

de staartdeling

**een geïntegreerde aanpak
volgens het principe van
progressieve schematisering**



Jacques Rengerink

**VOU
OW & OC**

© 1983 vakgroep onderzoek wiskundeonderwijs & onderwijs computercentrum, ru utrecht.

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de houder van het copyright.

DE STAARTDELING,
EEN GEINTEGREERDE AANPAK
VOLGENS HET PRINCIPE VAN PROGRESSIEVE SCHEMATISERING.

Jacques Rengerink
referent: drs. R. de Jong
co referent: Dr. A. Treffers

Vakgroep Onderwijskunde,
Instituut voor Pedagogische en Andragogische Wetenschappen,
Rijksuniversiteit Utrecht.

INHOUD.

VOORWOORD.	3
SAMENVATTING.	4
1 INLEIDING.	5
2 THEORIE.	22
2.1 <i>"Back-to-the-basics" beweging.</i>	23
2.2 <i>Structurele stroming.</i>	23
2.3 <i>Argumenten voor en tegen de "back-to-the-basics" beweging en de structurele stroming.</i>	24
2.4 <i>Een andere visie.</i>	26
2.5 <i>De realistische richting.</i>	27
3 OPERATOIR REKENEN.	34
3.1 <i>Plaatsbepaling.</i>	34
3.2 <i>De leergang.</i>	36
4 HET ONDERZOEK.	43
4.1 <i>Vraagstelling.</i>	43
4.2 <i>Opzet.</i>	44
4.3 <i>Toetsmateriaal.</i>	44
4.3.1 <i>Verdelings- en verhoudingsdeling.</i>	44
4.3.2 <i>Fasen in de leergang.</i>	46
4.3.3 <i>Begintoets.</i>	48
4.3.4 <i>Eindtoets.</i>	49
4.3.5 <i>Toets basisvaardigheden.</i>	50
4.4 <i>Leergang geïntegreerd cijferend delen volgens het principe van progressieve schematisering.</i>	55
4.5 <i>Leergang basisvaardigheden.</i>	73
4.6 <i>Overzicht van het onderzoek.</i>	76

5 RESULTATEN.	79
5.1 Verloop.	79
5.2 Data.	81
5.3 Beschrijving van de sommen.	81
5.3.1 Verwoordingsfouten.	81
5.3.2 Samenvatting.	89
5.3.3 Procedurefouten.	90
5.3.4 Samenvatting.	120
5.4 Beschrijving van de leerlingen.	120
5.4.1 Experimentele groep.	122
5.4.2 Controle groep.	129
5.4.3 Samenvatting.	142
5.5 Statistische bewerking.	143
6 CONCLUSIE.	157
7 TWEEDE ONDERZOEK.	158
7.1 Inleiding.	158
7.2 Vraagstelling.	158
7.3 Opzet.	159
7.4 Onderzoeksgroepen.	160
7.5 Materiaal.	160
7.6 Resultaten.	160
7.7 Conclusies.	163
8 DISCUSSIE.	164
9 LITERATUUR.	168

VOORWOORD.

Nu ik een punt achter mijn scriptie heb gezet, wil ik drs. R. de Jong en Dr. A. Treffers hartelijk bedanken voor het kader dat zij hebben geschapen en waarbinnen ik heb kunnen werken. Bovendien heb ik veel waardering voor de prettige wijze, waarop zij mij hebben begeleid. Ook dank ik drs. C. Boonman voor zijn methodologische adviezen.

Zonder medewerking van de onderwijsgeevenden en leerlingen van de St.-Bernardusscholen Ceintuurbaan en Groenewold te Deventer was dit onderzoek niet mogelijk geweest: bedankt allemaal!

Ook Anneke, Majorie en Rob, bedankt voor het typen, alle andere hulp en jullie geduld.

Utrecht, augustus 1983.

SAMENVATTING.

De twee vigerende stromingen in de wiskunde didactiek, de "back-to-the-basics" beweging en de structurele stroming, hebben geen bevredigend antwoord op twee belangrijke vragen: hoe help je leerlingen met cijferproblemen en hoe leer je leerlingen cijferprocedures beter toepassen? De realistische richting biedt een alternatief: geïntegreerd cijferen volgens het principe van de progressieve schematisering. Progressieve schematisering wil zeggen, dat de graad van schematisering van het algoritme in de loop van de leergang toeneemt, dit i.t.t de gebruikelijke aanpak, waarbij het algoritme van meet af aan in z'n meest schematische vorm wordt aangeboden. Geïntegreerd betekent in dit verband, dat het cijferen al "toe"-passend wordt geleerd.

Wij hebben deze aanpak vergeleken met die van "Operator rekenen". Dit is qua cijferen een traditionele methode. Cijferen wordt erin opgevat als over te dragen kennis en niet als een menselijke activiteit. Deze aanpak is dan ook slechts ten dele inzichtelijk en er wordt veel zonder contexten gewerkt. Het algoritme wordt in z'n eindvorm aangeboden en niet geleidelijk ontdekt. De gevallen worden steeds complexer. Er wordt dus niet met grote getallen gestart. Deze opzet brengt veel deelgevallen met zich mee, die één voor één geoefend moeten worden. Uit de vergelijking van deze methode en onze aanpak bleek, dat onze aanpak een aantal voordelen bood. De leerlingen van de experimentele groep wisten beter welke cijferprocedure ze bij de oplossing van een probleem moesten toepassen. Bij het uitrekenen maakten ze minder procedurefouten en ze konden de uitkomst beter onder woorden brengen. In de experimentele groep werkten de leerlingen op verschillende niveaus, maar in de controle groep was er geen alternatief: een leerling beheerste de procedure wel of niet.

Ter validering van het eerste onderzoek namen wij een extra toets af bij de experimentele- en de controle groep en bij twee andere groepen. De resultaten gaven geen aanleiding de validiteit van het eerste onderzoek in twijfel te trekken.

In de discussie evalueerden wij het onderzoek en noemden een aantal punten die overwogen kunnen worden alvorens zich deze didactiek eigen te maken.

1 INLEIDING.

Wilt u voor u verder leest het volgende probleempje oplossen?

U hebt een partij van 500 tegels op de kop kunnen tikken.

Daarmee wilt u een pad aanleggen. U besluit om het pad 18 tegels breed te maken. Hoeveel tegels kan het pad lang worden?

U kunt dit probleem op verschillende manieren hebben opgelost. Misschien hebt u net zo lang $18 + 18$ gedaan, tot u bij 504 kwam. Zo veel tegels hebt u niet. Het pad kan dus geen 28 tegels lang worden, maar wel 27 tegels. U kunt ook begonnen zijn met $500 - 18$. Als u dat 28 keer hebt gedaan, komt u 4 tegels tekort. Een derde mogelijkheid is, dat u hebt vermenigvuldigd: $30 \times 18 = 540$ is te groot, $25 \times 18 = 450$ is te klein, $27 \times 18 = 486$, ja, die is het. Tenslotte kunt u een staartdeling hebben gebruikt.

$$18 \ / \ 500 \ / \ 27$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 140 \\ \underline{126} \\ 14 \end{array}$$

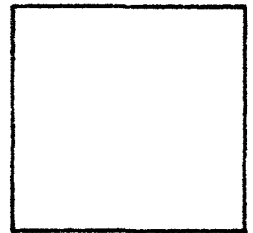
Als u het leuk vindt, kunt u dit probleem aan een aantal volwassenen en kinderen voorleggen. U mag dan de genoemde oplossingen verwachten, maar ook een heel scala varianten en mengvormen. Wij hebben hetzelfde gedaan met twee andere problemen (b.6). Ze werden opgelost door een tweede, een derde en een vierde klas. Het aantal soorten oplossingen is verbazingwekkend. We hebben ze geordend naar de mate van efficiëntie (b.7 t/m 11).

Probleem 1.

Manuel tekent de bladzijden. Eerst de 76 die ze al gelezen heeft. Ze doet dat gestructureerd: eerst 7 rijen van 10 en dan 1 van 6. Bij de laatste rij van 10 vergist ze zich: ze tekent er 11. Het aanvullen tot 243 doet ze minder gestructureerd. De uitkomst is dan ook niet helemaal goed.

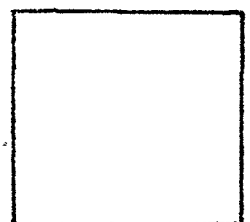
Mijn leesboek is heel dik. Het bevat 243 bladzijden. Ik heb er 76 van gelezen. Hoeveel pagina's moet ik nog?

(Treffers, 1982³ ; b.29)



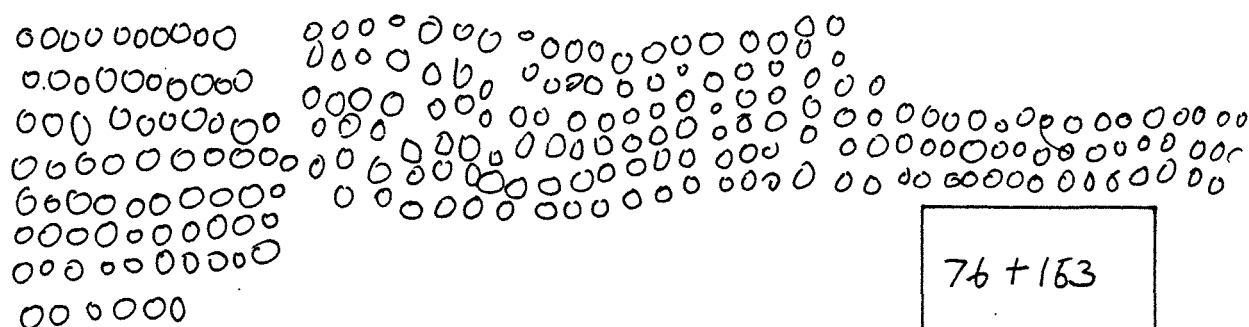
Juf laat vijf kinderen aardappels planten in de schooltuin. Jeder kind krijgt een zakje met 32 aardappels. Hoeveel aardappels zijn dat bij elkaar?

