

PANAMA CURSUSBOEK 6

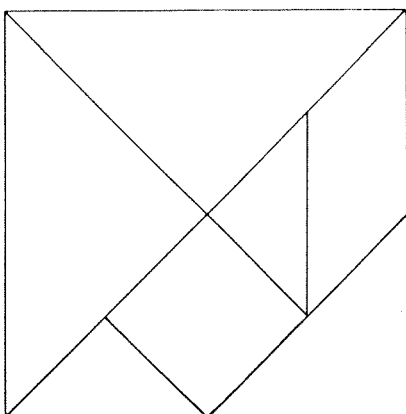
eindniveau rekenen-wiskunde op de basisschool

**E. Feijs
E. de Moor
(eds.)**



**HMN/SOL
OW & OC**

Omslag:
Met de TANGRAM-puzzelstukken kun je de figuur van het omslag leggen



panama cursusboek 6

PANAMA CURSUSBOEK 6

eindniveau rekenen-wiskunde op de basisschool

*Najaarscursus 1987
Noordwijkerhout*

**E. Feijs
E. de Moor
(eds.)**

Een coproductie van
HMN/SOL: Hogeschool Midden Nederland/SOL Utrecht
OW & OC: Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en
Onderwijs Computercentrum, RU Utrecht

eindredactie: E. Feijs en E. de Moor
bureauredactie: B. Dekker
typewerk: G. vd Bogaard, E. Hanepen en A. Ritzer
vormgeving en realisatie: B. Dekker
druk: Drukwerkservice Libertas bv, Utrecht

© 1988 vakgroep onderzoek wiskundeonderwijs & onderwijs computercentrum, ru utrecht

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de houder van het copyright.

Inhoudsopgave

Voorwoord	7
<i>A. Treffers</i>	
400 opgaven bij de 'Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde'	9
<i>A. Goddijn</i>	
400 keer proeven aan de meetkunde	16
<i>P. van Dam</i>	
Eindtermen basisonderwijs	24
<i>J. Bokhove</i>	
Eindtermen: suggesties voor een praktische uitvoering	31
<i>F. Goffree</i>	
Educatief ontwerpen: de houten rekenhanden	38
<i>A. Dekker, H. ter Heege</i>	
Een minicursus zorgverbreding reken-wiskundeonderwijs voor Pabo-studenten	51
<i>E. de Moor</i>	
Minder cijferen, meer schatten	63
<i>K.P.E. Gravemeijer, E. de Moor</i>	
Nascholing rekenen, hoe verder?	73
Leren vermenigvuldigen in basisschoolmethoden en remediërende programma's - bijdrage van de Centrale Werkgroep Rekenen Wiskunde -	79
<i>H. ter Heege</i>	
Het onderwijsleerproces van de basisvaardigheden in drie fasen	80
<i>H. Kort</i>	
Gouds Rekenpakket	83
<i>K. Blakenburg</i>	
Zo reken ik ook!	88
<i>W. Sweers</i>	
Rekenspoor	91
<i>L. Erich</i>	
Remelka	94
<i>J.W.M. van Erp</i>	
Rekenproblemen opsporen en oplossen	96
<i>G. Schoemaker</i>	
Het twaalfjarig bestand	98
Lijst van medewerkers	108

Voorwoord

Op 4, 5 en 6 november 1987 werd in Noordwijkerhout de zesde Panama-najaarsconferentie gehouden, evenals voorgaande jaren onder auspiciën van de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken Wiskunde Onderwijs (NVORWO). De conferentie werd georganiseerd door:

- het Panama-project van de Hogeschool Midden Nederland/SOL te Utrecht en
 - de vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijs Computercentrum van de Rijksuniversiteit te Utrecht,
- in samenwerking met:
- het Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling te Arnhem;
 - de Centrale Werkgroep Rekenen Wiskunde van de Landelijke Pedagogische Centra en
 - de Stichting Leerplanontwikkeling te Enschede.

Er waren ruim tweehonderd deelnemers, afkomstig uit verschillende werkterreinen:

- honderd schoolbegeleiders;
- vijftig opleiders (Pabo, NLO, ULO);
- veertig ontwikkelaars en onderzoekers;
- twintig overigen, waaronder onderwijsinspectie.

Een algemeen verslag is gepubliceerd in het 'Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs' (Panama-Post), jaargang 6 nummer 2, december 1987.

Het onderwerp van de conferentie betrof *Eindniveau rekenen-wiskunde op de basisschool*, gezien vanuit verschillende aandachtsvelden:

- * de ontwikkeling van een nationaal programma voor rekenen-wiskunde op de basisschool. In dit kader werd tijdens de conferentie uitgebreid ingegaan op de verzameling van '400 opgaven' die als voorbeeldopgaven opgenomen zouden kunnen worden;
- * de ontwikkeling van eindtermen basisonderwijs, die op korte termijn opgeleverd moeten worden. Centraal stond de vraag hoe nationaal programma, PPON en eindtermen op elkaar afgestemd kunnen worden;
- * De Periodieke Peiling Onderwijsniveau in groep acht van de basisschool, waarvan het Cito de resultaten in 1988 bekend zal maken. Hierbij zal tijdens de zevende Panama-najaarsconferentie (2, 3 en 4 november 1988) uitgebreid stilgestaan worden.

Tenslotte mochten bij deze problematiek bijdragen vanuit het gezichtspunt van het voortgezet onderwijs niet ontbreken.

Wij zeggen de auteurs van de artikelen bij deze hartelijk dank voor hun bijdragen, die naar we hopen, een functie zullen vervullen bij (na-)scholing, begeleiding, ontwikkeling en studie.¹

Ook naar alle andere medewerkers van de conferentie gaat onze dank uit, in het bijzonder naar Betty Dekker, die met ondersteuning van Gonne van de Bogaard, Ellen Hanepen en Ada Ritzer, de verzorging van dit cursusboek voor haar rekening nam.

Utrecht, april 1988

E. Feijs en E. de Moor,
Panama-project.

1. Bij overname gaarne overleg met E. Feijs of E. de Moor en de betreffende auteur(s).

400 opgaven bij de 'Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde'

A. Treffers

OW & OC, RU Utrecht

Op de eerste conferentie-middag werden de deelnemers met de '400 opgaven bij de proeve ...' geconfronteerd.¹ Hen werd gevraagd om van een vooraf geselecteerd deel van de opgavenverzameling, dat per groep verschilde, per opgave te scoren of:

1. het overgrote deel van de leerlingen (80%) de betreffende opgave zou moeten kunnen; ja of nee;
2. een deel van de leerlingen zo'n som zou moeten kunnen; ja of nee;
3. de leerlingen een dergelijk vraagstuk eens gedaan zouden moeten hebben; ja of nee.

De 400 opgaven waren ingedeeld in vijf categorieën:

1. Basisvaardigheden.
2. Cijferen.
3. Verhoudingen en procenten.
4. Breuken en kommagetallen.
5. Meten en meetkunde.

Naar de mening van de auteurs van het opgavenboek (E. Feijs, J. Bokhove, J. Janssen, E. de Moor, L. Streefland en A. Treffers) zou een deel van de vraagstukken door alle leerlingen (tachtig procent) beheerst moeten worden, een ander deel door een part van de leerlingen, en tenslotte een deel voor groepsactiviteiten zonder dat de beheersingsvraag aan de orde is, dus opgaven die leerlingen nu eenmaal gedaan moeten hebben omdat men ze belangrijk vindt in verband met algemene doelstellingen. In de inleiding van het sommenboek staat:

'De vraagstukken zijn echter nog niet ingedeeld naar deze drie soorten. Om dit te kunnen doen, dient nu juist de raadpleging van de genoemde deskundigen.'

Zou nu een bepaalde opgave overwegend met 'nee' worden gescoord (of kort met (3) 'nee') dan zou zo'n opgave ongeschikt zijn om in de 'Proeve van een nationaal programma' als voorbeeld-vraagstuk bij een bepaald leerstofgebied te worden opgenomen - aldus de gedachtengang van de auteurs.² Of indien bij een opgave een zinvolle verbetering zou worden gesuggereerd of precies geformuleerd kon dit natuurlijk tot een bijstelling van de betreffende opgave aanleiding geven.

Het ging dus om illustratie-opgaven bij de 'Proeve ...' of zo men wil om opgaven in het deeltje 6B van een basisschoolmethode waarvan bepaald zou moeten worden wat in het begin werd gesteld: iets moeten kunnen of niet, of iets gedaan moeten hebben. Als voorbeeld kan de volgende opgave dienen:

29. Er was eens een reiziger. Die kwam na een barre tocht door de woestijn bij een dorpje. Twee dorpelingen nodigden hem uit de maaltijd met hen te gebruiken. De één nam 3 broden mee en de ander 5 broden. Ze aten alles samen op, ieder at ongeveer evenveel.

De reiziger wilde persé betalen voor de maaltijd. Hij had 8 goudstukken en die moesten de twee dorpelingen maar eerlijk verdelen. Maar over dat eerlijk verdelen kregen ze grote ruzie. Die van de 3 broden vond dat hij 3 goudstukken moest krijgen. Maar die ander vond dat te veel. Uiteindelijk besloten ze het probleem aan de dorpoudste voor te leggen. Die vroeg of ze alle 8 broden aan de reiziger hadden gegeven, of dat ze zelf ook mee gegeten hadden. Ze vertelden hem precies hoe het gegaan was. De dorpoudste dacht lang en diep na en besliste dat de ene 1 goudstuk moest ontvangen en de andere 7 goudstukken.

- a. Waarom zou de dorpoudste precies willen weten of ze zelf ook meegegeten hadden?
- b. Hoe zou de dorpoudste tot de eerlijke verdeling van 1 goudstuk en 7 goudstukken gekomen zijn?

Vrijwel geen enkele deelnemer was van mening dat het grootste deel of zelfs maar een deel van de leerlingen deze opgave zou moeten kunnen maken. Nagevoeg iedereen echter vond wel dat de leerlingen zo'n 'klassiek' probleem eigenlijk eens een keer gedaan zouden moeten hebben.

Waarom dan wel? Hoewel naar de motivering niet gevraagd werd, lijkt het waarschijnlijk dat de mooie, gevarieerde oplossingsmogelijkheden de bron van de algemene instemming vormden: een verrassende uitkomst, via breuken, of verhoudingen

Zou de vraag voor de basisvorming van vijftienjarigen gesteld worden dan zou de uitkomst zeker anders zijn geweest. Een volgend 'kaal' vraagstuk zal uiteraard een andere scoring krijgen.

105. Kies bij de volgende opgaven het juiste antwoord, zonder het precies uit te rekenen. Probeer het zo snel mogelijk te doen.

- | | | | |
|-------------------------|-----------|------------|------------|
| 1. $694 + 426 =$ | a. 1390 | b. 1120 | c. 870 |
| 2. $7200 + 320 =$ | a. 7520 | b. 10,500 | c. 450 |
| 3. $5525 + 5735 =$ | a. 1260 | b. 25,260 | c. 11,260 |
| 4. $4783 + 9790 =$ | a. 14,573 | b. 10,573 | c. 14,570 |
| 5. $9762 + 1003 =$ | a. 10,765 | b. 9865 | c. 8559 |
| 6. $6840 + 2203 =$ | a. 9043 | b. 28,843 | c. 2883 |
| 7. $4001 + 22,469 =$ | a. 62,470 | b. 26,470 | c. 22,870 |
| 8. $17,279 + 4007 =$ | a. 21,286 | b. 57,286 | c. 17,685 |
| 9. $83,004 + 71,012 =$ | a. 79,316 | b. 154,016 | c. 100,016 |
| 10. $24,067 + 610 =$ | a. 3077 | b. 30,167 | c. 24,677 |
| 11. $430 + 43,210 =$ | a. 47,510 | b. 4661 | c. 43,640 |
| 12. $18,051 + 924 =$ | a. 2775 | b. 18,975 | c. 27,291 |
| 13. $2501 + 20 =$ | a. 2521 | b. 271 | c. 2503 |
| 14. $14,641 + 17,417 =$ | a. 86,058 | b. 32,058 | c. 59,058 |
| 15. $4641 + 7417 =$ | a. 46,058 | b. 12,058 | c. 39,058 |

(Uit: 'Real Math', deel V, pag.18)

In het algemeen zal men hiervan vinden dat alle leerlingen zo'n som zouden moeten kunnen, wellicht een enkel onderdeel uitgezonderd. Over de volgende zal wel eens heel verschillend geoordeeld kunnen worden:

58. Met de fiets ben je in 5 minuten op school.
Hoe lang loop je daar ongeveer over?

En hetzelfde geldt voor 'Alice':

374. Dit is een plaatje uit 'Alice in Wonderland'. Alice wisselt in dit boek steeds van grootte.

- a. Schat de lengte van Alice in dit plaatje met de hond. 'Alice was zo klein in verhouding tot het hondje dat het er veel op leek of ze een spelletje deed met een karrepaard en ze was ieder ogenblik bang onder zijn poten vertrappt te worden.'
- b. Klopt die vergelijking met mens en karrepaard?



Er zijn echter nog andere redenen waarom verschillend over dergelijke vraagstukken wordt geoordeeld. Vat men ze namelijk op als illustraties van eindtermen - en niet als opgaven uit een methode 'deeltje 6B' - dan blijkt dat er veel kritischer over de opgavenverzameling geoordeeld wordt dan wanneer men ze opvat als bedoeld.

Juist omdat periodieke peiling van het onderwijsniveau, eindtermen, Proeve van een nationaal programma als didactisch kader voor eindtermen, en eindtoetsen min of meer tegelijk in de lopende discussies worden betrokken, is een beoordelingsverschil zeer wel mogelijk en in feite ook opgetreden.³ Dit maakt het moeilijk om de scoringen met één maat te meten, de perspectieven die tot een bepaalde uitkomst leiden zijn immers soms verschillend.

Dit betekent dat voor de selectie van vraagstukken voor de 'Proeve ...' niet uitsluitend met een kwantificering van 'ja-nee'-scores kan worden volstaan. We zullen aan de veilige kant blijven en voornamelijk die opgaven kiezen waarover, hoe dan ook beschouwd, weinig verschil van mening (in positieve zin) bestaat. Met het voorgaande wil overigens ook gezegd zijn dat de opgaven-verzameling niet maar lukraak voor alle doeleinden te gebruiken is.

In de bijdragen van Goddijn en Ter Pelle zal de verzameling van de verschillende categorieën opgaven nader worden geanalyseerd en getypeerd.

Noten

1. Feijs, E. (ed.): *400 opgaven bij de proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde*, OW & OC, Utrecht 1987.
2. De 'Proeve van een nationaal programma' is een didactische uitwerking van de eindtermen die voor het basisonderwijs zullen worden vastgesteld en die thans (1988) in eerste versie zijn geformuleerd. De 'Proeve ...' zal in de komende jaren in drie delen bij uitgeverij Zwijsen verschijnen. De eerste proef-onderdelen zijn in de afleveringen van de zesde jaargang van het 'Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs' (Panama-Post) verschenen.
3. We hebben ongeveer 200 scoringsboekjes binnengekregen en daaruit blijkt het gesignaleerde verschil.

Opmerkingen bij '400 opgaven'

J. ter Pelle

SLO Enschede

Ik kijk naar de proefversie van '400 opgaven', behorende bij het nationaal programma, vanuit de optiek van leerplanontwikkelaar voor wiskunde twaalf-zestien, die zich een tijd met 'voortgezet rekenen' heeft beziggehouden. Ik vertel wat over hetgeen mij opvalt bij het zelf maken en doordenken van opgaven op het gebied van verhoudingen, procenten, breuken en kommagetallen. Categorie drie en vier dus. Daarbij ben ik primair geïnteresseerd in de aard van de wiskundige activiteit die je bij leerlingen oproept wanneer je ze een opgave voorlegt. Binnen het ontwikkelwerk van het SLO-project twaalf-zestien heb ik immers *daar* juist steeds voorbeelden van gezocht en gezien. Wat voor denkactiviteit komt er als je bijvoorbeeld aan een brugklasser vraagt naar:

de helft van 0,1

En vervolgens: Wat maakt het uit of je dat gewoon vraagt, of schriftelijk vastlegt, en in welke vorm doe je dat dan? Dat kan namelijk op fundamenteel verschillende manieren:

- de helft van eentiende $\frac{1}{2} \times 0,1 =$
- de helft van 0,1 $\frac{1}{2} \times 1/10 =$
- de helft van nul komma één $0,5 \times 0,1 =$
- de helft van 1/10 $0,5 \times 1/10 =$
- de helft van één tiende etc.

Systematisch experimenteren hiermee geneest je van illussies. Als je $0,5 \times 1/10$ schriftelijk voorlegt, levert dat (niet letterlijk genomen!) nul komma niks op. Aan de andere kant word ik weer enthousiast bij de volgende dialoog:

'Wat is 'n tiende gulden ook weer?'

'Wat is dan de helft van 'n tiende?'

'Vijf cent.'

'Kun je dat met een kommagetal opschrijven?'

Daarna komt de gevraagde 0,05 wèl op papier. Het heeft, door dergelijke ervaringen iets wijzer geworden hoop ik, idealiter mijn voorkeur om vooral niet uitsluitend op papier te toetsen, om de simpele reden, dat dit vaak het minste (aan zinvolle wiskundige activiteit) oplevert. Er zijn helaas vaak heel legitieme redenen die je dwingen aan dat ideaal concessies te doen. Als je dan toch schriftelijk toetst, is een uiterst doordachte redactie van groot belang, zoals ik met 0,1 heb willen laten zien.

Een tweede open deur: de contextkeuze. (In dit voorbeeld: geld.) In zijn algemeenheid is daar toch heel moeilijk vat op te krijgen, merkte ik in de discussie in het practicum over de verzameling opgaven. Hiermee heb ik al drie aandachtspunten aangedragen die bij de screening van de vierhonderd opgaven een rol (moeten) spelen:

1. De manier van voorleggen.
2. Indien schriftelijk de redactie.
3. De contextkeuze.

Ik wil nog een viertal aandachtspunten (4 tot en met 7) noemen en illustreren aan een opgave die er eigenlijk bij had moeten zitten. Deze heb ik nou gemist. Juist omdat het een wiskunde-opgave is, waar traditionele rekenonderwerpen als verhoudingen, meten, breuken etc. heel mooi geïntegreerd aan bod komen. Om dat te ervaren, moet u de opdracht zelf even maken.

GROOTVADERS KNOL

Josefien heeft van haar opa een oud horloge gekregen.
 Het klokje loopt nog goed. Alleen de *grote* wijzer ontbreekt.



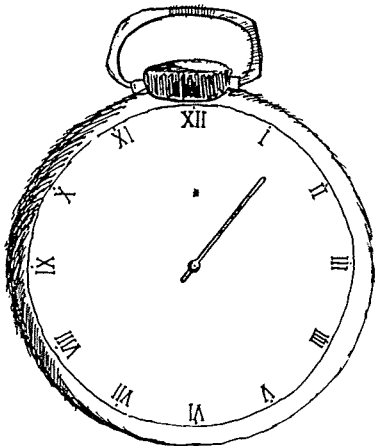
Hans, de broer van Josefien, vindt dat je aan zo'n horloge niets hebt. "*Je kunt niet-eens zien hoe laat het is*", zegt hij, "*wat heb je dan aan zo'n klokje?*"

Josefien is het niet met Hans eens. Ze kijkt op het horloge.

a. "Het is ongeveer" zegt ze.

"Maar hoe laat is het *precies?*" vraagt Hans plagerig.
 Probeer die vraag te beantwoorden.

b. Gebruik het horloge op de grote tekening.



figuur 1

4. Er worden van kinderen *zinvolle activiteiten* gevraagd. Eerste vraag schatten, maar daarvoor is op het oog of metend de boog of lijnstuk tussen één en twee al verdeeld in stukken: iets voor de helft, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$ of $\frac{2}{5}$ zijn veelgehoorde antwoorden. Daarna een berekening die leidt tot antwoorden als 'nog geen half twee', 'een uur 22 en 30 seconden', 'tien voor half twee', 'kwart over één'. Los van welk antwoord gegeven wordt, kun je daarna op een zinvolle manier verder vragen. In het eerste geval bijvoorbeeld naar grotere precisie of in het tweede geval naar (in dit geval absurde) nauwkeurigheid.
5. Er is een zinnige *volgorde van vragen* mogelijk. Dus niet opgave 243:

'Hoeveel is $12\frac{1}{2}$ % van fl. 640,--?' en dat was het dan. Het is inherent aan wiskunde dat steeds vervolgvragen mogelijk zijn. Vaak wel, maar dat behoeft beslist niet altijd op een hoger niveau. Ik vind dat je zinnige vervolgvragen moet stellen als de gelegenheid zich voordoet. Ook, en misschien vooral, in toetssituaties.

6. De opgave is op zeer *verschillende niveaus* te maken, die elk op zich goed zijn. Een heel ander punt is hoe je die niveaus vervolgens waardeert. Dit legt het probleem van waarden, normeren en scoren ook waar het thuis hoort. Ik vind 13.15 en 13.22 principieel even mooi. Maar iemand anders mag daar anders over denken. Subjectief dus, maar helaas vaak met de schijn van objectiviteit.
7. Als leerlingen deze opgave goed maken heb ik het vertrouwen dat ze de *transfer naar toepassingssituaties* ook kunnen maken. Het zetten van een Hema-wekker, kookwekker of voor mijn part een tijdbom, aflezen van een zonnewijzer, ook het afstemmen op 97 Mhz op een FM-radio vraagt in essentie dezelfde aard wiskundige activiteit.

Samengevat: ik vind dit een voorbeeld van een toetsopgave die recht doet èn aan de capaciteiten van kinderen èn aan de inhoud van het vak.

Hiermee heb ik eigenlijk al gezegd wat ik zeggen wilde, maar dat is niet fair naar de organisatie. Met deze zeven aandachtspunten zijn de opgaven uit deze proefversie goed te analyseren. Tenslotte wil ik zowel toekomstige gebruikers als de makers dringend aanraden hetzelfde te doen. Er is nog veel aan te verbeteren.

400 keer proeven aan de meetkunde

A. Goddijn

OW & OC, RU Utrecht

Voor mij liggen de inmiddels bekende vierhonderd opgaven in de smaakmakende proefversie van november 1987. Ik mag erop reageren en mij daarbij beperken tot categorie vijf, de meetkunde en de matenwereld. Een reële beperking is dat niet want mijn eerste kreet is:

het is allemaal meetkunde

Om dat te bewijzen moet ik nu opgave één tot en met vierhonderd toelichten. Ik beperk me tot één en vierhonderd.

1. Een kopieermachine kan vergroten en verkleinen.
De vergrotingsfactor is 1,3 en de verkleiningsfactor is 0,7.
 - a. Arnoud wil een plaatje ongeveer half zo groot maken. Hoe kan hij dat doen op deze kopieermachine?
 - b. Hoe kan hij een verkleining krijgen op ongeveer 65 procent?

Categorie 3,4? Kom nou! Het gaat over vergroten en verkleinen, en ik noem dat meetkunde. Het aardige is dat er hier qua rekenopdrachten heel aardige dingen aan de hand zijn. Vanouds (Euclides) is de meetkunde de wereld waarin over verhoudingen tussen grootheden wordt gesproken. En nu nog heeft veel van ons rekenen, schatten, werken met procenten een overduidelijk steunvlak in visuele voorstellingen. Het actieve spel met de ruimte, meetkunde dus, is daarom een belangrijke pijler onder de ontwikkeling van intuïties over getallen, hun grootte en hun ordening en samenhang.

Opgave 400, de laatste, behandelt het ontvoeren van bekende Nederlanders en het maximaal 'eisbare' losgeld. Onder categorie 1 valt in de '400' dit stukje krantenbericht:

400. Limiet

Als voorbereiding op de ontvoering zaagde men houten blokjes die even zwaar en groot waren als een bundel van twintig bankbiljetten. Vijf postzakken vol blokjes wogen 400 kilo en waren de limiet van wat nog 'veilig' kon worden vervoerd. Omgerekend kwam dat neer op 35 miljoen, het bedrag dat ook door Heineken is betaald. (Volkskrant 20.10.1987)

De verbanden tussen de omvangen van een baargeld in gewicht, volume en florijmental staan ter discussie naar aanleiding van de opdracht:

- We gaan er vanuit dat het om één soort bankbiljetten gaat. Ga na welke biljetten het zijn:
- a. biljetten van tien gulden;
 - b. biljetten van honderd gulden;
 - c. biljetten van duizend gulden.

Als dat geen meetkunde is! Ook duidelijk wordt dat meetkunde verband houdt met meten en maten en het intuïtief 'kennen' van hun grootte. Er zijn veel opgaven die juist over dat onderwerp gaan. Ik vat ze samen onder de noemer:

maatkennis

Ik suggereer daarmee echt kennis in de domme zin: dingen die gewoon in je hoofd moeten zitten. Hier zijn twee voorbeelden:

33. Sjoerd blijkt bij de sportkeuring 184,3 cm te zijn.
Drie jaar geleden was Sjoerd bij de keuring 168,7 cm.
 - a. Hoeveel is Sjoerd in de laatste drie jaar gegroeid?
 - b. Hoe oud zou Sjoerd ongeveer zijn?
36. Een topatleet loopt de 100 meter in 10 seconden.
 - a. Bereken zijn snelheid in kilometers per uur.
 - b. Hoeveel denk je dat jouw topsnelheid met hardlopen is?
 - c. Hoeveel denk je dat jouw topsnelheid met de fiets is?

Vraag b. van nummer 33. Dat kun je niet uitrekenen. Je moet echter weten dat 184,3 cm aan de lange kant is voor een twaalfjarige en dat je met zeventig jaar nog best aan sport kunt doen, maar je dan beter niet kunt laten keuren. Kennis van hoe groot een mens gewoonlijk is, hoe snel je zelf fietst, hoeveel een auto ongeveer weegt. Het geeft de mogelijkheid direct door vergelijken grip te krijgen op bijvoorbeeld de hoogte van een huis, de snelheid van een trein, het gewicht van een autobus. Gewoon doordat je een grove schaal in het hoofd paraat hebt.

In de 'Taptoe' stond ooit een lijstje met snelheden van dieren. Ik herinner me nu nog dat de duiksnelheid van de valk 288 km per uur was. Dat heeft diepe indruk op mij gemaakt. Het was drie keer zo snel als de auto's die onder het viaduct bij Abcoude over de Utrechtse weg raasden. Je kon proberen er bovenop te spuwen, maar het kwam altijd achter de auto's terecht, zo hard ging dat. Twee keer zo hard, minstens, als het wereldrecord hardlopen dat ook toen al honderd meter in tien seconden was. Uit het hoofd weet ik dat zulks 36 km per uur is. Wie daar aan moet rekenen, mist praktische kennis. Ik geloofde het nauwelijks die snelheid, ze draaiden volgens mij de boel gewoon sneller af in een filmpje. En de vier-propellor Super Constellation ging nog eens dubbel zo snel als de duikende valk!

Nog zo'n maat was voor mij de afstand van school naar huis. Dat was één km, ofwel tien à vijftien minuten lopen. Nog is dat mijn persoonlijke voorbeeld van 'de' kilometer, waar ik alle wandelingen door bos, veld en bergen mee afpas. Ik ben er dan ook voor alle leerlingen op één km afstand van hun basisschool onder dak te brengen. Later mag dat vijf kilometer van het mavo of tien kilometer van het atheneum worden. Als de maten maar bijdragen aan de ontwikkeling van eenieders eigen schaal van bekende en doorleefde maten.

De 400 opgaven doen vaak een beroep op deze maatkennis en dat is prima. Het onderwijs dat daaraan vooraf moet gaan wordt er niet door gesuggereerd. Met bovenstaande verhalen geef ik uiteraard een voorbeeld van iets mogelijks.

Met en, maten, het is niet alleen kennis, het is ook kritisch nadenken, dus:

reflectie

Als het om gemiddelden gaat, zoals bij opgave 46 en 76 kan er meer overwogen worden dan de opgaven suggereren.

46. Enkele jaren geleden heeft een team van onderzoekers de hoogte van de Mount Everest (de hoogste berg van de wereld) gemeten voor officieel gebruik in atlassen en

naslagwerken. Er werden namelijk nogal wat verschillende hoogtegetallen gebruikt: 8880 meter, 8848 meter, 8882 meter.

Het team van zes mensen besloot zes onafhankelijke metingen uit te voeren. Als officieel hoogtegetal zouden ze het gemiddelde van de zes uitkomsten nemen.

Er werd gemeten in voet (een Engelse maat). Een voet is 30,48 centimeter.

De uitkomsten waren

28.990

28.991

28.994

28.998

29.001

29.026

- a. Bereken het gemiddelde in voet.
- b. Echter, het hoogtegetal dat uiteindelijk in de boeken terecht kwam was 2 voet hoger dan het zojuist gevonden gemiddelde.
Bedenk eens waarom de onderzoeksgroep het hoogtegetal veranderd heeft.

76. In de groep van Maria zitten 10 kinderen.
Maria is de kleinste van de groep. Ze is 1,42 m.
De lengten van de andere kinderen zijn:

één van 1,44 m

drie van 1,46 m

één van 1,49 m

twee van 1,54 m

één van 1,56 m

één van 1,58 m

- a. Hoe lang zouden die kinderen een jaar later ongeveer zijn?
- b. Wat zou over een jaar de gemiddelde lengte ongeveer zijn?

In opgave 46 functioneert het gemiddelde totaal anders dan in opgave 76. In opgave 46 is het gemiddelde van de metingen als het ware preciezer dan de metingen, terwijl in opgave 76 de gemiddelde lengte juist een grovere maat is. Hoe komt dat nou? Het is maar één voorbeeld waarbij moeilijke vragen vlak achter het aangegeven rekenwerk liggen. Vragen die wel gesteld moeten worden wil het 'rekenwerk' niet iets op zich worden, los van de meetbare realiteiten waar het in deze gevallen om gaat. Reflectie dus, maar beginnen met:

meetkunde doen

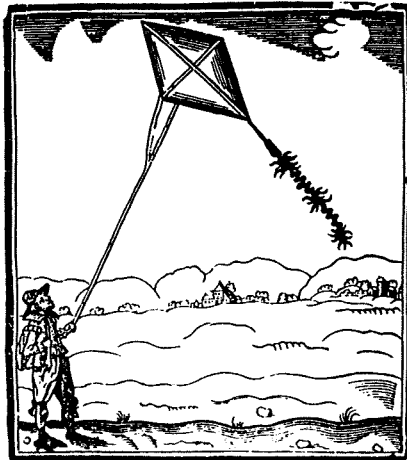
In dit kader wil ik één en ander kwijt naar aanleiding van opgave 38.

38. Een paar kinderen willen 26 vliegers maken. Voor elke vlieger hebben ze 1,4 meter vliegerpapier nodig en een reep stof van 2,5 centimeter breed en 2,6 meter lang.
- a. Hoeveel vliegerpapier hebben ze nodig voor de 26 vliegers?
 - b. De stof die ze willen kopen is 90 centimeter breed. Hoeveel moeten ze daarvan kopen?

Heeft u wel eens vliegers gemaakt? Vroeger, of nu met kinderen? Drama's kon dat geven, vooral als het niet waait, want dan wordt het vaak hollen met een op de kop in de hei gestoken vlieger achter de negenjarige enthousiasteling. Kraken, scheuren en tranen En, hebben wel eens een paar kinderen 26 vliegers? Zelf vliegers maken, dat leidt tot prachtige meetkunde, tot méér dan sommen over 26 vliegers. Ik beperk me tot het traditionele model in de volgende aanwijzingen (fig.1).

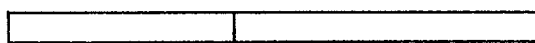
De dwarslat moet met het midden vast aan de lange lat (ik zaagde zelf mijn latjes, met de figuurzaag uit sinaasappelkistenplankjes, maar dat beveel ik niet

meer aan. Hoewel het tekenen van een lijn op constant één cm van de rand van de plank weer een eenvoudige activiteit van meetkundige aard is. Doe dat altijd zonder lineaal, door het potlood vast te houden en de hand langs de rand te laten glijden. Pas op splinters).

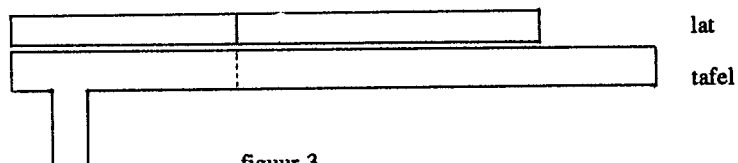


figuur 1

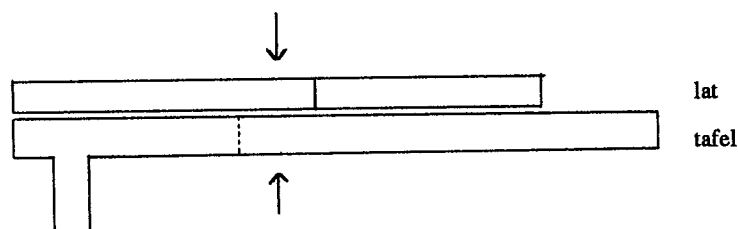
Zò bepaalde ik het midden: op de gok en zet een streepje op het gegokte midden (fig.2). Leg de lat langs de tafelrand en markeer het gegokte punt op de tafel (fig.3). Draai de lat om (fig.4).



figuur 2

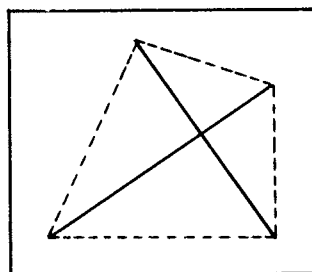


figuur 3



figuur 4

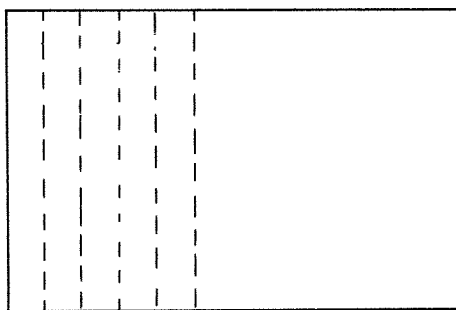
Midden tussen de streepjes is het echte midden!



figuur 5

Bij het bespannen met papier (bij mij zelden met duur vliegerpapier, dat je trouwens nooit per meter van de rol koopt) leg je de kale latten-touwtjes-constructie zo veel mogelijk in de hoek van je vel papier. Uit zuinigheid, maar ook omdat je minder hoopt te knippen (fig.5). En het paste zelden goed in de hoek. Ik leerde later dat 4:5 een mooie verhouding voor de latten was en dat 1:4 een goede indeling voor de staande lat was. Meetkunde: zo'n vlieger past wél in de hoek van het vel!

