 2 \cdot 10^7$ J .

b. De gravitatiekracht van de maan en de zon en de afgeplatte vorm van de aarde zorgen ervoor dat er een motor is nodig is om de satelliet in zijn baan te houden.

OPGAVE 16

a. $E_{G1} + E_{k1} = E_{G2} + E_{k2}$

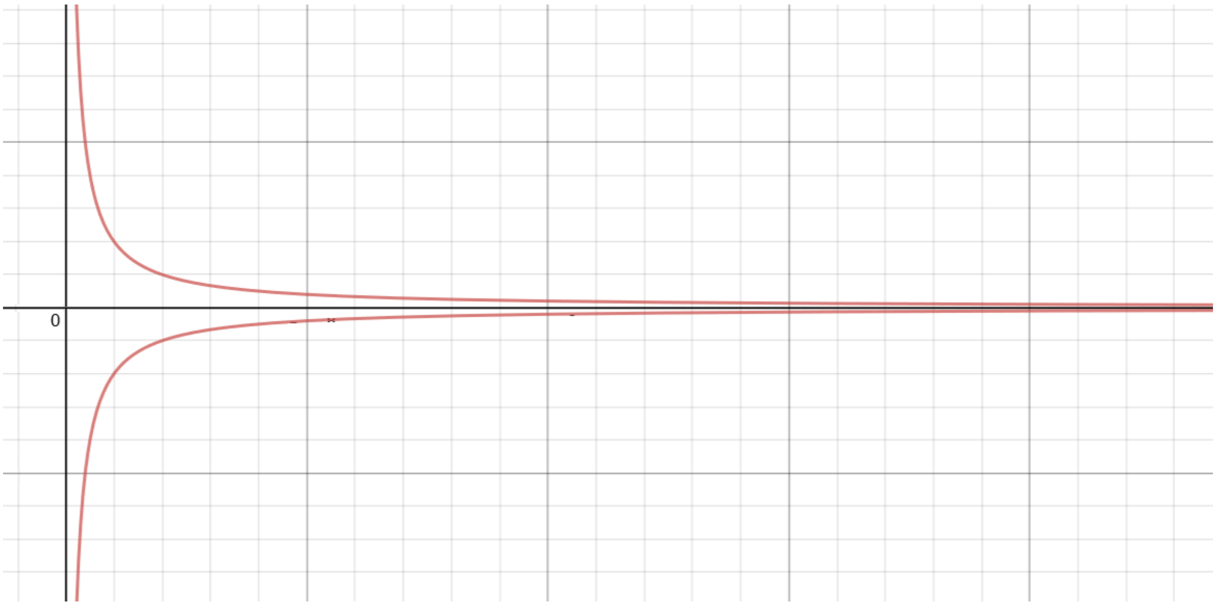
$$-G\frac{m_1 m_2}{r} + \tfrac{1}{2}mv^2 = 0$$

$$\tfrac{1}{2}m_{satteliet}v^2 = G\frac{m_{satteliet}m_{aarde}}{r_{aarde}x}$$

$$v^2 = G\frac{2m_{aarde}}{r_{aarde}} = 2gr_{aarde}$$

$$v = \sqrt{2gr_{aarde}}$$

b.



OPGAVE 17

Om een space shuttle de ruimte in te lanceren, moet de space shuttle zover van de aarde gaan dat de gravitatie-energie van de aarde op de shuttle $0\ \mathrm{J}$ is. Hiervoor is er $62{,}5\ \mathrm{GJ/kg}$ nodig.

Om een space shuttle op de maan te laten landen, moet de space shuttle eerst in zover van de aarde gaan, dat de gravitatiekracht van de maan meer invloed heeft dan de gravitatiekracht van de aarde. Het kantelpunt waar de maan en de aarde evenveel invloed hebben ligt op $r = 3{,}5 \cdot 10^8\ \mathrm{m}$ met $E_G = -1{,}3\ \mathrm{GJ/kg}$. Om de space shuttle op dit kantelpunt te krijgen is er $\Delta E_G = -1{,}3 + 62{,}5 = 61{,}2\ \mathrm{GJ/kg}$ nodig.