(Treffers, 1982⁴ ; b.82)



Problem 1

Manuel, klas 2



$$76 + 153$$

Mirna, klas 2

76 | 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86
 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96
 97 98 99 100 101 102 103 104 105
 106 107 108 109 ~~110~~ 111 112 113 114 115 116
 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129
 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140
 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154
 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164
 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174
 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185
 186 187 188 189 190 200 201 202 203 204 205 206
 207 208 209 210 211 213 214 215 216 217
 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228
 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238
 239 240 241 242 243 244

$$77$$

Saskia, klas 3

86 96 106 116 126 136 146 156 166 176 186 196
206 216 226 236 ~~246~~ 227

227

Bianca, klas 3

~~$76 + 24 = 100 + 100 = 200 + 43 = 243$~~

~~$24 + 100 + 100 =$~~

~~$24 + 100 = 124 + 43 = 167$~~

~~$76 + 100 = 176 + 10 = 186$~~

~~$76 + 100 = 176 + 11 = 187$~~

~~$66 + 100 = 166 + 11 = 177$~~ 176

176

Eelco, klas 2

Eerst heb 76 + honderd gedaan
dat was 176 toen heb ik
+ 24 gedaan, dat was 200 en
toen heb ik + 43 gedaan

167

Odette, klas 2

$76 + 24 = 100$ plus die 143

167

Bianca, klas 4

$$\begin{array}{r} 213 \\ 76+ \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 113 \\ 76+ \\ \hline 189 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ 76+ \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ 76+ \\ \hline 201 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ 76+ \\ \hline 207 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 76+ \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 145 \\ 76+ \\ \hline 221 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 7 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 167 \\ 76+ \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 167 \\ 76+ \\ \hline 243 \end{array}$$

167

Sascha, klas 4

$$\begin{array}{r} 76+ \\ 124 \\ \hline 200+ \\ 43 \\ \hline 243 \end{array}$$

167 Pagina's
nog

Maruska, klas 3

$$243 - 70 = 167 - 6 = 161$$

161

Natalie, klas 4

$$\begin{array}{r} 113 \\ 2413 \\ 76- \\ \hline 167 \end{array}$$

167
pagina's.

Hedwig, klas 4

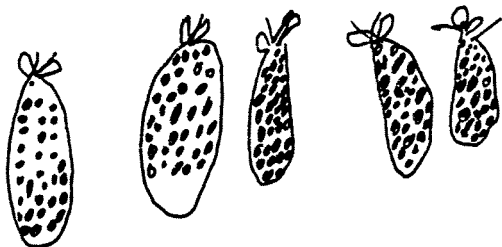
$$\begin{array}{r} 243 \\ 76- \\ \hline 167 \end{array}$$

167

Probleem 2

Jolanda, klas 3

Rie daar boven staan



bij elkaar op
geteld.

37	226
96	226

Bianca, klas 3

$$30 + 30 = 60 + 30 = 90 + 30 = 120 + 30 = 150 + 10 = 160$$

200
160

Saskia, klas 3

$$32 + 32 + 32 + 32 + 32 = 160$$

126
126

Victor, klas 2

Eerst doe ik de hele tijd $30 + 30$ toen
doe ik de twee erbij dan weer een
twee de hele tijd tot ik klaar was.

160

Mirna, klas 2

$$5 \times 30 = 120 \quad 5 \times 2 = 12 \quad 30 \quad 120 + 12 \quad 132$$

$$132$$

Risha, klas 4

$$5 \times 32 = 160$$

$$160$$

Wilfred, klas 4

$$\begin{array}{r} 30 \\ 5 \times \\ \hline 150 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \times \\ 2 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 150 \\ 10 + \\ \hline 160 \end{array}$$

$$160$$

John - Patrick, klas 4

$$\begin{array}{r} 32 \\ 5 \times \\ \hline 160 \end{array}$$

$$160$$

Mirna gaat eigenlijk op dezelfde wijze te werk als Manuel, maar ze schrijft de getallen met cijfers i.p.v. ze te tekenen. Dat heeft het voordeel, dat je de eerste 76 getallen niet hoeft te schrijven. Ze schrijft het getal 76 wel en geeft dan met een streepje de grens aan van wat al gelezen is en wat nog gelezen moet worden. Jammer genoeg interpreteert ze haar eigen werk niet goed.

Saskia doet het weer een tikje handiger: ze werkt met stappen van 10. Daardoor komt ze niet precies uit op 243, maar op 246. Dat lost ze echter keurig op. Evenals Mirna slaagt ze er niet in het goede antwoord uit haar werk af te leiden.

Na de eerste drie regels heeft Bianca (klas 3) het goede antwoord gevonden. De wijze van noteren is niet correct en ze weet zelf ook niet dat ze het antwoord heeft gevonden, want ze streept alles door en rekent verder.

Eelco pakt het op dezelfde manier aan en weet het ook tot een goed einde te brengen. We denken, dat hij zijn oplossing ook niet kort kan formuleren, maar hij vangt dat keurig op door zijn oplossing in zinnen weer te geven.

Odette heeft ook nog woorden nodig, maar kan het al weer een stuk korter.

De notatie die door Bianca (klas 4) wordt gebruikt is kort en goed, maar omdat zij schattend te werk gaat is het toch nog een heel karwei.

Sascha combineert de aanvullende aanpak van de eerste zes leerlingen met de notatie van Bianca (klas 4). Het ziet er keurig uit, maar het kost hem toch altijd nog drie stappen voor hij de oplossing vindt.

Maruska komt met iets wezenlijks nieuws! Haar voorgangers telden op de een of andere manier op; zij trekt af! Zij noteert dat niet goed en maakt ook een rekenfout: jammer.

Natalie en Hedwig tenslotte trekken ook af, zij het dat ze een andere notatie hebben gekozen dan Maruska. Het verschil tussen beiden is, dat Hedwig het lenen al meer uit haar hoofd doet dan Natalie.

Probleem 2.

Jolanda tekent de zakken en de aardappels. Ze doet dat ongestructureerd. Het is niet duidelijk of ze de aardappels heeft geteld of opgeteld. Het komt in ieder geval niet goed uit.

Bianca (klas 3), Saskia en Victor rekenen op ongeveer dezelfde manier: ze tellen op. De notatiewijzen verschillen. Saskia heeft het kort genoteerd, maar bij haar kunnen we niet precies zien hoe ze te werk is gegaan. Bij de andere twee wel, maar Bianca heeft dat niet correct genoteerd.

Mirna pakt het totaal anders aan! Ze telt niet op, maar vermenigvuldigt. Ze noteert het keurig, maar maakt twee slordigheidsfouten.

Risha doet het in één keer goed.

Wilfred doet het onder elkaar, maar heeft daar drie procedures voor nodig.

John-Patrick kan het in één keer.

Waarom hebben wij u gevraagd een som te maken en waarom hebben we het werk van een aantal leerlingen bekeken? Op deze manier hebben we een gemeenschappelijke ervaring, waar we in het vervolg van dit verslag aan kunnen refereren. Zo kunnen we de resultaten van het volgende proefje voorspellen en verklaren.

We legden dezelfde groep leerlingen drie probleempjes voor (b.14). Ze hoefden alleen maar aan te geven met welke som je het probleempje kunt oplossen.

In het voorgaande hebben we gezien, dat de leerlingen de probleempjes op alle mogelijke manieren aanpakken en dat maar een klein deel de meest efficiënte manier kiest. Daarom mogen we verwachten, dat ook nu maar een klein deel in staat zal zijn om de juiste som te kiezen. Dit blijkt inderdaad het geval te zijn (tabel 1). Door de bank genomen, kun je zeggen, dat nog niet de helft van de leerlingen de juiste som aankruist.

Ook het omgekeerde hebben we geprobeerd: bedenk een verhaaltje bij een som (b.16). We zullen u als voorbeeld drie verhaaltjes laten zien, die bij de laatste som zijn gemaakt.

John-Patrick heeft een goed verhaaltje bedacht. Het past bij de som en is ook reëel.

Het verhaaltje van Bianca is niet goed. De som komt er niet in terug en in het verhaaltje gebeurt van alles wat niet in de som voorkomt.

Risha's verhaaltje is niet fout, maar het is een schijnverhaaltje. Ook in het verhaaltje blijft de som een kale som.

Evenals het verhaaltje van John-Patrick, hadden de andere verhaaltjes

Kies de goede som!

Het gezin Dekker maakt een auto-tocht naar zijn vrienden, die 261 km. ver weg wonen. Na 87 km. gereden te hebben, stopt men om te tanken. Hoe reken je uit hoeveel km. ze nog moeten rijden naar de vrienden?