Over de reep stof nog even dit: wij scheurden een oud stuk laken als in fig.6.



figuur 6

Moraal van dit verhaal: als je de context serieus neemt, dus écht zo'n vlieger maakt, kom je véél meer meetkunde tegen dan 'in' het rekenboekje past.

Plannen maken op papier, dat kan ook tot meetkunde leiden. Er moet dan wel kans en gelegenheid zijn voor:

mentaal organiseren

De context van opgave 6 en 9 laat dat ruim toe. Als we de vragen aan het eind van de sommen wegdenken, vallen ze onder categorie vijf.

6. Frans laat de buitenkant van zijn huis schilderen.
Twee schilders zijn daar ongeveer vier weken mee bezig.
Hoeveel gaat dit karwei ongeveer kosten?
9. Guus en Jack gaan de hele buitenkant van het huis schilderen.
Ze hebben zes potten verf nodig.
Iedere pot kost f 16,55.
Hebben ze aan f 100,- genoeg?

Het verbaasde mij dat twee professionele schilders vier weken nodig hebben om zes potten verf op te strijken, maar goed.

Ik kan me voorstellen dat lbo-mavoleerlingen ook concreet op de context ingaan. Als je die over opgave 6 laat praten, halen ze er heus ladders, loon, te laat komen en lak bij. Vwo-ers weten in het algemeen beter wat de schoolwereld verwacht, passen zich aan en berekenen $6 \times \text{fl. } 16,55$. Leerlingen die echt op de context ingaan, hebben gezond verstand, maar als het de bedoeling is van een opgave om alleen de getallen uit het verhaaltje te slopen, dan komen die wel eens in moeilijkheden.

Nu ga ik iets grofs zeggen: u mag dat dan vergeten of zelf denken of er iets waardevols in zit. Nu, dit is het dan: de 400 opgaven zijn allemaal lastig in het opzicht dat je een ervaren rekendidacticus in Hollandse stijl moet zijn om te weten of je met een 'open' opgave of een 'ingeklede som' te maken hebt. En

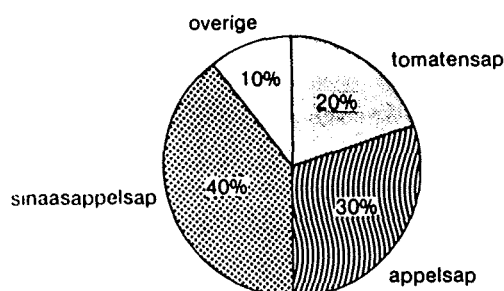
dat is gewoon niet eerlijk tegenover leerlingen met gezond verstand, die van het lbo-mavo dus. Nu weet ik wel dat het helemaal de bedoeling niet is om na de basisschool naar lbo of mavo te gaan, je wilt toch het beste voor je leerlingen? Trouwens, het gaat maar om zo'n zeventig procent, niet meer.

Als extra oefening voor de makers van de '400' dan maar een nieuwe opgave, die gaat over:

contextbestendigheid

Daarbij maak ik gebruik van een bestaande som (categorie 6). In de 'Proeve' staat onder andere de volgende opgave:

401.



Dit is de verdeling van het gebruik van vruchtensappen in Nederland.

Een fabriek kan 12.000 liter vruchtensap per week maken.

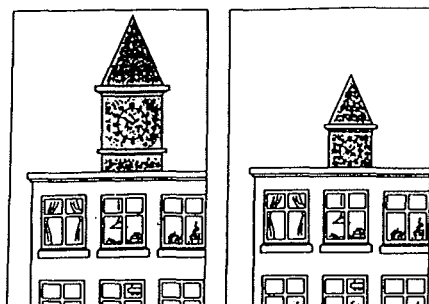
Hoeveel liter tomatensap zullen ze maken? En hoeveel liter sinaasappelsap?

Wat nemen de auteurs allemaal aan? Voor ik nòg verder afdwaal, gaan we maar naar een ander onderwerp, een prachtig gebied waar veel in kàn:

de meetkunde van het zien

Daarbij doel ik bijvoorbeeld op opgave 292, maar ook op 293, 366, 367, 364, 291.

292.



- Welke foto is het dichtstbij genomen?
- Op de rechter foto is de kerk smaller dan het raam. Geef hiervoor een verklaring. (Uit: 'Rekenen & Wiskunde')

De vragen intrigeren. Er moet heel wat ervaring opgedaan zijn om er iets zin-nigs over te kunnen zeggen. Niet alleen leerlingen ook wiskundeleraren krijg je met zulke vragen lange tijd op het verkeerde been! Nou ja, verkeerd: je krijgt ze aan het denken. De meetkunde van het licht, van rechte lijnen, van 'zichtbaar', van schaduw. Het zit er in de '400' al aardig in. Jammer dat de schoolboek-

auteurs wat meetkunde betreft deze onderwerpen nog niet voor de klassesituatie hanteerbaar hebben kunnen maken, een uitzondering als 'Rekenen & Wiskunde' daargelaten. Vaak is opstapelen van kleutermateriaal (opgave 320) het hoogste niveau op het gebied van ruimtemeetkunde dat haalbaar wordt geacht. Treurig. Toch ben ik niet honderd procent gelukkig met opgave 292. Kijk, er staat 'foto' en ik zie tekeningen. Flauw? Nee, want essentieel voor dit soort meetkunde is dat je zelf de objecten die je van belang acht uit de werkelijkheid isoleert. Bij een foto kan dat, want het gaat over foto's, en op foto's staat altijd méér dan wat de tekenaar voor de leerling heeft voor-geselecteerd. Gemeen is ook om de huizen precies even groot te tekenen. Je moet - neem ik aan - concluderen dat je minder van de toren ziet in het rechter plaatje en dat je daar dus dichterbij het huis staat. De precies-gelijkheid van de huisjes is een blokkade daarvoor. (Ik wil er nog niet eens over zeuren dat het lampje dat door het midden bovenraam te zien is óók had moeten zakken in plaatje 2.)

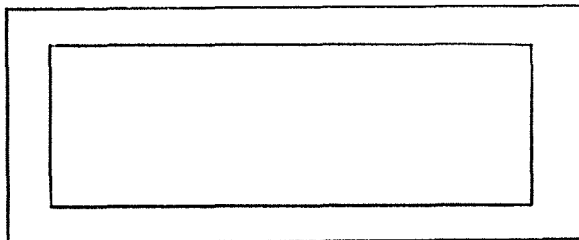
De mathematisering van de werkelijkheid - om het maar weer eens nodeloos geleerd te zeggen - is al gedaan en daardoor krijg je net niet genoeg kans om op een goed spoor te raken.... (En laat ik ook maar niet zeuren over opgave 364. Mijn antwoord is a - 1; b - 3; c - 4; d - 2. Want televisie-camera 1 kun je op foto *a* niet zien omdat die man daar zit.)

Te verre mathematisering dat kan ook zitten in het gebruik van typische

wiskunstmaticheden

In dat kader kijk ik even naar opgave 52.

52.

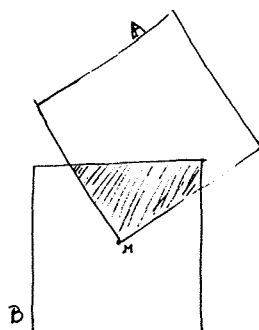


Op deze vloer ligt een kleed.
Het kleed ligt overal even ver van de kant.
Heeft het kleed dezelfde vorm als de vloer?

Natuurlijk past dat kleed goed. Ja, dat heeft dezelfde vorm als de vloer. Een flauwe vraag, tenzij er heel wiskunstmatic aan het begrip gelijkvormigheid gedacht moet worden!

Fraai is ook opgave 278:

278.



De oppervlakte van de vierkanten A en B zijn beide 100.
M is het midden van vierkant B.
Wat is de oppervlakte van het gearceerde gebied?
Leg uit hoe je eraan gekomen bent.

Fraai vooral de oplossingen die slimmerikken hier kunnen bedenken en er is best wat voor te zeggen leerlingen regelmatig van dit soort vonkjes te laten meebeleven. Ik zou het wel vèr uit de buurt houden van alles wat naar toetsing ruikt. Beleven, uitvinden als het lukt, goed, maar het mag niet moeten....

Meetkunde heeft dat gevaar in zich: te bestaan uit vraagstukken waar je een sluwe hulplijn moet trekken waardoor alles onmiddellijk opklaart, een hulplijn die de gewone leerling nooit vindt. De opgaven over 'meetkunde van het zien' hebben dat gevaar veel minder in zich.

Ik eindig met:

de beste, moeilijkste, boeiendste sommen

De beste vanuit innovatiestandpunt gezien vind ik:

326. Op een autoweg (2 rijstroken) staat een file van 14 km.
Schat het aantal auto's in deze file. Laat je berekening zien.

Omdat het zo mooi laat zien dat schatten geen gokken is.

De moeilijkste vanuit wiskundig standpunt gezien vind ik:

224. In een fabriek voor speelgoed worden blokjes van 2 bij 2 cm verpakt in doosjes die een buitenmaat hebben van 8cm bij 6cm bij 5cm.
Hoeveel blokjes kunnen in een doosje verpakt worden?

Omdat me niet duidelijk is of je door subtiel scheef leggen er niet méér dan 24 in kan krijgen. Ik wijs even op de volgende puzzel:

Hoeveel blokjes, kubusjes van 1 bij 1 bij 1 cm passen in een kubus van 2.99 bij 2.99 bij 2.99 cm?

Met 'acht' heeft u een goed antwoord, maar 'elf' is beter. Dat is het record tot nu toe....

De boeiendste was voor mij:

353. **Zon en maan donderdag 17 september 1987**
Zon op: 07.16 onder: 19.51 Maan op: 00.18 onder: 18.18
- Hoe lang duurde deze dag?
 - Hoe laat gaat de maan op? Welke dag is het dan?
 - Kun je de maan overdag zien?

Omdat dit zoveel vragen oproept:

- Hoe kan het dat zon en maan vrij dicht na elkaar ondergaan en zo ver uit elkaar opkomen?

Het klopt met de sterrengids maar niet erg precies:

- Heeft het ermee te maken dat het midden september is?

Ja, dat heeft het, denk ik. Denk eens verder, hoe het moet zitten. Dat geeft mooi meetkundig zoekwerk!

Eindtermen basisonderwijs

P. van Dam

Cito Arnhem

In zijn bekende boek 'A place called school' spreekt Goodlad, na bestudering van de regelgeving van de vijftig Amerikaanse staten op het gebied van onderwijsinhouden, er zijn verbazing over uit dat er zo weinig duidelijkheid bestaat over wat van de scholen verwacht wordt. Passages hieromtrent zijn meestal vrij kort en vaag. Hij acht het een voorwaarde voor een goed functionerende school dat de samenleving die duidelijkheid schept.

We hoeven geen uitvoerige studie te verrichten om te kunnen constateren dat de situatie bij ons niet anders is. De vraag welke leereffecten we nastreven bij onze leerlingen is nauwelijks te beantwoorden. Je zou de vraag nog anders kunnen formuleren aan de hand van een denkbeeldig experiment: waarin moeten kinderen die acht jaar basisonderwijs hebben genoten zich onderscheiden van kinderen die dat niet hebben gedaan? Wat voor kennis moeten ze hebben verworven? Wat voor vaardigheden, wat voor houdingen? Wat moeten ze kennen en kunnen?

Met die vraag breng je onderwijzers al snel in verlegenheid. Bij enig nadenken hierover constateer je dat er een paar leergebieden zijn waarbij er sprake is van duidelijkheid: alle kinderen moeten in ieder geval leren lezen en een handschrift ontwikkelen. Dat zijn minimumdoelen die iedereen ook als zodanig ervaart. Verder moeten leerlingen rekenen en taal leren. Over het aanbod, dat wat we de leerlingen als te leren voorhouden, daarover bestaat een aanzienlijke mate van duidelijkheid. Een analyse van onderwijsmateriaal laat dat zien. Onduidelijker wordt het als je de vraag stelt: wat moeten leerlingen daarvan opsteken? Of: wat moeten alle leerlingen opsteken? Wat voor taaltaken of opdrachten moeten ze kunnen uitvoeren en wat voor rekenproblemen moeten ze kunnen oplossen? Toch is er nog wel zoveel duidelijkheid en overeenstemming dat het mogelijk is een eindtoets te maken die voor alle scholen kan gelden.

Kijken we vervolgens naar de andere leergebieden die de Wet op het basisonderwijs noemt, dan lijkt het erop dat we ons nauwelijks bekommeren om de leereffecten. Doel lijkt te zijn het ermee bezig zijn, zoals bij bewegingsonderwijs waarbij het doel is volgens de SLO veel en veelzijdig bewegen.

Eigenlijk bestaat er in het basisonderwijs een grote mate van vrijblijvendheid: we voeren een groot aantal onderwijsleeractiviteiten uit en we laten het aan de leerling over daar al dan niet wat van op te steken. En wat ze daarvan precies zouden moeten opsteken, dat weten we niet eens. Wat we weten is dat sommige leerlingen heel veel leren, andere weinig en weer andere bijna niets.

Ik vind dat we af moeten van die vrijblijvendheid en een middel daartoe is het vaststellen van eindtermen.

Wat zijn eindtermen?

Eindtermen of einddoelen zijn beschrijvingen van effecten die men bij leerlingen op het einde van de school bereikt wil hebben. Zo men wil kan men die effecten nader specificeren in kennis, inzicht, vaardigheden en houdingen. Een paar voorbeelden van zulke beschrijvingen van effecten zijn:

- cijferend uitvoeren van de optelling met enige natuurlijke getallen en/of kommagetallen;
- aflezen van instrumenten zoals klok, liniaal, meetlint en weegschaal;
- hanteren van bepaalde oplossingsstrategieën voor het oplossen van rekenkundige problemen;
- kiezen van een adequate strategie voor de oplossing van rekenkundige problemen.

Voor alle duidelijkheid geef ik ook aan wat eindtermen niet zijn.

Eindtermen zijn geen beschrijvingen van het vormingsaanbod. Uitspraken als: 'het rekenonderwijs moet realistische contexten bevatten' of 'er moet meer gedaan worden aan vaardigheidstraining' zijn uitspraken over de aard van het onderwijs. Het zijn geen uitspraken over de effecten van dat onderwijs. Om de een of andere reden is er een sterke neiging om in het kader van eindtermen uitspraken te doen over het vormingsaanbod. Het spreken over het vormingsaanbod gaat ons kennelijk gemakkelijker af dan het spreken over de effecten ervan.

Eindtermen zijn ook niet identiek met minimeisen. Minimumdoelen zijn een subverzameling. Eindtermen die alleen voor de allerknapsten gelden zijn ook eindtermen. Aldus kan men spreken van minimeindtermen, modale eindtermen enzovoort. Het is overigens een zeer belangrijke vraag of we ons in het kader van de opdracht tot het formuleren van eindtermen moeten beperken tot minimeindtermen. Maar daarover later.

Tenslotte slaat het begrip 'eindtermen' niet op een bepaalde graad van detaillering of concretisering. Eindtermen kunnen betrekkelijk globaal en abstract geformuleerd worden of zeer gedetailleerd en concreet met alle gradaties daartussen. In alle gevallen spreken we van eindtermen.

Ik zei zojuist dat men de leereffecten nader kan specificeren in termen van kennis, inzicht, vaardigheden en houdingen. Onderscheidingen als deze worden vaak gebruikt bij het spreken over doelen. In dit verband spreekt men ook wel over cognitieve en niet-cognitieve doelen en over doelen van hoofd, hart en hand. Al deze onderscheidingen blijken moeilijk te hanteren. Belangrijkste constatering is, denk ik, dat de effecten van leren zeer veelsoortig kunnen zijn, variërend van het uitvoeren van een eenvoudige optelling tot weten dat het oplossen van rekenkundige problemen een inspannende maar ook heel bevredigende bezigheid kan zijn. De Groot heeft laten zien dat alle als eindtermen te formuleren leereffecten uiteindelijk te herleiden zijn tot kennen en kunnen, tot weten dat en weten hoe en tot in staat zijn tot. Daarbij sluit hij doelen buiten die weliswaar zeer de moeite waard zijn om na te streven maar die niet als eindterm geformuleerd kunnen worden dat wil zeggen als een effect dat bij een of meer leerlingen *moet* optreden. Ik denk hierbij aan normen en waarden, houdingen en affecties. Zo zal iedere wiskundeleraar proberen bij de leerlingen te bewerkstelligen dat zij wiskunde leuk vinden. We mogen het hun echter niet euvel duiden als dit niet bij alle leerlingen lukt: het staat de leerling immers vrij het vak leuk of niet leuk te vinden. Overigens denk ik dat heel veel van wat we aanduiden met ontwikkeling

van normen en waarden en affecties te herleiden is tot uitspraken in de sfeer van weten dat en weten hoe of in staat zijn tot.

Het zo vaak gehanteerde onderscheid tussen kennis, inzicht en toepassing of andere gelijksoortige indelingen naar veronderstelde cognitieve complexiteit acht ik niet erg vruchtbaar; het functioneert vooral om de ontwikkelaar of de leerkracht te laten zien dat er meer onder de zon is dan eenvoudige reproductievragen. Wat voor mentaal proces zich bij de leerling afspeelt, of er sprake is van reproductie van iets dat zojuist verteld of uitgelegd is, dan wel van inzicht of van toepassing weten we niet. Het is daarom een beter uitgangspunt een leerstofinhoudelijke indeling te hanteren die het resultaat is van een grondige analyse van dat wat geleerd moet worden aan begrippen, principes, procedures enz. Genoeg nu over het begrip 'eindtermen'.

Waarom maken we ons nu plots druk over 'eindtermen'? De reden daarvoor is niet een onderwijskundige, hoewel ik ontwikkeling van eindtermen zeker van belang acht voor verbetering van het onderwijs, maar een formele: de minister heeft opdracht gegeven tot het ontwikkelen van eindtermen. Naar aanleiding van het rapport 'Basisvorming in het onderwijs' van de Wetenschappelijke Raad voor het Regeringsbeleid dat in 1986 verscheen, heeft de minister onder meer besloten eindtermen op te nemen in de Wet op het basisonderwijs. Daartoe moet de wet worden gewijzigd. Het concept-voorstel van wet voor wijziging van de WBO is inmiddels verschenen. Het wetsvoorstel ten behoeve van de invoering van de eindtermen luidt:

'Onze Minister van Onderwijs & Wetenschappen draagt er zorg voor dat voor 1 augustus 1997 een voorstel van wet wordt ingediend, houdende vaststelling van de eindtermen ten aanzien van de onderwijsactiviteiten bedoeld in artikel 9, eerste tot en met vierde lid van de Wet op het basisonderwijs.'

Het wetsontwerp zal, zo mogen we verwachten, in 1988 in het parlement worden besproken. Inmiddels heeft de minister aan de SLO gevraagd eindtermen te formuleren en aan het Cito daarbij te adviseren. Het eerste ontwerp had afgelopen september gereed moeten zijn. Om verschillende redenen is er vertraging ontstaan. Wat rekenen betreft heeft overleg tussen SLO, OW & OC en het Cito ertoe geleid dat het eerste ontwerp opgesteld zal worden in een samenwerkingsverband van OW & OC, SLO, Cito en Panama/SOL.

Ten aanzien van rekenen doet zich in dit verband een bijzondere omstandigheid voor: na de zomervakantie van 1988 zullen de resultaten bekend zijn van het periodiek peilingsonderzoek voor rekenen. Daarmee hebben we een goed beeld van wat kinderen in feite op de basisschool leren. Hiermee is mijns inziens aan een noodzakelijke voorwaarde voldaan om eindtermen vast te stellen die sturing kunnen geven aan het onderwijs. Immers: pas als je weet wat er in feite geleerd wordt kun je realistische streefdoelen formuleren. We kunnen ons nu het volgende globale scenario voor de ontwikkeling van eindtermen voorstellen:

- stap 1 formuleren van een eerste ontwerp;
- stap 2 herziening van het ontwerp naar aanleiding van een aantal commentaren: tweede ontwerp;
- stap 3 tweede herziening van het ontwerp naar aanleiding van de peilingsresultaten: derde ontwerp;

stap 4 bespreking van het derde ontwerp tijdens de najaarsconferentie van de NVORWO;

stap 5 verwerking van de resultaten van die bespreking: definitief ontwerp.

Een ontwerp dat op deze wijze ontstaat, is veel meer dan een lijstje van wenselijkheden zoals er wel meer geproduceerd zijn en die gemakkelijk genegeerd kunnen worden. Als alle betrokkenen hun werk goed doen kan er een lijst ontstaan die door het onderwijs werkelijk geaccepteerd en geïmplementeerd zal worden. Zo'n lijst kan sturing geven aan het werk in de school, aan ontwikkelings- en onderzoekswerk, aan scholing en aan beleid.

Ik heb de vraag naar het waarom van eindtermen tot nu toe op een formele wijze beantwoord: de minister wil het. Daarmee is niet de vraag beantwoord waarom de minister het wil en waarom wij het al dan niet zouden moeten willen. Waarom de minister het wil, schrijft hij in de memorie van toelichting bij het genoemde wetsontwerp.

- Eindtermen dragen ertoe bij dat alle leerlingen ook daadwerkelijk eenzelfde kernprogramma doorlopen. Ik denk dat dit motief, ontleend aan het eerder genoemde WRR rapport, nauwelijks van toepassing is voor rekenen.
- Eindtermen maken de inhoud van het basisonderwijs controleerbaar voor het parlement en de samenleving. Op deze wijze wordt uitdrukking gegeven aan de maatschappelijke verantwoordelijkheid voor de kwaliteit van het onderwijs.

In dit verband verwijs ik naar het begin van dit artikel waar ik wees op de constatering van Goodlad dat de samenleving nauwelijks aangeeft wat ze van de school verwacht, een constatering die ook voor ons land geldt. Het blijft bij een opsomming van leergebieden in de WBO en bij oprispingen in de publiciteit dat de school meer aan het een of ander zou moeten doen. Het formuleren van eindtermen betekent in feite dat de samenleving zich nadrukkelijker met de inhoud van het onderwijs gaat bezighouden. Ik zie dit als een uitdrukking van het belang dat men aan onderwijs hecht en waardeert het dan ook als positief. De inhoud van het onderwijs moet mijns inziens niet alleen een zaak zijn van wat wel wordt aangeduid als de pedagogische provincie.

Het volgende motief parafraseer ik enigszins.

- Eindtermen bieden een kader voor programma-evaluatie. Het is gewenst dat scholen zelf nagaan of ze effectief zijn of anders gezegd: of ze erin slagen om door middel van het aangeboden programma de gewenste leereffecten bij de leerlingen bereiken. Daarbij gaat het dus om de kwaliteit van het programma, de methode, de aanpak, niet om de vorderingen van de individuele leerling. In ambtelijke stukken wordt in dit verband gesproken van zelfevaluatie. Een lijst van eindtermen zou een kader kunnen bieden voor de inhoud van toetsen voor zelfevaluatie. Gebruik van deze toetsen zou onderdeel kunnen zijn van een doelgerichte aanpak van onderwijsverbetering.
- Ondubbelzinnige formulering van de doelstellingen van de programma's dragen bij aan een goede aansluiting met het vervolgonderwijs. Ik denk dat zich op dit punt bij rekenen geen grote problemen voordoen. Wat betreft de aansluiting is het probleem veeleer dat een heleboel leerlingen de vooralsnog impliciete eindtermen niet bereikt hebben: ze hebben veel te weinig geleerd en hebben een onvoldoende rekenvaardigheid.
- Formulering van eindtermen biedt de mogelijkheid gericht een algemene

niveauperhoging na te streven. Dit is mijns inziens het belangrijkste motief. Toegepast op het rekenonderwijs luidt de stelling dat formulering van eindtermen de mogelijkheid biedt gericht te streven naar hogere rekenprestaties. Zo geformuleerd is de stelling nauwelijks te weerleggen: een helder beeld van de nagestreefde leereffecten is een voorwaarde voor een systematische aanpak van onderwijsverbetering. De stelling suggereert echter meer, namelijk: formulering van eindtermen leidt tot beter onderwijs en een hoger rendement. Het zal ieder duidelijk zijn dat dit een te simpele voorstelling van zaken is. Ik denk echter wel dat vaststelling van eindtermen de effectiviteit van onderwijsverbetering kan vergroten. Ik baseer me hierbij onder meer op het onderzoek naar effectieve scholen waarbij geconstateerd is dat een helder beeld van de te bereiken doelen behoort tot de factoren die een school effectief maken. En dat verbetering van het rekenonderwijs nodig is, staat als een paal boven water: nog steeds is er een aanzienlijk percentage leerlingen dat met een zeer onvoldoende rekenvaardigheid de basisschool verlaat, hetzij op het einde, hetzij tussentijds naar het speciaal onderwijs.

Ontwikkeling van eindtermen zie ik dus als een stap in de richting van beter onderwijs. Overigens geldt dit voor andere leergebieden sterker dan voor rekenen omdat er voor rekenen al een redelijke mate van duidelijkheid bestaat over de te bereiken leereffecten, in tegenstelling tot een leergebied als bijvoorbeeld wereldoriëntatie.

Ik kom nu op een cruciaal probleem bij de vaststelling van eindtermen, namelijk de verschillen in leervermogen tussen leerlingen. Er is geen onderzoek voor nodig om te constateren dat die verschillen gigantisch zijn. Formuleert men nu eindtermen die voor alle leerlingen haalbaar geacht mogen worden dan komen we niet veel verder dan de leerstof van eind derde klas (groep vijf). Behalve dat dergelijke eindtermen betekenisloos zijn, kunnen ze ook leiden tot een feitelijke niveauperhoging. Mijn voorkeur gaat uit naar een opsomming van leereffecten in de vorm van streefdoelen die richting geven aan het onderwijs aan *alle* leerlingen, waarbij wordt aangegeven wat in ieder geval geleerd moet worden, de minimumeindtermen dus, en wat ook nog geleerd wordt door de begaafder leerlingen. Kortom eindtermen die bereikbaar zijn voor de modale leerling met daarbij een bodem en een uitloop. Ik sta nog even stil bij de minimumeindtermen. Dat minimum ligt thans onaanvaardbaar laag. Het is niet acceptabel, denk ik, dat er leerlingen de basisschool verlaten met een rekenvaardigheid die overeenkomt met het gemiddelde derde klas niveau. We zullen het minimale niveau dus ambitieuzer moeten formuleren en onszelf verplichten ervoor te zorgen dat alle leerlingen dit niveau halen. Dit impliceert dat er speciale maatregelen getroffen moeten worden voor de langzame leerders in de vorm van een betere didactiek, intensievere hulp, verbetering van de onderwijstechnologie en vergroting van de leertijd. Dit kan ten koste gaan van de hoeveelheid tijd die besteed wordt aan de snelle leerders. Dat hoeft echter niet ten koste te gaan van het niveau dat zij bereiken. Zij kunnen immers heel veel leren op eigen kracht mits de organisatie in de school en de leermiddelen dit toelaten. Men kan zich afvragen of dit nu wel realistisch is. Zitten we al niet aan een plafond wat betreft de leerprestaties? Betekent het stellen van ambitieuze minimumeisen niet een nog grotere toevloed naar het speciaal onderwijs, zoals Doornbos vreest? Ik denk dat het mogelijk is meer te bereiken dan we nu doen. Maar dat vereist wel een ingrijpende

verandering in denken en handelen. Het zou mij te ver voeren dit hier nader uit te werken.

Rest mij nog in te gaan op de problemen hoe je eindtermen ontwikkelt en hoe je ze formuleert. Ik beperk me hierbij tot een aantal opmerkingen omdat J. Bokhove in zijn artikel op deze onderwerpen ingaat en wel toegespitst op het rekenen.

- Ontwikkeling van eindtermen is een langdurig en moeizaam proces. Ingrediënten van dit proces zijn:

- analyses van methoden, handboeken, e.d.;
- brede inbreng van deskundigen, belangstellenden en belanghebbenden van binnen en buiten het onderwijs;
- onderzoek naar de realisering van doelen, ofwel peilingsonderzoek;
- publieke discussie.

In dit licht bezien ben ik niet gelukkig met de inhoud van de opdracht die de minister aan de SLO heeft gegeven. Die opdracht laat immers niet de ruimte om eindtermen te ontwikkelen op een enigszins verantwoorde wijze. Ik heb al eerder aangegeven dat het vak rekenen zich door een samenloop van omstandigheden in een gunstige uitzonderingssituatie bevindt.

- Ontwikkeling van eindtermen is een cyclisch proces: het kan noodzakelijk zijn de eindtermen na verloop van tijd bij te stellen omdat de omstandigheden zich gewijzigd hebben of de inzichten gewijzigd zijn.

- Er zijn geen dwingende regels voor het formuleren van eindtermen. Essentieel is dat de vorm zodanig wordt gekozen dat een maximale duidelijkheid ontstaat voor alle betrokkenen over de gewenste leereffecten. Tijdens het ontwikkelen zal moeten blijken welke vorm het best voldoet. Vanuit mijn eigen ervaring zou ik wat richtinggevende uitspraken willen doen:

- beperk het aantal doelen door de mate van detaillering. Een lange lijst van zeer gedetailleerde doelen is niet hanteerbaar omdat het overzicht verdwijnt. Ter zijde: doelen die enigszins globaal zijn kunnen en moeten wel concreet zijn;
- probeer niet iedere dubbelzinnigheid uit te sluiten: dat leidt tot onleesbare formuleringen;
- maak gebruik van een boomstructuur: dat bevordert het overzicht en geeft inzicht in de samenhang;
- voorzie iedere doelformulering van een of meer voorbeelden of illustraties;
- geef ook aan wat *niet* hoeft of wat je wilt uitsluiten;
- leg de lijst voor aan een aantal modale leerkrachten: die moeten de lijst kunnen hanteren. Het gaat er niet om of wij tevreden zijn met wat er staat maar of het onderwijs en liefst ook geïnteresseerde leken de lijst van eindtermen begrijpen en als richtinggevend ervaren.

Een laatste vraag is: hoe ga je na of de eindtermen bereikt worden? Je kunt deze vraag op verschillende niveaus beantwoorden.

Het eerste is het landelijk niveau: ik denk dan aan de periodieke peilingen. Bij dergelijk onderzoek worden in principe alle effecten gemeten, ook de moeilijk meetbare. Alle technieken kunnen daarbij gebruikt worden, ook bijvoorbeeld observatie van de wijze waarop leerlingen problemen oplossen. Grenzen aan de mogelijkheden worden vooral bepaald door de beschikbare financiën.

Het tweede is het schoolniveau. Het ligt in de bedoeling toetsen samen te stellen met behulp van het PPON-materiaal waarmee scholen kunnen nagaan in welke

mate ze er in geslaagd zijn de eindtermen te bereiken. De mogelijkheden zijn hierbij beperkter dan bij het PPON-onderzoek omdat de leerkracht zelf de toetsen moet kunnen hanteren. Het staat de school vrij deze toetsen al dan niet te gebruiken. De toetsen zouden aangevuld kunnen worden met een checklist waarop gegevens genoteerd kunnen worden over het vormingsaanbod. Interessant punt hierbij is dat leerkrachten zich rekenschap moeten geven van de wijze waarop ze hun onderwijs hebben ingericht.

Eindtermen: suggesties voor een praktische uitvoering

J. Bokhove

Cito Arnhem

1 inleiding

P. van Dam heeft gesproken over de motieven van het ministerie voor de invoering van eindtermen. Ik wil nu even stilstaan bij de wenselijkheid van eindtermen vanuit de optiek van de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken Wiskunde Onderwijs (NVORWO).

In 1984 bespraken we op de conferentie in Noordwijkerhout het rapport '10 voor de basisvorming'. In het voorwoord van dat rapport staat dat de tijd rijp is voor een meer specifiek op leerinhouden toegespitste studie omtrent de basisvorming (einde basisschool). Met name deel B van dit rapport omvat een overzicht van de basisvorming. Met zijn allen reageerden we op dit concept. Er bleek een grote consensus te bestaan ten aanzien van de inhouden van die basisvorming. Redenerend vanuit die grote consensus en het besluit dat genomen is om door te gaan op de ingeslagen weg, lijkt me de opdracht van het ministerie om te komen tot een formulering en vaststelling van eindtermen voor de basisvorming in het basisonderwijs perfect overeen te komen met datgene waarmee we al bezig waren. Niet meedoen aan de formulering van eindtermen zoals door sommigen bepleit wordt, lijkt me niet consistent met reeds in de eigen vereniging ingezette ontwikkelingen. Wel meedoen aan de formulering van de eindtermen daarentegen, ja zelfs daarin het voortouw nemen, is een unieke kans om opvattingen ten aanzien van de basisvorming zoals die in de 'Proeve van een nationaal plan voor het reken-wiskundeonderwijs' verwoord zijn of worden ook in de eindtermen tot uitdrukking te brengen.

Na deze inleidende woorden wil ik nu nader ingaan op een aantal zaken rond het begrip eindtermen. Allereerst zal ik het begrip eindtermen nader omschrijven en afgrenzen.

2 het gaat om eindtermen

Zoals het woord al aangeeft, gaat het bij eindtermen om datgene wat de leerling aan het eind van de basisschool geleerd heeft. Eindtermen worden veelal niet direct of rechtstreeks bereikt. Vaak worden tussenstappen gezet, 'schijnbare' omwegen gemaakt. Ik wil dit met enkele voorbeelden verduidelijken.