Maar dit is niet het enige, wanneer de space shuttle net over dit kantelpunt komt, dan zal de space shuttle aangetrokken worden door de maan en hierdoor versnellen. Hij valt dan naar de maan toe en zal uiteindelijk op het maanoppervlak neerstorten. Er is dus nog extra energie nodig om de shuttle te laten landen, zodat hij met een snelheid van ongeveer $0\ \mathrm{m/s}$ op het maanoppervlak terechtkomt. Om de space shuttle precies met een snelheid van $0\ \mathrm{m/s}$ te laten landen is er $-1{,}3 + 2{,}8 = 1{,}5\ \mathrm{GJ/kg}$ nodig. In totaal is er dus $1{,}5 + 61{,}2 = 62{,}7\ \mathrm{GJ/kg}$ nodig om de shuttle precies stil te laten staan op het maanoppervlak.

Er is dus meer energie nodig om de shuttle te laten landen op de maan. Het lijkt een verwaarloosbaar verschil, maar voor een space shuttle met een massa van 2000 ton zou dit verschil van $0{,}2\ \mathrm{GJ}$ voor een snelheid zorgen van ongeveer $50\ \mathrm{km/h}$.

UITWERKINGEN DEEL 6: ELEKTRISCHE ENERGIE

OPGAVE 18

a. Elektrische veldlijnen geven de richting van de kracht op een eenheidslading in een bepaald gebied weer.

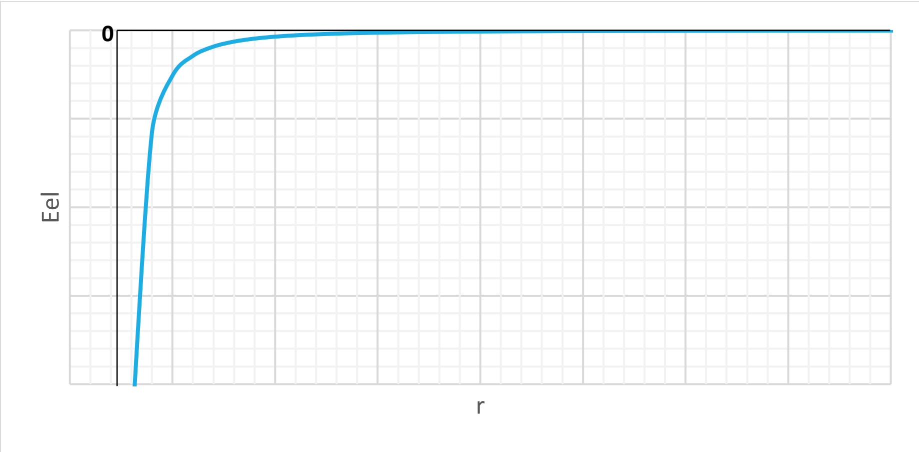
b. De veldsterkte is evenredig met de veldlijnendichtheid. De volgorde is dus: b, c, a.

OPGAVE 19

De gemiddelde afstand van het elektron tot de kern is gelijk aan de Bohrstraal, $a_0 = 5{,}292 \cdot 10^{-11}$ m. Dus de elektrische kracht is gelijk aan:

$$\vec{F}_{el} = f\frac{q_1 q_2}{r^2} = 8{,}988 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{-(1{,}602 \cdot 10^{-19})^2}{(5{,}292 \cdot 10^{-11}\,)^2}\right) = -8{,}24 \cdot 10^{-8}\,N$$

OPGAVE 20



OPGAVE 21

Een extra elektron zorgt voor veranderingen in het elektrisch veld in het waterstofatoom. Aangezien potentiële energie wordt veroorzaakt de krachten die er op een lading werken, zal E_{el} hierdoor veranderen.