87×3	$261 + 87$	$87 : 261$	$261 - 87$
261×87	$261 : 87$	$87 - 261$	$87 + 174$

In een album staan 28 postzegels op iedere bladzijde. Het album bevat 56 bladzijden. Hoe reken je uit wat het totale aantal postzegels in het album is.

$56 : 28$	$84 - 28$	$56 + 28$	28×56
$28 : 56$	56×28	$28 + 56$	$56 - 28$

Een avond op school zal door 286 mensen bezocht worden. De stoelen worden in rijen van 26 stoelen geplaatst. Hoe reken je uit hoeveel rijen er neergezet moeten worden?

286×26	$26 : 286$	$26 + 286$	$26 - 286$
$26 + 26$	$286 - 26$	26×11	$286 : 26$

(Treffers, 1982³ ; b.30)

Tabel 1.1 *De aantallen leerlingen, die een bepaalde som hebben aangekruist.*

sommen	klassen			totaal
	2	3	4	
87 x 3			1	1
261 x 87			1	1
261 + 87			1	1
261 : 87				
87 : 261				
87 - 261		2		2
261 - 87	2	1	10	13
87 + 174	3	1	1	5
?	1			1
	6	4	14	24

Tabel 1.2

sommen	klassen			totaal
	2	3	4	
56 : 28	2	2		4
28 : 56				
84 - 28	1			1
56 x 28	1	1	2	4
56 + 28	1		1	2
28 + 56		1	1	2
56 - 28				
?	1			1
	6	4	14	24

Tabel 1.3

sommen	klassen			totaal
	2	3	4	
286 x 26		3	1	4
26 + 26				
26 : 286	1		5	6
286 - 26	2	1		3
26 + 286			1	1
26 x 11	2			2
26 - 286				
286 : 26			7	7
?	1			1
	6	4	14	24

(De gecursiveerde regels betreffen het juiste antwoord.)

een eenvoudige structuur: optellen als samenvoegen, aftrekken als eraf halen, vermenigvuldigen als herhaald optellen en delen als verdelen. Voorbeelden van verhaaltjes met een andere structuur zijn de som over de tegels (b.5), de som over het leesboek (b.6) en de som over de stoelen (b.14).

Van de resultaten hebben we een tabel gemaakt (tabel 2). Daaruit blijkt, dat minstens een derde deel van de leerlingen geen goed verhaaltje bij de som kan bedenken.

We hebben nu dus gezien, dat veel leerlingen moeite hebben om bij een verhaaltje een som te kiezen en, omgekeerd, bij een som een verhaaltje te maken. Voor wie de praktijk van het onderwijs kent, betekent dit niks nieuws en ook in de literatuur wordt dit verschijnselesignaleerd. Het gaat om buitenlandse literatuur en in het algemeen zijn onderzoeksresultaten uit het ene land niet generaliseerbaar naar het andere, maar op het gebied van reken - en wiskunde onderwijs blijkt er internationaal veel overeenkomst te bestaan.

De meeste leerlingen kunnen een aftrekking in een context (bijvoorbeeld: het leesboek-probleem op b.6) op de één of andere manier wel oplossen. Als gevraagd wordt het kale algoritme op te lossen ligt dat al wat moeilijker. Treffers (1982¹ ; b.108) schat, dat de beheersing van de standaardalgoritmen aan het eind van het traditionele cijferonderwijs

Bedenk hierbij een verhaalsom.

$$84 + 28$$

$$84 - 28$$

$$84 \times 28$$

$$84 : 28$$

(Treffers, 1982³ ; b.29)

John-Patrick, klas 4

84:28

Met een speurtocht doen allemaal kinderen het zijn er
precies 84. Ze worden in 28 groepjes verdeeld.
In elke groep zitten dus 3 kinderen.

Bianca, klas 3

84:28

Jan had er 84 en Piet had er 28
Jan verloorde x er 16 en Piet had
er 16 gewonnen. En Piet had er nu
44 knikkers. En Jan heeft er nu
58.

Risha, klas 4

$84:28 = 3$

Juf was met rekenen bezig. Ze zei tegen
Pietje: Hoeveel is 84 gedeeld door 28?
Joan zei Pietje: 4. En juffrouw zei:
dat is fout. Joan zei Pietje: o, nee, 3!

Tabel 2. De aantallen leerlingen die bij een som een verhaaltje hebben bedacht.

<i>Som 1.</i>				
	klassen			totaal
	2	3	4	
andere structuur				
eenvoudige structuur	3	2	13	18
geen verhaaltje				
schijn verhaaltje				
fout verhaaltje	4	2	1	7
	7	4	14	25

Som 2.

	klassen			totaal
	2	3	4	
andere structuur				
eenvoudige structuur	6	2	8	16
geen verhaaltje				
schijn verhaaltje			1	1
fout verhaaltje	1	2	5	8
	7	4	14	25

Som 3.

	klassen			totaal
	2	3	4	
andere structuur				
eenvoudige structuur		1	2	3
geen verhaaltje			1	1
schijn verhaaltje	3		7	10
fout verhaaltje	4	3	4	11
	7	4	14	25

Tabel 2. *Vervolg.*

Som 4.

	klassen			totaal
	2	3	4	
andere structuur				
eenvoudige structuur	4	1	5	10
geen verhaaltje			2	2
schijn verhaaltje	1		5	6
fout verhaaltje	2	3	2	7
	7	4	14	25

als volgt ligt: optellen in de buurt van de 90% van de leerlingen, aftrekken 80%, vermenigvuldigen 70% en delen omstreeks 60%. Bij een "National assessment" in de V.S. bleek, dat de percentages van leerlingen, die de standaardalgoritmen in een context kunnen toepassen nog lager ligt.

Er zijn dus kinderen die de cijferprocedures wel beheersen, maar ze niet toepassen. Dat geldt vooral voor het vermenigvuldigen en delen. In Groot-Brittannië (Foxmann en Hart) en in Frankrijk (Teule-Sensacq en Vinrich, 1982) blijkt meer dan een derde deel van de leerlingen de operaties niet in probleemsituaties te herkennen. Voor het vermenigvuldigen en delen geldt dit zelfs voor de helft van de leerlingen. Volgens Hart en Hughes ligt dit bij kommagetallen en verhoudingen zelfs ver beneden de 50%.

De opgaven waar het hier om gaat zijn zo eenvoudig, dat de oorzaak niet in het begrijpend lezen of het uitrekenen kan worden gezocht. Het ligt aan het niet kunnen vertalen van de context in een standaardalgoritme, of m.a.w. aan het niet kunnen identificeren van de bewerking in de context.

Het behoeft geen betoog, dat het een ongewenste situatie is, dat leerlingen een cijferprocedure beheersen, maar deze niet toepassen. Bedenk ook, wat dit betekent voor het gebruik van rekenmachientjes. Denk nog eens aan het probleempje over de tegels. Wie in deze context geen deling herkent, kan zijn rekenmachientje niet efficiënt gebruiken.

We hebben reeds geopperd, dat dit voor ieder die de praktijk van het onderwijs kent niks nieuws zou betekenen, maar dan is het des te merkwaardiger, dat er rekenmethoden zijn, die vrijwel geen aandacht besteden aan toepassingsproblemen in relatie tot cijfervraagstukken.

We zitten dus met het probleem, dat leerlingen procedures die ze beheersen (zelf of machinaal) niet toepassen. Het probleem kan zich op veel gebieden, ook buiten het rekenen, voordoen, maar wij beperken ons tot de cijferprocedures. De vraag die we ons stellen luidt:

Is er een vorm van onderwijs, waarna de leerlingen de cijferprocedures beter toepassen, dan na het gangbare onderwijs?

2 THEORIE.

Mogen wij om te beginnen het leerlingenwerk uit de inleiding (b.5 t/m 13) in uw herinnering roepen? Je kunt daar als onderwijsgevende verschillend op reageren. Bijvoorbeeld in de geest van: "De cijferprocedures zitten er nog niet goed in. We zullen ze nog eens flink gaan oefenen." Een ander uiterste is de volgende reactie: "Prachtig, fijn zo, wat een fantasie! Dat moeten we zo houden. Hier en daar kan het misschien wat handiger." Een derde reactie zou kunnen zijn: "De cijferprocedures worden weinig gebruikt. Misschien begrijpen ze het nog niet helemaal. Moeten we nog maar eens uitleggen." Deze reacties zijn niet alleen denkbeeldig: ze zijn in de literatuur en in de methoden terug te vinden.

De eerste reactie zou van iemand kunnen zijn, die op de traditionele manier zijn rekenonderwijs verzorgt. De term "traditionele" kan misleidend zijn. Zij kan de indruk wekken, dat het om een steeds kleiner wordende groep gaat. Niets is minder waar. Zoals ook op andere gebieden, herleeft deze beweging als een reactie op jongere stromingen. De opvattingen uit deze kring zijn gekarakteriseerd als "back-to-the-basics". Gagné sluit bij deze stroming aan. In de methoden "Naar aanleg en tempo" en "Naar zelfstandig rekenen" liggen dezelfde opvattingen besloten.