Het eerste hoofdstuk in het eerste deel van 'Wiskunde & didactiek' van Goffree gaat over het land van Okt. De studenten worden ingeleid in het achttallig stelsel. Ze tellen, werken met hulpmiddelen als abacus, 'vierenzestigveld', MAB basis acht materiaal, getallenlijn, voeren bewerkingen uit, moeten 'lenen' en inwisselen en dat alles in het achttallig stelsel. In feite beheersen ze al die zaken al in het tientallig stelsel. Doordat veel van die handelingen geautomatiseerd zijn realiseren ze zich veelal niet meer welke moeilijkheden die handelingen opleveren voor

leerlingen die net beginnen te tellen en te rekenen (in het tientallig stelsel). Het werken in het achttallig stelsel is geen eindterm. De omweg via het achttallig stelsel wordt gemaakt om de studenten bewust te maken welke problemen leerlingen bij de start ondervinden wanneer ze tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Of deze omweg een goede is dient dan ook beoordeeld te worden door na te gaan of studenten na de verkenningen in het land van Okt zich beter de problemen bij al deze activiteiten in het tientallig stelsel realiseren. Dat is namelijk het effect waar het om gaat.

Een ander voorbeeld. In Panama-post, jaargang 6 nummer 1 wordt in een artikel van Treffers, De Moor en Feijs bij de basisvaardigheden aandacht besteed aan getallenbeelden in de vijfstructuur. Het werken met die vijfstructuur lijkt in het aanvankelijk rekenen een goede steun te geven bij het maken van optellingen en aftrekkingen in het aanvankelijk rekenen. Dat werken met de vijfstructuur is een tussenstap. Het nuttig effect van die tussenstap moet blijken uit een betere beheersing en begrip van de basisbewerkingen optellen en aftrekken. Zo gaat het bij de bussommen zoals die in veel realistische methoden voorkomen ook niet om een training in bussommen maar om een beter begrip van de operaties optellen en aftrekken. Het werken met bussommen is dan ook geen eindterm.

Hoe belangrijk ook voor de vormgeving van het onderwijs bij de formulering van eindtermen, de didactiek moet buitengesloten worden. Daar ligt ook het verschil tussen eindtermen en de basisvorming zoals beschreven wordt in de 'Proeve van een nationaal programma voor het reken- wiskundeonderwijs op de basisschool'.

3 eindtermen en eindniveau

Voor het basisonderwijs moeten de eindtermen op één niveau worden geformuleerd, althans dat wordt gesteld in de richtlijnen van het ministerie en de 'Schrijfwijzer eindtermen basisonderwijs' van de SLO. Er dient daarbij te worden gestreefd naar een modaal niveau. Volgens de 'Schrijfwijzer' is dat een niveau dat overeenkomt met het in te schatten gemiddelde niveau van basisonderwijs op dit moment, of daarboven ligt. De eindtermen dienen een grote realiteitswaarde te hebben en niet te ver verwijderd te zijn van de vigerende schoolpraktijk.

Eindtermen zijn dus geen minimumdoelen waaraan iedere leerling of vrijwel iedere leerling dient te voldoen. Gelukkig maar dat daar niet op gemikt is. De eindtermen zouden in dat geval òf geen enkel verband meer houden met de realiteit òf ze zouden op een zeer laag niveau moeten worden geformuleerd. Ervaringen met toetsopgaven leren dat grote delen van het huidige rekenonderwijs in het laatste geval zouden wegvallen. Bijvoorbeeld: procenten, het grootste deel van breuken, staartdelingen, zeer veel realistische contextopgaven. Gelukkig is dat niet de bedoeling.

Eindtermen kunnen het karakter krijgen van streefdoelen. Geen vrijblijvende overigens. Voor de school geldt wel degelijk een inspanningsverplichting om zoveel mogelijk leerlingen zoveel mogelijk van de doelen te doen bereiken. Voor de wenselijkheid van het aangeven van een bodem en een uitloop verwijs ik verder naar het artikel van P. van Dam.

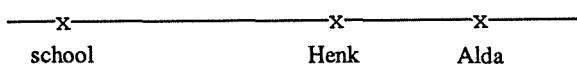
Er is echter nog een ander probleem waar ik niet zo goed raad mee weet. De doelen dienen zo geformuleerd te worden dat ze op een modaal niveau liggen. Maar hoe kan ik nagaan aan de hand van een formulering of het om een doel op

modaal niveau gaat? Bij een beperkt aantal doelen zoals: paraat hebben van de tafelprodukten, cijferend kunnen optellen van twee of drie getallen die elk niet groter zijn dan duizend, enzovoort, kan ik me goed voorstellen welke sommen daarbij opgegeven worden. Als we niet te veel aan muggenzifterij doen dan is het bij dit soort formuleringen duidelijk wat de eindterm is. We kunnen dan ook controleren of een leerling een eindterm al of niet bereikt heeft, of tot op welke hoogte de eindterm bereikt is. Maar wat te doen wanneer aan deze doelstelling wordt toegevoegd: 'en kan deze kennis toepassen'? Op het moment dat dit toegevoegd wordt, en die toevoeging is juist wezenlijk, is aan de formulering niet meer precies af te lezen wat bedoeld wordt. We kunnen natuurlijk allerlei nuances toevoegen zoals 'eenvoudig', 'in het dagelijks leven voorkomen' enzovoort. Maar het probleem blijft bestaan. Pas op het moment dat ik de opdrachten zie die betrekking hebben op dit toepassen van kennis en vaardigheden krijg ik een idee van het niveau waar het om gaat. Ik herinner u hierbij aan het voorbeeld dat Treffers gaf op de Cito/SVO conferentie over de kwaliteit van het onderwijs. Het is een voorbeeld van het gebruiken van kennis van optellen en aftrekken onder de tien in een eenvoudige toepassingssituatie.

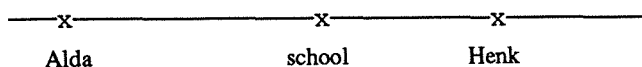
Voorbeeld: iemand koopt een boek voor fl. 2,-- Hij verkoopt het voor fl. 4,-- Hij krijgt spijt van die verkoop en koopt het terug voor fl. 6,--. Later verkoopt hij het toch weer voor fl. 8,--. Hoeveel winst heeft hij gemaakt? Er kon gekozen worden uit vier alternatieven. Met wat suggestieve verklaringen van alleen de foute antwoorden wist Treffers de helft van de zaal ervan te overtuigen dat de uiteindelijke winst fl. 2,-- was.

Een ander voorbeeld: Henk woont 3 km van school en Alda 2 km. Hoever woont Henk van Alda? Om niet flauw te doen vermeld ik nog even dat Alda en Henk op dezelfde school zitten. Dit probleem is op tal van wijzen uit te werken met meer of minder steun en meer of minder ingebouwde complicaties.

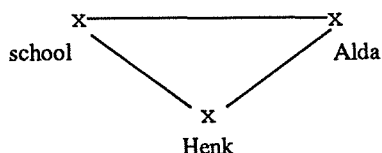
uitwerking 1



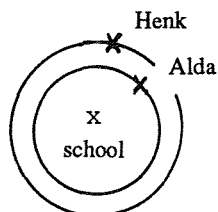
uitwerking 2



uitwerking 3



uitwerking 4



uitwerking 5

Gegeven een rooster waarbij ieder roosterstukje 1 km is. De plaats van de school is aangegeven. Opdracht: Zoek uit op welke kruispunten Henk en Alda kunnen wonen. Ga iedere keer nadat je een woonplaats voor Henk en Alda hebt aangekruist na hoever ze van elkaar wonen. Wat valt je op? Ze wonen minstens .. km van elkaar en hoogstens .. km.

uitwerking 6

Nu met een werkelijk plattegrondje.

Twee dingen worden uit deze voorbeelden duidelijk: de moeilijkheidsgraad verschilt aanzienlijk en het accent verschuift van aftrekken en optellen naar probleemoplossen in een meetcontext.

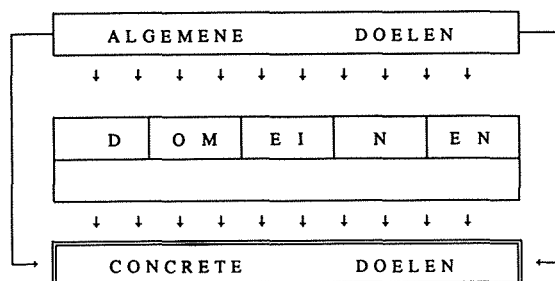
Nu ga ik weer terug naar het probleem dat ik aanstipte, namelijk dat de geformuleerde eindterm weinig indicaties geeft van het niveau. Dat niveau wordt bepaald door de soorten opdrachten die daaronder gerangschikt worden. De opdracht dat de eindtermen op modaal niveau dienen te worden geformuleerd, is dus zo gezien onzin. Het probleem kan opgelost worden door aan de geformuleerde eindtermen een verzameling opdrachten toe te voegen die dienen om een indruk te geven van het vereiste niveau. Desgewenst kan voor de aanduiding van dit niveau verwezen worden naar bestaande verzamelingen, bijvoorbeeld de verzameling van geschaalde opgaven van PPON. Ik wijs er in dit verband ook op dat bij de rapportage van de leerresultaten in het periodieke peilingsonderzoek voorbeeldopgaven een cruciale rol spelen.

4 wijze van formuleren

Ten aanzien van rekenen en wiskunde dienen volgens de schrijfwijzer van de SLO de doelen zo geformuleerd te worden dat er sprake is van herkenbaarheid met het vigerend onderwijsaanbod. Waar dat niet in strijd is met de duidelijke herkenbaarheid voor het onderwijsveld, kan aangesloten worden bij innovatieve ontwikkelingen die in dit leergebied snel aan invloed winnen. Met deze opdracht zijn de grenzen aangegeven. Hoge waarde wordt toegekend aan de herkenbaarheid voor het onderwijsveld. Eindtermen die als buiten de schoolwerkelijkheid staand ervaren worden, hebben geen kans een rol van betekenis te spelen in de praktijk. Er is geen behoefte aan papieren eindtermen waar men niet mee kan werken, die zijn alleen geschikt als fraaie vulling voor schoolwerkplannen. In de schrijfwijzer van de SLO worden verder algemene en concrete doelstellingen onderscheiden. Inhoudelijke domeinen dienen om de concrete doelen te ordenen. De relaties tussen algemene doelen, domeinen, concrete doelen en erbij horende operationalisering (opgaven) staan in het schema weergegeven (fig.1).

De relatie tussen algemene en concrete doelen is niet zomaar in een boomstructuur weer te geven. Concrete doelen worden niet rechtstreeks afgeleid uit de algemene doelen. De relatie is complexer. Algemene doelen als 'wiskundige hou-

ding' en 'praktisch nut' werken door op een breed terrein van inhouden. Over de concrete doelen heen bepalen ze mede de aard van de operationalisering. De concrete doelen vormen een selectie van de doelen die in het licht van de algemene doelen als reëel en wenselijk worden gezien. Concrete doelen moeten (waar mogelijk) verwijzen naar demonstreerbare leereffecten.



figuur 1

Ik ga nu achtereenvolgens verder in op algemene doelen, domeinen en concrete doelen.

5 algemene doelen

Een voorbeeld van algemene doelstellingen op rekengebied vinden we in de publikatie 'Wat krijgen ze op de basisschool' van de SLO. Deze publikatie is een belangrijke bron voor de algemene doelen. In het deel over rekenen komen doelstellingen alleen voor op algemeen niveau. Als algemene doelstelling vinden we er:

'Het wiskundeonderwijs is er op gericht, dat kinderen kennis, vaardigheden, inzichten en attituden verwerven, waardoor de volgende doelstellingen met betrekking tot het rekenaspect, het taalaspect, de toepasbaarheid, het praktisch nut, het structuuraspect, het methodisch aspect, het dynamisch aspect en het attitude-aspect van de wiskunde gerealiseerd worden.'

Vervolgens worden de verschillende aspecten van die algemene doelstelling uitgewerkt. Bijvoorbeeld het rekenaspect:

'Wiskundeonderwijs is er op gericht dat kinderen inzicht krijgen in het rekensysteem en vaardigheden verwerven in het oplossen van rekenkundige problemen.'

Of het attitudeaspect:

'Wiskundeonderwijs is er op gericht dat kinderen zich een wiskundige houding eigen maken.'

Zoals uit de voorbeelden blijkt zijn de uitwerkingen zeer algemeen. Bij de formulering van algemene doelen kan zeker gebruik gemaakt worden van het hier aanwezige. Een bewerking en een keuze zullen nodig zijn om de beschrijving in overeenstemming te brengen met de eisen van herkenbaarheid met het huidige onderwijsaanbod. Bovendien is de wijze van formuleren er typisch een voor ingewijden.

6 domeinen

Een tweede stap in het proces van eindtermen formuleren is het vaststellen van een aantal domeinen. Domeinen om concretere doelen te ordenen vinden we bijvoorbeeld in het programma voor de conferentie. Op pagina elf van de conferentiegeds worden er vijf genoemd:

- basisvaardigheden;
- cijferen;
- verhoudingen en procenten;
- breuken en kommagetallen;
- meten en meetkunde.

Welke domeinindeling er ook gekozen wordt, er ontstaan altijd problemen. Waar plaatsen we bijvoorbeeld bewerkingen met kommagetallen? Bij cijferen of bij kommagetallen? Het zijn de problemen waar we ook bij PPON mee te maken hadden. Hoofdrekenen is een ander voorbeeld dat zich slecht in één categorie laat plaatsen. In welke categorie stop je kennis van ons talstelsel? Waar de kenmerken van deelbaarheid? Of laten we die weg? En de rekenmachine? Misschien kan die wel bij cijferen want het is een echt cijferapparaat.

7 concrete doelen

Tot slot komen dan de concrete doelstellingen. Voorbeelden van concrete doelstellingen zijn te vinden in de inhoudsverantwoording van de Eindtoets, in de inhoudsbeschrijving van PPON en in de uitwerking van het Nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs. In het septembernummer van de Panama-Post vinden we er een vijftal die betrekking hebben op de basisvaardigheden.

voorbeeld 1

'De leerling kent de opteltafels en de daaruit afgeleide aftrektabels uit het hoofd en kan deze kennis toepassen.'

Of een complexere, die ook concreet genoemd kan worden.

voorbeeld 2

'De leerling kan schattend rekenen, dat wil zeggen:

- kan de uitkomst van een berekening betrekkelijk eenvoudig ruwweg bepalen;
- is in staat de uitkomst van een berekening globaal te controleren qua juiste orde van grootte;
- opereert verstandig met niet exact of quasi exact bepaalde gegevens dan wel met ervaringsfeiten die niet zomaar zijn aangereikt maar zelf opgediept dienen te worden;
- of combinaties van deze elementen betreffende het passend omgaan met benaderingen, afrondingen, schattingen van getallen en bewerkingen in allerlei min of meer alledaagse toepassingssituaties.'

Dit laatste voorbeeld maakt duidelijk dat er nogal wat duidelijk moet worden gemaakt.

8 hoe kan formuleren van die eindtermen aangepakt worden?

Ga met gebruikmaking van wat er aan algemene doelen aanwezig is tot een eenvoudiger formulering over. Begrijpelijkheid is belangrijker dan uiterste verfijning en nauwkeurigheid. Kies een beperkt aantal domeinen, bijvoorbeeld die uit de conferentiegids. Zorg voor heldere formulering van concrete doelen. Streef geen perfectie na die tot uitspraken leidt die alleen door insiders te verteren zijn. Geef een korte formulering. Geef daarna zonodig een toelichting. Woorden blijven te kort schieten. Zorg daarom voor een illustratie in de vorm van opgaven die beter dan woorden duidelijk maken wat bedoeld wordt. De formulering van de concrete doelstelling moet dus niet gezien worden als zelfgenoegzaam, maar als een ordeningsmiddel voor opgaven. Voor zover die illustratie geen deel uitmaakt van

de klus van het eindtermen formuleren kan die nadere invulling gegeven worden door instanties die zich op de een of andere manier met rekenen bezig houden. Daarbij denk ik aan SLO, OW & OC, Cito (middels onder andere de PPON verzameling) en eventueel door een samenwerking van meerdere groepen onder de paraplu van bijvoorbeeld de NVORWO.

Ga het formuleren van eindtermen niet verwarren of vermengen met andere activiteiten op het gebied van de didactiek. Laten we proberen tot overeenstemming te komen over de eindtermen en de discussie over de wijze waarop die eindtermen het best bereikt kunnen worden even buiten de deur houden. Die activiteiten gaan natuurlijk gewoon door, maar niet als onderdeel van het formuleren van eindtermen. Het lijkt me dat die overeenstemming goed te bereiken is, omdat de inzichten over die einddoelen redelijk naar elkaar toe gegroeid zijn. Het lijkt me dat met name over de wenselijkheid van realistische eenvoudige toepassingen de overeenstemming groot is. Ga dit doel niet apart nemen maar integreer het in het geheel. In de geciteerde doelen uit het septembernummer van de Panama-Post, maar ook in de verzameling van de Periodieke Peiling van het OnderwijsNiveau rekenen is die scheiding niet aangebracht.

9 tot slot

Op deze Panama-conferentie is door meerderen gewezen op allerlei risico's die verbonden zijn aan het vaststellen van eindtermen. Laten we daar goed nota van nemen. Maar laten we ook letten op de vooruitzichten die er zijn. Er bestaat nu een kans om eindtermen, Proeve van een nationaal programma voor het rekenwiskundeonderwijs en toetsactiviteiten waaronder vooral PPON op elkaar af te stemmen. De invloed die van een dergelijke gecoördineerde aanpak uitgaat biedt perspectieven om het onderwijs een beetje te wijzigen in de gewenste richting. Laten we die kans niet missen!

Educatief ontwerpen: de houten rekenhanden

F. Goffree

SLO Enschede/Un. van Amsterdam

1 inleiding

Eén van de keuzeonderdelen van de Panama-najaarsconferentie 1987 betrof 'educatief ontwerpen'. Voor de bijeenkomst was een practicum samengesteld met als titel: 'De Houten Rekenhanden'. We volgen hier de tekst van het practicum, dat begint met een 'warming up'.

Stel je voor, in 'Het land van vijf' heeft men snode plannen. Ondanks het feit dat iedereen, binnen en buiten de school, rekent op basis van vijf, gaat men het tientallige stelsel invoeren. Dat betekent dus dat 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, ... vervangen wordt door 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...

Het zijn vooral de onderwijzers van zwakke rekenaars die zich zorgen maken voor de toekomst. Logisch, die kinderen waren het juist die de hoeveelheid van vijf nog net konden overzien. Daarop waren de leermaterialen nu juist ook ontworpen. Nu zouden de kinderen naast 1, 2, 3, 4 ook nog 5, 6, 7, 8 en 9 moeten 'behappen' als op zichzelf staande grootheden.

Voordat de gelederen in het Speciaal Onderwijs zich kunnen sluiten, voordat men met protestnota's kan komen, worden de gemoederen gekalmeerd. Wat is het geval? Een vooraanstaand rekendidacticus laat zien dat de vijf als basis gewoon voor de kinderen gehandhaafd kan worden. Ook toont hij overtuigend aan dat bestaande leer- en hulpmiddelen slechts een kleine aanpassing behoeven ... Het hele verhaal werd opgehangen aan de volgende 'sommietjes':

$1 + 2 =$	$1 + 4 =$	$2 + 4 =$	$5 + 3 =$	$7 - 2 =$	$6 - 2 =$
$2 + 2 =$	$2 + 3 =$	$3 + 3 =$	$4 + 4 =$	$6 - 1 =$	$7 - 4 =$
$3 + 1 =$	$4 + 1 =$	$4 + 3 =$	$6 + 5 =$	$8 - 3 =$	$8 - 6 =$
$2 + 1 =$	$3 + 2 =$	$4 + 4 =$	$7 + 8 =$	$8 - 4 =$	$8 - 7 =$

Zijn toespraak begon natuurlijk met een vertaling naar de oude, bekende land-van-vijf-notatie. Vervolgens gebruikte hij wat 'oude' leermiddelen en tenslotte liet hij zien hoe kinderen de 'nieuwe' opgaven met de oude steun konden maken.

practicumopdracht

Wie maakt het geruststellende verhaal van de didacticus?

2 het practicum

In het practicum wordt een omstreeks 1925 bedacht educatief ontwerp in een nieuw perspectief geplaatst. Het is de bedoeling dat 'De Houten Rekenhanden' van Sara Heijmans, waarop zij op 19 augustus 1927 te middernacht octrooi verkreeg, van een handleiding voorzien worden. Het maken van de handleiding wordt hier gezien als educatief ontwerpen omdat het gebruik ervan zal leiden tot educatie. Voor een workshop van ongeveer drie uur mag de ontwerpopdracht niet

meeromvattend zijn. De rekenhanden en het feit dat het gaat om een accentuering van de vijfstructuur vanuit realistisch standpunt, geven direct al zoveel voorinformatie, dat weinig tijd zal behoeven te worden besteed aan de fase die ontwerpers vaak aanduiden met 'incubatie'.

Na een doordenking van het ontwerpdomein, het leren en onderwijzen van de optellingen en aftrekkingen tot twintig, vooral met betrekking tot leerlingen die meer dan anderen steunpunten voor het denken nodig hebben, wordt Heijmans uitvinding nader bekeken op mogelijkheden. In een brainstormsessie trachten we dan zoveel mogelijk ideeën voor gebruik van de Rekenhanden bij elkaar te krijgen. Een bepaalde techniek, naar voren gebracht door Chr. Jones in zijn 'Design methods', kan ons wellicht van nut zijn.

De ideeën, in eerste instantie at random gelanceerd, moeten geordend worden om straks een handleiding met enige structuur tot stand te kunnen brengen. We zetten ze daarom in schema op basis van een gedachtenexperiment. Hierin wordt het te geven onderwijs voorgedacht, tot in de details van wat de leraar doet en de leerlingen actief maakt. Dergelijke onderwijsverhalen vinden dus enerzijds een voedingsbodem in de brainstorm, anderzijds geven ze structuur aan de opbrengst ervan.

Welke vorm kunnen we aan de handleiding geven? Een analyse van een paar bekende handleidingen inspireert de educatieve ontwerper hopelijk tot een doordachte keus. Essentieel is hier het onderscheid dat gemaakt kan worden tussen informatie en educatie. Tenslotte maken we enige blauwdrukken van handleidingen waarbij bovengenoemd onderscheid nog eens uitdrukkelijk in beeld komt.

3 ontwerpdomein

Bij het optellen en aftrekken van getallen onder de twintig heeft het getal tien veelal een centrale positie ingenomen. In de meeste rekenmethoden van de basisschool leren de kinderen getallen aanvullen tot tien als basis voor het optellen over de tien. Zo moeten de kinderen een optelling als $8 + 5 =$ aldus oplossen:

'Bedenk dat $10 = 8 + 2$; er moeten dus 2 bij 8 om naar het steunpunt 10 te komen; bedenk vervolgens dat $5 = 2 + 3$ en zeg: $8 + 5 = 8 + (2 + 3) = (8 + 2) + 3 = 10 + 3 = 13$.'

Op deze procedure is weinig aan te merken vanuit wiskundig standpunt. Ze vertoont bovendien enige verwantschap met redeneringen die de associatieve wet van het optellen betreffen: $a + (b + c) = (a + b) + c$.

Maar bij het 'aanleren' van deze procedure, bijna op te vatten als een 'algoritme', gaat men aan twee belangrijke feiten voorbij.

Het eerste feit verwijst naar de inventiviteit van kinderen in dit domein. Het is niet onbekend dat kinderen al voordat ze naar die groepen van de basisschool gaan waarin het rekenen systematisch wordt onderwezen, een aantal 'doubletten' uit het hoofd kennen ($5 + 5 = 10$; $4 + 4 = 8$; $6 + 6 = 12$ enz.). Voor een aantal blijft het niet bij het spel van het weten, zij blijken in staat om deze 'kennis' functioneel toe te passen. Zonder veel rekenwerk en zeker zonder de zojuist genoemde procedure, rekenen die kinderen $6 + 5 =$ één meer dan $5 + 5$ dus 11. Het tweede feit verwijst naar kinderen die zoveel moeite hebben met de getallen boven de vier (getallen die dus aantallen weergeven, die men niet meer in één oogopslag kan vatten), dat ze aan de voorgestelde procedure met steunpunt tien

in het geheel niet toekomen. Het is vooral deze laatstgenoemde groep waarnaar onze aandacht in dit practicum uitgaat. Maar ook de mogelijkheid om eigen vindingen bij het rekenen op school te gebruiken, legitiem en door anderen gewaardeerd, willen we in het educatief ontwerpen voor deze kinderen betrekken. Sara Heijmans, die in 1929 een toelichting op 'De Houten Rekenhanden' bij Nijgh & Van Ditmar te Rotterdam uitgaf, heeft een aantal principes aan haar ontwerp ten grondslag gelegd. Eén daarvan betreft de strijd die in rekendidactische kringen steeds weer oplaait. Berust een goed getalbegrip nu wel of niet op tellen, is de vraag die dan de gemoederen bezighoudt. Sara doet een duidelijke keuze.

'Bij deze werkwijze wordt alzoo niet geteld (dus ook niet op de vingers, zooals men misschien oppervlakkig zou oordelen).

Mijn ervaring heeft mij geleerd, dat de telmethode voor verschillende kinderen niet de juiste is. En het duurt zoo lang voordat de kinderen los zijn van het tellen, dus abstract kunnen rekenen.

Om onderstaande redenen ben ik tegenstandster van tellen.

- a. Tellen (optellen, aftellen) geeft wel uitkomst (oplossing) maar geen inzicht.
- b. Tellen sluit uit het overzien (juister gezegd: het bepalen in een blik) eener hoeveelheid (overzien n.l. laat oogbeweging toe tot tellen).
- c. Tellen geeft in zijn uitkomst geen bewuste voorstelling eener hoeveelheid (als het boven drie gaat).
- d. Tellen neemt veel tijd: immers een voor een worden de eenheden van de tweede term bij die van den eersten gevoegd. Aftrekken (aftellen) neemt nog meer tijd.
- e. Tellen houdt abstract rekenen tegen: alle uitkomsten worden weer getoetst door tellen.
- f. (....)

Het doel van het aanvankelijk rekenonderwijs ligt niet in het tellen, maar in het verkrijgen van een helder getalbegrip. We moeten het kind *inzicht in de splitsingen en groeperingen der hoeveelheden* eerst tot 10 bijbrengen (daarna tot 20).'

Mogelijk ook interessant voor onze ontwerpopdracht zijn de volgende punten, waaraan onze Amsterdamse onderwijzeres zo'n zestig jaar geleden (!!!) aandacht besteedde:

- * de groep van vijf eenheden vormt de grondgedachte van werkwijze en leermiddel;
- * de samenstellende delen van het vijftal zijn ongelijk van grootte, zodat het kind de groepjes in verband met vijf goed kan overzien;
- * het leermiddel is sober van vorm en kleur, dit om de aandacht voor honderd procent op het hoeveelhedenbeeld te richten;
- * naast het visuele beeld wordt met dit leermiddel ook een spierbeeld van hoeveelheden gevormd;
- * de getallen van één tot en met vijf worden door het handbeeld aldus gevormd: de duim, die alleen staat, tonen we als eerste voorstelling van één. Duim met wijsvinger is het eerste beeld van twee; (...)
- * we beginnen de entree in de rekenwereld met een aftrekking, als zijnde bekend. De kinderen weten immers al enige jaren, dat er niets overblijft, als zij het ene koekje, flikje, etc. opeten, als hun ene balonnetje wegwaait! (...)
- * rekenen is geen opzettelijk uit het hoofd leren van paren termen met hun uitkomst!
- * men lette steeds op, dat de handruggen bij het maken van het handbeeld naar de kinderen zijn gekeerd;
- * de lezer (of lezeres), die zich de kern dezer werkwijze wil eigen maken, veronderstelt de leerling te zijn. Hij wil vooral zelf waarnemen, wat hij later

de kinderen wil aanbieden. Hij oefene dan vooral nauwkeurig op de volgende wijze: de handen in schuin geheven houding, met de handruggen naar zich toe gekeerd, en immer met gestrekte vingers. (Zie ook octrooitoeckenning en bijbehorende tekeningen).

Het wordt tijd om de gedachten anno 1929 aan te vullen met de beschikbare kennis anno 1987.

Uitgegeven 15 April 1929.

Auteursrecht voorbehouden.

Dagteekening octrooi 16 Februari 1929

OCTROOIRAAD



NEDERLAND

OCTROOI N^o. 19765.

KLASSE 42 n. GROEP 4.

SARA HEIJMANS, te Amsterdam.

Toestel ten gebruike bij het rekenonderwijs, voorzien van in een verticaal vlak te plaatsen organen in den vorm van vingers.

Aanvraag 38011 Ned., ingediend 19 Augustus 1927, middernacht; openbaar gemaakt 15 October 1928.

Uit het Deutsche Octrooischrift 440260 is een toestel bekend, waarbij op een stang telblokjes zijn aangebracht, welke als dragers voor, b.v. in den vorm van vingers 5 uitgevoerde organen dienst doen. De blokjes kunnen hierbij zoodanig gedraaid worden, dat de daarop aangebrachte organen in- resp. uit het gezichtsveld gebracht kunnen worden.

De uitvinding heeft betrekking op een dergelijk van in een verticaal vlak te plaatsen van vingers voorzien toestel en bestaat daarin, dat een of meer mechanismen in den vorm van een complete hand 15 zijn uitgevoerd, aan welke hand de vingers door middel van scharnierverbindingen omklapbaar zijn bevestigd, waarbij elk mechanisme voorzien is van een naar den pols toe gericht verlengstuk, waarmede zij 20 in een draagstuk aangebracht kunnen worden.

Voorts kan volgens de uitvinding elk mechanisme van een pen zijn voorzien, waarmede het met naar boven gerichte 25 vingers op een van gaten voor het opnemen der pennen van meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

Volgens de uitvinding kan verder elk 30 mechanisme van een uitholling zijn voorzien, waarmede het met naar boven gerichte vingers op een van pennen voor meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

Onder verwijzing naar de teekening zal de uitvinding, aan een uitvoeringsvoorbeeld nader worden toegelicht.

Fig. 1 is een vooraanzicht van een mechanisme volgens de uitvinding.

Fig. 2 is een zij aanzicht van het mechanisme volgens fig. 1, waarbij duim en wijs- 40 vinger omgeklapt zijn.

Fig. 3 vertoont een vooraanzicht van vier, in een drager geplaatste mechanismen volgens de uitvinding.

Met 1 is het, in den vorm van een hand uitgevoerde mechanisme aangegeven, 2, 3, 4, 5 en 6 zijn verder beweegbare vingers. Door middel van een scharnier 7 kan elke vinger afzonderlijk naar achteren omgeklapt worden, zooals nader uit fig. 2 is te

zien; de duim 2 en wijsvinger 3 zijn hier 55 nl. teruggeklapt. De hand 1 bezit verder een, naar den pols gericht, verlengstuk 8, waarmede de hand 1 in een, als drager uitgevoerd blok 9 te plaatsen is. Hiervoor is een sleuf in den drager 9 gemaakt, waarin 60 het, naar den pols gerichte einde 8 van de hand 1 zuiver past en verder met behulp van een pen bevestigd is. Hiertoe kan de hand van een uitholling of pen voorzien 65 zijn.

Daar het aanvankelijk rekenonderwijs tot 20 gaat, wordt volgens het uitvoerings- 70 voorbeeld als aangegeven in fig. 3, gebruik gemaakt van hoogstens vier handen 1. Deze handen worden naast elkander in een drager 9 geplaatst. Eveneens is uit deze figuur 3 te zien op welke wijze door omklappen van vingers om de scharnieren 7 75 een getal kan worden voorgesteld.

Conclusies.

1. Toestel ten gebruike bij het reken- 75 onderwijs, voorzien van in een verticaal vlak te plaatsen organen in den vorm van vingers, gekenmerkt door een of meer mechanismen in den vorm van een complete hand, waaraan de vingers door middel van scharnierverbindingen omklapbaar zijn bevestigd, welke mechanismen elk voorzien 80 zijn van een naar den pols toe gericht verlengstuk, waarmede zij in een draagstuk aangebracht kunnen worden.

2. Toestel volgens conclusie 1, met het kenmerk, dat elk mechanisme van een pen is voorzien, waarmede het met naar boven gerichte vingers op een van gaten voor het 85 opnemen der pennen van meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

3. Toestel volgens conclusies 1 en 2, met het kenmerk, dat elk mechanisme van een uitholling is voorzien, waarmede het 90 met naar boven gerichte vingers op een van pennen voor meerdere dergelijke mechanismen voorzien draagstuk geplaatst kan worden.

Hierbij 1 blad teekeningen.

Fig. 1.

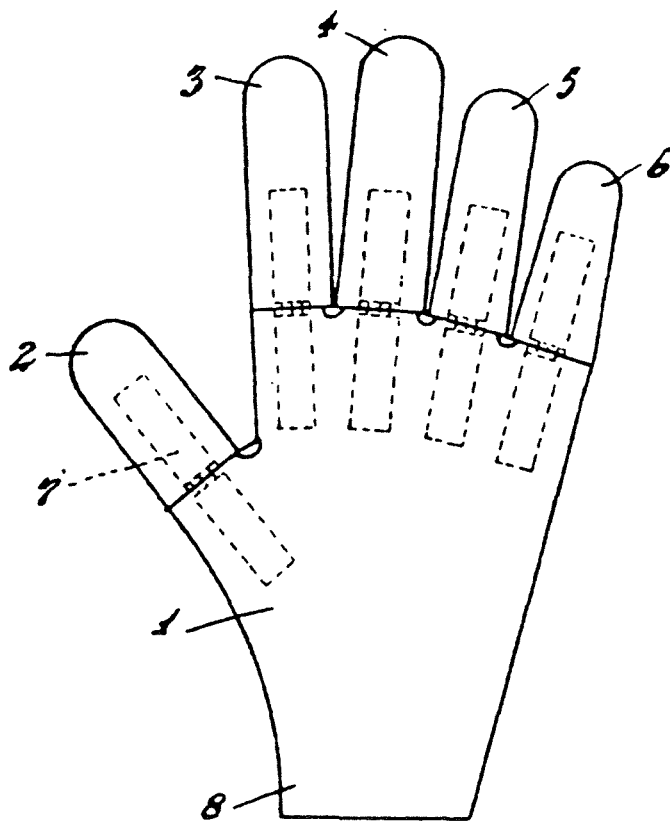


Fig. 2.