OPGAVE 22

a. De afstand tussen de platen is 2,65 cm. De afstand tussen A en B is 0,65 cm. Dit betekent dat de spanning tussen A en B gelijk is aan:

$$U_{AB} = \frac{12}{2{,}65} \cdot 0{,}65 = 2{,}9\,V$$

De verandering van E_{el} is dan gelijk aan:

$$\Delta E_{el} = qU = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}9 = 4{,}6 \cdot 10^{-19}\,J$$

De verandering in potentiële energie is gelijk aan de toename van E_k. Omdat de beginsnelheid 0 m/s is geldt hierdoor in positie B:

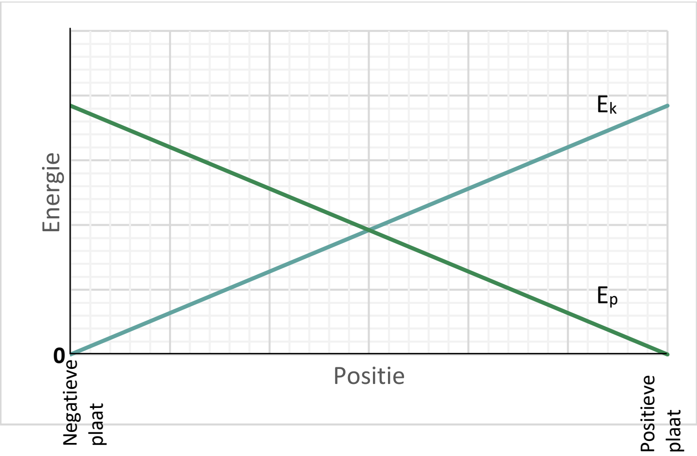
$$E_k = \Delta E_{el} = 4{,}6 \cdot 10^{-19}\,J$$

De snelheid op positie B is dan:

$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 1{,}0 \cdot 10^6\,m/s$$

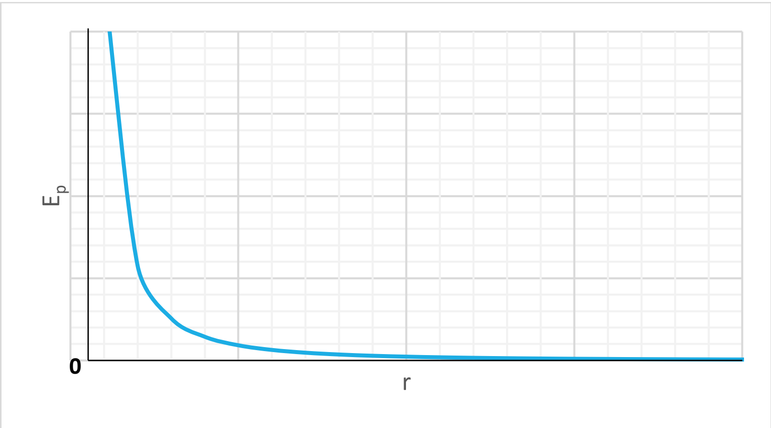
b.



c. In hoofdstuk 5 heb je geleerd dat de helling in een E,x-diagram een maat is voor de kracht. De grafiek is lineair, de helling is constant, hierdoor mag je concluderen dat de kracht constant is en dat F_{el} op alle posities even groot is.

Opgave 23

a.



b. E_p wordt veroorzaakt door de krachten die op een object werken. De potentiaal in diagram 3 wijkt in deel A af van vorm van de potentiaal die veroorzaakt wordt door F_{el}. Er moet dus nog een kracht op het alfadeeltje werken die zorgt voor deze afwijking in E_p.

c.

Gebied	Kracht	Uitleg
A	**Aantrekkend** / ~~afstotend~~	E_p neemt hier toe als de afstand groter wordt (de helling is positief)
B	~~Aantrekkend~~ / **afstotend**	E_p neemt hier af als de afstand groter wordt (de helling is negatief)
C	~~Aantrekkend~~ / **afstotend**	E_p neemt hier af als de afstand groter wordt (de helling is negatief)

d. Als E_t gelijk blijft geldt dat bij een grotere E_p de E_k kleiner wordt. Hieruit volgt: A, C, B.