De tweede reactie zou van Plunkett kunnen zijn. Hij vertegenwoordigt de empirische richting. Binnen die richting hecht men buitengewoon veel waarde aan het handig rekenen, hoofdrekenen. Daarom en met het oog op de micro-electronica wijst men zelfs iedere cijferprocedure af. Deze richting is daarom niet van belang bij het beantwoorden van onze vraag (b.21) en omgekeerd: onze vraag is niet van belang voor deze richting. We hebben deze empirische richting toch even genoemd om te laten zien tussen welke uitersten de reacties op ons probleem zich kunnen bewegen.

De derde reactie zou kunnen komen vanuit de structurele stroming. Binnen deze stroming wordt veel waarde gehecht aan inzicht in de cijferprocedures. We vinden dit terug in de methoden "Wiskunde voor de basisschool", "Hoy, rekenen" en "Getal in beeld".

We zullen nu nader ingaan op de "back-to-the-basics" beweging en de structurele stroming.

2.1. "Back-to-the-basics" beweging.

De traditionele cijferdidactiek, zoals wij die kennen, bestaat sinds het begin van deze eeuw. T.a.v. het cijferen is het doel het aanleren van de vier standaardalgoritmen. Daar vloeien de overige kenmerken uit voort.

Tijdens de eerste les over cijferen, wordt direct een algoritme in zijn meest efficiënte vorm aangeboden. Om het de leerlingen nog niet al te moeilijk te maken is de opgave nog niet complex: de getallen zijn klein, er hoeft nog niet onthouden of geleend te worden, er staan nog geen nullen op lastige plaatsen en de vereiste rekenvaardigheden zijn nog eenvoudig. Als de leerling het algoritme in zijn eindvorm (!) beheerst, worden de opgaven wat complexer gemaakt. (Dat kan op verschillende manieren, zodat er meerdere leergangen mogelijk zijn.) Opnieuw moet de leerling leren met het algoritme de nieuwe problemen op te lossen. Zo ontstaat een serie deelgevallen, die één voor één definitief worden afgehandeld. De leerstof wordt dus in de loop van de leergang steeds complexer. Daarom wordt deze vorm van leerstofordening progressieve complicering genoemd. Samenvattend: het algoritme wordt vanaf het begin van de leergang in zijn eindvorm aangeboden en de leerstof wordt steeds complexer. In paragraaf 3.2 vindt u bijvoorbeeld de leergang delen van "Operatoir rekenen".

Een ander kenmerk van de traditionele cijferdidactiek is, dat het inzicht in de algoritmen niet wordt onderhouden. Bij de introductie wordt wel een soort verantwoording afgelegd, maar op dit inzicht wordt later in de leergang geen beroep meer gedaan. Er wordt dan ook geen gebruik gemaakt van positiemateriaal.

Gagné bouwt voort op de "back-to-the-basics" beweging. Hij presenteerde een driefasenmodel voor wiskundeonderwijs. Je moet eerst het concrete probleem in een wiskundige vorm vertalen. Dan moet je de wiskundige bewerking uitvoeren en tenslotte moet je de uitkomst valideren.

2.2 Structurele stroming.

Terwijl bij de traditionele didactiek de algoritmen worden ingeslepen, streeft men binnen de structurele stroming naar inzicht. Deze laatste aanpak komt het meest voor in Nederland.

Een algoritme wordt eerst als een handeling aangeboden. Daar is materiaal voor nodig: Dienesblokken oftewel Multibase Arithmetic Blocks en een abacus. Daarna wordt met plaatjes gewerkt en tenslotte met symbolen. Het algoritme wordt dus steeds meer geschematiseerd. Dit wordt progressieve schematisering genoemd. Binnen één les, dus op micro-niveau werkt men volgens dit principe. De aanbieder van een algoritme verloopt dus geleidelijker, dan binnen de traditionele didactiek. Een bepaald geval wordt wel helemaal afgehandeld (dus tot en met het symbolische niveau) voor men met het volgende geval begint. De leergang (meso-niveau) is dus wel opgebouwd volgens het principe van de progressieve complicering.

Een ander kenmerk van de structurele stroming is, dat men binnen verschillende talstelsels werkt. Dit om het inzicht te verhogen.

2.3 Argumenten voor en tegen de "back-to-the-basics" beweging en de structurele stroming.

De traditionele cijferdidactiek is gebaseerd op twee vooronderstellingen die niet houdbaar zijn. Op de eerste plaats wordt ervan uitgegaan, dat de leerlingen in de lagere klassen de bewerkingen met de kleinere getallen zo goed hebben begrepen, dat ze ook de bewerkingen met de grote getallen zullen begrijpen. De tweede vooronderstelling is: als de leerlingen de bewerkingen beheersen, zullen ze deze ook toepassen. Zoals gezegd: beide vooronderstellingen zijn onjuist.

Het grootste bezwaar tegen het traditionele cijferonderwijs is, dat er sprake is van blind, regelgeleid handelen. In een inmiddels klassiek geworden onderzoek heeft Brownell de superioriteit van de inzichtelijke aanpak aangetoond. Een blinde, mechanistische werkwijze leidt tot reeksen deelgevallen en evenzovele regels, procedures en algoritmen. Dat vraagt veel oefening en daardoor is mechanistisch onderwijs niet effectief. Een ernstig gevolg van de genoemde aanpak is, dat de leerlingen een op trucs gerichte attitude ontwikkelen. Verder kunnen leerlingen die geen inzicht hebben in de cijferprocedures nergens op terugvallen als ze een procedure zijn vergeten of met een nieuw geval worden geconfronteerd. De retentie is dus minder goed en de leerlingen kunnen de procedures niet zonder hulp op nieuwe gevallen toepassen. Wel bedenken ze nieuwe regels, die ze uit bekende gevallen afleiden. Dit leidt tot "syntactische" fouten of

"bugs". Het gesprek van een onderwijsgevende met Rudolf biedt daar een aantal illustratie van. (Treffers, 1979, b.165).

Na deze opmerkingen over de traditionele didactiek in het algemeen, nog wat kanttekeningen bij het driefasenmodel van Gagné. Hij veronderstelt, dat kinderen eerst de vereiste berekening vaststellen (fase 1) en daarna uitvoeren (fase 2). Dit blijkt zo niet te werken. De derde fase, het valideren van de uitkomst, lijkt weinig zinvol. Lang niet alle fouten zijn middels schatten op te sporen en in het geval van procedurefouten zal de betreffende leerling niet weten hoe deze te herstellen.

We kunnen wel begrijpen hoe Gagné tot zijn driefasenmodel is gekomen. In de V.S. wordt, evenals in Nederland, veel aandacht besteed aan een inzichtelijke onderbouwing van het cijferonderwijs. Daardoor worden er minder cijferopgaven gemaakt. Het gevolg is, dat de cijferprocedures minder geautomatiseerd en de basisvaardigheden onvoldoende gememoriseerd worden, m.a.w. de rekenvaardigheid van de leerlingen is te gering. Op de tweede plaats wijst Gagné het gebruik van positiemateriaal en het rekenen in verschillende talstelsels af. Zij vereenvoudigen het rekenen niet en bevorderen ook het automatiseren niet. Het laatste bezwaar van Gagné betreft de onderzoekspraktijk. Deze zou te veel op het probleem-oplossen in het algemeen zijn gericht. We kunnen Gagné geen ongelijk geven waar het deze drie bezwaren betreft, maar we moeten zijn oplossing op grond van de eerder genoemde argumenten (b.25) afwijzen.

Binnen de structurele stroming wordt wel naar inzicht gestreefd, maar onderzoek of het "action-image-symbol" model ook daadwerkelijk tot inzicht leidt, levert tegenstrijdige resultaten op. Dat is ook niet zo verwonderlijk. De onderzoeksverslagen bevatten immers geen aanwijzingen over de inhoud, de opzet en de kwaliteit van het onderwijs, maar beperken zich tot de oppervlakte structuur, d.w.z. de drie niveaus. Hieruit blijkt de dringende noodzaak te komen tot een didactische theorie van het cijferonderwijs.

De laatste tien, twintig jaar wordt er in het reken - wiskunde-onderwijs meer geïndividualiseerd, o.a. als organisatorische oplossing van de differentiatieproblematiek. Binnen individueel, papier-gestuurd cijferonderwijs, waar geen ruimte is voor groepsdiscussies en didactische hulp, worden de besproken nadelige effecten nog versterkt.

Na deze bespreking van de beide stromingen nog even dit: wat is hun antwoord op onze vraag (b.21)? "Leerlingen die traditioneel onderwijs hebben gevolgd, passen de cijferprocedures niet toe, omdat ze ze niet begrijpen", denkt men binnen de structurele stroming. "Leerlingen, waarvan de cijferprocedures inzichtelijk zijn onderbouwd, passen ze niet toe, omdat hun rekenvaardigheid onvoldoende is," vindt Gagné. Kortom: de pot verwijt de ketel dat ie zwart ziet.

Tot slot willen we u het volgende citaat niet onthouden:

"Cox: 'Unfortunately research tells us little regarding the most appropriate methods for handling specific errors.

Therefore once systematic errors have been detected, classroom teachers must continue to use their own judgement in selecting remedial activities'" (Cox, 1975b, p.156).