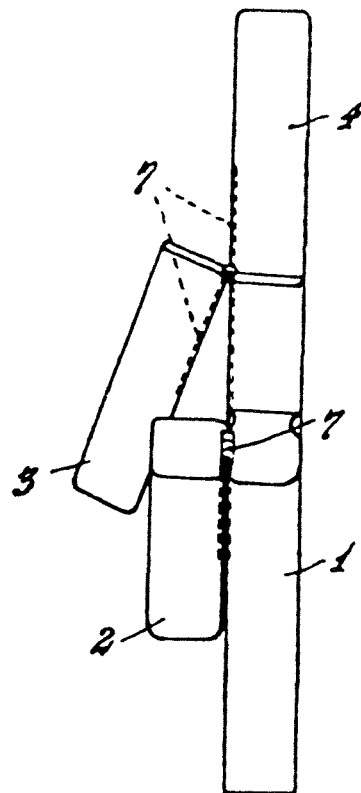
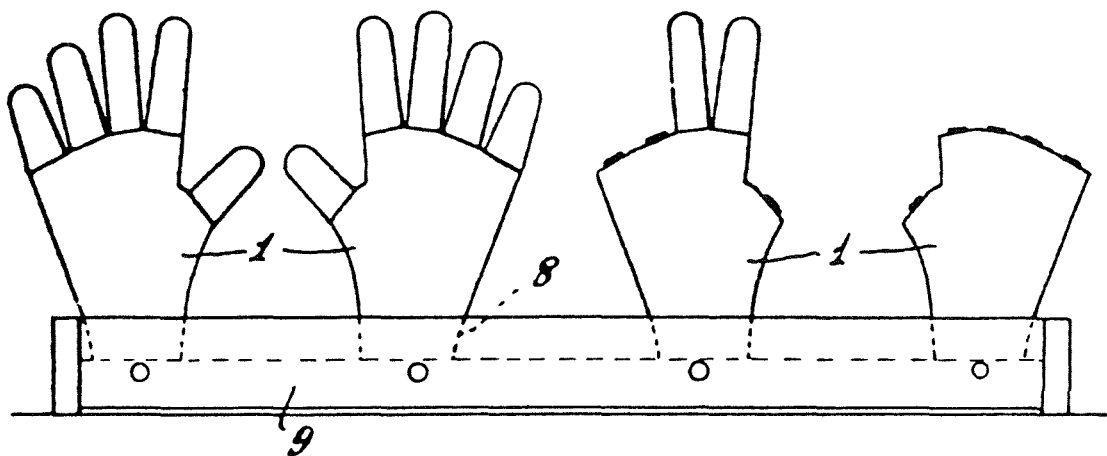


Fig. 3.



practicumopdracht

Noteer die punten die je van belang acht voor het aanvankelijk reken-wiskundeonderwijs, waarin het getal vijf (de hoeveelheid vijf, ...) een centrale rol vervult. Een manier om op goede ideeën te komen kan bestaan uit het bedenken en maken van sommetjes.

4 brainstorm

Wat moet er in de handleiding komen? Met deze vraag voor ogen gaan we ideeën produceren. Het gaat om een zo groot mogelijk aantal, vooreerst is kwantiteit belangrijker dan kwaliteit.

Hieruit volgen twee regels voor de brainstorm:

1. Wilde ideeën zijn welkom, geen enkel idee mag gekritiseerd worden en iedereen mag door het idee van een ander op een nieuw idee gebracht worden.
2. Noteer de ideeën die naar voren worden gebracht en ga pas later op een evaluatieve toer.

Bedenk dat we 'De Houten Rekenhanden' anno 1987 willen inzetten ter ondersteuning van die kinderen die moeite hebben met het vatten van hoeveelheden boven de vier of vijf.

Bovendien willen we realistisch reken-wiskundeonderwijs ontwerpen en de beschikbare kennis van de didactiek daartoe optimaal gebruiken.

Met de handleiding hopen we dan leraren basisonderwijs zover te krijgen dat ze het door ons gewenste onderwijs ook realiseren.

5 onderwijsverhaal

Om de wilde ideeën, die in de brainstorm naar voren zijn gebracht, te ordenen voor het samenstellen van de gevraagde handleiding, moet men zich een voorstelling kunnen maken van het onderwijs dat met 'De Houten Rekenhanden' beoogd wordt. Sara Heijmans vertelde haar onderwijsverhaal aldus:

'37. De onderwijzeres staat voor de klas, met het gezicht naar de kinderen gekeerd en toont - op schouderhoogte - de linkerhand (spiegelbeeldig rechts van de kinderen), waarvan alleen de duim rechtop gestrekt is. De vier andere vingers, omgelegd, zijn alleen voor haar zichtbaar. Zij vraagt de kinderen 'net zoo' te laten zien. Dit is de kennismaking met het handbeeld.

Nadat de kleintjes eenige keeren voldaan hebben aan het korte bevel 'laat zien' of 'doe weg' (waarbij de duim in de vuist verdwijnt), haalt de onderwijzeres het inzetstuk, waarin een houten hand - waarvan alle vingers zijn omgeklapt - uit de kast. Het houten leermiddel wordt, voor allen goed waarneembaar, op de tafel gezet. Zij vraagt of iedereen het duidelijk kan zien.

38. Verschillende kinderen komen nu voor de klas, om 'die eene' te laten zien en achterwaarts te klappen (men late de vingers immer achterwaarts klappen; bij andere handhouding krijgt het kind een onzuiver beeld eener hoeveelheid, wat vooral bij de aftrekkingen verwarrend werkt).

39. De onderwijzeres....'

(Uit: Toelichting op 'De Houten Rekenhanden', Rotterdam 1929)

practicumopdracht

Schrijf een globaal onderwijsverhaal om de ideeën te kunnen structureren.

6 handleidingen

Met het voorgaande is waarschijnlijk een beeld ontstaan van wat er in de handleiding naar voren zou moeten worden gebracht. Nu moeten we ons eens gaan bezinnen op de vormgeving.

Professionele ontwerpers voor het onderwijs laten het bedenken van inhoud vaak al beïnvloeden door mogelijkheden van de vormgeving. Deze invloed kan zowel een beperkend als een verrijkend karakter hebben. In ons geval besteden we aparte aandacht aan een mogelijke vormgeving. Wat we met de handleiding willen bereiken bij de leraar-gebruiker opdat deze iets gewenst tot stand brengt bij de leerlingen, kan ook door de vormgeving tot uitdrukking worden gebracht.

Om te kiezen voor een vorm enigszins te ondersteunen, volgen hier een aantal voorbeelden van handleidingen. Ze geven alle informatie over het gebruik van 'iets', een enkele is ook bedoeld om iets van te leren.

Voor de ontwerpers van een handleiding bij de 'De Houten Rekenhanden' kan het van belang zijn een gedegen analyse te maken van de essentiële verschillen, die tussen de gepresenteerde handleidingen bestaan. Een zo'n verschil noemden we hier boven al: informatie verstrekken naast leerprocessen op gang brengen.

practicumopdracht

Analyseer en bespreek de volgende handleidingen in het perspectief van een onderbouwde keuze voor een vorm van de te ontwerpen handleiding (zie pag.45 e.v.).

6 blauwdrukken van handleidingen

Globaal gesproken kunnen we twee soorten handleidingen onderscheiden:

1. Informatieve.
2. Educatieve.

In het eerste geval gelooft men dat de verstrekte informatie tot het gewenste onderwijs zal leiden. Men komt tot die gedachte omdat men uitgaat van voldoende deskundigheid bij de leraar, of omdat men denkt dat de gebruiker 'er net zo over denkt' als de ontwerper, of omdat men vindt dat de leraar alleen maar hoeft te begrijpen hoe 'het werkt', of

In het tweede geval meent de ontwerper dat de leraar-gebruiker met het nieuwe leermiddel zijn deskundigheid kan vergroten, of dat hij een andere benadering moet proberen, of dat hij zijn opvattingen moet veranderen, of dat hij de portee van de achterliggende didactiek niet zomaar zal oppikken, of

practicumopdracht

Ontwerp een handleiding met gebruikmaking van al hetgeen in dit practicum tot nu toe tot stand is gekomen. Beperk je in dit geval tot een schets, een blauwdruk.

CALCULATION EJEMPLOS DE CALCULOS

- When any of the 4 basic calculations are performed, a respective function command sign ($\overline{+}$, $\overline{-}$, $\overline{\times}$ or $\overline{\div}$) appears on the display. An incorrect function command is automatically cleared by pressing the correct function command key.
 - Cuando se realiza cualquiera de los 4 cálculos básicos, el signo del comando de función respectivo; $\overline{+}$, $\overline{-}$, $\overline{\times}$ ó $\overline{\div}$ aparece en la pantalla. Una función básica incorrecta es corregida automáticamente al oprimir la tecla correcta de la función básica deseada.
- En los ejemplos de operaciones, se usa un punto para indicar las fracciones decimales y una coma para la separación cada tres números.

EXAMPLE EJEMPLO	OPERATION OPERACION	READ-OUT LECTURA
Basic calculations Cálculos básicos		
$(12 + 3) \times 89 \div 7 = 190.71428$	12 $\overline{+}$	12. $\overline{+}$
	3 $\overline{+}$	15. $\overline{+}$
	89 $\overline{\times}$	1335. $\overline{\times}$
	7 $\overline{\div}$	190.71428 $\overline{\div}$
• To perform a problem commencing with a negative figure, press $\overline{-}$ ENTRY in sequence. • Para realizar un problema que comience con una cifra negativa, presionar $\overline{-}$ ENTRADA en esa secuencia.		
$(-8) \times 5 \div 4 = -10$	$\overline{-}$ 8 $\overline{\times}$ 5 $\overline{\div}$ 4 $\overline{=}$	-10.

Constant calculations Cálculos constantes

- When a number is set as a constant, the " $\overline{K}$ " sign appears on the display.
- Cuando se ajusta un número como constante el signo " $\overline{K}$ " aparece en la pantalla.

$3 + 1.2 = 4.2$	1 $\overline{+}$ 2 $\overline{+}$ 3 $\overline{=}$	4.2 $\overline{K}$
$6 + 1.2 = 7.2$	6 $\overline{+}$	7.2 $\overline{K}$
$2.3 \times 12 = 27.6$	12 $\overline{\times}$ 2 $\overline{\times}$ 3 $\overline{=}$	27.6 $\overline{K}$
$4.5 \times 12 = 54$	4 $\overline{\times}$ 5 $\overline{=}$	54. $\overline{K}$
$2.5^2 = 6.25$	2 $\overline{\times}$ 5 $\overline{\times}$ 5 $\overline{=}$	6.25 $\overline{K}$
$2.5^3 = 15.625$	$\overline{=}$	15.625 $\overline{K}$
$2.5^4 = 39.0625$	$\overline{=}$	39.0625 $\overline{K}$
$\frac{1}{4} = 0.25$	4 $\overline{\div}$ 1 $\overline{=}$	0.25 $\overline{K}$
$\frac{1}{4^2} = 0.0625$	$\overline{=}$	0.0625 $\overline{K}$
$\frac{26}{12 + 45} = 0.4561403$	12 $\overline{+}$ 45 $\overline{+}$ 26 $\overline{=}$	0.4561403 $\overline{K}$

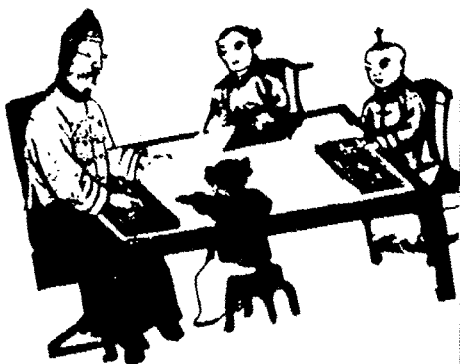
Square roots Raíz cuadrada

- The $\overline{\sqrt{\square}}$ key extracts the square root of the number displayed up to 8 digits.
- La tecla $\overline{\sqrt{\square}}$ extrae la raíz cuadrada de un número presentado hasta 8 dígitos.

$\sqrt{3} = 1.7320508$	3 $\overline{\sqrt{\square}}$	1.7320508
------------------------	-------------------------------	-----------

Handleiding voor de
chinese rekenmachine

Abacus



HANDLEIDING VAN HET CHINESCHE TELRAAM. INLEIDING.

Het chinesche telraam is een rekenmachine in de eenvoudigste vorm, maar hij vervult zijn taak evenzo als een rekenmachine, hij rekent voor de mensen.

Hoewel hij niet een zo'n uitgesproken dienaar is zoals de moderne machine, hij is in elk geval veel goedkoper.

Iedere chinesche zaak en bijna elke particulier in China, of hij arm is of rijk, jong of oud, heeft er één.

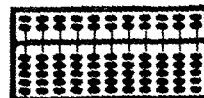
Hij verricht de gewone dingen tot ieders tevredenheid. Het enige nadeel een telraam te gebruiken is, dat men zijn eigen rekenkunst zou kunnen vergeten.

Het chinesche telraam, telt op, trekt af, vermenigvuldigt en deelt op een eenvoudige en vlugge, maar toch preciese manier.

We behoeven alleen maar de kralen te bewegen. De wetenschap van het telraam kan in korte tijd geleerd worden, maar het gebruik ervan is een kunst. Men moet veel oefenen; zekerheid krijgt men door voortdurend gebruik, maar niet door leren.

Iemand die intelligent is, heeft de mogelijkheid zich te bekwamen zodra de grondslagen zijn geleerd.

Er zijn veel soorten telramen, dit is de chinesche:



Afb. 1

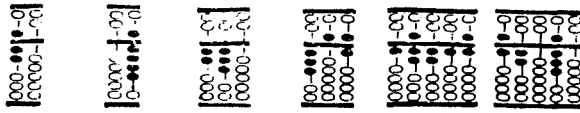
Hij bestaat uit een houten raam, houten kralen en rijen.

Het raam is door een dwarshout in 2 delen gedeeld. Het bovenste en het onderste. Het aantal rijen is naarmate het gebruik te onderscheiden, het gewone telraam heeft 9, 11 of 13 rijen. Elke 2 kralen zijn boven de balken en elke 5 zijn eronder. Die boven de balken zijn worden "boven kralen" genoemd en die eronder zijn "onder kralen". De hoogste kraal wordt "bovenste kraal" genoemd.

WAARDE VAN DE KRALEN

Iedere bovenkraal is gelijk aan 5 onderkralen van dezelfde rij. Iedere onderkraal is gelijk aan 10 van de aansluitende rechte rij.

De volgende afbeeldingen stellen derhalve voor:
7, 9, 23, 356, 17.216 en 6.208.



Afb. 2, Afb. 3, Afb. 4, Afb. 5, Afb. 6, Afb. 7

Een nul wordt door een opening vastgesteld.
 Er kunnen moeilijkheden komen, als op deze geen cijfers volgen. Dus kan afbeelding 2 of 7, 70, 700, 7000, 70.000 of 0.7, 0.007 enz. zijn.
 Er moet op gelet worden welke plaats van de eenheden door de gebruiker wordt vastgesteld.

Er is een regel, die vaststelt, dat gedurende het rekenen de onderste van de onderkralen, zowel de bovenste van de bovenkralen, zo weinig mogelijk gebruikt moeten worden, omdat het cijfer 5 door een bovenkraal gesteld wordt en het cijfer 10 door de onderkraal van de volgende rij.

GEBRUIK VAN DE VINGERS

Er worden maar 3 vingers voor het rekenen met het telraam gebruikt. De duim beweegt de onderkraal naar boven, de wijsvinger de bovenkraal naar beneden en de middelvinger de bovenkraal zowel naar boven als naar onderen. De overblijvende vingers moeten of gekruist zijn of naar boven wijzen, om onnodig aanraken van de kralen te vermijden. Dat is van het grootste belang om nauwkeurigheid te bereiken.

Een linkshandige, kan zijn linkerhand gebruiken. Het is onnodig te zeggen, dat de richting van het bewegen - naar rechts of links - wordt omgekeerd en dat de waarde van de kralen ook omgekeerd moet worden, in zoverre dit de rijen betreft.

OP TELLING

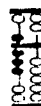
Iedereen kan tot een bepaalde grootte met het telraam optellen, zonder dat het hem geleerd wordt. Nemen wij bijvoorbeeld het volgende:

Wat zou u doen met "5 + 3"?

Afbeeldingen 8 en 9 laten de juiste gang van zaken zien, welke geen nadere verklaring nodig heeft.



Afb. 8



Afb. 9

Het aftrekken gaat op soortgelijke wijze, bijvoorbeeld 465 - 137.

Eerst terugwisselen: 1 tiental in 10 enen. Vervolgens aftrekken.

Door twee abaci tegen elkaar te plaatsen, kunnen ook optellingen en aftrekkingen 'boven de 1000' worden uitgevoerd. Ook kan in de hogere klassen op dezelfde wijze het rekenen met komma-getallen worden ondersteund. Bij veelvuldig gebruik zullen de

leerlingen ontdekken dat van de beide kleuren van de kralen handig gebruik gemaakt kan worden.

Bijvoorbeeld: op de tien-staaf zijn 12 kralen, waarvan er 10 moeten worden ingewisseld voor 1 hondertal. Van de 12 kralen hebben de bovenste twee een andere kleur dan de onderste 10. In plaats van 10 kralen af te tellen worden alle kralen die zich boven de onderste 2 bevinden, weggeschoven.

Ook in reteaching-situaties kan

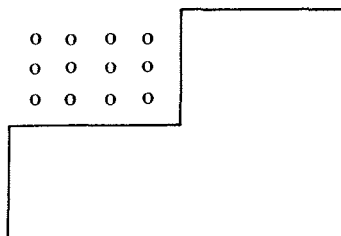
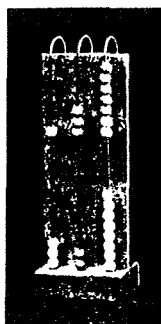
een goed gebruik van de abacus gemaakt worden.

Honderdveld

Ten behoeve van de leerlingen is in het werkboek naast werkblad 1 een ingevuld honderdveld afgedrukt.

'Ballenveld'

Op de achterkant van het werkboek staat een 'ballenveld'. Door uit een vel stevig papier een hoek te knippen kunnen de tafelpdukten zichtbaar gemaakt worden (bijv. 3×4).



Een minicursus zorgverbreding reken-wiskundeonderwijs voor Pabo-studenten

A. Dekker
H. ter Heege

Pabo Nijmegen
SLO Enschede

1 inleiding

In het landelijk beleid voor de onderwijsvernieuwing wordt een sterk accent gelegd op zorgverbredend onderwijs in de basisschool. Voor de Pabo betekent dit dat aanstaande leraren die voorbereid worden op een loopbaan in het basisonderwijs in aanraking moeten worden gebracht met de eerste beginselen van zorgverbredend onderwijs. Dus met diagnostiseren en helpen van leerlingen, ook in het reken-wiskundeonderwijs.

Op de Pabo 'Groenewoud' te Nijmegen werd besloten in het studiejaar 1986-'87 expliciet aan zorgverbredend onderwijs aandacht te besteden. Daarin was ook ruimte voor een minicursus 'Zorgverbredend onderwijs'.

In deze bijdrage aan het Panama-cursusboek die voortvloeit uit een bijdrage aan de Panama-najaarsconferentie, willen we de ontwikkeling van deze cursus aan de orde stellen, de onderwijsactiviteit met de cursus bespreken en er enige evaluatieve opmerkingen over plaatsen.

2 zorgverbredend onderwijs op Pabo 'Groenewoud'

We zullen eerst in kort bestek het kader aangeven waarin de minicursus 'Zorgverbredend rekenonderwijs' kon worden geprogrammeerd. Twee elementen moeten daarbij als essentieel worden beschouwd:

1. Hoe past de minicursus binnen de structuur van de opleiding en welke beperkingen geeft die structuur?
2. Past de minicursus in de visie die er op de Pabo en binnen de opleidingsdidactiek rekenen-wiskunde bestaat met betrekking tot het leren van studenten?

Het doel van de cursus is studenten te leren binnen het zorgverbredend rekenonderwijs zinvolle activiteiten op te zetten.

Met het doel in de Pabo zogenoemde themadagen op te zetten en te organiseren, zijn er op onze opleiding uit het docentencorps werkgroepen geformeerd. De werkgroep 'Zorgverbreding' bestaat uit twee onderwijskundigen, één orthopedagogisch, één vakdocent van elk van de vakken gymnastiek, gezondheidskunde en Nederlands, een logopedist en een vakdocent rekenen-wiskunde. De samenstelling van de werkgroep staat, zoals men zal begrijpen, borg voor lange discussies over zorgverbreding, over het onderwijsvoorrangsbeleid en over gehandicapte kinderen. Uiteindelijk kiest de werkgroep voor de volgende opzet.

Men besluit aan het eind van Pabo-2 of in het begin van Pabo-3 een algemeen

blok van vijf dagen te programmeren waarin aandacht zal worden besteed aan zaken als:

- het onderwijsvoorrrangsbeleid en
- de relatie tussen de basisschool en het speciaal onderwijs.

Deze keuze betekent dat men de studenten veel algemene informatie over verschillende schooltypen wil geven, maar weinig praktische ervaringen in de stage- of oefenscholen wil laten opdoen. Het betekent ook dat het algemene blok veel leeswerk voor de studenten bevat. Om de uitwerkingen in praktische zin aandacht te geven, wordt tevens door de werkgroep besloten aan de twee hoofdvakken Nederlands en rekenen-wiskunde later, in Pabo-3, een blok van ieder twee-en-een-halve dag te besteden, waarvan de vulling aan de betrokken vakdocenten wordt overgelaten.

De docent Nederlands kiest voor een strakke opzet, waarin de studenten kennis maken met testen en programma's die met het oog op zorgverbredend onderwijs of voor het speciaal onderwijs zijn ontwikkeld.

Wij willen voor rekenen een andere aanpak kiezen. We willen proberen om voor studenten de gelegenheid te scheppen meer praktisch te werken. De studie van de voorafgaande onderwerpen uit de scholingsfase moet hen daartoe in staat stellen.

De minicursus vindt in de volgende 'setting' plaats:

- er zijn twee volle dagen en een halve dag, met minimaal steeds een week tussenruimte beschikbaar. De minicursus voltrekt zich met andere woorden in een periode van twee weken;
- er is, in uren berekend, voor één dag aan begeleidingstijd voor de vakdocent beschikbaar. Er is geen tijd voor andere docenten om hulp te bieden. Men spreekt in dit opzicht van onderwijs-op-afstand;
- in verband met de onderwerpen die in het cursorisch programma aan de orde moeten zijn geweest, komt het onderdeel rekenen van het thema zorgverbreding aan het eind van het cursusjaar. Dit houdt onder meer in dat er geen gelegenheid voor stage op basisscholen meer is.

We besluiten een minicursus zorgverbredend rekenonderwijs op te zetten, rekening houdend met bovenstaande beperkingen. In de uitwerking die we hebben gemaakt, zitten drie elementen die beogen studenten vaardigheden te geven die we wenselijk achten in zorgverbredend (reken-)onderwijs. Dat zijn:

1. Het analyseren van leerlingenwerk.
2. Het samenstellen (en liefst geven) van een toetsles, met een schriftelijke peiling.
3. Het observeren van kinderen die met hun uitwerkingen van sommen bezig zijn. Leerkrachten moeten daarop kunnen inspelen.

Het bovenstaande kan naar onze mening alleen zinvol zijn als in de cursorische lessen in de opleiding aandacht is besteed aan belangrijke onderwerpen uit het rekenen als basisvaardigheden en het cijferen. Ook daarom past deze opzet van de minicursus aan het eind van Pabo-3.

3 een minicursus zorgverbreding

Een minicursus zorgverbredend rekenonderwijs voor Pabo-studenten samenstellen betekent een educatief ontwerp maken. Allerlei facetten van een educatief ontwerp komen daarbij aan de orde, zoals:

- het voorbereiden en plannen van onderwijs;
- het verzamelen van materiaal;
- het bestuderen van relevante literatuur;
- het bespreken van ideeën;
- het selecteren van materiaal;
- het samenstellen van de cursus;
- het kiezen van het cursusmateriaal.

En de apotheose het geven van onderwijs met behulp van het ontworpen materiaal, met facetten als:

- de introductie van de cursus;
- de hulp aan studenten tijdens de cursus;
- het stimuleren van studenten die dreigen vast te lopen;
- het evalueren van leermomenten;
- het beoordelen van studenten.

Na afloop van de cursus volgt de overdenking met het oog op verbetering van de cursus, een proces dat nog maanden kan voortgaan.

Een docent die zijn eigen Pabo-onderwijs ontwerpt op basis van zijn kennis en de materialen die hij daarbij te hulp kan roepen, heeft een ruime voorbereidingstijd nodig. In ons geval konden we het proces samen opzetten en tot een goed einde brengen, wat als een betrekkelijke luxe situatie kan worden beschouwd.

4 uitgangspunten

Op de Panama-najaarsconferentie van 1986 bespraken wij met elkaar voor het eerst de mogelijkheden een minicursus zorgverbredend rekenonderwijs voor de Pabo te ontwerpen. We spraken uitvoerig over de kaders waarbinnen de minicursus zou moeten passen. Deze kaders werden gegeven door de Pabo Groenewoud, zoals eerder is uiteengezet. Daardoor werd een aanpak zoals bijvoorbeeld in Goffree's 'Wiskunde & Didactiek 3' wordt gepropageerd, onhaalbaar. We moesten de eisen die we stelden drastisch terugschroeven. Maar we meenden te moeten vasthouden aan twee elementen van het onderwijzen die we essentieel achten voor het vakmanschap dat we de onderwijzer willen geven:

1. We vinden dat de leraar basisonderwijs in staat moet zijn schriftelijk werk van leerlingen te analyseren. De analyse zou zich in de diepte moeten begeven, dat wil zeggen niet louter moeten richten op de goede en foute antwoorden, maar op oorzaken van fouten en op niveaus van oplossen.
2. We vinden dat de leraar basisonderwijs in staat moet zijn tijdens rekenwiskundelessen leerlingen in hun oplossingsgedrag te observeren, dat wil zeggen conclusies te trekken uit waargenomen oplossingsgedrag.

Analyseren en observeren worden hiermee als centraal thema in de zorgverbreding gekozen. We waren ons ervan bewust dat we hiermee een beperkte keuze maakten voor diagnostiserende elementen in het vakmanschap van de rekenonderwijzer en dat het grote terrein van hulp en remediëring nauwelijks zou worden verkend in de minicursus. Met deze uitgangspunten in ons achterhoofd besloten we onze ideeën voor een minicursus voor de Pabo uit te werken.

Naam:

$$16 \times 9 =$$

Naam: _____

5 een eerste uitwerking

Uit de literatuur konden we voor de opzet van de minicursus onze inspiratie putten. We besloten de cursus volgens de ideeën van probleemgestuurd onderwijs op te zetten. Dit betekent dat studenten geacht worden vrij zelfstandig aan een didactisch probleem te werken. In het practicum dat we maakten staat het probleem zó geformuleerd:

'Tijdens de middagpauze op school maakt Marco, leraar aan de basisschool P. te N., een opmerking over het rekenniveau van zijn klas. Uit deze opmerking ontspint zich een discussie tussen enkele leden van het schoolteam. De discussie betreft vooral het rekenen van de kinderen en het rekenonderwijs aan de school.'

'Marco, leraar van groep 7, geeft als zijn mening dat er teveel fouten in het rekenwerk van zijn kinderen zitten. Zijn uitleg van sommen lijkt vaak op een muur van onbegrip te stuiten. Hij vermoedt dat de diepere oorzaken van het, naar zijn inzicht, slechte rekenwerk in zijn klas, in het voorafgaande rekenonderwijs moeten worden gezocht.'

'Coby is lerares van groep 6. Ze is in eerste instantie verontwaardigd over de suggestie van Marco dat zij de oorzaak zou kunnen zijn van de matige prestaties in het rekenen van vele (of van sommige?) leerlingen uit de groep van Marco. Onder invloed van Nico en Charlotte neemt zij echter de handschoen op en verklaart bereid te zijn om met Marco en Charlotte het probleem eens nader onder de loupe te nemen.'

Van de studenten wordt gevraagd groepjes te formeren die het bovenstaande probleem adopteren. Met andere woorden: van groepjes studenten wordt gevraagd zich met het schoolteam van basisschool P. te N. te identificeren. Hoe de groepjes deze opdracht uitwerken is vooral een kwestie van eigen initiatief, al worden ze daarin door het practicum geholpen. Er is dus een practicum dat steun geeft, maar bovendien zijn er videofilms en studiematerialen die als eerste bron kunnen dienen voor studenten.

6 een peiling

We besloten ons te concentreren op het rekenen van kinderen uit groep zes à zeven. We stelden een peiling voor deze leerlingen samen met opgaven die aanleiding zouden kunnen vormen tot analyse van schriftelijk werk. Voorbeelden van deze aanpak vonden we in de literatuur.

In de peiling zouden we vier onderdelen willen opnemen:

- a. basisvaardigheden;
- b. tellen;
- c. cijferen, de vier hoofdbewerkingen;
- d. een redactieopgave.

De peiling zag er na enige kleine verbeteringen in opgave-keuze en formuleringen als volgt uit (zie illustraties op pag.54).

7 toetslessen

Met deze peilingen gaven we twee toetslessen, die tot doel hadden materialen voor de minicursus te verzamelen. Voor de toetslessen kregen we de medewerking van twee Nijmeegse basisscholen en van de leraren en kinderen van de zevende groep van deze scholen. We maakten video-opnamen van de toetslessen, die door onszelf werden gegeven. De bedoeling hiervan was tweeledig. In de eerste plaats wilden we vastleggen hoe een toetsles kan worden ingericht. We menen namelijk dat toetslessen een geïntegreerd onderdeel van het reken/wiskundeonderwijs in de basisschool behoren te zijn. Onder het motto 'toetslessen,

nauwelijks iets bijzonders' wilden we de ontspannen sfeer in de door ons beoogde toetslessen laten zien op de videofilm. In de tweede plaats wilden we laten zien hoe leerlingen op de peiling reageerden. De camera registreerde dus afwisselend het totale lesgebeuren, zoals de initiatieven die de leraar nam om het onderwijsproces te stimuleren en het oplossingsgedrag van de leerlingen, al werkend aan de opgave.

De toetslessen leverden dus materiaal geschikt voor analyse op (het leerlingenwerk) en videomateriaal waarmee banden voor de minicursus zouden kunnen worden samengesteld.

8 verdieping door analyse

We analyseerden het leerlingenwerk met het oog op de samenstelling van een practicum voor de Pabo. Dat wil zeggen dat we fouten van leerlingen en oplossingsniveaus categoriseerden. Dit gaf ons zekerheid over de vraag of het materiaal uit de scholen rijk genoeg was om te kunnen dienen voor een zinvolle analyse door Pabo-studenten. De analyse die wij verrichten stelde ons bovendien in staat een goede keuze uit het leerlingenwerk ten behoeve van het practicum te maken.

We besloten tien voorbeelden van blad 1, twaalf voorbeelden van blad 2 en zeventien voorbeelden van blad 3 te selecteren. Van drie leerlingen was al het werk in het practicum opgenomen.

Onze analyse had echter een tweede oogmerk. We meenden met verschillende kinderen gesprekken te moeten houden om hun problematiek zoals die uit hun werk bleek, nader te kunnen onderzoeken. We besloten met een achttal kinderen van beide scholen een vervolg-interview te houden. Deze gesprekken werden alle op videofilms opgenomen en deze worden later gebruikt als bronnenmateriaal voor de minicursus.

Deze interviews zijn te zien als diagnostiserende-remediërende gesprekken die elke onderwijsgevende in de basisschool naar onze mening moet kunnen voeren. Vaak zullen deze gesprekken (zeer) kort duren, bijvoorbeeld als ze plaatsvinden tijdens de rekenles, met name tijdens het schriftelijk werk van de klas. De leraar kan zich dan gedurende korte tijd met één leerling bezighouden. Soms zullen deze gesprekken langer duren, vooral als de problematiek van de betreffende leerling groter is dan hierboven. Zo'n gesprek zal of door een vrijgestelde onderwijsgevende, of door de groepsleraar buiten de rekenles moeten worden gehouden.

In de door ons gehouden gesprekken lag de nadruk op het diagnostische element (welke problemen heeft deze leerling met rekenen?), maar hulp werd incidenteel eveneens gegeven.

Van deze gesprekken werden video-opnamen gemaakt die samenstelling van videobanden ten behoeve van de minicursus op de Pabo mogelijk maakten.