Duidelijker kan de machteloosheid ten aanzien van de procedurefouten bij het cijferen welhaast niet uitgedrukt worden en daarmee de grenzen van de traditionele cijferdidactiek bepaald worden." (Treffers, 1982¹ ; b.110)

2.4 Een andere visie.

Binnen de structurele stroming wordt wiskunde beschouwd als een verworvenheid. Wiskundige regels vormen het uitgangspunt van het onderwijs. De vraag is: "Hoe doet de leerkracht het?" Er is ook een ander standpunt mogelijk. De vraag is dan: "Hoe doen de leerlingen het?"

De gedachtengang van de kinderen vormt het uitgangspunt van het onderwijs. Wiskunde wordt dan beschouwd, als een specifieke benaderingswijze van problemen, als een menselijke activiteit. Deze opvatting over wiskunde vinden we o.a. terug binnen de empirische richting (b.22), waar deze visie in de doelstellingen tot uiting komt. Daarin worden vooral persoonlijke (motivatie, zelfvertrouwen) -, sociale (helpen, beïnvloeden) - en matematische (schematiseren, bedenken) waarden benadrukt.

Binnen Wiscobas, als vertegenwoordiger van de realistische richting, mist men in die doelstellingen de voorbereidende - en maatschap-

pelijke waarden van de standaardalgoritmen. Het gebruik van zakrekenmachines doet daar niets aan af.

2.5 De realistische richting.

Binnen deze richting zou er als volgt op het leerlingenwerk (b.5 t/m 13) gereageerd kunnen worden: "Prachtig, fijn zo, wat een fantasie! Dat moeten ze eens van elkaar zien. Er zitten mooie aanknopingspunten in om de verschillende procedures verder te schematiseren."

In vergelijking met de "back-to-the-basics" beweging en de structurele stroming is literatuur over de realistische richting schaars. In Engeland (Hutton), Frankrijk (Teule - Sensacq en Vinrich, 1982) en Duitsland (Walther) zijn deelleergangen opgezet. In Nederland (Wiskobas) is een complete geïntegreerde cijferleergang voor de vier basisoperaties ontwikkeld. Ook binnen andere projecten wordt volgens de realistische opvattingen gewerkt: het S.A.C (Utrecht) en O.S.M (Rotterdam). Hetzelfde geldt voor nieuwe reken - wiskundemethoden: "Getal in beeld", "Taltaal" en "De wereld in getallen".

Voor we verder gaan met het bespreken van de realistische richting, zullen we eerst een *voorbeeld* geven van *een* manier waarop een probleem kan worden aangepakt. Aan de cursivering merkt u het al: de aanpak volgens de realistische richting kent veel vrijheidsgraden. Hier komt het probleem.

Als je in de Dom van Utrecht naar boven bent geklommen, dan sta je 102 meter en 30 centimeter boven de stad, dat is dus 10230 centimeter. Eén trede is 22 centimeter hoog. Hoeveel treden moet je dus op voor je boven bent?

Vanuit de traditionele - en de structurele stroming zijn we gewend, dat leerlingen dan eerst uit een van de mogelijkheden moeten kiezen.

$$10230 \times 22$$

$$22 \times 10230$$

$$10230 : 22$$

$$22 : 10230$$

$$10230 + 22$$

$$22 + 10230$$

$$10230 - 22$$

$$22 - 10230$$

Daarna kunnen ze de bewerking uitvoeren.

$$22 / 10230 / 465$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 143 \\ \underline{132} \\ 110 \\ \underline{110} \\ 0 \end{array}$$

Binnen de realistische richting *kan* het zo gaan.

Een van de leerlingen begint in gedachten de Dom te beklimmen.

$$\begin{array}{r} 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ \underline{+22} \\ 132 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ \underline{+22} \\ 132 \end{array}} \right\} 6x$$

Hm, nog lang niet.

$$\begin{array}{r} 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ \underline{+22} \\ 132 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ . \\ . \\ . \\ 22 \\ 22 \\ \underline{+22} \\ 10230 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ \underline{+22} \\ 132 \\ 22 \\ 22 \\ 22 \\ . \\ . \\ . \\ 22 \\ 22 \\ \underline{+22} \\ 10230 \end{array}} \right\} \begin{array}{l} 6x \\ 465x \end{array}$$

Dat was een hele klim!

Een ander daalt hem liever af.

10230	}	465x
- 22		
<u>10208</u>		
- 22		
<u>10186</u>		
- 22		
<u>10164</u>		
.		
.		
.		
44		
<u>-22</u>		
22		
<u>-22</u>		
0		

Met zevenmijlslaarzen gaat het sneller.

10230	
- 154	7x
<u>10067</u>	
- 154	7x
<u>9922</u>	
- 154	7x
<u>9768</u>	
.	
.	
.	

Ook Klein Duimpje gaat met z'n tijd mee.

10230	
- 220	10x
<u>10010</u>	.
.	.
.	.
.	.
330	.
<u>-220</u>	10x
110	
- 22	1x
<u>88</u>	.
.	.
.	.
20	

Het kan nog sneller.

$$\begin{array}{r}
 10230 \\
 - 2200 \quad 100x \\
 \hline
 8030 \\
 . \\
 . \\
 . \\
 1430 \\
 - 220 \quad 10x \\
 \hline
 1210 \\
 . \\
 . \\
 . \\
 110 \\
 - 22 \quad 1x \\
 \hline
 88 \\
 . \\
 . \\
 .
 \end{array}$$

Wat dacht je hier van?

$$\begin{array}{r}
 10230 \\
 - 8800 \quad 400x \\
 \hline
 1430 \\
 - 1320 \quad 60x \\
 \hline
 110 \\
 - 110 \quad + 5x \\
 \hline
 0 \quad 465x
 \end{array}$$

Hé, dat komt me bekend voor.

$$\begin{array}{r}
 22 / 10230 / \\
 - 8800 \quad 400 \\
 \hline
 1430 \\
 - 1320 \quad 60 \\
 \hline
 110 \\
 - 110 \quad + 5 \\
 \hline
 0 \quad 465
 \end{array}$$

De leerlingen kunnen kennisnemen van elkaars oplossingen. Ze ontdekken dan verwante oplossingen. "Zeg, waarom doe jij dat zo?" "....." "Hè, dat is handig, dat ga ik ook doen!" Op die manier komen de leerlingen allemaal, langs verschillende wegen, in een verschillend tempo, steeds dichterbij de laatste vorm.

We zullen deze didactiek eens wat nader bekijken.

Waarom hebben leerlingen moeite met het toepassen van procedures? We hebben dat al proberen te verklaren (b.13). Een belangrijk deel van de leerlingen probeert een probleem vanuit het probleem zelf op te lossen met kinderlijke, informele strategieën. Geheel los daarvan hebben ze wel formele strategieën geleerd, maar ze zien het verband niet, een kwestie van systeemscheiding. Er bestaan immers twee afzonderlijke leer- gangen: één voor de cijferalgoritmen en één voor de toepassingen. Tot nu toe bestonden er twee oplossingen, als leerlingen de cijferprocedures niet toepasten: binnen de "back-to-the-basics" beweging en de structurele stroming probeert men de afzonderlijke leergangen te verbeteren en binnen de hoofdreken richting laat men de formele strategieën varen. De realistische richting voegt daar een oplossing aan toe. Het uitgangspunt vormt de realiteit (vandaar de naam van deze richting), m.a.w. men begint met contextopgaven. (Je kunt ze moeilijk toepassingsopgaven noemen, want er valt nog niets toe te passen.) Vanuit de kinderlijke oplossingen wordt naar formele oplossingen toegewerkt. De cijferleergang wordt dus geïntegreerd in het "toe"-passen (vandaar: geïntegreerd cijferen). De contextopgaven staan niet alleen aan het begin van de leergang. De leerling die meent een handige manier te hebben gevonden (b.30), kan dat weer binnen een volgende, nieuwe context uitproberen. Ook vóór deze leergang kan op deze manier worden gewerkt, bij het leren van de tafels bijvoorbeeld. Door de leerlingen te confronteren met problemen die nieuw voor ze zijn, lok je het gebruik van een natuurlijke aanpak uit. Deze goed begrepen strategieën, die zijn aangepast bij de persoonlijke voorkeur, evolueren tot handige standaard algoritmen.

Dat gaat bij iedere leerling natuurlijk niet vanzelf, maar door steeds grotere getallen te nemen moet iedereen het vroeg of laat wel handiger gaan aanpakken. De additieve aanpak wordt verruild voor een multiplicatieve. Teule - Sensacq en Vinrich (1982) bevorderen dit ook door de uitkomst vooraf te laten schatten. Bovendien kan hieruit het notatieschema geleidelijk aan worden ontwikkeld, door steeds het verschil met het deeltal te berekenen. (b.29).

Geleidelijkheid is een belangrijk kenmerk van de realistische aanpak. De kinderen krijgen de tijd de noodzaak van een algoritme te ervaren en de efficiëntie en de algemene toepasbaarheid ervan te leren waarderen. Ook een leergang opgebouwd volgens het principe van de progressieve complicering lijkt geleidelijk te verlopen. Wat de complicering (b.23) betreft is dat ook zo, maar het algoritme wordt niet anders dan in z'n eindvorm aangeboden. Bij een leergang opgebouwd volgens het principe van de progressieve schematisering is dat precies andersom. Vanaf het begin kunnen de opgaven zo complex mogelijk zijn. De aanpak daarentegen is in het begin heel primitief, maar wordt steeds verder geschematiseerd. Zo'n leergang is dus het spiegelbeeld van een gangbare leergang, maar vormt een afspiegeling van de historische ontwikkeling. Het is trouwens heel interessant om van die historische groei kennis te nemen (Streefland, 1979). In de loop van de geschiedenis zijn de meest uiteenlopende manieren bedacht om de bewerkingen met grote getallen uit te voeren. Daardoor besef je de relativiteit van de gangbare algoritmen en je ziet de problemen waar de mensen mee hebben geworsteld. Nu eens bedachten ze hier een oplossing voor, dan weer daarvoor. Al deze oplossingen liggen opgeslagen in de standaardalgoritmen. Een kind kan dat nooit ineens beseffen, ook al kan hij de procedure uitvoeren.