9 het bronnenboek

In de minicursus is ruime tijd uitgetrokken voor het bestuderen van literatuur. Wij stelden ons op het standpunt dat studenten in deze minicursus zelf hun studiemateriaal zouden mogen kiezen, maar wilden daarbij de helpende hand bieden. Daarom stelden we een boek met achtergrondmateriaal samen. Dit

betekende dat wij voor studenten kozen uit materiaal dat wij in het kader van de minicursus en van het Pabo-onderwijs geschikt achtten. We kopieerden de volgende artikelen en hoofdstukken en namen deze op in ons 'Zoekboek':

1. Goffree, F.: *Wiskunde & didactiek voor aanstaande leraren basisonderwijs* (deel 3). Hoofdstuk 3: Help! Diagnostiseren en remediëren, Groningen 1985.
2. Jong, R. de (eindred.): *De Abakus*. Hoofdstuk 2: De abakus in de eerste fase. Hoofdstuk 3: De abakus in de tweede fase, Utrecht (IOWO) 1977.
3. Dekker, A. e.a.: *Cijferend vermenigvuldigen en delen volgens Wiskobas*. Hoofdstuk 1 (1-6): Vermenigvuldigen volgens het herhaald optel-model. Hoofdstuk 3 (1-4): De staartdeling volgens herhaald aftrekken, Utrecht (OW & OC) 1982.
4. Uit 'Willem Bartjens', *tijdschrift voor reken-wiskundeonderwijs in de basisschool*, uitgave SLO, Enschede:
 - a. J. van den Brink: Zo zijn onze manieren; 1(1), pag.14-19.
 - b. A. Treffers: Het stomste vak van de wereld; 1(1), pag.27-33.
 - c. J. Klep: Kinderen aan het woord (2); 1(2), pag.76-80.
 - d. A. Treffers e.a.: Het stomste vak van de wereld; 1(2), pag.81-88.
 - e. A. Treffers: Plaatswaarde; 1(4), pag.198-205.
 - f. H. ter Heege: Het leren van tafels van vermenigvuldiging; 3(1), pag.18-22.
 - g. J. Klep: Voorwerk voor een computerprogramma; 4(1), pag.30-40.
 - h. H. ter Heege: O, die rekendidactiek toch; 4(2), pag.65-66.
 - i. H. ter Heege: 'Of moet ik optellen?'; 4(2), pag.67-70.
 - j. T. Meeuwisse: Cijferend delen, het kan ook anders; 4(2), pag.100-110.
 - k. H. ter Heege: Basisvaardigheden; 4(3), pag.140-145.
 - l. D. van Eerde: Diagnostiserend onderwijzen, maar hoe?; 4(3), pag.161-167.
 - m. W. Sweers: Zorgverbreding heeft ook consequenties voor het rekenonderwijs; 4(4), pag.222-226.
 - n. K. Buijs: Rekening houden met verschillen tussen kinderen; 5(3), pag.158-164.
 - o. H. Broekman: Van wie leren zij structureren?; 5(3), pag.212-215.
 - p. H. Whitney: Verantwoord wiskundeonderwijs; 6(2), pag.88-97.
5. Heesen, H. e.a.: *Handleiding Schiedamse Rekest S.R.T.*, Groningen 1971.
6. Heege, J. ter: Vermenigvuldigen met een afhaker; uit: 'De Achterkant van de Möbiusband', Utrecht (IOWO) 1979, pag.77-83.
7. Heege, H. ter: Rekenfeiten, de noodzakelijke basiskennis, uit: 'Panama-cursusboek 3', Utrecht (OW & OC/SOL) 1985, pag.66-75.
8. Doesburg, K. e.a.: Diagnostiek in realistische reken/wiskundemethoden, uit: 'Panama-cursusboek 4', Utrecht (OW & OC/SOL) 1986, pag.45-52.
9. Graaf, M. de e.a.: *Speletal, observaties en suggesties voor het op speelse wijze omgaan met wiskundige ervaringen en begrippen van kleuters*. Delen uit de algemene inleiding en uit het hoofdstuk over tellen en getalbegrip, Zeist 1982.

Verder verwezen we naar de instituutbibliotheek voor de moderne reken-wiskundeprogramma's, voor zover verschenen: Rekenwerk, Taltaal, De wereld in getallen, Rekenen & Wiskunde, Getal in Beeld en Operator Rekenen, alsmede Rekenspoor, Pluspunt en dergelijke.

10 het practicum

Het zal inmiddels duidelijk zijn geworden dat de minicursus zorgverbredend rekenwiskundeonderwijs draait om een practicum dat de studenten de mogelijkheid moet bieden om betrekkelijk zelfstandig aan de slag te gaan. Dit practicum werd 'basiswerkboek' genoemd en kreeg de titel 'Rekenproblemen in het vizier van de leraar basisonderwijs'.

Enige elementen uit dit basiswerkboek zijn reeds aan de orde geweest, zoals het instapprobleem: het team van basisschool P. te N. is verontrust over het reken-niveau van de leerlingen.

We willen in het kader van deze bijdrage aan het Panama-cursusboek ook iets zeggen over de werkwijze in de cursus die in het basiswerkboek geschilderd wordt op de volgende manier.

In de eerste plaats geven we voor de student een suggestie voor het indelen van de beschikbare tijd. Daarvoor splitsen we de cursus in zeven onderdelen:

onderdeel 1 (plenair) - 45 minuten:

- introductie;
- groepsvorming.

onderdeel 2 (in teams) - 90 minuten:

- probleemidentificatie;
- brainstorming;
- eerste afspraken.

onderdeel 3 (individueel) - 240 minuten:

- individuele studie.

onderdeel 4 (in teams) - 180 minuten:

- verslaggeving in teams;
- voortgezette discussie in twee bijeenkomsten van 90 minuten.

onderdeel 5 (individueel) - 90 minuten:

- schrijven van verslag.

onderdeel 6 (in teams) - 90 minuten:

- bespreking van de hoofdlijnen in de verslagen.

onderdeel 7 (individueel) - 30 minuten:

- definitieve samenstelling van de verslagen.

Uit dit overzicht kan men afleiden dat de totale tijd die nodig is voor dit blok op ongeveer vijftien uur is geraamd. Er wordt een variëteit aan werkvormen voorgesteld, maar bezoek aan stagescholen is daarin niet opgenomen. Het is studenten vrij om ervaringen in scholen op te doen, maar zij moeten weten dat de daarvoor benodigde tijd niet in de minicursus is verdisconteerd. Wel het schrijven van een eindverslag.

Voor de minicursus zijn drie instituutsdagen uitgetrokken. Op deze dagen waren wij op de Pabo aanwezig, maar hielden ons op de achtergrond. Dit betekende dat studenten het initiatief konden nemen om onze hulp in te roepen.

11 suggesties voor een uitwerking

Studenten moeten wel als volwassenen worden beschouwd, maar dat wil nog niet zeggen dat alle studenten in staat moeten worden geacht zelfstandig keuzen te maken, of op creatieve wijze eigen ideeën uit te werken. Wij waren van mening dat in dit opzicht de studenten van Pabo Groenewoud onderling sterk verschillen. We wilden daarom voor de studenten die moeilijk konden starten, of moeilijk tot beslissingen konden komen, suggesties opnemen. Suggesties die, zoals door ons bedoeld, gevolgd konden worden of genegeerd. We geven vier voorbeelden van deze suggesties:

- suggestie 3

Maak een peiling voor leerlingen van groep 3. Denk aan de relatie van een

peiling met het gegeven onderwijs. Zorg er ook voor dat verschillen tussen kinderen in de peiling tot uitdrukking komen. (Dus: 'fouten maken mag!')

Analyseer de resultaten op die peiling, nadat je hem hebt gebruikt in een toetslesje.

- **suggestie 4**

Bedenk één of een beperkt aantal sommetjes en laat kinderen vertellen hoe ze die sommetjes oplossen. Ga door observatie na of kinderen methoden van oplossen gebruiken die niet onderwezen zijn.

- **suggestie 8**

Analyse van schriftelijk werk kan betekenen dat de oorzaak van fouten, of de kenmerken van oplossingsstrategieën worden achterhaald. Oorzaken kunnen bijvoorbeeld liggen in:

1. onvoldoende beheersing van basisvaardigheden;
2. onvoldoende inzicht in rekenprocedures en rekenbewerkingen;
3. ongeconcentreerd zijn of geringe belangstelling.

Maar ook deze oorzaken kunnen wellicht nog nader gespecificeerd worden.

- **suggestie 11**

Beschrijf een (gefantaseerde) discussie tussen het schoolteam van basisschool P. te N. over de door enkele teamleden aangekaarte problematiek. Welke argumenten zal ieder van de teamleden hanteren? Kun je ook de oorzaak van hun reacties achterhalen?

De meest voor de hand liggende uitwerking bevat uiteraard een analyse van het leerlingenmateriaal in het basiswerkboek, maar een verdieping van de cursus in de richting van een eigen educatief ontwerp moet in onze ogen mogelijk zijn. Dit geeft impliciet ook de mogelijkheid om in het Pabo-onderwijs te differentiëren: wie veel kan op dit gebied en veel belangstelling heeft, zal van de minicursus en het verslag meer werk maken.

12 eisen aan de studenten

We bedachten vooraf dat er aan de studenten eisen zouden moeten worden gesteld. Het is echter niet eenvoudig die eisen te formuleren, vooral niet als het gaat om procesdoelen. We hebben in het basiswerkboek in twee paragrafen onze eisen geformuleerd. In beide gevallen ging het om produktdoelen. Wij beschreven uitvoerig wat wij onder zorgverbredend rekenonderwijs verstaan en gaven daarmee aan welke eisen we aan het vakmanschap van de onderwijsgevende in dit opzicht zouden willen stellen. In het kort gaat het erom dat de leraar door analyse van schriftelijk werk en door observatie van leerprocessen gegevens over kinderen verzamelt die consequenties moeten hebben voor het onderwijs dat hij daarna zal geven.

Natuurlijk is een dergelijke formulering zeer algemeen en zeer ver weg. In onze uitwerking wordt onze bedoeling ervan echter duidelijk. We menen dat we van een leraar-in-opleiding noch van een beginnende leraar mogen verwachten dat hij de kennis en vaardigheden bezit om bepaalde diagnostische instrumenten, meestal van orthodidactische oorsprong, te hanteren. Uit de keuze van de literatuur van het Zoekboek klinkt deze opvatting eveneens door.

De eisen die we aan de studenten stellen zijn verwoord in eisen die we aan het verslag stellen. We vragen van studenten een groepsverslag te schrijven, waarin

ieder groepslid een herkenbaar onderdeel heeft. We noemen een aantal regels:

- a. Er moet tot uitdrukking worden gebracht hoe de groep heeft gefunctioneerd.
- b. Er moet uit het verslag blijken welke literatuur is bestudeerd en hoe deze literatuur heeft bijgedragen tot de kennis- en idee-ontwikkeling over zorgverbredend reken-wiskundeonderwijs.
- c. Er moet worden beschreven welk materiaal is ontwikkeld, of dat er analysewerkzaamheden zijn gepleegd. Belangrijk zijn daarbij de overwegingen die een rol speelden.
- d. Er moet worden uitgelegd wat men van de minicursus meent te hebben geleerd.

Het verslag zou dus, wil het voldoen aan onze maatstaven, een beschrijvend en een reflectief onderdeel moeten bevatten.

13 aan het werk

Op de eerste dag van de minicursus werd het onderwijs in een plenaire bijeenkomst met ongeveer 75 studenten opgestart. We hielden een introductie van ongeveer 45 minuten, waarin voorbeelden werden gegeven van fouten en oplossingsniveaus van leerlingen, met de bedoeling de studenten van meet af aan te interesseren in leerprocessen, ofwel in het oplossingsgedrag van leerlingen. De voorbeelden werden voor een deel ontleend aan een Engelse videofilm die in 1986 door de BBC is uitgezonden.

We stelden over hulp het volgende:

'In hulp bieden is er de neiging om uit te willen leggen, nog eens uitleggen en telkens weer uitleggen. Voor het kind hebben we oefeningen. Het moet oefenen, nog eens oefenen en telkens weer oefenen. Steeds meer van hetzelfde, veelal zonder veel succes. Het is om er moedeloos van te worden. Soms heb je de indruk dat je 'er alles aan gedaan hebt'. Misschien zien we plotseling nieuwe mogelijkheden als we kinderen zo scherp mogelijk in hun rekenen observeren.'

Vervolgens gaven we enkele organisatorische aanwijzingen, we deelden de basiswerkboeken uit en de studenten begonnen te lezen. Het onderwijs zoals door ons bedoeld nam een aanvang.

14 evaluatie

Het valt op dat de plenaire introductie voor alle studenten aanslaat. De studenten ervaren dat het mogelijk is naar oplossingen van kinderen te kijken en daar gevolgtrekkingen uit te maken. Het effect van de introductie blijkt in ieder geval te zijn dat groepjes studenten, die door hen zelf in de voorafgaande dagen zijn geformeerd, enthousiast aan de slag gaan.

Het blijkt dat de meeste groepjes studenten uitstekend functioneren: er ontstaan vakinhoudelijke discussies over onder meer de videobeelden en over de plannen die men maakt. Er zijn enkele groepjes die minder goed functioneren, wat te wijten is aan de samenstelling ervan. Bij de startbesprekingen in de groepjes besteden deze een halve dag aan het zoeken naar een geschikt onderwerp. Studenten in deze groepjes durven soms geen initiatieven te nemen. Men weet niet wat men wil en de keuzemogelijkheden van het basiswerkboek worden niet begrepen. Studenten uit deze groepjes hebben liever opdrachten.

Het verschil in werkwijze van de studenten is in de verslaggeving die direct na

de laatste dag van de groepen gevraagd werd, terug te vinden. Sommige studenten hebben hun rol in de groep niet goed kunnen verantwoorden en hebben op de groep gesteund. Naar onze mening moet het functioneren van de groepjes, vooral van de zwakke, initiatief-arme groepjes, beter in de hand worden gehouden in de cursus. Dat kan als de minicursus eerder in het jaar wordt geprogrammeerd. Dit wordt overigens ook door de studenten zelf gewenst. Men wil meer praktijkervaringen in de cursus opdoen. Zoals het nu is geprogrammeerd heeft de minicursus betekenis voor het vierde leerjaar op de Pabo. Dan kan de problematiek dieper worden uitgewerkt, met meer praktijkervaringen erin verwerkt.

Over het algemeen genomen is de indruk van de cursus bij ons en bij de studenten positief. Er is intensief en enthousiast gewerkt. We hebben de indruk dat onze aanpak bij vele studenten iets heeft opgeroepen wat in een eerder stadium van de opleiding niet of nauwelijks mogelijk was. Namelijk hoe je de nieuwe didactiek kunt gebruiken, uitgaande van de informele werkwijzen van kinderen. Dit betekent voor veel studenten dat hun ogen zijn opengegaan en dat zij meer greep hebben gekregen op de nieuwe materialen waarnaar in de minicursus werd verwezen.

15 besluit

Blikken we terug op de minicursus 'Zorgverbredend rekenonderwijs', dan menen we het volgende te kunnen constateren.

1. Aan de cursus ging een ruime periode van voorbereiding vooraf. In deze periode ontwierpen wij Pabo-onderwijs voor ongeveer vijftien uur. Wij gebruikten daarvoor onze kennis van de Pabo en het onderwijs in de didactiek van de wiskunde, onze kennis van leerprocessen van basisschoolleerlingen en onze kennis vergaard uit de literatuur. In dit educatief ontwerp voor de Pabo maakten we bewuste keuzen die we zowel in het practicum voor de cursus, als in deze bijdrage voor het Panama-cursusboek hebben proberen te beargumenteren.
2. Onze keuzen werden sterk beïnvloed door randvoorwaarden, met name door de structuur van het onderwijs op Pabo Groenewoud. Dit heeft voors en tegens, zoals we aangaven.
3. We spraken in deze cursus studenten op een bepaalde manier aan. Studenten zijn onwennig te werken in een situatie met relatief veel vrijheid. Ook deze werkwijze zal geleerd moeten worden: studenten moeten leren zelf problemen op te pakken en creatief uit te werken. Er blijken in dit opzicht opvallende verschillen tussen studenten te zijn.
4. Een knelpunt in ons werk bleek het analyseren van de werkstukken te zijn. Pas na goede analyse van de werkstukken zijn resultaten in beeld te brengen: wat hebben studenten nu eigenlijk van de minicursus geleerd? Toch benauwt ons dit knelpunt niet werkelijk. Uit reacties van studenten en uit observaties van studenten tijdens het onderwijs bleek ons dat de gekozen aanpak en de gekozen inhoud van de cursus positief mogen worden beoordeeld.

Literatuur

De volgende literatuur gebruikten we als achtergrondliteratuur bij het samenstellen van de minicursus.

1. Beijaard, D. en F. Goffree: Probleemgestuurd leren onderwijzen, *Studies in leerplanontwikkeling* 7, Enschede (SLO) 1985.
2. Dekker, A., H. ter Heege en A. Treffers: *Cijferend vermenigvuldigen en delen volgens Wiskobas*, Utrecht (OW & OC), z.j.
3. Zie bijvoorbeeld Vos, E., P. Dekker en F. Goffree: *Educatief ontwerpen, verkenningen*, Enschede (SLO) 1986.

Minder cijferen, meer schatten

E. de Moor

Panama/HMN-SOL Utrecht

Er wordt in het basisonderwijs naar verhouding nog steeds erg veel tijd gestoken in het cijferend rekenen. Hoewel de cijferalgoritmen begrepen moeten worden en tot zeker niveau ook op papier uitgevoerd moeten kunnen worden, zullen we in de nabije toekomst voor tijdrovende berekeningen de zakrekenmachine moeten leren gebruiken. Ook op de basisschool!

Als uitgerekend moet worden wat een nieuwe kunststof vloer kost voor een gymlokaal van $6,75 \text{ m} \times 15,6 \text{ m}$ bij een vierkantemeterprijs van $f\ 410,-$ is het vandaag de dag niet nodig te gaan cijferen, maar je toetst op de zakrekenmachine in:

6.75	×	15.6	×	410	=	
------	---	------	---	-----	---	--

en je vindt zonder vervelend gecijfer $f\ 43173,-$.

Maar vooraf hadden we al even de orde van grootte dienen te schatten om controle over het rekenproces te houden. $6,75 \times 15,6 \approx 7 \times 15 = 105$ (uit het hoofd.) De prijs zal dus boven de $410 \times 100 = 41.000$ liggen.

Op deze wijze rekenen we inzichtelijk, met gezond verstand en efficiënt. Hiermee is de titel van dit stuk geduid.

In het volgende zullen we aan de hand van een aantal stellingen deze opvatting nader onderbouwen. Eerst omschrijven we echter wat we onder 'schatkend rekenen' verstaan:

Schatkend rekenen is het ruwweg bepalen van een uitkomst van een berekening.

Nu is dit geen baanbrekende gedachte en niemand zal wel van deze vanzelfsprekendheid achterover vallen, maar toch willen we deze algemene omschrijving wat nader nuanceren.

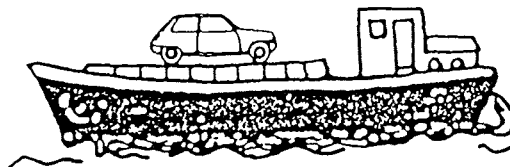
Schatkend rekenen voert in feite altijd terug tot:

- het manipuleren met gehele getallen, vooral tot 100, en
- het werken met nullen ($\times 10, \times 100, \dots, +10, +100, \dots$).

Van groot belang voor schattend rekenen is dat men inzicht heeft in de getalstructuur en de orde van grootte van getallen. Praktisch betekent dit vooral dat men moet durven en kunnen afronden. Niet als activiteit op zich ('rond 121,7 af op eenheden'), maar als middel om een benadering van een berekening te vinden.

Schatkend rekenen komt dan ook veel voor bij berekeningen met kommagetallen, die zelf weer voortkomen uit het meten. Maar het speelt ook een rol binnen het breukrekenen ($\frac{1}{2} + \frac{1}{3} < 1$) en bij het gebruik van procenten (9,7% van 1832 is ongeveer het tiende deel van 1800 ...).

Nu vereist dit schattend rekenen een geheel andere instelling van de kinderen dan die welke nu juist tijdens het aanvankelijk rekenen wordt ontwikkeld, waar het namelijk om het precieze 'tellen' gaat. Mijns inziens zouden daarom ook in het aanvangsonderwijs reeds schatstrategieën aan de orde gesteld moeten worden. Een heel geschikt gebied hiervoor is het schatten van grootheden, in het bijzonder lengtes (fig.4). Niet door middel van raden, ook niet met een liniaal, maar op grond van bekende natuurlijke maten en het zogenoemde afpassen met een papierstrook of de vingers.



figuur 4: Hoe lang is de boot?

Waarom schattend rekenen zo belangrijk is wordt nu in de volgende stelling geformuleerd.

Stelling 2:

Schattend rekenen en schattend meten zijn de meest gebruikte en toepasbare onderdelen in het leven van alledag en de toegepaste vakken.

Iemand moet bijna elke dag twee keer met de tram (één zone, twee strippen per rit). Hij koopt aldoor maar strippenkaarten à f 8,65 voor vijftien strippen. Dat is voor dertig strippen ongeveer f 17,-. Dus ongeveer f 17,- per week (van zeven dagen). Per jaar kom je zo op ongeveer $52 \times 17 \approx 50 \times 17 = f$ 850,-. En dan te bedenken dat je voor een dikke f 600,- al een jaarabonnement voor twee zones hebt.

De actualiteit biedt dagelijks voor het onderwijs mogelijkheden om ook in de school leven te brengen. Hoeveel drinkt U per jaar (fig.5)?

Drankgebruik Nederlanders neemt toe

Van onze verslaggever.
AMSTERDAM — Nederlanders dronken vorig jaar iets meer dan in 1985, maar minder sterk. Omgerekend naar pure (100 procent) alcohol, dronk iedere Nederlander in 1986 8,6 liter tegen 8,5 liter in 1985.

Dit blijkt uit de jaarlijkse becijfering van alcoholconsumptie in Nederland en de rest van de wereld door het Produktschap voor Gedistilleerde Dranken. Sinds 1975 is in Nederland geleidelijk aan steeds iets minder gedistilleerd gedronken. Het verbruik van bier neemt toe, maar het topjaar voor de brouwer, 1981, toen per hoofd per jaar bijna negentig liter bier werd gedronken, is nog niet geëvenaard.

Per persoon werd er in 1986 gemiddeld 86 liter bier gedronken. Het ziet er naar uit dat de consumptie van wijn in Nederland niet meer toeneemt. Deze schommelt al enkele jaren op gemiddeld 15 liter per hoofd per jaar.

De Russen zijn plotseling veel minder alcohol gaan drinken. Per hoofd van de bevolking werd in 1985 in de Sovjet-Unie 6,6 liter pure alcohol gedronken. In 1986 was dat nog maar 3,5 liter. De Russen zijn daarmee op de wereldranglijst van de grote drinkers afgezakt naar de 36ste plaats. Nederland staat nummer achttien op die lijst. Frankrijk is als vanouds kampioen met 13,2 liter pure alcohol per hoofd in 1986. De Verenigde Staten

dronken zich naar de tiende plaats.

De Fransman drinkt jaarlijks gemiddeld 78,4 liter wijn. Frankrijk is het grootste wijnconsumptieland. Vijf Oostblok-landen leiden de wereldranglijst van sterke-drinkdrinkers. In kampioenland Hongarije werd in 1986 per hoofd van de bevolking 5,3 liter pure alcohol in gedistilleerd gedronken. De DDR, Polen, Bulgarije en Tsjechoslowakije volgen. Nederlanders drinken 2,2 liter pure alcohol in gedistilleerd.

's Werelds grootste bierdrinkers zijn de Westduitsers, op de voet gevolgd door de DDR. In beide landen wordt meer dan 140 liter bier per jaar per persoon gedronken.

figuur 5

Echter niet alleen in het dagelijks leven, ook in de toegepaste vakken vooral in het voortgezet onderwijs is het schattend rekenen een belangrijke activiteit, zij het dat het daar vaak om een wiskundig hoger niveau gaat.

Hoe bepaal je $\sqrt{10}$ als je niet meteen een zakrekenmachine wilt of kunt gebruiken? Denk aan een zo vierkant mogelijke rechthoek met oppervlakte 10. En neem van die zijden het gemiddelde:

$$\sqrt{10} \approx (3 + \frac{10}{3}) \div 2.$$

Door herhaling van dit proces kunnen zo steeds betere benaderingen gevonden worden. In dit geval ging het erom een methode van benaderen te ontwikkelen. Niet elke berekening is uitvoerbaar op een eenvoudige zakrekenmachine. Probeer maar eens $100!$ ($100 \times 99 \times 98 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$) te berekenen.

Ook zal bij meer geavanceerd schattend rekenen het effect van het rekenen met fouten een plaats moeten gaan krijgen. Bij dit grofweg rekenen accepteer je bepaalde foutengrenzen. Als je zegt dat Nederland vijftien miljoen inwoners telt betekent dat dat het precieze aantal tussen 14,5 en 15,5 miljoen in ligt. Ga je nu met zo'n afgerond getal rekenen dan heeft dat ook weer implicaties voor de nauwkeurigheid van de uiteindelijke uitkomsten. Zoals gezegd is dit niet direct stof voor de basisschool, maar noties van deze begrippen kunnen zeker op dat niveau ontwikkeld worden. We gaan hier bij de volgende stelling nader op in.

Stelling 3:

Het (mentale) meten kan bijdragen tot een houding om schattend te rekenen.

De kern van schattend meten - concreet of mentaal - is dat je in een gegeven situatie een geschikte maat kiest en daarmee grofweg durft te rekenen. Nu eens zal dit een standaardmaat zijn, dan weer een voor de hand liggende (natuurlijke) maat (bijvoorbeeld je eigen lengte). We halen maar weer eens het bekende file-probleem aan.

De radio meldt dat er een file van 3 km op de A-1 staat.
Hoeveel auto's zijn dat ongeveer?

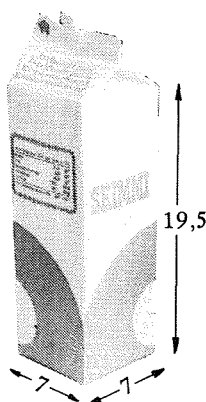
Om tot een schatting van het aantal auto's in één rij te komen moet je de lengte van een gewone personenauto weten of schattend meten. Je kunt in een auto languit liggen. Voor een volwassene betekent dat ongeveer twee meter. Voor en achterkant erbij, zeg ongeveer vier meter. Twee meter tussen elk paar auto's (misschien wat krap) dus per auto ongeveer zes meter file. Dit maakt vijfhonderd auto's voor één rij, want $500 \times 6 \text{ m} = 3000 \text{ meter}$.

De meting is geheel mentaal uitgevoerd. Er is geen auto en geen meetlat aan te pas gekomen. Je gebruikt je eigen lengte als *referentiepunt* en je rekent heel globaal (uit het hoofd!). De uitkomst is niet meer dan één indicatie: het gaat om enkele honderden auto's.

Wie zo'n referentiepunt als de lengte van een flinke volwassene niet tot z'n beschikking heeft zal naar andere middelen moeten omzien. Je kijkt uit het raam en telt het aantal trottoirtegels langs een geparkeerde auto. Dit is een mooie methode als je weet dat vier tegels in een meter gaan. Desnoods ga je naar buiten om met vier flinke stappen vast te stellen dat het om ongeveer vier meter gaat.

Helaas wordt door de nadruk op het technische cijferen en precieze uitkomsten in het rekenonderwijs weinig nadruk gelegd op dit soort praktische globale metingen. En dat terwijl ze juist zo nuttig zijn omdat ze een idee geven van de werkelijkheid en daarmee tevens betekenis geven aan belangrijke standaardmaten als meter, kilometer, etc. Zo zullen metrieke maten toegepast kunnen worden

buiten de verkapte cijfersommen over het metriek stelsel. Ik ga op de kwestie van het leren omgaan met metrieke maten nu niet diep in, maar ik volsta met één voorbeeld, waarbij het mentale meten en het concrete handelen met elkaar verbonden worden.



figuur 6

Laat een melkpak opmeten (zie fig.6). Hoeveel blokjes van $1 \times 1 \times 1$ cm zouden daar in passen? Eén laagje van 7×7 kan gelegd worden. Hoeveel lagen zijn dat in totaal? Ongeveer 20×49 ... dus bijna 1000. Leg de verbinding met de kubieke decimeter waarin $10 \times 10 \times 10 = 1000$ blokjes passen, wat één liter genoemd wordt.

Hoe komt het dat dit niet precies opgaat bij het melkpak? Vergelijk met andere verpakkingen van één liter. Giet echt één liter water over in de verschillende verpakkingen en bekert. En alle aspecten van schattend rekenen, mentaal meten, begrip van maat (i.c. liter), het vormen van een referentiepunt (weten wat één liter is), meetfout en afronden, begrip van metriek $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$ komen aan de orde.

In de genoemde voorbeelden wordt nog al eens een beroep gedaan op maten die je moet kennen zodat ze als referentiepunten gebruikt kunnen worden om bepaalde schattingen te doen. Die referentiepunten vormen een arsenaal feitenkennis dat ten behoeve van het schattend rekenen al doende opgebouwd moet worden.

Niet alleen de bekende metrieke maten maar ook bepaalde getallen kunnen een dergelijke functie hebben. In het bijzonder geldt dat voor grote aantallen. Als we zeggen dat 'de wereldbevolking vijf miljard zielen telt' kan dit steun geven voor de betekenis van dat getal. Maar het zal ook nodig zijn om te weten dat één miljard $= 1000 \times 1$ miljoen en ook bij 'miljoen' zouden we ons weer iets moeten kunnen voorstellen als bijvoorbeeld het aantal inwoners van, enzovoorts. Als we vijf miljard schrijven geven we met 'miljard' in feite een nieuwe maat aan, waarmee we weer verder rekenen.

Bij het afronden op duizenden (tienduizenden, honderdduizenden en miljoenen) is ook sprake van het kiezen van een nieuwe maat waarmee we weer simpel kunnen rekenen.

In juni bezochten 91.448 bezoekers Artis, in juli 136.344. Maar globaal meet je die aantallen toch handiger met duizend als maat, zodat je zegt 91-duizend in juni en 136-duizend in juli, samen dus 227-duizend, ongeveer een kwart miljoen.

Kortom het rekenen met grote aantallen is in feite ook rekenen met maten, die overigens ook weer door inwisselingen ($10 \times$ honderd miljoen = 1 miljard) uit elkaar ontstaan.

Tot slot nog een waarschuwing over het rekenen met meetgetallen. Al gauw kan meten verworden tot inzichteloos rekenen, getuige het volgende vraagstuk over uursnelheden (zie fig.7).

Toch kan men zich naar aanleiding van dit vraagstuk interessante vragen stellen. Hoe kom je aan die snelheden? Hoe nauwkeurig is die meting van 100 m in 55 sec. voor de haas? Heeft het wel zin om tot drie cijfers achter de komma door te rekenen? Heeft het überhaupt zin om de snelheden in km/u te geven? Kijk bijvoorbeeld naar de duizendpoot.

Lastige vragen voor eigen niveau, maar wel zaken die op enig moment - ook op de Pabo - aan de orde moeten komen.

32 uursnelheden

Reken van alle dieren de snelheid per uur uit.
Afronden op 3 decimalen nauwkeurig.

hardloper: 100 m in 11 sec. 1 uur is 60 minuten of 3600 sec.

100 m in 11 sec. is dus: $\frac{100 \text{ m}}{11}$ in 1 sec.

per uur: $\frac{100 \text{ m}}{11} \times 3600 = 32727 \text{ m}$

= 32,727 km

1. haas: 100 m in 5 sec.	Uursnelheid km/u.
2. luipaard: 200 m in 7,2 sec.	Uursnelheid km/u.
3. hazewindhond: 500 m in 28 sec.	Uursnelheid km/u.
4. inktvis: 10 m in 0,7 sec.	Uursnelheid km/u.
5. valk vliegt: 47 m in 1 sec.	Uursnelheid km/u.
6. struisvogel loopt: 100 m in 5,2 sec.	Uursnelheid km/u.
7. kruispin: 1 m in 2 sec.	Uursnelheid km/u.
8. duizendpoot: 50 cm in 1 sec.	Uursnelheid km/u.
9. slang: 100 m in 10 sec.	Uursnelheid km/u.
10. libel vliegt: 200 m in 9 sec.	Uursnelheid km/u.
11. zeehond zwemt: 140 m in 14 sec.	Uursnelheid km/u.
12. zwaardvis zwemt: 50 m in 1,6 sec.	Uursnelheid km/u.

figuur 7

We hebben het in het voorgaande al enige malen gehad over de zogenoemde referentiepunten of referentiematen, die als steunpunten voor het schattend rekenen een belangrijke rol spelen. In de toelichting op de volgende stelling zullen we hier nader op ingaan.

Stelling 4:

Schattend rekenen wordt gestimuleerd door problemen aan te bieden waarbij door de leerlingen zelf getalsmatige informatie moet worden gezocht.

In eerste instantie lijkt deze opvatting haaks te staan op één van de basisprincipes van de didactiek, namelijk het duidelijk presenteren van het probleem.

Maar laten we even terugdenken aan het fileprobleem, dat als volgt geformuleerd was:

De radio meldt dat er een file van drie kilometer op de A-1 staat.

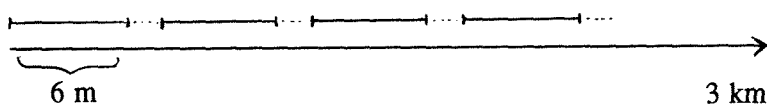
Hoeveel auto's zijn dat ongeveer? (a)

Een andere versie (b) van dit probleem zou als volgt kunnen luiden:

Er staat een file auto's van drie kilometer op de weg. Een auto is vier meter lang. De auto's hebben een onderlinge afstand van twee meter. Hoeveel auto's zijn dat? (b)

In de b-versie wordt de leerling geen enkele ruimte gelaten om zich bewust te maken wat de gegeven informatie nu eigenlijk betekent. Het probleem is bij voorbaat al ontdaan van elke mogelijkheid om zelf enige inbreng in het mathematiseringsproces te hebben. Ook didactisch biedt het geen uitdaging of het moest zijn dat de leraar de leerling gaat trainen in het oproepen van oplossingsschema's, zoals:

- teken de situatie



- welke operatie moet uitgevoerd worden?

In principe is het voor een goede leerling mogelijk dit vraagstuk tot een goed einde te brengen. Maar het is bekend dat een redactiesom als deze - ook al is deze nog zo voorgestructureerd - voor het overgrote deel van de kinderen niet haalbaar is. Er wordt meestal maar wat met de gegeven getallen gedaan om in ieder geval maar tot een antwoord te komen. Want dat is zeker in het soort onderwijs dat bij dit vraagstuk past, er móet één uniek antwoord zijn.

In de a-versie wordt wel ruimte geboden aan de leerling om zelf het schema op te bouwen. Wanneer de leerling zelf de lengte van een personenauto 'bedenkt', alsook de lengte van de tussenruimte, krijgt hij de gelegenheid zich bewust te maken welke de betekenis van die grootheden is.

Het doet er niet zoveel toe of je een auto van vier of vijf meter neemt, ook voor de tussenruimte kunnen verschillende keuzen gemaakt worden, als de maten maar acceptabel zijn, denkende aan de reële situatie van de auto-file. Juist door deze vrijheid wordt de leerling gedwongen een eigen inbreng te construeren. En dat brengt weer met zich mee dat de leerling een realistische maat dient te kiezen. Je kunt ook zeggen, hij wordt gedwongen een schatting te durven doen. Bovendien kan de totale lengte (auto plus tussenruimte) als het ware gezien worden en vanzelf leiden tot het afpassen van zeg bijvoorbeeld tien meter ($5 + 5$) op de totale weglengte.