Bij dit onderwijs is de taak van de leerkracht een andere dan wij gewend waren. In sterk geïndividualiseerd, papieren onderwijs is zijn taak een administratieve. Binnen de structurele richting bestaat zijn taak vooral in uitleggen. Door ons wordt onderwijs vooral opgevat als een sociaal gebeuren. De leerkracht is dan op de eerste plaats opvoeder. Hij observeert met in z'n achterhoofd een globaal beeld van de leerweg. Hij stimuleert leerlingen verder te gaan, als ze een bepaald niveau beheersen. Ook wijst hij zo nodig de weg terug. Differentiatie is hier het logisch gevolg van, waarbij de differentiatieproblematiek niet organisatorisch wordt opgelost (papieren onderwijs), maar procesgeoriënteerd, d.w.z.: het onderwijs wordt gedifferentieerd naar leerprocessen. De leerlingen kunnen verschillende leerprocessen doorlopen en zich daarbinnen op verschillende niveaus bevinden. Toch kunnen ze allemaal samen aan hetzelfde probleem werken, omdat ook de meest complexe problemen op ieder niveau kunnen worden aangepakt. Het eerste jaar ben je geneigd om het aantal niveaus in je klas beperkt te houden (bijvoorbeeld twee per groep), maar als je meer ervaring krijgt kun je dat laten oplopen tot een niveau per leerling.

Binnen een leergang geïntegreerd cijferen worden minder sommen gemaakt dan gebruikelijk om de aandacht optimaal te houden en geen verkeerde attitude in de hand te werken. Bovendien duurt de leergang korter (geen deelgevallen) en werken leerlingen die een primitief algoritme gebruiken, langer aan één som. Daardoor zou de beheersing van de basisvaardigheden in het gedrang kunnen komen. Eigenlijk moeten de leerlingen deze al beheersen voor ze aan de leergang beginnen, maar in de praktijk worden ze vaak al cijferend verder geoefend. Daar moet dus extra aandacht aan worden besteed.

Het zal u opgevallen zijn, dat de eindvorm van onze leergang (b.30) eenvoudiger is, dan gebruikelijk (b.27). Ook deze, gebruikelijke, vorm mag wel gebruikt worden, maar dat zal zelden gebeuren. Er wordt ook niet naar gestreefd. Het betekent immers geen leerwinst, maar het kost wel leertijd, daar er hogere eisen aan de notatie en het hoofdrekenen worden gesteld. Voorts kunnen de beide vormen interfereren. Bovendien hoeft een algoritme niet meer zo efficiënt te zijn, gezien de ontwikkelingen op het gebied van de micro-electronica. De eindvorm wordt niet dwingend voorgeschreven. Op de eerste plaats hoeven alle leerlingen dit niveau niet te halen, maar een opgelegde notatie is weer formeel en werkt daardoor remmend. Toch worden niet alle notaties geaccepteerd. Als een notatie verdere schematisering blokkeert, moet het leerproces worden bijgestuurd en er is ook een zekere uniformiteit nodig om de leerlingen met elkaars oplossingen te kunnen confronteren.

Wat zijn, tot slot, de argumenten voor en tegen deze aanpak? Het belangrijkste argument voor is, dat de leerlingen een goede wiskundige attitude ontwikkelen. Dit zou o.a. moeten blijken uit het feit, dat meer kinderen contextproblemen efficiënt oplossen. De aanpak is beter voor de sociale ontwikkeling: de leerlingen discussiëren met en leren van elkaar, ook als ze op een verschillend niveau werken. Zwakke leerlingen kunnen direct meedoen en zullen niet gauw afhaken. Ook op het gebied van remedial teaching liggen mogelijkheden (Veldhuis, 1981). Doordat je direct met grote getallen kunt rekenen, kun je vanaf het begin af aan met levensechte problemen werken. Prettige bijkomstigheid is, dat je minder tijd nodig hebt (Vrolijk, 1981 ; b.94). Zo houd je tijd over voor andere onderwerpen. De nadelen van deze aanpak liggen op een ander vlak dan de voordelen. De aangeduide leergang is niet gemakkelijk uitvoerbaar. Als je het invoert, betekent dat niet alleen een methodische, maar ook een didactische verandering. Bovendien kan de leergang niet in een leerlingenboek worden vastgelegd, maar slechts in een handleiding.

3 OPERATOIR REKENEN.

Bij de methode "Operatoir rekenen" horen zes handleidingen, voor elk leerjaar één. Daarom geven we bij de literatuurverwijzingen niet alleen de bladzijde, maar ook het leerjaar aan. Bijvoorbeeld: (1.1; b.7) betekent dus: de handleiding voor leerjaar 1, bladzijde 7. In elke handleiding zit een aantal katernen, waarin een bepaald onderwerp wordt behandeld, bijvoorbeeld: differentiatie. De leerstof is verdeeld over zes of tien reeksen (met bijbehorende werkboekjes) per jaar, die op hun beurt weer uit lessen bestaan.

3.1 *Plaatsbepaling.*

De schrijvers van "Operatoir rekenen" betuigen hun dank aan het IOWO en haar afdeling Wiskobas (1.1 ; b.8), maar in wiskundig en didactisch opzicht gaan ze niet helemaal mee. Er zijn andere methoden die dat wel doen (1.1 ; b.7). Zo kan het standpunt van waaruit "Operatoir rekenen" is geschreven, kort worden aangeduid.

In katern 2 (1.3) wordt naar voren gebracht, dat het relatieve belang van hoofdrekenen tegenover cijferen is toegenomen door het bestaan van rekenmachines en microcomputers. Hoort "Operatoir rekenen" dus thuis in de empirische richting? Nee, want in hetzelfde katern wordt het belang van het cijferen benadrukt.

Hoe wordt dat cijferen dan gezien? De schrijvers zeggen daar zelf over: "Operatoir rekenen" wil een brug slaan tussen vroeger (zonder inzicht) en nu (met inzicht) (1.1 ; b.9), dus tussen de "back-to-the-basics"-beweging enerzijds en de structurele stroming en/of de realistische richting anderzijds. Wat die laatste twee richtingen betreft, daar wordt in de handleiding niet duidelijk tussen gekozen. Er komen opvattingen in voor zowel uit de ene, als uit de andere stroming. Laten we eens beginnen met de realistische richting.

In katern 6 (1.2) halen de samenstellers met instemming de visie op wiskunde-onderwijs aan, die leeft binnen Wiskobas. Van hun methode zeggen ze echter, dat deze op weg is naar funderend wiskunde-onderwijs, maar dat je dat nu nog niet zo kunt noemen.

Gezien onze onderzoeksvraag (b.21) waren we natuurlijk extra benieuwd naar de opvattingen over het toepassen. Nou, daar kunnen we ons

grotendeels in vinden. Op de eerste plaats vindt men toepassend rekenen belangrijk op grond van algemeen onderwijskundige overwegingen: leren op school moet aansluiten bij het leven erbuiten (1.1 ; b.10). Op de tweede plaats kunnen formules in contexten ontstaan (1.1 ; b.10). Jammer is dat schrijvers dit vooral tot de onderbouw willen beperken en dat ook doen (b.37)! Een derde en voor ons belangrijk punt: als het voorbereidend rekenen in praktische situaties plaats vindt, zullen de leerlingen in complexe situaties de juiste rekenoperatie kiezen (1.1 ; b.10). Afgezien van de formulering, is dat het punt waar het ons om gaat. Verder worden nog de sociale ontwikkeling (1.4 ; katern 2), de betrokkenheid en de retentie (1.1 ; b.18) genoemd.

Nog een voordeel van het werken met contexten is, dat dit differentiatie naar oplossingsmethoden mogelijk maakt (1.1 ; b.18). De schrijvers vinden deze vorm van differentiëren uitermate waardevol en hebben hem waar mogelijk opgenomen (1.1 ; katern 1). Wij hopen, dat uit ons onderzoek blijkt, dat er nog meer mogelijkheden liggen. De argumenten die de samenstellers voor het differentiëren in oplossingsmethoden en tegen niveaudifferentiatie aandragen, kunnen we alleen maar onderschrijven. Ook in het geval van gecombineerde klassen pleiten de auteurs voor deze oplossingen (1.1 ; b.27 en 28).

Ook in detailkwesties sluit "Operator rekenen" bij de opvattingen van Wiskobas aan. Zo noemen ze als voordeel van de verdelingsdeling (1.2 ; b.160), dat deze het dichtst bij de kinderlijke ervaring ligt. De verhoudingsdeling nodigt uit tot herhaald aftrekken en sluit daarom beter aan bij de didactiek van het staartdelen. Ze besluiten uiteindelijk om met de verdelingsdeling te beginnen. Wij zullen dat ook doen (b.45).