Het vraagstuk voert aldus tot een vermenigvuldiging in plaats van een deling. Iets wat bij schattend rekenen vaak de meest aangewezen weg is, juist voor typische delingsvraagstukjes. Zoiets als, tien meter per auto, dus honderd auto's beslaan duizend meter, voor drieduizend meter dus ongeveer driehonderd auto's.

In de oplossing kan de lengte van de auto al een bekende referentiemaat zijn en anders zeker worden.

De open vraagstelling van de b-versie levert natuurlijk verschillende antwoorden op, maar dat is nu juist inherent aan het schattend rekenen: het gaat om de grootte-orde en niet om het precieze aantal.

Ook in vroegere tijden is het schattend rekenen vaak als een belangrijk doel aangeprezen, maar het is uit het onderwijs verdwenen door het papieren rekenen dat een interactieve onderwijsvorm in de weg staat. Eveneens zijn de open vraagstellingen, zoals hier gepropageerd, wel aanbevolen geweest (vraagloze vraagstukjes, open problemen) maar ze hebben om dezelfde reden nooit de plaats gekregen die ze verdienen.

Om als onderwijsgevende feeling te krijgen voor dit soort problemen, is het goed ze ook op eigen niveau te oefenen. De beroemde natuurkundige Fermi had er aardigheid in om zijn gehoor te vermaken met intrigerende vragen als: 'Hoeveel honden zijn er in Chicago?' De reden waarom ze in de Amerikaanse vakliteratuur wel Fermi-problemen genoemd worden.

Ook Hofstadter heeft over dit schattend rekenen vanuit een blanco situatie een interessant essay geschreven. Het begin van dit stuk wil ik U niet onthouden:

"The renowned cosmogonist Professor Bignumaska, lecturing on the future of the universe, had just stated that in about a billion years, according to her calculations, the earth would fall into the sun in a fiery death. In the back of the auditorium a tremulous voice piped up: "Excuse me, Professor, but h-h-how long did you say it would be?" Professor Bignumaska calmly replied, "About a billion years." A sigh of relief was heard. "Whew! For a minute there, I thought you'd said a *million* years."

Aan het slot van dit artikel geeft hij een hele waslijst van leuke Fermi-problemen voor eigen niveau. Het kan je op ideeën brengen voor een eigen ontwerp, zoals:

Mijn schoonmoeder is in Parijs, De telefoon doet het niet.

Maar zij heeft nogal een flink stemgeluid, zodat ik haar ook zo wel kan horen.

Ze zegt: Het is nu vier uur.

Verbaasd kijk ik in eerste instantie op mijn horloge.

Keren we terug tot het niveau van de basisschool en nemen we het file-probleem in de twee versies nog eens onder de loep dan kunnen we de vergelijking als volgt ordenen.

	file-probleem gesloten versie (a)	file-probleem open versie (b)
soort onderwijs	schriftelijk	mondeling of schriftelijk
eenduidig antwoord	ja	nee
mogelijkheid tot horizon- tale mathematisering	nee	ja
mogelijkheid tot reflectie en interactie	twijfelachtig	ja
mogelijkheid tot ontwikkeling van referentiepunten	nee	ja
geschikt voor schattend rekenen	nee	ja

Deze tabel is niet bedoeld als een absolute en/of volledige ordening; hij dient slechts als een ordenende samenvatting van het daaraan voorafgaande. Het gaat

bij stelling 4 ook niet om 'open' versus 'gesloten' problemen, maar om het specifieke element van het niet voorhanden hebben van informatie bij schatvraagstukken. Gebruikmaking van dit nieuwe principe in de didactiek van het schattend rekenen, zal het reken-wiskundeonderwijs een belangrijke stap verder kunnen brengen. Maar dan zal het schattend rekenen een veel pregnantere rol toebedeeld moeten krijgen in de dagelijkse schoolpraktijk. We komen op die manier ook dicht bij wat idealiter als realistisch reken-wiskundeonderwijs beschouwd mag worden. Om het in een stelling vast te leggen:

Stelling 5

In het schattend rekenen komt de essentie van het realistisch reken-wiskundeonderwijs tot uiting.

Bij zinvolle vraagstukjes over schattend rekenen zal de realiteit een belangrijke bron zijn. Nu hoeft die realiteit niet altijd de echte wereld te zijn. Ook de wereld van het kind of een voor het kind voorstelbare situatie kan een geschikt uitgangspunt zijn. Soms is het juist nodig om de realiteit wat te verschrompelen en het probleem een eenvoudige structuur te geven teneinde het bruikbaar te maken voor het onderwijs. Zie het file-probleem: simpel van vorm en onttrokken aan de realiteit.

Maar - zou men kunnen vragen - ook zinvol voor de leerling? Het antwoord is ja, niet omdat de kinderen hiermee een echt realistische toepassing maken (wat zou het hun interesseren hoeveel auto's daar staan) maar omdat het z'n betekenis krijgt door het vraagstuk zelf. De kinderen leren dat ze zelf maten moeten kiezen, die iets voor ze betekenen. Dat ze kunnen voortbouwen op datgene wat ze al weten. Oftewel dat alle leren betekent het reeds bekende in een ruimer verband te stellen.

De verzameling van '400 opgaven', zoals gepresenteerd tijdens de Panama-conferentie van 1987 geeft hier vele voorbeelden van. Vooral de vraagstukjes van het type 'fileprobleem' zijn uitstekend geschikt om het schattend rekenen een nieuwe dimensie te geven. Maar dit gaat niet van de ene dag op de andere.

Omdat er geen leergangen voor schattend rekenen bestaan, zal de onderwijsgevende zelf vorm aan het onderwijs moeten geven. Vooral door interactieve lessen, aansluitend bij eenvoudige meetproblemen en bij het hoofdrekenen.

Men zal geduld moeten oefenen om effecten te zien, want het gaat met name om het kweken van een houding. Maar zo'n houding zal men ook eerst zelf als onderwijsgevende ontwikkeld moeten hebben.

Nascholing - en wel met een lange nazorg - kan in deze een belangrijke rol vervullen.

Literatuur

1. Treffers, A., E. Feijs en de E. de Moor: Schattend rekenen, *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, jrg 6 nr 3, maart 1988.
2. Harold, J. Schoen (ed): *Estimation and Mental Computation*, 1986 Yearbook NCTM, Reston USA, ISBN 0-87353-226-0.
3. Hofstädter, Douglas, R.: *Metamagical Themas*, Ch.6 Penguinbooks 1, England 1986. ISBN 0-14-008534-3.

Nascholing rekenen, hoe verder?

K.P.E. Gravemeijer
E. de Moor

OW & OC, RU Utrecht
Panama/HMN-SOL Utrecht

1 inleiding

Vanuit het project 'Deskundigheidsbevordering Pabo-docenten ten behoeve van de nascholing rekenen-wiskunde' (kortweg het 'Zwaluwproject'), dat van 1985 tot 1987 door OW & OC is uitgevoerd, kan al enigszins vooruitgekeken worden naar het zogenoemde 'Speerpunt Rekenen'. Deze nascholingsoperatie zal - zoals het zich nu laat aanzien - het volgende speerpunt zijn waarop de landelijke nascholing zich binnen het zorgverbredingsbeleid zal richten.

Het Zwaluwproject was gericht op nascholing (van de Pabo-docenten) over nascholing. Het team dat hieraan gewerkt heeft, heeft daartoe haar uitgangspunt gekozen in de ontwikkeling van concrete nascholingscursussen op het niveau van de basischoolleraar.¹

Twee van deze cursussen, namelijk die over 'hoofdrekenen' en die over 'cijferen' hebben een aantal ervaringen opgeleverd die ons inziens van belang zijn voor de ontwikkeling van de speerpunt-cursussen. De inhoudelijke onderwerpen, hoofdrekenen en cijferen, bleken in een behoefte te voorzien. Bij hoofdrekenen was in feite sprake van een nieuw onderwerp hoe merkwaardig dit ook moge klinken. Immers het onderwerp is bijna zo oud als het rekenonderwijs zelf. Het blijkt echter in de praktijk van het onderwijs nauwelijks een plaats te hebben.

Bij het cijferen was gekozen voor twee scholen die met de methode 'Rekenen & Wiskunde' werkten. In deze methode zijn de cijferleergangen methodisch en didactisch goed opgezet. En in de handleidingen zijn deze goed beschreven. Niettemin bleek het zinvol zes cursusavonden aan deze problematiek te wijden.

Wanneer de zorgverbreding centraal staat zal echter met nog elementairder onderwerpen gestart moeten worden. Het zijn met name de basisvaardigheden en de eenvoudige toepassingen daarmee, die in eerste instantie aangepakt moeten worden. We omschrijven basisvaardigheden als volgt:

- rekenen tot 20;
- rekenen tot 100;
- tafels van vermenigvuldiging;
- hoofdrekenen en
- schattend rekenen.

Soms worden cijferen, metriek e.d. ook wel tot de basisvaardigheden gerekend, maar we beperken ons nu tot bovenstaande omschrijving, zoals die trouwens ook in het 'Nationale programma' wordt gebezigd. Indien dit onderwerp, basisvaardigheden, diepgaand aan de orde gesteld wordt, kan het inhoudelijke aspect van de zorgverbredingsproblematiek tot z'n essentie teruggebracht worden.

2 inhoudelijke kennisverwerving

Goede leerboeken en goede materialen zijn nog geen garantie voor goed onderwijs. De leraar blijft immers de spil van goed onderwijs. Uit de proefcursussen van het Zwaluwproject, maar ook uit tal van directe en indirecte waarnemingen blijkt dat het overgrote deel van de leraren basisonderwijs te weinig deskundig is op het gebied van het reken-wiskundeonderwijs. Vaak zijn de betrokkenen zich dit niet eens bewust.

Het betreft lacunes ten aanzien van: vakinhoud, vakdidactiek, nieuwe ontwikkelingen, leertheorie en organisatie. Ook de kennis van de eigen methode bleek beperkt. Men bleek met name weinig zicht te hebben op longitudinale leerlijnen voor zover deze zich buiten het eigen leerjaar uitstrekken. Enigszins paradoxaal moge het dan ook voorkomen dat er voor nascholing op het gebied van rekenen en wiskunde weinig belangstelling bestaat. Gaat men echter op praktische en stimulerende wijze met de onderwijsgegenden aan de slag, dan wordt de interesse als vanzelf gewekt, zo blijkt uit de eerder genoemde proefcursussen.

Het zal wel duidelijk zijn dat binnen de nascholing op dit punt ingespeeld moet worden. En wel omdat een behoorlijke vak kennis één van de voorwaarden is tot het ontplooiën van de didactiek. Tevens blijkt het werken op eigen niveau een uitstekend principe in de nascholingsdidactiek te zijn, maar we komen hierop nog terug.

Kortom voor de speerpunt-cursussen zal *kennisverwerving van vakinhoud en vakdidactiek* een belangrijke component moeten zijn. Juist de basisvaardigheden zijn hiervoor een belangrijk aangrijpingspunt.

3 eigen activiteiten

Ausubel (1968) heeft eens gezegd:

'If I had to reduce all educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor is what the learner already knows.'

Deze opvatting sluit uitstekend aan bij wat in de Zwaluwcursussen een kernpunt van de nascholingsdidactiek was: Begin met het zelf oplossen van opgaven. We lichten dit toe.

Soms kan deze activiteit even boven het niveau van de basisschool uitgaan, zoals bijvoorbeeld het werken in een ander talstelsel als opstap naar het cijferen, maar meestal gaat het om vraagstukken zoals ze ook in de gebruikte basisschool-materialen voorkomen. Zo wordt rekenkennis van de cursist bewust gemaakt. In aansluiting hierop kan de cursist deze rekenkennis vergroten. Tenminste als de opgaven zo gekozen zijn dat ze de mogelijkheid bieden juist iets van de structuur van het gebied bloot te leggen. Als voorbeeld kan men hier denken aan het rekenen met nullen, trucmatig versus inzichtelijk.

Maar een veel belangrijker aspect van het zelf oplossen van opgaven is het feit dat men zal ontdekken dat er totaal verschillende oplossingsmanieren gehanteerd worden door de medecursisten.

Er is met het *principe van werken op eigen niveau*, wiskunde doen in plaats van nadoen, al zo'n twintig jaar ervaring opgedaan binnen de nascholing rekenen-wiskunde. Het blijkt een werkzaam en motiverend principe te zijn. Kijken we echter terug dan blijkt dat de aard van de opgaven steeds dichterbij het niveau van de leerlingen is komen te liggen. In zekere zin dus steeds eenvoudiger stof,

maar tevens ook veel essentiëler. Met name blijkt dat opgaven die tot de schoolstof (zouden kunnen) behoren ook een directe verbinding met de didactische component van het betreffende onderdeel hebben, en dus ook aanleiding geven tot *eigen didactische activiteiten in de praktijk van de klas*. Kortom een nascholingscursus rekenen moet het element eigen activiteiten zowel op de cursus als voor de schoolpraktijk bevatten.

4 onderzoek

Informatie over onderzoek naar hoe kinderen leren, vooral in het aanvankelijk rekenen, kan hierbij als katalysator fungeren. Wie bijvoorbeeld door de methode gewend is om optellen over de tien heen altijd te onderwijzen via het aanvullen tot tien ($8+9=\{8+2\}+7$) kan door dergelijke onderzoeksresultaten op z'n minst aan het denken gezet worden over de eigen didactiek.

Naast allerhande telmethoden blijken leerlingen bij zo'n opgave als $8 + 9$ tal van herstructureringen te gebruiken, als:

$$\begin{aligned} 8 + 9 = & \quad 8 + 8 = 16; 16 + 1 = 17 \\ & \quad 5 + 3 + 5 + 5 \quad (5 + 5) + 3 + 4 = 17 \\ & \quad (8 - 1) + (9 + 1) = 7 + 10 = 17 \\ & \quad 9 + 8 = 9 + 1 + 7 = 10 + 7 = 17 \\ & \quad 8 + 2 + 7 = 10 + 7 = 17 \\ & \quad 9 + 9 = 18 \quad 18 - 1 = 17 \\ & \quad 10 + 8 = 18; 18 - 1 = 17 \end{aligned}$$

Kinderen ontwerpen dus zelf allerlei gevarieerde oplossingsstrategieën. De erkenning van dit feit heeft zijn implicaties voor de didactiek. En de vraag dringt zich op of de eigen leerlingen deze maniertjes ook gebruiken. De eigen activiteit kan zo uitmonden in eigen onderzoek van de onderwijsgegenden naar de rekenstrategieën van de leerlingen in de eigen groep. Uit de gevonden oplossingsstrategieën van kinderen kunnen ook conclusies getrokken worden over het leren van kinderen. Blijkbaar is het niet zo dat kinderen domweg datgene doen wat ze voorgedaan is, integendeel, ze ontwerpen eigen procedures. Zo bezien bestaat het leren van de basisautomatismen voor de kinderen uit een actief proces van het zelf uitvinden van - voor jezelf - begrijpelijke procedures. Deze kijk op leren wordt ook ondersteund door onderzoeksgegevens waaruit blijkt dat ook achter de foute oplossingen begrijpelijke redeneringen schuil gaan. Kinderen hebben vaak niet alle regels van het (ons) rekenspel door, maar komen wel tot een voor hen logische interpretatie. Een didactiek die hierop aansluit is een reconstructieve didactiek. Reconstructie staat tegenover reproductie. We doelen dan op een didactische aanpak die de leerlingen in staat stelt zelf de beoogde rekenkennis te reconstrueren.

5 praktijktheorieën

Wie zich als nascholingsdocent tot onderwijsgegenden richt krijgt te maken met volwassenen met een (ruime) onderwijservaring. Dit maakt nascholing in zekere zin lastiger, maar ook zoveel uitdagender en - als men de groep meekrijgt - ook vaak interessanter dan het opleidingsonderwijs. Een belangrijk punt in deze - is ons gebleken tijdens het Zwaluwproject - is te trachten bij leraren een bewustmakingsproces op gang te brengen ten aanzien van hun eigen *praktijktheorieën*. Iedere onderwijsgevende houdt er praktijktheorieën op na. Hij of zij heeft eigen

theorieën over het vak, het leren en het onderwijzen daarvan. Vaak berusten deze theorieën op *hoe* men zelf vroeger is onderwezen en *wat* er onderwezen is.² Een mooi middel om deze opvattingen al direct boven tafel te brengen is het aanbieden van een aantal opgaven of toetsitems, en het bespreken van de behaalde resultaten en van de verschillende aanpakken voor remediëring waaruit gekozen kan worden.³

Het voert te ver om deze benadering thans geheel uit te werken, maar ons is gebleken dat in ieder geval de eigen theorieën bewust gemaakt kunnen worden en dat andere opvattingen ook ter discussie gesteld kunnen worden zonder dat dit voor de betrokkenen bedreigend is. Juist als het gaat om het doorbreken van logisch lijkende principes als 'eerst aanleren van de deelvaardigheden' zal het van belang zijn de onderwijsgevende eerst van de eigen theorieën bewust te maken. Nieuwe didactische aanpakken zullen alleen overgenomen kunnen worden als de onderwijsgevende zich bewust is van de wijze waarop deze verschilt van de eigen aanpak.

Het werken aan veranderingen in deze is een belangrijk maar moeilijk nascholingsdidactisch vraagstuk, dat in ieder geval één cursus (cijferen) door ons uitgewerkt is. Zij het dat niet het optimale resultaat is geboekt. Het ging hier echter om een vrij korte cursus (zes maal twee uur), waarin we dit principe aan het begin en aan het eind centraal gesteld hebben.

Bij een langduriger cursus kan deze kwestie uitgebreider aan de orde gesteld worden. Dan kan ook meer steun geboden worden bij het ontwikkelen van een bij de nieuwe aanpak passend handelingsrepertoire.

Zo bleken de cursisten die uit de cijfercursus begrepen hadden dat contexten een belangrijke steun kunnen bieden bij het rekenen met kommagetallen niet in staat zelf geschikte contexten te bedenken bij sommen als 200×0.05 .

Inzien dat contexten nuttig zijn, is klaarblijkelijk niet voldoende. De onderwijsgevende moet ook ondersteund worden bij het zoeken naar geschikte contexten. Daarnaast moet deze de *gelegenheid krijgen met de nieuwe principes te experimenteren en te oefenen*. Een *adequate begeleiding* is dan een essentiële voorwaarde. Uitermate belangrijk is het feit dat er ook over langere tijd follow-up wordt georganiseerd. In deze zal voor de schoolbegeleider een belangrijke taak weggelegd zijn.

Tevens dient opgemerkt te worden dat de onderwijsgevende ook zal moeten beschikken over *geschikte leermiddelen*. Onze ervaringen met de hoofdrecen-cursus hebben uitgewezen dat de implementatie hiervan ernstig belemmerd werd door het ontbreken van een hoofdrecenleergang in de methode. Wanneer de basisvaardigheden in het kader van de zorgverbreding fundamenteeler aangepakt moeten worden, zal er bij vrijwel alle reken-wiskundemethoden (ook de realistische!) aanvullend materiaal ontwikkeld moeten worden.

6 cursusdocent

Uit de ervaringen met het Zwaluwproject is gebleken dat de *kredietwaardigheid van de cursusdocent* een belangrijke factor is voor het welslagen van de cursus. De basis hiervoor dient gevonden te worden in de vakkennis en praktijkkennis van de cursusdocent. Bij onze cursussen kreeg deze kredietwaardigheid extra reliëf doordat de cursusdocent de in de cursus opgenomen praktijkopdrachten ook zelf uitvoerde en op video zette. De cursusdocent die zelfstandig of samen met

de cursisten zo'n praktijkopdracht uitvoert, staat niet als de theoreticus voor de groep, maar wordt samen met de cursisten één van de praktijkdeskundigen.

Echter er zijn meer eisen waaraan de cursusdocent moet voldoen en die samengevat kunnen worden in de volgende kwaliteiten:

- op heldere wijze kunnen doceren;
- een discussie kunnen leiden en samenvatten;
- om kunnen gaan met groepen volwassenen;
- zelf interactief onderwijs kunnen geven;
- etc.

Het is misschien goed hier nog eens op te merken dat interactief onderwijs niet verward moet worden met zelfontdekkend leren zonder meer. De angst teveel voor te zeggen mag niet ontaarden in de cursisten (of leerlingen) maar aan laten modderen. Het is juist de kunst eigen vondsten van cursisten-leerlingen te benutten voor het leerproces van de groep.

Omdat het hier om vakspecifieke problemen gaat, juist in verband met het zorgverbredingsbeleid, zal de *voorschooling* van de docenten met de grootste zorg moeten gebeuren. Daarbij zullen de docenten van de ontwerpcursus een kernrol toebedeeld moeten krijgen.

7 cursusontwikkeling

Het ontwikkelen van een goede nascholingscursus is geen sinecure. Zeker nu het speerpunt zich zal moeten richten op een landelijk beleid, waarbij het principe van de zorgverbreding centraal staat. Reeds eerder hebben wij erop gewezen dat als onderwerp de basisvaardigheden - in de meest strikte zin - en eenvoudige toepassingen de grootste prioriteit verdienen. Uit onze ervaringen blijkt dat - onafhankelijk van de visie die onderwijsgevers hebben op de methodisch-didactische aanpak van het rekenen - het belang van dit onderwerp unaniem erkend wordt.

De onderzoeksgegevens op dit gebied duiden erop dat een verbetering van het onderwijs in de basisvaardigheden gezocht moet worden in een reconstructieve didactiek. Dit kan losstaan van de gebruikte methode. Omdat het onderwerp zo fundamenteel is en zo'n bindend en toepasbaar karakter heeft past het onderwerp 'basisvaardigheden en eenvoudige toepassingen' bij elke methode.

Het accent van de zorgverbreding zal ons inziens meer op het onderwijs dan op de leerling moeten liggen. Te vaak wordt er vanuit gegaan dat uitvallen bepaald wordt door specifieke deficiënties bij de leerling. Anders gezegd de preventie van rekenproblemen lijkt ons beter dan het diagnostiseren en remediëren.

De bovengenoemde reconstructieve aanpak betekent bijvoorbeeld voor het rekenen tot twintig, het rekenen tot honderd en de tafels van vermenigvuldiging het volgende:

- start met een begripsvolle aanbieding;
- geef ruimte voor eigen constructies;
- zorg ook voor een tijdige en adequate wijze van inprenting en
- zorg voor het op peil houden van de basisvaardigheden.

De daadwerkelijke implementatie van een reconstructieve aanpak van de basisvaardigheden in de dagelijkse onderwijspraktijk zal dan ook een centrale plaats in de nascholingscursus moeten krijgen. Dan moet er overigens wel rekening mee gehouden worden dat het integreren van nieuwe theorieën, strategieën en onderwijsgedragingen de nodige tijd vergt.

De ontwikkeling van een dergelijke cursus vereist, zoals gezegd, vakmanschap en tijd van experimenteren. Ook de vervolgcursussen zullen liefst op kleine schaal en met de grootste behoedzaamheid opgezet dienen te worden om een teleurstelling als bij het lezen te voorkomen.

Noten

1. Feijs, E., K. Gravemeijer, E. de Moor en W. Uittenbogaard:
Oriëntatie op realistisch reken-wiskundeonderwijs (practicumboek, reader en docentenboek).
Cijferen (cursusboekjes & docentenboek).
Hoofdrekenen (cursusboekjes & docentenboek).
Uitgaven OW & OC.
2. Thompson, A.B.: The relationships of teachers' conceptions of mathematics teaching to institutional practice, *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1984, pag.105-129.
3. Uittenbogaard, W.: Het gebruik van toetsen in de nascholing, in *Toetsen, eindtermen en opvattingen over wiskundeonderwijs*, conferentieverslag, OW & OC, Utrecht 1987.

Leren vermenigvuldigen in basisschoolmethoden en remediërende programma's

- bijdrage van de Centrale Werkgroep Rekenen Wiskunde -

Tijdens de Panama-najaarsconferentie werd door de CWRW een programma verzorgd dat was toegespitst op een bepaald onderdeel van de basisvaardigheden, namelijk het vermenigvuldigen. De algemene inleiding werd verzorgd door H. ter Heege. De tekst van zijn bijdrage is hier opgenomen.

Na de inleiding werden de deelleergangen 'vermenigvuldigen' uit drie basisschoolmethoden ('Rekenwerk', 'Aktief Rekenen' en 'De Rekenboom') geanalyseerd. De analyse vond plaats naar aanleiding van de volgende vragen:

- Welke didactische stappen worden er in de deelleergang genomen? (Zijn er fasen te onderscheiden en, zo ja, zijn deze fasen alle even sterk vertegenwoordigd?)
- Welke overeenkomsten en verschillen zijn er tussen de didactiek van de leergang en de reconstructie-didactiek die in de algemene inleiding werd geschetst?
- Welke elementen in de leergangen bevorderen en belemmeren het leerproces bij moeilijk rekenende kinderen?

Het programma werd vervolgd met een reeks inleidingen over vijf remediërende programma's, te weten het 'Gouds Rekenpakket', 'Zo reken ik ook', 'Rekenspoor', 'Remelka' en 'Rekenproblemen opsporen en oplossen'. Deze inleidingen zijn eveneens in het navolgende opgenomen. Door de deelnemers werden de deelleergangen 'vermenigvuldigen' uit deze vijf remediërende programma's geanalyseerd naar aanleiding van de volgende vragen:

- Welke didactische stappen worden genomen?
- Welke overeenkomsten en verschillen zijn er met de reconstructie-didactiek?
- Welke overeenkomsten en verschillen zijn er tussen de remediërende programma's en de gangbare rekenmethoden?
- Hoe passen deze programma's bij de basisschoolmethoden?

Het programma werd afgesloten met een forumdiscussie. Hier wordt volstaan met de weergave van de gehouden inleidingen.

Het onderwijsleerproces van de basisvaardigheden in drie fasen

H. ter Heege

SLO Enschede

1 inleiding

Kinderen beginnen niet blanco aan het rekenonderwijs. Integendeel, als ze op school komen weten ze al veel. Ze zijn in hun dagelijkse ervaringen in aanraking gekomen met elementaire begrippen uit de wiskunde. Ze construeerden in hun voorschoolse ervaringen 'primitieve' getalbegrippen. Eén aspect daarvan is het vermenigvuldigbegrip.

Op school worden deze ervaringen vervolgens uitgebouwd en in wiskundige kaders geplaatst. Door een brede oriëntatie op elementaire begrippen kunnen kinderen zich in het rekenonderwijs van groep vier een rijk vermenigvuldigbegrip, als aspect van een rijk getalbegrip verwerven. 'Rijk' betekent hier zowel breed ingebed in alledaagse en in wiskundige ervaringen als flexibel, in vele situaties toepasbaar.

2 een rijk begrip van vermenigvuldigen

In het rekenonderwijs van groep vier wordt een aanvang gemaakt met een meer systematische uitbouw van het informeel verworven begrip van vermenigvuldigen.

Merkwaardigerwijs negeerde het traditionele rekenonderwijs deze informele kennis vaak en deed alsof met de introductie van het vermenigvuldigen iets werd gepresenteerd dat voor de kinderen totaal nieuw was. Men meende het vermenigvuldigbegrip te kunnen introduceren in een enkele les waarin zowel de specifiek wiskundige notatie als de tafels van vermenigvuldiging aan de orde werden gesteld. We kunnen in deze gevallen van een formele introductie van het vermenigvuldigbegrip spreken, waarvan vaak is geconstateerd dat deze tot begripsproblemen leidde.

Het begripsarme vervolg in de vorm van oefeningen die louter waren bedoeld om de tafels te memoriseren versterkten deze problemen slechts. Niet alleen valt de formele aanpak direct op bij bestudering van traditionele rekenmethoden op dit punt, ook sommige moderne, realistische reken-wiskundemethoden vallen in dit opzicht door de mand.

3 drie fasen

Hierboven is ingegaan op het informele vermenigvuldigbegrip en de reactie van het rekenonderwijs op deze kennis.

In groep vier wordt kinderen expliciet geleerd te vermenigvuldigen. Op welke wijze kan dat het beste geschieden? Op deze kwestie wordt in zeer globale termen nader ingegaan. De volgende beschrijving wordt gebaseerd op een

realistische visie op reken-wiskundeonderwijs.

Er zijn in het onderwijsleerproces ten aanzien van het leren vermenigvuldigen drie fasen te onderscheiden, die vloeiend in elkaar overgaan:

1. Een introductiefase.
2. Een constructiefase.
3. Een consolidatiefase.

Deze fasen zullen hieronder worden toegelicht.

ad 1

Men gaat in de introductiefase uit van de voor- en buitenschoolse ervaringen van kinderen. Het informeel verworven, maar veelal nog onvolledige begrip van vermenigvuldigen wordt uitgebouwd. Er is in deze fase met andere woorden ruime aandacht voor begripsvormende activiteiten die het de kinderen mogelijk maakt het karakteristieke van de bewerking vermenigvuldigen te doorgronden. Dat daarbij situaties en contexten waarin de vermenigvuldigproblematiek besloten ligt een belangrijke rol spelen, lijkt algemeen aanvaard. Belangrijk is in deze fase voorts dat kinderen zich in toenemende mate gesteund weten door min of meer zelf geconstrueerde modellen en notatieschema's. 'Beeldende modulen' vormen de liaison tussen deze modellen en schema's.

Een voorbeeld hiervan vormen de tekeningen die een leerling maakte bij de problematiek van de zeven vrachtauto's die elk veertien bomen vervoeren naar de plaats waar de bomen geplant zullen worden. De leerling tekent de eerste vrachtauto met de bomen zo natuurgetrouw mogelijk maar de tekeningen worden steeds schematischer. De laatste tekening suggereert nog slechts een auto met bomen:



figuur 1

In deze introductiefase wordt tenslotte ook de formele taal aangeboden waarin de vermenigvuldiging in de wiskunde pleegt te worden genoteerd: 'Zeven vrachtwagens met elk veertien bomen' wordt dan kortweg ' 7×14 '.

ad 2

De kinderen van groep vier hebben nu het vermenigvuldigen verkend en maken zich in de volgende fase gereed om een nieuw *lokaal domein* te veroveren. Ze leren vermenigvuldigingen uit te rekenen. Er worden procedures ontwikkeld die steeds handiger worden toegepast en dus sneller tot resultaat leiden. Daaruit ontstaan enkele strategieën die breed toepasbaar zijn, zelfs buiten het domein van de elementaire vermenigvuldigvaardigheden. Ook blijven, toevallig of bedoeld, vermenigvuldigingen en hun bijbehorende produkten in het geheugen vastzitten. Deze worden tot feitenkennis die 'oproepbaar' is om in nieuwe gevallen bij te dragen tot de snelle oplossing. Deze feiten zijn steunpunten en maken evenals de strategieën verkorte oplossingen van vermenigvuldigingen mogelijk.

De situatie zoals die hierboven is geschetst en die als resultaat van het onderwijsleerproces in deze fase kan worden gezien, is analoog aan die van een jaar daarvoor. Maar toen ging het om optellen en aftrekken. De overeenkomsten tussen leren optellen en leren vermenigvuldigen zijn groot.

Verschillen tussen kinderen

Het blijkt dat de ene leerling snel een strategie doorziet, overneemt en in nieuwe gevallen toepast en dat de andere leerling daarmee veel moeite heeft. Vele leerlingen ontdekken de relatie tussen vermenigvuldigingen zelf, sommige moet in dit opzicht veel aangereikt worden. De één leert een groot aantal steunpunten in een enkel moment uit het hoofd, de ander kost het onthouden van rekenfeiten veel inspanning.

Het is belangrijk dat verschillen tussen kinderen in het onderwijs worden aangegrepen om leerlingen van elkaar te laten leren: leerlingen kunnen in de gelegenheid worden gesteld eigen oplossingen te verwoorden om daarmee de ander inzicht te geven in het eigen denken. Andere leerlingen kunnen hun eigen oplossingen toetsen aan die van anderen en kunnen op de oplossingen van die anderen reageren. De leraar dient zich in een dergelijke onderwijsstijl meer ingetogen dan ooit op te stellen: niet zijn uitleg krijgt het accent maar de organisatie van het klasgesprek over oplossingen.

ad 3

Na de constructiefase hebben de leerlingen in principe voldoende begrip van vermenigvuldigen. Ze hebben een zekere vaardigheid verkregen om met procedures vermenigvuldigingen te berekenen. Ze worden daarbij geholpen door een toenemend aantal steunpunten. In de consolidatiefase worden de leerlingen in de gelegenheid gesteld hun vaardigheid verder te vergroten. Daarnaast worden ook de toepassingen van de kennis benadrukt. Dat wil zeggen dat de kennis van het vermenigvuldigen in dienst wordt gesteld van het rekenen in toepassingssituaties, van het handig rekenen en van het cijferen.

4 de constructie van kennis

Het onderwijsleerproces kan ook beschreven worden in termen van constructie van persoonlijke kennis. Kinderen construeren een hiërarchisch cognitief netwerk van het lokale domein 'vermenigvuldigen'. Dit netwerk heeft weer relaties met andere, verwante netwerken, zoals het optellen en aftrekken, het cijferen, en andere. Ook horizontale mathematiseringsprocessen kunnen in het model beschreven worden: dagelijkse ervaringen maken onderdeel uit van de structuur van hiërarchische netwerken.

Gouds Rekenpakket

H. Kort

SBD Gouda

Het 'Gouds Rekenpakket' is gebaseerd op de aanname dat rekenproblemen zich op een viertal wijzen manifesteren. We beschrijven de wijze waarop in genoemd pakket getracht is rekening te houden met deze vier punten.

1 tekort aan inzicht

a. Het verband met de werkelijkheid

Dit eerste punt is direct al een 'heet' punt. De zogenaamde 'realistische stroming' binnen het rekenonderwijs schrijft veel problemen binnen het rekenen toe aan de toepassingen van de 'mechanische' benadering (kale formule-sommen, los van een context). Als rekenvaardigheden (of beter mathematische vaardigheden) aangeboden zouden worden binnen een context die voor kinderen zinvol en uitdagend is, zouden er veel minder problemen zijn. Kenmerken van de realistische benadering zijn onder andere: een belangrijke plaats voor de taal, een appèl op vindingrijkheid en een beroep op kritisch denken. Het is de vraag in hoeverre kinderen met rekenmoeilijkheden op deze gebieden mee kunnen. Maar al zou dat kunnen, dan nog blijven er heel wat problemen bestaan. Veel kinderen met rekenmoeilijkheden zitten klem op het punt van de automatisering. Context of geen context, op een gegeven moment moet je toch vlot kunnen aangeven dat $8 + 4 = 12$.