Zoals u ziet, zijn dit allemaal (b.34 en 35) uitspraken uit de realistische richting, maar ook opvattingen van de structurele stroming zijn in de handleiding van "Operator rekenen" te vinden.

"Bij het aanleren van nieuwe begrippen, grijpt de leergang bijna altijd terug op het handelend bezig zijn met concreet materiaal." (1.1 ; b.7)

In het geval van cijferen, is dat M.A.B.-materiaal (1.1 ; b.17). Ook de naam van de methode zegt het trouwens al: manipuleren met materiaal.

Inzicht en een stapsgewijze opbouw worden hierbij belangrijk gevonden (1.4 ; b.15).

We kunnen dus concluderen, dat "Operator rekenen" volgens eigen zeggen het midden houdt tussen de traditionele beweging en de nieuwere stromingen, maar dat zij wat dat laatste betreft op twee gedachten hinkt. Is de kwestie, dat deze methode niet een hokje past (fout in de hokjes) of zijn deze twee stromingen werkelijk niet te verenigen (fout in de methode). We zullen zien of de leergang tot een synthese leidt.

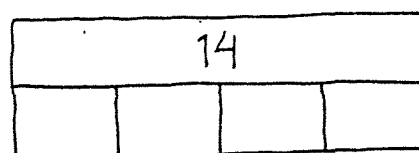
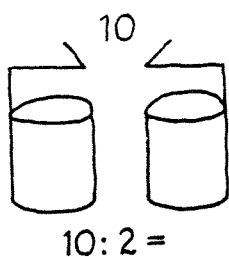
3.2 De leergang.

Eerste leerjaar.

In het eerste leerjaar wordt uitsluitend op handelingsniveau gedeeld (1.2 ; b.17). Bijvoorbeeld: koekjes verdelen op een verjaardag (reeks 1 ; les 9) of de rommeltjesdoos (reeks 3 ; les 13). Soms blijft er ook een rest over (reeks 4).

Tweede leerjaar.

In reeks 3 worden voor het eerst deelmodellen en - sommen gebruikt.



$$14:4 = \dots \text{ rest } \dots$$

(1.3 ; b.16)

Er wordt gewerkt van de verdeling naar de som en omgekeerd. Ook komt het verband tussen vermenigvuldigen en delen aan de orde. In reeks 5 komen naast verdelingsdelingen ook verhoudingsdelingen voor. Ze worden middels herhaald aftrekken opgelost. In reeks 6 wordt met grotere getallen gewerkt.

Derde leerjaar.

In het derde leerjaar moeten de leerlingen die elementen onder de knie krijgen, die nodig zijn om in het volgend jaar de staartdelingsprocedure aan te leren (1.5 ; b.225). Ergens in dat derde leerjaar (reeks 3,4 à 5) ligt een cruciaal moment. Tot dan toe is de leergang nog niet in strijd met de opvattingen van de realistische richting, maar dan start er als het ware een tweede leergang naast of in de eerste.

Laten we eerst de eerste lijn nog even verder doortrekken. In reeks 2 maken de kinderen kennis met de uitdrukking: hoeveel keer gaat 3 op 12 (1.3 ; b.81)? Daar worden blokjes bij gebruikt, het kan getekend en genoteerd worden.

$$12 \quad \xrightarrow{-3} \quad \xrightarrow{-3} \quad \xrightarrow{-3} \quad \xrightarrow{-3} \quad \rightarrow$$

Ook in reeks 5 komt dit terug.

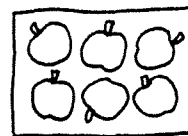
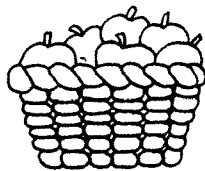
"Delen als herhaalde aftrekking.

Een kort gesprekje over inpakken van levensmiddelen. Een netje met 10 sinaasappels of met 3 citroenen, appels op een karton met plastic erover.

Dan een probleempje: je hebt 18 appels. Die moet je inpakken op kartonnetjes waar telkens 6 appels op gaan. Hoeveel kartonnetjes heb je nodig?

Op het bord komt een tekening:

$$18 : 6 = "$$



(1.3 ; b.228)

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 - 6 \\
 \hline
 12 \\
 - 6 \\
 \hline
 6 \\
 - 6 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Ook sommen als

$$53 / 318 /$$

$$228 / 912 /$$

worden op de abacus al aftrekkend gemaakt.

Nu zult u zeggen: Waar komt die notatiewijze ineens vandaan? Wel, inmiddels is de tweede leergang gestart. In reeks 3 wordt de relatie met de tafels wakker gehouden en in reeks 4 worden deelsommen gemaakt als omgekeerde tafels. Dan (reeks 5) wordt i.t.t. de aanpak binnen de realistische richting de staartdelingsnotatie geïntroduceerd, "*waarbij de tafels als oplossingsmethode worden gebruikt*" (1.3 ; katern 2). De leerlingen leren nog niet de cijferprocedure, maar ze moeten de deling begrijpen in staartnotatie. Vanaf dit moment is de mogelijkheid tot een realistische didactiek afgesneden en is nog slechts de weg open naar een structurele aanpak met alle nadelen van dien. De methode hinkt inderdaad op twee gedachten en weet ze niet tot een synthese te brengen (b.36). Van de eerste lijn binnen de leergang horen we niets meer en we zullen zien hoe de tweede, zojuist gestarte lijn wordt doorgetrokken.

Na een verhaalsommetje (reeks 5, les 5) is de vraag: hoeveel keer 3 in 15 gaat. Dit komt zo op het bord:

$$15 = 3 \times 5$$

$$15 : 3 = 5$$

$$3 / 15 / 5$$

$$\begin{array}{r}
 -15 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

In reeks 6 gaat het om sommen als:

$$6 / 38 /$$

De oplossingsmethode gaat zo: Welk tafeltje van 6 komt het dichtst bij 38?

$$6 / 38 / 6$$

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Vierde leerjaar.

In dit leerjaar begint de stroom gevallen op gang te komen. In het begin (les 2) van werkboekje 1 worden de deeltafels weer in de vorm van een staartdeling genoteerd, waarbij het alleen nog om de notatie gaat.

$$\begin{array}{r} 7 \ / \ 56 \ / \ 8 \\ \underline{56} \\ 0 \end{array}$$

In les 8 gaan we een stapje verder. Er blijft een rest over.

$$\begin{array}{r} 9 \ / \ 65 \ / \ 7 \\ \underline{63} \\ 2 \end{array}$$

Dan volgt een mogelijke tussenstap naar een quociënt van twee cijfers;

$$\begin{array}{r} 7 \ / \ 91 \ / \ 10 + 3 = 13 \\ \underline{70} \\ / \ 21 \ / \ 3 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

Nu in één keer.

$$\begin{array}{r} 3 \ / \ 72 \ / \ 26 \\ \underline{6} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

Het nieuwe in les 11 is een deeltaf met drie cijfers.

$$\begin{array}{r} 6 \ / \ 372 \ / \ 62 \\ \underline{36} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

Speciale aandacht is nodig voor die staartdelingen, waar in de staart een nul optreedt.

$$\begin{array}{r} 6 \ / \ 366 \ / \ 61 \\ \underline{36} \\ 06 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

In werkboekje 2 gaan we weer een stapje verder: dezelfde som met rest.

$$8 / 356 / 44$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline 36 \\ 32 \\ \hline 4 \end{array}$$

De volgende oplossing getuigt niet van inzicht en is mechanistisch. In een leergang die is opgebouwd volgens het principe van de progressieve schematisering zou dit niet mogen voorkomen.

$$6 / 240 / 40$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 00 \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

Volgende geval:

$$30 / 210 / 7$$

$$\begin{array}{r} 210 \\ \hline 0 \end{array}$$

In werkboekje 3 komen achtereenvolgens aan de orde:

$$10 / 720 /$$

$$100 / 6100 /$$

$$50 / 5600 /$$

Ook hier weer een mechanistische aanpak.

$$100 / 6300 / 63$$

$$\begin{array}{r} 600 \\ \hline 300 \\ 300 \\ \hline 0 \end{array}$$

Zo'n som moet je toch uit je hoofd doen! In werkboekje 4 beginnen we echt met delers van twee cijfers.

$$12 / 600 / 5$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \hline 00 \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$17 / 527 / 31$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \hline 17 \\ 17 \\ \hline 0 \end{array}$$

Werkboekje 5: idem met rest.

$$13 / 667 / 51$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ \hline 17 \\ 13 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$70 / 898 / 12$$

$$\begin{array}{r} 70 \\ \hline 198 \\ 140 \\ \hline 58 \end{array}$$

In werkboekje 6 worden een controle en het schatten ingevoerd.

$$18 / 435 / 24$$

$$\underline{36}$$

$$75$$

$$\underline{72}$$

$$3$$

$$24$$

$$\underline{18x}$$

$$192$$

$$\underline{240}$$

$$432$$

$$+ \underline{3}$$

$$435$$

$$40 / 802 / \underline{+} 20$$

In werkboekje 7 komen ook deeltallen van vijf cijfers voor en wordt het volgende probleem behandeld.

$$7 / 65476 / 9$$

$$\underline{63}$$

$$24$$

7 op de 6 gaat niet, dan 7 op de 65.

$$70 / 92345 / 1$$

$$\underline{70}$$

$$223$$

70 op de 9 gaat niet, dan 70 op de 92.

$$13 / 65273 / 5021$$

$$\underline{65}$$

$$027$$

$$\underline{26}$$

$$13$$

$$\underline{13}$$

$$0$$

13 op de 6 gaat niet, 13 op de 65 gaat 5 keer, aftrekken en 0 over, 2 aanhalen, 13 op de 2 gaat 0 keer, dus een nul in de uitkomst plaatsen, enz.