Nog los van deze overwegingen hebben we echter te maken met de dagelijkse werkelijkheid anno 1987. Een groot deel van de scholen werkt volgens de mechanische benadering en het ziet er niet naar uit dat dit op korte termijn zal veranderen. Kinderen met rekenproblemen zitten op deze scholen en moeten nu geholpen worden. In elke klas gaat het dikwijls om een paar kinderen. De leerkracht heeft voor hen maar een beperkte tijd, waarin een sterk 'talige' benadering weinig kans heeft. Voor mondeling overleg is de tijd beperkt en schriftelijk kun je ook niet ver gaan (immers de groep kinderen waarover we het hebben kan ook op het leestaalgebied maar matig meekomen).

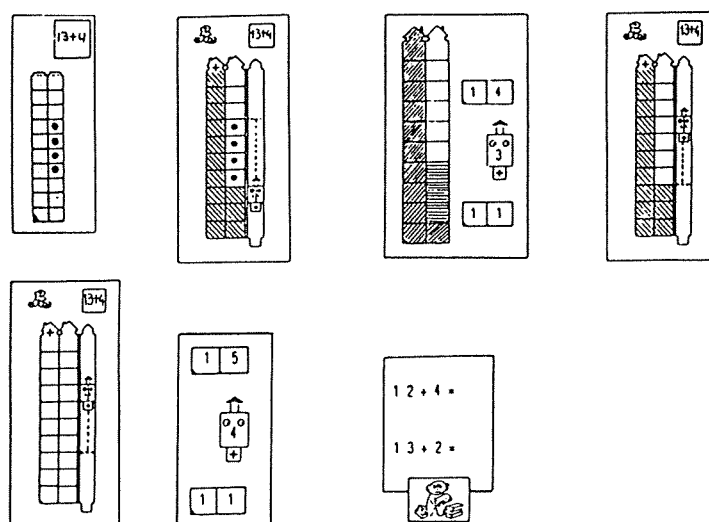
In het rekenpakket is op grond van bovenstaande overwegingen gekozen voor de volgende benadering:

- Bij vrijwel iedere categorie wordt het probleem binnen een zinvolle context geïntroduceerd. Bijvoorbeeld het bouwen en bewonen van flats (optellen en aftrekken); het werken in het kaaspakhuis met éénkazen; tienstapels en honderdrekken (cijferend vermenigvuldigen); het pijltjeswerpspel bij problemen met de nul (categorie-25). Dat overall aan de eis van 'uitdagendheid' wordt voldaan, kan zeker niet gesteld worden.
- Dan volgt een lange periode waarin handelend, in het platte vlak en tenslotte mentaal met sommen gewerkt wordt.

- Aansluitend kan het geleerde toegepast worden in reële situaties. Categorie-23 'Vraagstukjes' bevat voor de verschillende leerstofonderdelen opgaven in een context. Steeds gegroepeerd rond een thema, ingeleid door een verhaaltje. De technische moeilijkheidsgraad van verhaaltje en opgaven ligt op maximaal AVI-niveau-5. Enkele voorbeelden: 'Lego' (categorie-8), 'Met oma naar de zon' (categorie-18), 'Gooi geen geld in je vuilniszak' (categorie-20).
- Kinderen die blijvend op de lijn van het rekenpakket zitten, krijgen daarnaast een aparte begeleiding op de terreinen geld, tijd en meten/wegen. We gebruiken hiervoor door de onderwijsbegeleidingsdienst ontwikkelde mappen.

b. Het verband met de handeling

Elk probleem wordt opgebouwd vanuit het handelen. Stapje voor stapje wordt de handeling verkort en verinnerlijkt. We kunnen dat het beste illustreren aan de hand van een voorbeeld (fig.1).



figuur 1

c. Het verband tussen de bewerkingen onderling

Hoewel de verschillende bewerkingen gescheiden (in aparte categorieën en fasen) aan de orde gesteld worden, is er in het pakket veel aandacht voor de onderlinge verbanden tussen die bewerkingen. Deze relaties worden niet direct gelegd, maar pas als dat voor de introductie van een nieuwe bewerking zinvol is.

voorbeeld

Na het optellen komt het vermenigvuldigen aan de orde. Alvorens aan de tafels te beginnen, wordt er in categorie-11 'Inzicht in het vermenigvuldigen' ruim stil-

h	t	e
3	8	
3	8	
3	8	
3	8	
3	8	
3	8	
3	8	
18	48	
22	8	
2	2	8

6 keer
een groep
van 3 8

figuur 2

gestaan bij het verband 'optellen-vermenigvuldigen' (= herhaald optellen). De relaties 'van erbij naar keer' en 'van keer naar erbij' worden systematisch verkend (fig.2).

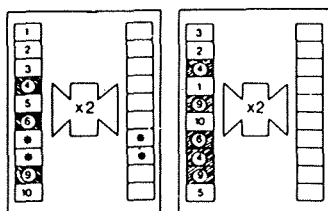
Op gelijke wijze wordt de relatie aftrekken-delen-cijferend delen (herhaald aftrekken) gelegd.

2 geheugen-concentratieproblemen

In het pakket wordt als volgt geprobeerd tegemoet te komen aan dit soort problemen:

- a. Er is een gedetailleerde leerstofopbouw, waarin gewerkt wordt met kleine overzichtelijke stapjes. Er is veel ruimte voor inprenting. Waar 'geheugenarbeid' verricht moet worden, krijgt het kind zoveel mogelijk steun en stimulansen om door te zetten. Het leren van de tafels is hier een goed voorbeeld van. De werkwijze is als volgt:
 1. Leggen van het verband optellen-vermenigvuldigen (categorie-11). De leerling ervaart: Ik begin niet met iets geheel nieuws; ik weet al het één en ander en kan daar op terugvallen ($3 \times 2 = 2 + 2 + 2$).
 2. De volgorde van aanbidding. De eenvoudige tafels worden eerst geleerd in de volgorde van één, twee, vijf, tien, drie en vier. De leerling krijgt zo het idee dat hij al een flink stuk op weg is.
 3. De tafel wordt geleerd op drie niveaus:
 - de tafel op rij;
 - de tafel door elkaar;
 - de tafel met eerder geleerde tafels door elkaar.

Met name de overgang van 'op rij' naar 'door elkaar' geeft problemen. Daarom wordt dit karwei voor iedere tafel opgesplitst in drie porties, overeenkomstig de ideeën van Borghouts-van Erp ('Rekenproblemen: opsporen en oplossen', Groningen 1978). Eerst wordt de club van vijf geleerd ($1 \times$, $2 \times$, $3 \times$, $5 \times$, $10 \times$). Dan de club van drie ($4 \times$ en $6 \times$ (afgeleid van $5 \times$) en $9 \times$ (afgeleid van $10 \times$)). Dan de lastige club van twee ($7 \times$ en $8 \times$) (fig.3).



figuur 3

4. Tot slot wordt de mogelijkheid geboden om bij het leren van de hogere tafels (zes tot en met negen) gebruik te maken van de bekende tafels: $2 \times 9 (= 9 \times 2)$, $3 \times 9 (= 9 \times 3)$, enz.
- b. De verwerkingsopdrachten zijn overzichtelijk: weinig stof op een kaart, geen onnodige afleiders, veel kaders.
- c. Het gebruik van rijmpjes, ezelsbruggetjes, spiekbrieftjes.
- d. Ruimte voor automatisering via:
 - rekenkaarten die herhaald gebruikt kunnen worden in een overtreksysteem;

- extra kaarten, waarmee de leerkracht zelf oefenstof kan maken;
- rekenhulpen, waarmee de leerling zelfstandig kan oefenen (bijvoorbeeld tafelschijven, getallenschuiven);
- gerichte verwijzing naar verdere automatiseringsstof in bestaande uitgaven, middelen (verwijzingsbladen).

3 onvoldoende systematiek in de oplossingsmethode

In het rekenpakket wordt uitgegaan van vaste éénduidige oplossingsmethoden. Een goed voorbeeld hiervan is de uitwerking van het programma 'Optellen en aftrekken 0-100' (categorie zes tot en met tien). Steeds vraagt een kind zich af:

- Is het erbij (+) of eraf (-)?
- Hoe moet ik de som oplossen?

Wat betreft het laatste punt zijn er drie belangrijke herkenningpunten:

1. **erbij/eraf binnen de tien:**

$$\begin{array}{lll} 3 + 4 & 13 + 4 & 43 + 4 \\ 7 - 4 & 17 - 4 & 47 - 4 \end{array}$$

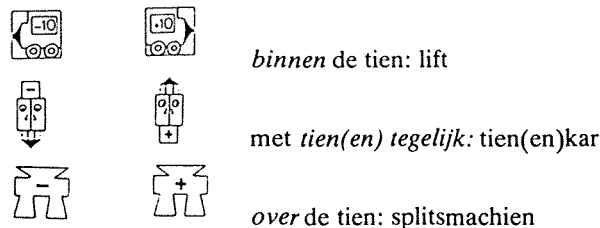
2. **erbij/eraf met tien(en) tegelijk:**

$$\begin{array}{ll} 3 + 10 & 53 + 20 \\ 3 - 10 & 73 - 20 \end{array}$$

3. **erbij/eraf over de tien:**

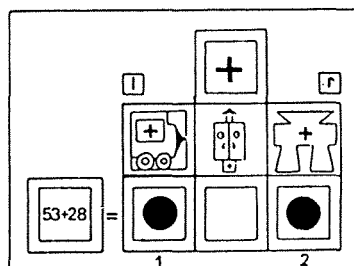
$$\begin{array}{ll} 8 + 7 & 58 + 7 \\ 7 - 7 & 65 - 7 \end{array}$$

Bij elk van deze mogelijkheden hoort een teken dat verwijst naar de handeling die kenmerkend is voor de betreffende bewerking (in het pakket bevindt de één zich links onder in het tien-, twintig- en honderdveld) (fig.4).



figuur 4

De drie mogelijkheden kunnen op verschillende manieren gecombineerd worden, waarbij erbij/eraf met tien(en) tegelijk altijd voorin de combinatie voorkomt.



figuur 5

Schema's ('rekenramen') helpen het kind om de stappen juist te onderscheiden en de som gestructureerd uit te rekenen. Voorbeeld (fig.5).

4 verminderde motivatie

Wat biedt het rekenpakket op dit punt voor de kinderen?

1. De leerling krijgt stof op zijn eigen niveau.
2. Er is veel 'doe-werk':
 - handelen, knippen, kleuren;
 - draaien en schuiven bij de rekenhulpen.
3. Geen eindeloze rijtjes maar een redelijke hoeveelheid stof per rekenkaart. De leerling krijgt weer het idee 'Ik heb flink wat gedaan!'
4. Een ingebouwd controle-beloningssysteem in de vorm van een 'mannetjes-systeem'.
5. Het ervaren van succes, omdat je merkt dat je stapje voor stapje verder komt.

Vooraf dit laatste punt blijkt volgens de ervaringen die tot nu toe zijn opgedaan van betekenis te zijn. 'Ze vragen of ze mogen rekenen', is een uitspraak van één van de leerkrachten die een aantal kinderen met behulp van het rekenpakket begeleidt.

Het 'Gouds Rekenpakket' kent drie gebruiksmogelijkheden:

- a. *Tijdelijk aanvullende begeleiding*
Het gaat bij deze vorm van hulpverlening om het oplossen dan wel verminderen van vrij duidelijk te lokaliseren problemen van beperkte omvang. De leerling volgt in principe zoveel mogelijk het 'gewone' programma van de klas, maar krijgt daarnaast extra hulp. Voorbeeld: extra hulp bij de automatisering van de tiensplitsingen om kinderen van het tellend rekenen af te helpen.
- b. *Tijdelijk vervangende begeleiding*
De leerling wordt voor een bepaald leerstofonderdeel losgekoppeld van de methode. Voorbeeld: een leerling die binnen de gebruikte methode hardnekkig problemen blijft houden bij het optellen en aftrekken tot honderd, wordt voor dit leerstofonderdeel op het spoor van het rekenpakket gezet.
- c. *Blijvend vervangende begeleiding*
Voor 'heel zwakke rekenaars' is het pakket te beschouwen als een soort minimumprogramma. Daarnaast moet dan ook de lijn voor de onderdelen geld-tijd-meten/wegen uitgezet worden.

Zo reken ik ook!

K. Blakenburg

Pedologisch Instituut Rotterdam

1 inleiding

Het programma 'Zo reken ik ook!' is ontwikkeld voor moeilijk lerende kinderen. Er is rekening gehouden met kenmerken hiervan (grote afleidbaarheid, zwak geheugen, enz.). Dit heeft geleid tot een rekenprogramma met:

- hiërarchische opbouw van de leerstof;
- fasering van leerprocessen: van materiaal naar mentaal niveau;
- veel koppelingen tussen formules en handelingen (inzicht);
- een (sub-)groepsgerichte onderwijsaanpak;
- veel evaluatie-momenten.

In deze bijdrage over het leren vermenigvuldigen wordt eerst ingegaan op de gehanteerde uitgangspunten en daarna op de opbouw bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging. Besloten wordt met didactische aanwijzingen, die horen bij dit programma-onderdeel (in map vijf).

2 uitgangspunt voor het leren vermenigvuldigen

Voordat kinderen de tafels van vermenigvuldiging leren, krijgen ze in 'Zo reken ik ook!' eerst een introductie tot het vermenigvuldigen (in map vier na het leren optellen en aftrekken onder de honderd). Het gaat dan om het leggen van verbanden tussen vermenigvuldigingsituaties met concreet materiaal en de bijbehorende notatie via een keersom of onder elkaar.

Hierbij wordt teruggegrepen op het zogenaamde maatbegrip. Bij de introductie van getallen is de handeling van het vermenigvuldigen al uitgevoerd, echter zonder hieraan een keersomnotatie te koppelen.

De introductie tot het vermenigvuldigen wordt direct in verband gebracht met de omgekeerde handeling: het delen. Bij deze introductie tot het vermenigvuldigen en delen wordt gewerkt vanuit een drietal uitgangspunten.

- Het getalbegrip en het maatbegrip.* De operaties van het vermenigvuldigen en delen berusten op het kunnen wisselen van de maat. Door het operationele karakter van getallen is het mogelijk om bijvoorbeeld twintig te verdelen in vier groepen van vijf om deze daarna weer samen te voegen via twee groepjes van tien of andersom. Verder wordt ervan uit gegaan dat inzicht in de opbouw en notatie van getallen onder de honderd aanwezig is.
- Een tweede uitgangspunt is gelegen in een gestructureerde weergave van de bij het vermenigvuldigen gehanteerde materialen in het zogenaamde oppervlakte-model. Door voorwerpen en afbeeldingen in rijen en kolommen weer te geven, ontstaat een duidelijk overzicht. Hiermee wordt gewerkt aan het opbouwen van een *voorstelling* van de vermenigvuldigingshandelingen en de verdeelhandelingen.

- c. Het laatste uitgangspunt heeft betrekking op het uitrekenen. Het herhaald optellen en aftrekken wordt verkort door deze om te zetten in een keer-respectievelijk deelsom waarvan daarna de uitkomst via het tellen met sprongen wordt bepaald.

De introductie blijft beperkt tot het weergeven van herhaalde optel- en aftrek-opdrachten in de notatie van keer- en deelsommen. Wanneer leerlingen verbanden kunnen leggen tussen concrete verdeel- en samenvoegingssituaties en zich hiervan een voorstelling kunnen vormen aan de hand van de keer- en deelsomnotatie dan zijn enige belangrijke voorwaarden vervuld om te kunnen starten met het leren van de tafels van vermenigvuldiging.

3 de opbouw van het leren van 'de tafels'

Bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging moet vooraf worden opgemerkt dat dit voor moeilijk lerende kinderen niet als doel op zichzelf hoeft te worden gezien. Op de eerste plaats vanwege het veelal zwakke inprentingsvermogen maar ook omdat het kennen van de tafels slechts gezien kan worden als een didactisch hulpmiddel. Het paraat hebben van elke afzonderlijke vermenigvuldigingssom met als hoogste uitkomst honderd, wordt wel als einddoel gezien in dit programma-onderdeel.

Bij het leren van deze vermenigvuldigingen wordt uitgegaan van de gemakkelijkst te onthouden keersommen als $1\times$, $10\times$ en $5\times$. Er wordt gesproken van de drie steunpunten-methode.

Als deze drie typen beheerst worden, dan worden de nabijliggende vermenigvuldigingssommen met $2\times$ en $6\times$ behandeld (fig.1).

Tafels van vermenigvuldiging blok 3 blad 4



$\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2										
3										
4										
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6										
7										
8										
9										
10	19	20	30	40	50	60	70	80	90	100



figuur 1

De drie-steunpunten-methode berust in feite op het kunnen omzetten van een vermenigvuldigingssom in een optel- of aftreksom. Bijvoorbeeld 2×6 wordt omgezet in $6 + 6$, als verkorting van $1 \times 6 + 1 \times 6$. En 9×6 wordt zo omgezet in $10 \times 6 - 1 \times 6$. Hierbij hebben de uitkomsten van 1×6 respectievelijk 10×6 als steunpunten gediend.

Vervolgen we de opbouw dan komt na $2\times$ en $6\times$ ook $9\times$ en $4\times$ aan bod. Besloten wordt met $3\times$, $7\times$ en $8\times$.

Langzamerhand wordt het aantal steunpunten uitgebreid door telkens een direct naastliggende vermenigvuldiging aan te leren. Hierbij wordt het oppervlakte-

model gebruikt dat als materialisering dient voor de omzetting van de herhaalde optelling naar de vermenigvuldiging. Door nu als het ware alle oppervlakten die corresponderen met de vermenigvuldigingen op elkaar te leggen, ontstaat het zogenaamde tafelveld. Hierop worden alle uitkomsten van de tafels van vermenigvuldiging weergegeven.

4 enkele didactische aanwijzingen

In de fasering van een viertal leerstappen zal differentiatie kunnen optreden in het tempo en de mate waarin verinnerlijking plaatsvindt. De ene leerling zal de hulp van uitgeknipte oppervlakken op het tafelveld langer nodig hebben dan een andere die zich sneller een voorstelling hiervan heeft opgebouwd. De vorderingen hierin kunnen op een speciaal daartoe gemaakte lijst worden bijgehouden. Het laten verwoorden van de uitgevoerde denkhandelingen is een ander controlemiddel om de voortgang van de vorderingen vast te stellen. Ook kan hiermee de mate van inzichtelijkheid van de uitgevoerde handelingen worden vastgesteld.

En hiermee zijn we weer terug bij een van de centrale uitgangspunten van het gehele rekenprogramma. Het inzien van het verband tussen keersom en alledaagse situaties is hier een aspect van. Op veel werkbladen wordt hier ook aandacht aan besteed. Het uitrekenen zelf wordt hieraan ondergeschikt gemaakt voor kinderen die over een te zwak inprentingsvermogen beschikken. De zakrekenmachine kan dan een uitkomst zijn.

Echter als de leerstappen wel met succes worden doorlopen, kan gewerkt worden aan een versnelling van het uitrekenen. Hiervoor zijn tempo-oefeningen aanwezig, waarbij de eerder aangeleerde keersommen mondeling door elkaar worden aangeboden. Dit versterkt de basis om uitgebreidere vermenigvuldigingen onder elkaar te kunnen maken. Tijdens het aanleren van de verschillende vermenigvuldigingen worden overige rekenoefeningen zoals optellen, aftrekken, getallenreeksen maken, getalsvergelijkingen, geldrekenen, enz. herhaald. Dit om te voorkomen dat eerder geleerde zaken vergeten dreigen te worden.

En zo moet het ook gaan met de aangeleerde vermenigvuldigingen: veelvuldige herhalingen zijn nodig om de kennis goed te kunnen verankeren.

Rekenspoor

W. Sweers

uitgeverij Zwijsen Tilburg

Rekenspoor is een programma voor het herkennen, vaststellen en behandelen van rekenproblemen in de gewone basisschool. Het is opgebouwd uit twee delen: deel A voor de groepen drie tot en met begin jaargroep zes; deel B voor de groepen zes, zeven en acht.

Met Rekenspoor proberen wij in de eerste plaats de gebruikers van 'Operatoir Rekenen' te ondersteunen bij hun streven naar zorgverbreding in het rekenonderwijs. Maar ook gebruikers van andere rekenmethoden zullen Rekenspoor goed kunnen benutten, omdat de didactische opbouw is afgestemd op kinderen die ongeacht de rekenmethode die gebruikt wordt, achterstanden bij het rekenen vertonen.

Bij het ondersteunen van kinderen met rekenproblemen worden in het algemeen de volgende stappen gevolgd:

1. Het opsporen of signaleren van kinderen die speciale zorg behoeven.
2. Het diagnostiseren om de achtergronden van die problemen te leren kennen.
3. Het samenstellen van een (be-)handelingsplan voor kinderen die in aanmerking komen voor tijdelijke leerhulp.
4. Het evalueren van de werking van het plan.

De stappen zijn ook in Rekenspoor herkenbaar. Voor het opsporen van kinderen met rekenstoornissen zijn in Rekenspoor A een vijftal signaleringstoetsen opgenomen. De eerste drie gaan over de basisvaardigheden in de getallengebieden nul tot en met twintig en nul tot en met honderd. De vierde gaat over getallenkennis en hoofdrekenen tot duizend; de vijfde over cijferen tot duizend. Deze signaleringstoetsen kunnen gebruikt worden als de leerkracht nog geen goed beeld heeft van de rekenvorderingen in de klas, of als deze er zeker van wil zijn, dat alle kinderen met stoornissen op het gebied van rekenen opgespoord worden.

De rekenachterstanden die kinderen in de bovenbouw oplopen, komen veelal voort uit niet of half begrepen leerstof van de voorafgaande leerjaren. Het voornaamste doel van de signalering in Rekenspoor B is dan ook te weten te komen tot waar het kind met rekenen gekomen is. Het gaat hier vooral om het constateren van rekenachterstanden. Daarom begint Rekenspoor B met twee instaptoetsen, waarmee de beheersing van het rekenen tot duizend getoetst wordt. Als leerlingen in hoge mate hierop uitvallen, worden ze terug verwezen naar Rekenspoor A. Vertonen de kinderen in mindere mate uitval, dan worden ze voor reteaching doorverwezen naar het eerste hoofdstuk basisvaardigheden van Rekenspoor B. Dit hoofdstuk omvat de getallenkennis en hoofdbewerkingen met hele getallen tot duizend. Het is als het ware een samenvatting van de inhoud van deel A. Voor het rekenen met hele getallen boven de duizend, breuken,

kommagetallen, geldrekenen, procenten, verhoudingen, meten en tijd zijn in de daarop betrekking hebbende hoofdstukken afzonderlijke signaleringstoetsen opgenomen. Deze verwijzen naar de modulen die voor het betreffende leerstofonderdeel zijn ontwikkeld. Onder een module verstaan we een afgeronde leerstofeenheid, bestaande uit een pakketje van gemiddeld tien werkbladen met daarbij behorende mondelinge oefeningen.

In deel B zitten dus geen mogelijkheden tot ander diagnostisch onderzoek ingebouwd tussen de signaleringstoets en het behandelingsprogramma. Dit is in deel A wel het geval. In deel A geven de resultaten van de signaleringstoetsen aan, welke kinderen achterstanden dreigen op te lopen en bij welke leerstofonderdelen dat het geval is. De signaleringstoetsen geven echter weinig informatie over de achtergrond van de achterstand. Om dit te achterhalen, is nader diagnostisch onderzoek nodig, dat antwoord moet geven op vragen als:

- Mist het kind de benodigde voorkennis?
- Is het vooral een gebrek aan inzicht, of ligt het meer aan ontoereikende rekenvaardigheid?
- Hoe staat het kind tegenover rekenen?

Voor dit doel zijn in deel A per hoofdstuk diagnostische peilingen opgenomen. Deze peilingen zijn per thema beschreven. Een thema is een gedeelte van een leerstofonderdeel. Sommen als $7 + 8$ of $13 - 8$, waarbij het tiental overschreden wordt, horen tot een thema. Als kinderen problemen hebben met de diagnostische peilingen die tot zo'n thema behoren, is dit een aanwijzing voor de behandeling. Dezelfde thema's waarin de peilingen zijn onderverdeeld, vinden we terug in het behandelingsplan dat op de peilingen volgt.

Op grond van de gegevens uit de signaleringstoetsen en/of diagnostische peilingen maakt de leraar een keuze uit de oefeningen die in het behandelingsplan van Rekenspoor worden beschreven. In deel A staat bij de behandeling het mondelinge contact tussen leraar en leerling centraal. Bij iedere oefening sluiten schriftelijke opdrachten aan, die bedoeld zijn ter verwerking van hetgeen mondeling behandeld is.

In deel B ligt de nadruk veel meer op reteaching dan op remedial teaching en er ligt ook een zwaarder accent op schriftelijke verwerking. Via de eerder genoemde afzonderlijke signaleringstoetsen per leerstofonderdeel worden één of meer modulen aangeboden als centraal deel van het reteachingsprogramma.

Voor de evaluatie van de tijdelijke leerhulp kunnen weer de signaleringstoetsen, of delen daarvan, afgenomen worden.

De didactische opbouw van Rekenspoor verschilt op een aantal punten van een gewone rekenmethode:

- Rekenspoor gebruikt kleinere leerstappen dan in de klassikale didactiek het geval is.
- Vooral de nieuwere rekenmethoden proberen kinderen een rekenopgave langs verschillende invalshoeken te laten beschouwen, of op verschillende manieren te laten oplossen. Rekenspoor doet dit niet. Voor iedere rekenopgave wordt één oplossingsmethode aangeboden.
- De rekenstof wordt op eenvoudige wijze aangeboden. Dit omdat zwakke rekenaars gemakkelijk de draad kwijt raken als te veel verschillende dingen ineens worden aangeboden.
- De werkbladen zijn volgens kleine leerstappen opgebouwd, en per werkblad

wordt slechts van een beperkt aantal oefenvormen gebruik gemaakt.

- Rekenspoor kan in delen gebruikt worden. Niet alle onderdelen hoeven afgewerkt te worden, hoewel het zelden effectief zal zijn om één enkel werkblad aan te bieden. Daarom worden op zichzelf staande afgeronde series werkbladen aangeboden.

Rekenspoor is slechts één van de bouwstenen voor zorgverbreding rekenen. Het programma biedt alleen een didactische aanpak voor rekenproblemen. Tenminste even belangrijk is echter de pedagogische aanpak. Rekenspoor vraagt dat de leraar zelf deze component in zijn handelingsplan integreert.

Remelka

L. Erich

SAD Arnhem

Het Remelka-programma is bestemd voor kinderen die vastgelopen zijn of dreigen vast te lopen in het rekenonderwijs. In het eerste geval denken we vooral aan kinderen in het speciaal (en voortgezet speciaal) onderwijs, in het tweede geval aan kinderen in het basisonderwijs. Het programma is ook te gebruiken in samenhang met de rekenmethode 'De wereld in getallen', maar ook naast andere realistische rekenmethoden.

Het programma heeft de volgende kenmerken:

1. **contexten**

Er is gekozen voor eenvoudige, eenduidige contexten die kinderen aanspreken. Bij de keuze hebben steeds twee overwegingen een grote rol gespeeld:

- a. biedt de context een ondersteuning bij de begripsvorming?
- b. zijn de contexten zinvol te gebruiken als toepassing?

2. **schema's en modellen**

De meest gangbare schema's en modellen worden in het programma aangetroffen, maar:

- a. er wordt gebruik gemaakt van eenvoudige c.q. eenduidige schema's en modellen;
- b. er wordt over het algemeen langduriger van modellen gebruik gemaakt dan bij de basisschoolmethoden;
- c. er worden suggesties gegeven om na verloop van tijd ook weer los te komen van het model om te voorkomen dat het model niet als doel op zich gaat functioneren;
- d. er wordt voortdurend aangegeven terug te grijpen op de modellen en schema's als blijkt dat de begripsvorming stagneert.

3. **sturend-begeleidend-ondersteunend?**

Het programma is vooral bij de eerste leerstofonderdelen (A1 tot en met A5) vrij sterk sturend en begeleidend. Naarmate de kinderen verder komen met de leerstof krijgen ze meer ruimte voor eigen oplossingen en strategieën. Er wordt vaak gekozen voor oplossingsmethoden die gegeneraliseerd kunnen worden. Bijvoorbeeld: de sommen tot en met honderd worden gemaakt op basis van analogie van de sommen tot en met tien.

4. **geen individueel onderwijs maar werken in groepjes**

Er is gekozen voor een organisatievorm waarbij het rekenen plaatsvindt in groepjes van vier à zeven kinderen. Argumenten hierbij zijn:

- a. kinderen hebben dan voldoende de gelegenheid handelend bezig te zijn;
- b. de leerkracht houdt een goed overzicht en heeft voldoende mogelijkheden de kinderen te begeleiden;

- c. de kinderen kunnen gezamenlijk naar een oplossingsmethode zoeken, waardoor het leereffect naar elkaar toe groter wordt;
 - d. de kinderen zijn voortdurend in de gelegenheid de gekozen oplossingsstrategieën te verwoorden.
- 5. het automatiseren van de sommen**
 Er wordt veel aandacht besteed aan het automatiseren van de sommen door accent te leggen op het inzicht in de eigenschappen van de bewerkingen (omkeereigenschap, verdubbelingen, enz.). Dit wordt gedaan omdat de kinderen dan minder snel zullen vastlopen met leerstof uit de hogere leergangen en omdat veel rekenzwakke kinderen moeilijkheden onder vinden met het leren automatiseren van de sommen (zwak werkgeheugen).
- 6. het programma bevat 'slechts' de basisvaardigheden**
 Het uiteindelijke doel is:
- a. inzicht in en kennis van het getallensysteem;
 - b. eenvoudige opgaven hoofdrekend uit kunnen rekenen;
 - c. leren cijferen met niet al te grote getallen;
 - d. leren schatten;
 - e. het geleerde kunnen gebruiken in eenvoudige toepassingssituaties.
- 7. inzicht in de structuur van de getallen'**
 Er wordt veel aandacht besteed aan het inzicht in de getallen: opbouw van de getallen (getallenrij) en vooral aan de structuur van de getallen (eenheden c.q. lossen, tientallen, honderdtallen).
- 8. aparte deelleergangen voor het praktisch rekenen**
 Voor de onderdelen meten/wegen, geldrekenen en tijdsbesef/klokkijken zijn aparte leergangen samengesteld. Argumenten hiervoor:
- a. in de meeste basisschoolmethoden komen deze leerstofonderdelen te weinig en te verspreid aan bod voor moeilijk lerende kinderen;
 - b. voor veel kinderen in het speciaal onderwijs heeft dit een hoge realiteitswaarde: het spreekt de kinderen aan en het is een noodzakelijke bagage die meegegeven moet worden in de maatschappij;
 - c. het bevat talloze toepassingen van het rekensysteem die bij de bewerkingen aan de orde komen. Het werkt in die zin niet alleen heel motiverend voor de kinderen, maar het verhoogt ook de begripvorming van de bewerkingen.
- 9. bij het cijferen is gekozen voor het progressief schematiseren**
 Het cijferen via de progressieve schematisering levert onder meer de volgende voordelen op voor kinderen met rekenmoeilijkheden:
- a. de leerling geeft zelf het moment aan waarop de verkorting optreedt;
 - b. de leerling bepaalt in hoge mate zelf in welk tempo de fasen doorlopen worden;
 - c. niet ieder kind zal de fase van het eindalgoritme hoeven te behalen (differentiatie);
 - d. de toepassingen worden als het ware snel gevonden in de leergang zelf (en niet achteraf geplaatst).

De hierboven beschreven kenmerken zijn terug te vinden in het Remelka-programma. Bij de samenstelling is zoveel mogelijk gebruik gemaakt van de uitgangspunten van het realistische reken-wiskundeonderwijs. Er wordt echter ook enkele keren min of meer afgeweken van deze uitgangspunten om kinderen met rekenmoeilijkheden tegemoet te komen.

Rekenproblemen opsporen en oplossen

J.W.M. van Erp

Katholieke Universiteit Nijmegen

Ik kies drie onderwerpen, die nog niet aan de orde zijn geweest en in mijn werk centraal staan.

1 de perceptieve handeling

Een probleem binnen de rekendidactiek is: hoe verinnerlijk je de materiële handelingen, zodat de bewerkingen ook los van het materiaal uitgevoerd kunnen worden? Bij dit verinnerlijken kan de perceptieve handeling (vaak kijkhandeling genoemd) een grote rol spelen. We nemen als voorbeeld de som 4×12 . Gelegd met Cuisenaire-staven zie je onmiddellijk dat 4×12 gelijk is aan $4 \times 10 + 4 \times 2$. Nu komt de perceptieve handeling: we gaan kijkend naar de staven, zonder het materiaal aan te raken

- zeggen wat 6×12 is en 8×12 en 3×12 , niet in de uitkomsten, maar in termen van $\dots \times 10 + \dots \times 2$;
- op dezelfde manier *kijken* we - nog steeds vanuit 4×12 - wat 4×22 is en 4×52 , enz.

Zo wordt één voorbeeld gebruikt als anker om een groot aantal analoge opgaven aan te verbinden. Door de perceptieve handeling komen we los van het feitelijke materiële uitgangspunt en generaliseren naar een breed gebied. De stap van 'nog kijken naar de staven' naar het 'denken aan de staven', waarbij de handelingen geheel verinnerlijkt zijn, is een hele kleine stap. Maar één ding is daarbij noodzakelijk en daarmee komen we op ons tweede punt: de explicitering van de gevonden regels.

2 expliciet maken van de regels

Zojuist maakten we kennis met de distributieve eigenschap van het vermenigvuldigen. Het is mooi als kinderen leren *zien* hoe en waarom deze eigenschap geldt, maar zien is niet voldoende. Zij moeten zich deze algemene regel ook bewust maken. Vaak wordt daar te licht over gedacht. Zo zei H. ter Heege in zijn openingsvoordracht dat de nul achter een getal bij het vermenigvuldigen met tien 'vanzelf' gaat, dat je dat de kinderen 'vrijwel niet hoeft te leren'. Maar deze eenvoudige regel wordt door veel kinderen in het geheel niet begrepen. Zéér vaak zien we kinderen die niet weten wat de nul in tien of twintig voorstelt, die (in nauw verband daarmee) ook niet weten dat zeventien uit tien en zeven bestaat, hoewel ze de getallenrij tot twintig feilloos beheersen en ook allerlei sommen tot twintig (en verder) maken. Dat gebeurt bij $17 - 7$ dan *tellend!* Je moet het meegemaakt hebben om het te geloven. Met het expliciet maken van wat voor ons zo vanzelfsprekend is kunnen we het niet nauw genoeg nemen.

3 vermenigvuldigen als maatwisseling

Waarschijnlijk vragen we ons bij het vermenigvuldigen te weinig af waar al die mooie 'gelijke' groepjes eigenlijk vandaan komen. Waarschijnlijk zou het kinderen meer aanspreken als die groepjes niet zomaar 'uit de lucht' komen vallen, maar als zij ze *zelf* zouden maken *vanuit de noodzaak om ze gelijk te maken*. We komen daarmee op het delen als uitgangspunt voor het vermenigvuldigen, een in ons onderwijs lang niet altijd gebruikelijke volgorde dus. We nemen een voorbeeld.

Een flinke berg centen moet geteld worden. Eén voor één tellen is geen doen. We gebruiken een koker, waar de centen met behulp van een trechter eenvoudig in kunnen glijden. We tellen de inhoud van één volle koker: tachtig cent. Nu hoeven we de rest van de centen niet meer te 'tellen' in de gebruikelijke zin. We tellen ze wel, maar met een grotere eenheid als maat: tachtig, telkens snel vastgesteld door een nieuwe handeling: door de koker vol te gieten. We vervangen dus de onmogelijke handeling van één voor één tellen door de meethandeling. Als we veertien kokers vol krijgen hebben we veertien keer de nieuwe eenheid, dus 14×80 . De overgebleven centen tellen we en voegen we daar aan toe: ' 14×80 en nog ... centen.'

Zowel het delen als het vermenigvuldigen zijn in deze visie - afkomstig van Davydov en onder meer toegepast in de methode 'Rekenwerk' - eenvoudig 'maatwisselingen', ontstaan uit de *noodzaak* om:

- eerst een nieuwe, grotere maat te kiezen;
- vervolgens weer terug te schakelen naar de oorspronkelijke, kleine maat - één cent - in verband met de vraag naar het aantal *centen* en niet het aantal *kokers*.

Deze visie op vermenigvuldigen staat zeer dicht bij het waardevolle schatten, dat op de conferentie terecht in alle toonaarden geprezen wordt. In plaats van exact tachtig centen in een koker kun je natuurlijk ook met schattingen en benaderingen werken. De keuze van een nieuwe, handiger maat als *bewuste* oplossingsstrategie kan ons inziens niet vroeg genoeg geïntroduceerd worden. Maar wel moet het steeds een *zinvolle* maat zijn, een die door de situatie min of meer opgelegd wordt, en liefst door de kinderen zelf bepaald.

Het spelen met maten wordt helaas vaak *onzinnig* ingevuld, waardoor deze didactische vondst wordt ontkracht en tot karikatuur gemaakt wordt.

Het twaalfjarig bestand

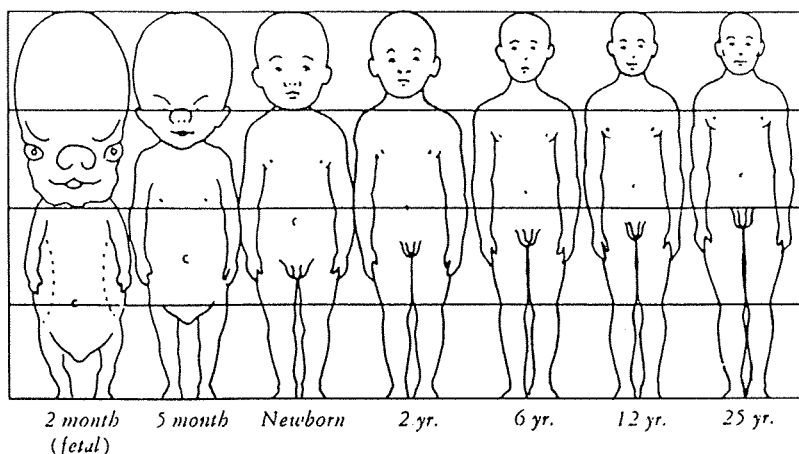
G. Schoemaker

OW & OC, RU Utrecht

Toen we Indië nog hadden, was het vaststellen van de schoolleeftijd van kinderen soms een probleem. Ouders hadden niet altijd de zorgvuldigheid van Saidjah en Adinda die elke maan een kerf zetten, in totaal drie maal twaalf manen. Adinda kerfde alle manen in haar rijstblok.

In een desso school, meestal zendings- of missieschool, hadden de kinderen niet zo'n kerfstok. Toch moest iemand beslissen wanneer het leren lezen en schrijven met kans op succes een aanvang kon nemen. Men liet de kinderen met hun rechterarm over het hoofd heen naar hun linkeroor reiken. Wie bij zijn oor kon, was zes jaar of ouder. Er zijn nog onderwijzer(essen)s in leven die in de jaren twintig deze oorpakproef toepasten. Ook in Nederland werd deze methode toegepast als men twijfelde of een kind schoolrijp was. De methode zou ook gebruikt zijn in de vorige eeuw om vast te stellen of kinderen al deel konden nemen aan het productieproces.¹

In figuur 1, afkomstig uit een boek over ontwikkelingspsychologie, is te zien dat de zuigeling in verhouding met de lengte van de ledematen een groot hoofd heeft. Die verhouding verandert in de volgende jaren. Zo omstreeks het zesde levensjaar haalt de rechterhand het linkeroor.



figuur 1

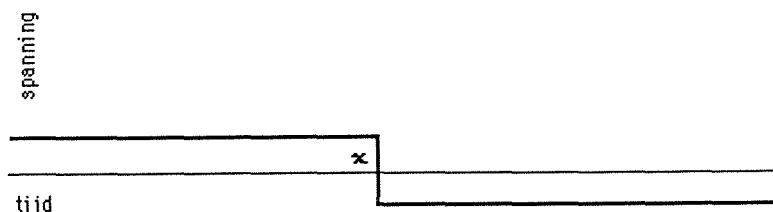
Zo op het eerste gezicht een merkwaardig plaatje. Hoe haal je het in je hoofd om al die personen van foetus tot volwassene even groot te tekenen? Voor het vaststellen van de interne verhouding lengte arm tot omtrek hoofd is dat niet nodig. Het plaatje maakt het makkelijk dit soort interne verhoudingen te vergelijken.

1. Ik ben op zoek naar ervaringen met de oorpakproef. Is het waar dat men in Nederland voor het kinderwetje van Van Houten deze praktijken toepaste? Is het waar dat in Indonesië tot circa 1942 deze eindterm van de kleuterleeftijd is getoetst? Wordt deze methode nog elders op de wereld gebruikt?

Bij procenten gebruiken we zo'n denkmodel. Vergelijken we de uitgaven van de Verenigde Staten met die van Nederland dan kunnen we met dit plaatje illustreren dat het Nederlandse begrotingstekort naar verhouding groter is dan het Amerikaanse, bijvoorbeeld door te wijzen op de hoofden van de tweejarige en de 25-jarige. Als we vinden dat tienjarige kinderen met procenten moeten kunnen rekenen, dan verklaren we daarmee dat ze zo'n denkmodel moeten kunnen hanteren.

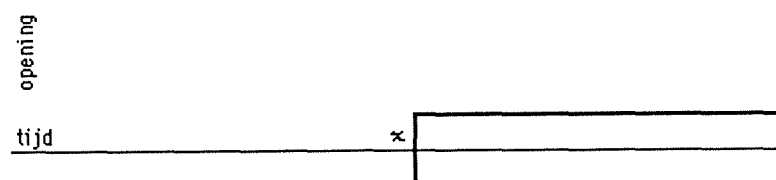
De oorpakproef was voor de dessakinderen een eindterm maar tevens beginterm. Een eindterm is gedurende een mensenleven langer begin- dan eindterm.

Voor elk examen is er spanning, aandacht voor details, die woordjes leren, dat boek lezen, deze som kunnen maken. Na het examen is er ontspanning, de woordjes, het boek en de som worden nooit meer op die manier gevraagd. Het met succes afleggen van het examen maakte een opening. Je kunt er een grafiekje bij tekenen (fig.2).



figuur 2

Langs de horizontale as verstrijkt de tijd, langs de verticale as stijgt de spanning die samenhangt met aandacht voor het detail. De x geeft het examen aan. De pendant van deze grafiek staat in fig.3.



figuur 3

Nu staat langs de verticale as de opening naar maatschappelijke terreinen, zoals toelating tot een hoger type onderwijs, de toelaatbaarheid tot een bepaalde functie in het bedrijfsleven.

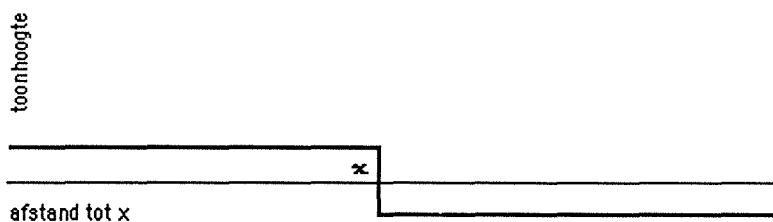
1 inzicht in luisteren

We staan langs de kant van de weg. Er komt een ziekenauto met sirene langs. Dat klinkt geagiteerd als hij nadert. Als hij voorbij is en verder weg, klinkt het rustiger. Bij het passeren klinkt het heel even vals.

Bijna niemand kan - afgaand op zijn geheugen - het geluid van de passerende ziekenauto nazingen. Je moet er eerst over nadenken en dan is het mogelijk het geluid te reconstrueren. Laten we het eens proberen.

De auto rijdt naar ik aanneem met constante snelheid. Als de ziekenauto naar ons toe rijdt, horen we het signaal hoger dan de chauffeur het hoort. We krijgen meer trillingen (per seconde) te horen dan waar we normaal gesproken recht op hebben. De trillingen die wij horen volgen elkaar sneller op dan normaal. Dat komt door de snelheid van de auto. Als de auto voorbij is, krijgen we minder

trillingen per seconde te horen. Tijdens het passeren zakt de toon. Dat is het moment van het valse geluid. Globaal ziet de grafiek er zo uit (fig.4).



figuur 4

Langs de horizontale as de afstand tot x , waar ik sta. Langs de verticale as de toonhoogte behorend bij de plaats van de ziekenauto ten opzichte van x . De toonhoogte die bij a staat aangegeven is de toonhoogte die je bij x waarneemt als de auto bij a is.

Je krijgt eenzelfde lijnenspel als bij de eindtermen. Langs de assen staan echter andere eenheden. De grafiek is slechts een globale grafiek. Het deuntje van de ziekenauto is niet in kaart gebracht. Als de chauffeur het zo hoort (fig.5).

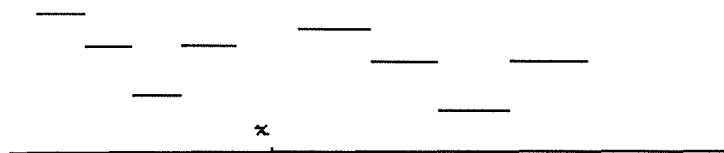


figuur 5

Hoe ziet de grafiek van figuur 4 er dan uit?

In het deel links van x moet het signaal aangegeven door de vier evenwijdige lijnstukjes iets omhoog. Rechts van de x moet het signaal lager dan het signaal dat de chauffeur hoort. Kunnen we daarmee volstaan?

Nee. Bijvoorbeeld na het passeren horen we de tonen niet slechts lager maar ook langer. En voor het passeren klinken de tonen korter. De grafiek ziet er zo uit (fig.6).



figuur 6

Jammer dat we hard-zacht niet kunnen aangeven in deze grafiek. Dan moeten we een andere grafiekentaal gebruiken, die van het notenschrift.

Daarin zijn < en > tekens voor steeds luider en steeds zachter (fig.7).



figuur 7

In het notenschrift heb ik nog een gegeven onthuld: bij het passeren zakt het signaal een hele toon. Hoe groter deze val van het melodietje des te harder de auto rijdt. Je kunt ook uitrekenen hoe hard de auto rijdt bij een toonval van een hele toon. Het notenschrift heeft ook zo z'n beperkingen. Daarin moet je door woorden als *agitato* en *allegro* aangeven dat de noten van een maat korter dan wel langer duren.

De grafiek in figuur 6 suggereert een kwantitatieve uitdrukking. Dat is echter nauwelijks het geval. De eenheden staan niet op de assen. Ik laat me niet uit over de preciese toonhoogte en daarmee verdoezel ik in deze plaatjes mogelijkheden tot kwantificeren. De 'toonval' kan gerelateerd worden aan de toonafstanden in het melodietje alleen als we het melodietje kennen. De lengte van de strepen na de toonval kan niet gerelateerd worden aan de toonval (tenzij we de kennis van het melodietje gebruiken zoals figuur 7 die verschaft). Ik spreek alleen maar over 'hoe groter de toonval, hoe langer de strepen worden' maar niet over hoe lang ze worden.

Ook in het notenschrift kan ik me nog aardig op de vlakke houden want *agitato* en *allegro* zijn rekbare begrippen. De toonval ligt hier open en bloot en de rekenaars kunnen de snelheid van de ziekenauto uitrekenen.

Het gaat nog steeds ook over eindtermen. Moeten onze leerlingen leren dat er verschillende 'talen' zijn om iets uit te drukken? Elke taal heeft zo zijn voor- en nadelen. Binnen de wiskunde heb je ook verschillende manieren om iets voor te stellen. Met grafieken, met vergelijkingen, met meetkundige figuren. Vaak is een kwalitatieve aanpak makkelijker dan een kwantitatieve. Soms helpt de kwalitatieve om tot een kwantitatieve methode te komen.

Het springen van de ene naar de andere manier om iets voor te stellen, moeten leerlingen dat kunnen? Als ze daar niet zelf toe in staat zouden zijn, heeft het dan zin de achterliggende technieken te leren?

2 van haken, aardbol en touwen en de grafieken die erbij horen.

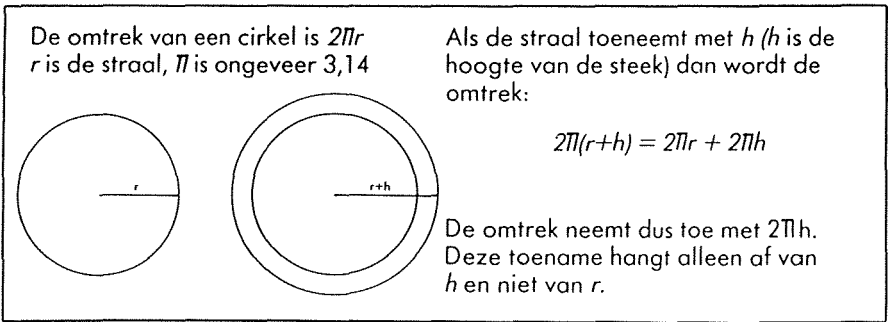
In het boek 'Vriendelijke wiskunde' staat een plaatje van H. Verhage die een door haar gehaakte pannelap toont. De pannelap is niet plat geworden en dat was wel de bedoeling. Kennis over de omtrek van een cirkel en de hoogte van een steek is voldoende om precies uit te rekenen hoeveel steken in elke toer gemeenderd moeten worden. Opmerkelijk is dat het aantal steken dat gemeenderd moet worden in elke toer even groot is. Het staat als volgt uitgewerkt (fig.8). Voor de meeste leerlingen in de leeftijd twaalf tot zestien jaar is zo'n uitwerking niet te volgen. (Voor deze leerlingen is het boekje overigens niet geschreven.)

Een mooi voorbeeld van didactische overdrijving is het bekende probleem: Leg een touw om de evenaar, las een meter in, span het touw door het op even lange stokjes te zetten. Hoe lang moeten die stokjes zijn? Die blijken ongeveer zestien centimeter lang te moeten zijn.

Neem je een schoteltje en je last in het touw om de omtrek weer een meter in dan krijg je ook stokjes van zestien centimeter. Het stond al te lezen in het zinnetje: 'Deze toename hangt alleen af van h en niet van r '.

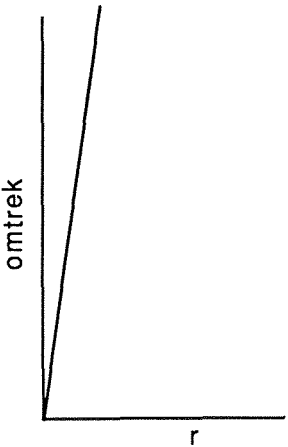
Ik kom aan die zestien centimeter door de vergelijking op te lossen $2\pi h = 100$. Maar als leerlingen zo'n uitwerking met $2\pi(r+h)$ niet kunnen volgen dan komen ze ook niet aan zestien centimeter toe. Voldoende redenen om niet aan te komen

met dit soort wiskunde bij de doelgroep van twaalf- tot zestienjarigen? In de didactiek bestaat de neiging om in zo'n geval naar een niveau te gaan van getallenvoorbeelden.



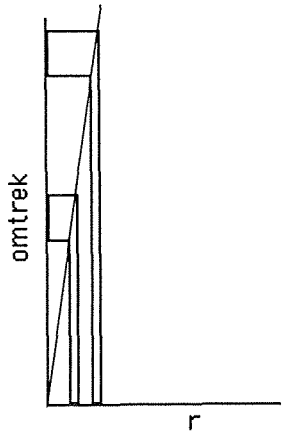
figuur 8

Misschien lukt het wel met een andere aanpak door te kijken naar de fundamentele eigenschappen van de lineaire functie. De omtrek van een cirkel is een lineaire functie van de straal. Maak je de straal drie maal zo groot dan wordt de omtrek drie maal zo groot. Grafisch ziet dat er zo uit (fig.9).



figuur 9

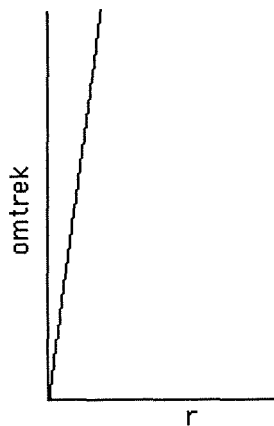
Tekenen we in deze grafiek gelijke stukjes op de verticale as dan horen daar onderling gelijke stukjes op de horizontale as bij (fig.10).



figuur 10

De grafiek van figuur 9 is opnieuw gemaakt met een andere printer. Het resultaat staat in figuur 11.

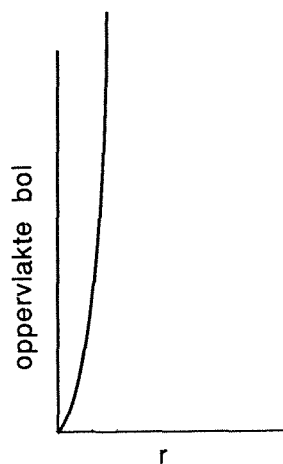
De onvolkomenheid van deze printer brengt iets aan het licht over het wezen van de lineaire functie. De verticale lijnstukjes zijn even lang. (Als je de microscoop erboven zet, blijkt dat niet helemaal te kloppen.) Algemener gezegd: bij onderling gelijke stukken op de ene as horen ook onderling gelijke stukken op de andere as. Daarmee is duidelijk dat de lengte van de stokjes bij de aardbol en het soepbord - mits de omtrek in beide gevallen met een meter was verlengd - dezelfde is. Ook kun je zien dat het aantal steken dat je moet meerderen in de vijfde toer even groot is als in de achtste toer van de pannelap.



figuur 11

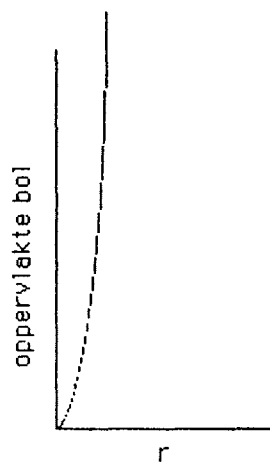
Als je een dun elastisch vlies om een voetbal maakt en je last er één vierkante meter in en je blaast de ruimte vol met lucht dan wordt de voetbal omhuld door een bol van een dun vlies met een aanzienlijk grotere straal dan de voetbal heeft. Doe je dat met de aardbol dan neemt de straal nauwelijks toe.

De oppervlakte van een bol is een kwadratische functie van de straal. Wordt de straal drie maal zo groot dan wordt de oppervlakte negen maal zo groot. Grafisch ziet dat er zo uit (fig.12).



figuur 12

Met de goedkopere printer ziet het er als volgt uit (fig.13).

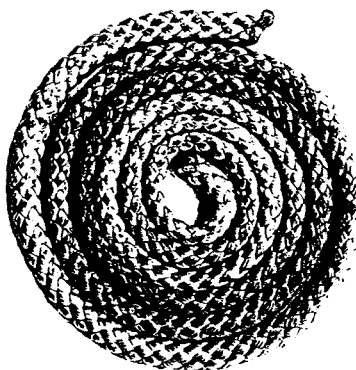


figuur 13

Nu is goed te zien dat de verticale stukjes steeds toenemen.

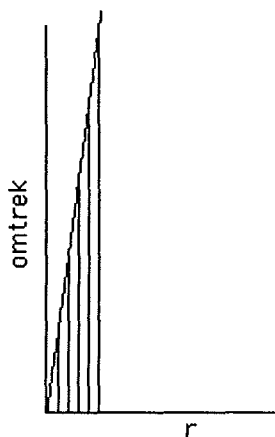
Aan boord van schepen worden touwen soms opgeschoten op de volgende manier (fig.14).

Een touwpannekoek. (Ik gebruik hier tot ergernis van de maritieme kenners het woord touw in plaats van lijn. In een wiskundige samenhang is het woord lijn meer verwarrend dan het woord touw ergerlijk is.)



figuur 14

Hoeveel touw heb je nodig? We meten de middellijn. Die is bij voorbeeld zestig centimeter. De lengte van het touw kun je schatten met behulp van de grafiek



figuur 15

van $2\pi r$ (zie fig.9). Daarin kun je aflezen hoeveel touw er voor elke toer nodig is. De hoeveelheid touw die nodig is voor de touwpannekoek wordt gerepresenteerd door een rechthoekige driehoek onder de grafiek van $2\pi r$ (fig.15).

Hierin staan de toeren getekend. (De nukken van de computer stellen ons in staat de zeeverkenner onder ons te laten weten dat het touw geslagen is in vier karden.)

De touwpannekoek is als het ware vervormd tot een rechthoekige driehoek met een rechthoekszijde van dertig centimeter (de helft van de gemeten middellijn) en een rechthoekszijde $2\pi \times$ dertig centimeter. Delen we de oppervlakte door de dikte van het touw dan hebben we de lengte van het touw.

Nemen we in het rekenvoorbeeld een touw van twaalf millimeter dikte dan is de lengte van het opgeschoten touw ongeveer 24 meter. In de berekening heb ik net gedaan alsof het touw verknipt was tot losse cirkels, in werkelijkheid is het een spiraal. Voor m'n schatting maakt dat niet veel uit.

Als we even afstand nemen van het touwvoorbeeld, is duidelijk dat de rechthoekige driehoek onder de grafiek van $2\pi r$ de oppervlakte voorstelt van een cirkel met straal r . De oppervlakte van een rechthoekige driehoek is gemakkelijk te vervormen - met passer en liniaal - tot een vierkant.

En ik heb altijd gehoord dat het niet mogelijk is een cirkel met passer en liniaal te vervormen tot een vierkant met dezelfde oppervlakte: de kwadratuur van de cirkel. Met behulp van mijn grafiekje lukt het wel. Een wonder?

3 samenhang in de chaos

Bij het voorbeeld van de oorpakproef hoort figuur 1. Procentrekenen kan algoritmisch, met het accent op kwantitatief, het kan ook kwalitatief met een denkmodel als bij de foetus tot de volwassene. Het (kwalitatieve) denkmodel ondersteunt de vaardigheid van (kwantitatief) procentrekenen.

In de voorbeelden van pannelap tot kwadratuur van de cirkel zit een samenhang. Het probleem van de pannelap en van de aardbol zijn van hetzelfde kaliber.

$2\pi(r+h)=2\pi r+2\pi h$, met het zinnetje 'deze toename hangt alleen van h af en niet van r ' is een verklaring op een abstract niveau waarbij het interpreteren van een berekening met letters een belangrijke rol speelt.

Ook hier is een kwantitatieve aanpak mogelijk. De verklaring met behulp van de grafiek van de lineaire functie vereist een goed inzicht in het wezen van de lineaire functie. De precieze grootte van de toename wordt niet berekend. Een kwalitatieve aanpak dus.

Van de ervaringen met de grafiek van de lineaire functie kun je als het ware een nieuw platform bouwen waarop je verder kunt gaan en dan het probleem over de lengte van het touw kunt aanpakken. De grafiek stelt je dan toch in staat kwantitatief te werk te gaan.

De vraag over de kwadratuur van de cirkel veronderstelt een heleboel andere kennis van de wiskunde: over de cultuur van het construeren met passer en liniaal.

Ik wil met deze voorbeelden iets duidelijk maken van een opvatting over wiskundeonderwijs die ten grondslag ligt aan het ontwikkelen van een nieuw programma voor de leeftijdsgroep van twaalf- tot zestienjarigen. Leerlingen dienen gereedschappen te leren die ze ook kunnen hanteren. Beter weinig gereedschap maar wel goed leren gebruiken dan overal aan snuffelen en er zelf

niets mee kunnen. De lineaire functie is zo'n voorbeeld van een gereedschap dat de meeste leerlingen goed kunnen leren beheersen. Door hun kennis van de lineaire functie zijn ze in staat een probleem aan te pakken met behulp van krachtige begrippen zoals de lineaire functie die levert. Inzicht in de lineaire functie stelt leerlingen in staat op een goed wiskundig niveau bezig te zijn, zoals in het voorbeeld van de pannelap, schotel en de aardbol.

De lineaire functie wordt begrepen als leerlingen erachter komen dat er ook andere verbanden dan lineaire zijn. Dat hoeft nog niet te betekenen dat ze van die andere functies een uitvoerig repertoire van specifieke behandelingen moeten leren. In het bestand van de twaalfjarigen die binnenkomen in het voortgezet onderwijs zit een enorme spreiding: leerlingen die zijn blijven steken op het peil van groep zes tot leerlingen die toe zijn aan reflectie op wat ze geleerd hebben in groep acht. Het zou een slechte zaak zijn als de differentiatie zo werd georganiseerd dat de zwakste leerlingen altijd alleen maar sommen van dezelfde soort maakten en slechts de betere leerlingen toekwamen aan het bouwen van nieuwe platformen die een volgende abstractie mogelijk maken.

Dit zijn idealistische verhalen die nu eenmaal horen bij de aanvang van een project. Het is zeker wel mogelijk dat van veel van deze mooie gedachten in de praktijk niet zo veel terecht komt. Dat mag zo zijn. We willen ons zo opstellen om zo ver als mogelijk is te kunnen komen. Een uitkomst van ontwikkelingsonderzoek is ook de constatering - uiteraard met onderbouwing - dat iets niet lukt.

4 het team Wiskunde twaalf-zestien

We zijn sedert september 1987 aan het werk met een team van medewerkers van OW & OC, SLO en nieuwe, voor de duur van het vijfjarige project aangestelde, medewerkers. Het project en het team werken onder de naam: *Wiskunde twaalf-zestien*

Dit is het logo



In het team zitten ook mensen die goed op de hoogte zijn van ontwikkelingen in het basisonderwijs. We willen graag betrokken zijn bij de vaststelling van eindtermen rekenen-wiskunde voor het basisonderwijs. Van ons kun je daarbij de instelling verwachten: leer ze liever wat minder maar wel zo dat ze het kunnen beheersen.

We willen graag meepraten over het verschuiven van onderwerpen uit het reken-wiskundeonderwijs van basisonderwijs naar voortgezet onderwijs en andersom. Ongeacht waar je uitkomt, betekent vaststelling van eindtermen dat vaardigheden die in het voortgezet onderwijs niet onderhouden worden binnen de kortste keren wegzakken. In ons ontwikkelwerk zal het bijhouden van belangrijk geachte vaardigheden een belangrijke rol moeten spelen.

Op drie scholen gaan we al in 1990 een ander eindexamen Mavo en Lbo C- en D-niveau doen, afwijkend van het centraal schriftelijk eindexamen voor alle scholen van dit type. Leerlingen van deze drie scholen moeten beoordeeld worden op wat ze in het kader van het project leren.

Bij deze wiskunde zullen contexten vaak een belangrijke rol spelen. Vaak worden contexten aangehangen vanwege de 'smeuigheid'. Dat is een slechte moti-

vering voor het gebruik van contexten. De smeugheid voor de één is de ergernis voor de ander. Er zijn altijd leerlingen die een hekel hebben aan een bepaalde context naast anderen die zich daarin als een vis in het water voelen. We zullen contexten gebruiken omdat het mogelijk is vanuit contexten problemen te stellen of te ontdekken, maar ook omdat we wiskunde verweven zien met ervaringen in het dagelijks leven. We vinden wiskundeonderwijs om de 'zuivere' wiskunde niet passen in de periode van twaalf tot zestien jaar. Natuurlijk moet wiskunde ook formeel beoefend worden, maar niet door alle leerlingen. We menen dat het ook van belang is voor de leerlingen die formeel leren omgaan met wiskunde dat ze ervaringen hebben op grond waarvan ze zich iets kunnen voorstellen bij wat ze doen.

In ons werk zullen we aansluiten bij de ontwikkelingen van Hawex in het Havo en Hewet in het Vwo.

In de voorbeelden die ik gaf speelde voortdurend de vraag: 'Is dat wel zo, hoe weten we dat?' Bij de geluidsvraag deden we veronderstellingen en verwierpen we ze weer om zo tot een betere beschrijving te komen van het geluid van de passerende ziekenauto.

In de wiskunde die we aan de orde stellen bij onze leerlingen van twaalf tot zestien willen we ze zo'n soort ervaring laten opdoen: veronderstellingen doen en verwerpen. Dat is een beetje in tegenstelling tot de vroegere schoolwiskunde waar bewijzen hoofdgerecht was. Dat leidde tot een statisch meetkundeonderwijs. In ontwikkeling is een wiskundeonderwijs waarin verwerpen aan bewijzen vooraf gaat, waarin voortdurend klinkt: Is dat wel zo en hoe weet ik dat? In plaats van bewijzen wat iedereen wel duidelijk is, aanvechten wat nog niet zo duidelijk is. Gelukkig hoeven wij als team niet alles nieuw te maken. Er is in Nederland al ervaring met dit soort wiskundeonderwijs bij docenten en bij auteursteams. We hopen door samenwerking met auteursteams te kunnen komen tot een breed aanbod van wiskundeonderwijs waar verschillende typen van docenten mee uit de voeten kunnen.

Een keuze die we nu al duidelijk maken voor klas één en twee: we willen daar een wiskundeonderwijs waarbij de leerlingen zich een goed beeld kunnen vormen van wat wiskunde voor ze kan betekenen. Dus veel ruimte voor brede oriëntering op wiskunde. Uiteraard moet er tijd zijn voor het ontwikkelen van bouwstenen, bepaalde begrippen moeten worden geleerd. Maar het bouwsel mag nog niet zo'n sterke verticale opbouw hebben dat leerlingen die problemen hebben met een bouwsteen de rest van het wiskundeonderwijs in klas één en twee niet kunnen volgen. Voor een aantal leerlingen is reparatie van rekenvaardigheid noodzakelijk, misschien kan gepland gebruik van de zakrekenmachine enige uitkomst bieden. Voor alle leerlingen is onderhoud van rekenvaardigheden noodzaak.

Het team is niet in staat en ook niet van plan een complete leergang te maken. Het team probeert op wezenlijke punten ontwikkelingsonderzoek te doen en de resultaten daarvan uit te brengen samen met nieuwe leerlingenmaterialen. Het eindresultaat van het project staat en valt met het vermogen van het team royaal de tijd te nemen voor hoofdzaken zoals idee-ontwikkeling en ontwikkelingsonderzoek naast alle actuele zaken zoals bijvoorbeeld het houden van lezingen in Noordwijkerhout.

Medewerkers en organisatoren

P. van Dam	Cito Arnhem
J. Bokhove	Cito Arnhem
J. Janssen	Cito Arnhem
S. Huitema	SBD Arnhem
K. Doesburg	KPC 's-Hertogenbosch
F. Goffree	SLO, Universiteit van Amsterdam
A. Treffers	OW & OC
E. de Moor	Panama/HMN-SOL
E. Feijs	OW & OC, Panama/HMN-SOL
B. Dekker	OW & OC
A. Ritzer	OW & OC
S. Pieters	OW & OC
W. Faes	bestuur NVORWO
H. Heidenrijk	bestuur NVORWO
W. Uittenbogaard	bestuur NVORWO, Rijks Pabo Alkmaar
F. van Galen	OW & OC
B. Folkertsma	Rijks Pabo Groningen
E. Harskamp	RION Groningen
J. ter Pelle	SLO
A. Goddijn	OW & OC
P. Reinartz	Inspectie basisonderwijs
K. Gravemeijer	OW & OC
H. ter Heege	SLO
A. Dekker	Kath. Pabo Nijmegen
G. Schoemaker	OW & OC
H. Kort	SBD Gouda
K. Blakenburg	Pedologisch Instituut Rotterdam
W. Sweers	Uitg. Zwijssen
L. Erich	OBD Arnhem
J.W.M. van Erp	Kath. universiteit Nijmegen
A. Vuurmans	SAC Utrecht
P. Scholten	NOT Hilversum
H. Kapel	SAD Nijmegen
H. Jansen	VALO Wiskunde en Informatica Enschede