In de werkboekjes 8, 9 en 10 wordt het voorgaande geoefend.

Vijfde leerjaar.

Het programma voor het vijfde leerjaar ziet er in grote lijnen als volgt uit.

Werkboekje 1: 7 / 6055 /
56 / 13776 /

Werkboekje 2: 67 / 17286 /
24 / 59232 /

Werkboekje 3: 83 / 55790 / (met rest)

Werkboekje 4: -----

Werkboekje 5: 12 / 981 / $81\frac{3}{4}$ (rest delen)

Werkboekje 6: 529 : . = 23

Werkboekje 7: 0,9 / 5,4 /
0,15 / 2,25 /

Werkboekje 8: 7 / 23,8 /
11 / 68,64 /

Werkboekje 9: 12 / 498 / $41\frac{1}{2}$
13 / 32,63 /
0,31 / 11,16 /

Werkboekje 10: 16 / 4984 / $31\frac{1}{2}$
 $34 \times . = 24446$

Het programma voor het zesde leerjaar is niet relevant voor ons onderzoek en dat laten we dus buiten beschouwing.

4 HET ONDERZOEK.

4.1 Vraagstelling.

In Nederland zijn alle voorwaarden vervuld om onderzoek te doen naar het geïntegreerd cijferen volgens het principe van progressieve schematisering, sinds door Wiskobas een volledig programma voor alle basisoperaties is ontwikkeld. Tot nu toe is echter het cijferen los van het toepassen onderzocht, zodat wij ons vooral op het toepassen hebben gericht. Toch is het cijferonderdeel niet buiten beschouwing gebleven. Dit soort onderwijs is niet "teacher-proof" en daarom zijn er veel onderzoeksgegevens nodig om algemene conclusies te kunnen trekken. Daar konden wij ook aan bijdragen.

Op b.21 hebben wij een voorlopige vraag geformuleerd:

Is er een vorm van onderwijs, waarna de leerlingen de cijferprocedures beter toepassen, dan na het gangbare onderwijs?

Wat de *cijferprocedures* betreft: hier moesten we ons tot één bewerking beperken, omdat het onderzoek anders te omvangrijk zou worden. We hebben gekozen voor delen, omdat we in het vijfde leerjaar werken en de leergangen voor de andere bewerkingen dan al praktisch zijn afgerond. Een voordeel voor ons was ook, dat deze leergang het meest op de traditionele methode lijkt. Bovendien kun je aan het werken met staartdelingen zien of iemand aanleg voor - en plezier in wiskunde heeft. Voor wie dat niet geldt, blijken staartdelingen een barrière te zijn (Goffree, b.53).

Het *onderwijs* beperkten we tot twee leergangen: de leergang delen van "Operatoir rekenen" en onze uitwerking van geïntegreerd cijferen volgens het principe van progressieve schematisering. Onze onderzoeksvraag luidde dus:

Wordt de cijferprocedure voor delen, na onze leergang geïntegreerd cijferen volgens het principe van de progressieve schematisering, beter toegepast, dan na de leergang van "Operatoir rekenen"?

4.2 Opzet.

Ons onderzoek voldoet niet strikt aan de eisen die aan een empirisch analytisch onderzoek worden gesteld. Daarvoor zijn de condities te weinig onder controle gehouden. Dat is bewust gedaan. We moesten kiezen tussen het generaliseren van bekende uitspraken enerzijds en het vinden van nieuwe feiten anderzijds. We kozen het laatste. (Het zou trouwens erg moeilijk geweest zijn alle condities onder controle te krijgen.) Onze activiteiten hielden het midden tussen onderzoeksgericht onderwijs en ontwikkelingsonderzoek. Toch hebben we ons niet tot een explorerend onderzoek willen beperken. Hutton (In: Treffers, ter perse ; b.17) pleit voor vergelijkend onderzoek. Daarom hebben we met een controle groep gewerkt. Een collega van een school die onder hetzelfde bestuur resulteert als de onze en met een vergelijkbare populatie, was bereid met zijn vijfde klas als zodanig te fungeren. Verder namen we een begin - en een eindtoets af. Het treatment bestond uit de leergang geïntegreerd cijferen volgens het principe van progressieve schematisering en de leergang basisvaardigheden.

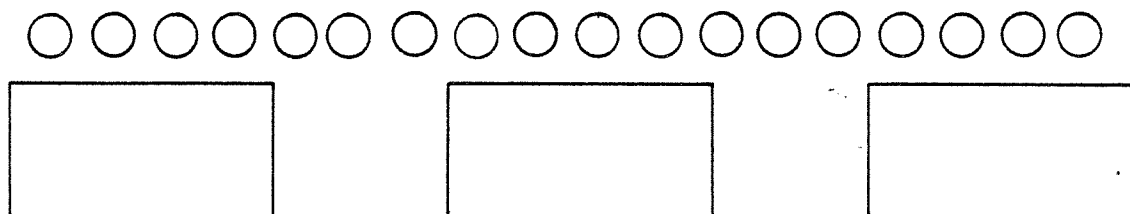
Omdat de leerlingen die de experimentele leergang gingen volgen, minder opgaven zouden maken, zouden de basisvaardigheden onvoldoende worden geoefend. Vandaar dat we hier middels een aparte leergang aandacht aan besteedden.

4.3 Toetsmateriaal.

Voor we het toetsmateriaal beschrijven, moeten we eerst iets zeggen over de verdelings- en de verhoudingsdeling. Ook moeten we een overzicht geven van de fasen die we in de leergang onderscheiden.

4.3.1 Verdelings- en verhoudingsdeling.

Bij een deling denken we meestal het eerst aan een verdelingsdeling, bijvoorbeeld:

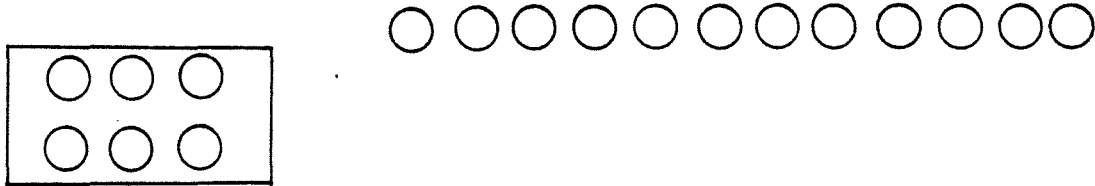


Verdeel 18 appels over 3 bakjes.

Hoeveel appels komen er in ieder bakje?

$18 \text{ appels} : 3 \text{ bakjes} = 6 \text{ appels}$

Bij dezelfde situatie kun je een verhoudingsdeling bedenken.



In ieder bakje komen 6 appels.

Hoeveel bakjes heb je nodig, als je 18 appels verdeelt?

$18 \text{ appels} : 6 \text{ appels} = 3 \text{ bakjes}$

Aan de vraag en het antwoord is te zien, dat het bij beide delingen om dezelfde elementen gaat. Wat bij de één gegeven is, wordt bij de ander gevraagd. Dit blijkt duidelijker, als we de vraag en het antwoord algemeen formuleren:

a is het *totaal* aantal appels, dat verdeeld kan worden,

a/b is het aantal appels *per* bakje en

b is het *totaal* aantal bakjes.

De verdelingsdeling ziet er dan zo uit:

$$a : b = a/b$$

De verhoudingsdeling:

$$a : a/b = b$$

De samenhang met vermenigvuldigen blijkt hier natuurlijk ook uit:

$$b \times a/b = a$$

Beide soorten delingen moeten in de leergang voorkomen, maar met welke soort moet je beginnen? Voor beiden valt wat te zeggen. Wij besloten, net als in de leergang van "Operatoir rekenen", met de verdelingsdeling te beginnen (b.35).

4.3.2 Fasen in de leergang.

Fase 1.

Een verdeelsituatie schematiseren.

De onderwijsgevende wacht tot zich een verdeelprobleem voordoet of biedt er een aan. Het gebruik van het woord "delen" moet worden vermeden. De leerlingen moeten de situatie immers als een deelsituatie leren herkennen en niet op een signaalwoord afgaan.

De aanbieding van het probleem moet zodanig zijn, dat de leerlingen het probleem aan den lijve ervaren. De context kan daartoe aan de eigen situatie worden ontleend.

De verdeling moet daadwerkelijk worden uitgevoerd, waarbij de leerlingen allemaal participeren bij de oplossing. De onderwijsgevende draagt geen oplossingen aan.

De aandacht van de leerlingen moet gericht zijn op de oplossingsstrategie. De strategie keuze is vrij.

Na het oplossen van een aantal problemen blijkt vaak, dat je je gemakkelijk kunt vergissen, als je delingen met grote getallen daadwerkelijk uitvoert. Vanaf dat moment worden de oplossingen ter controle genoteerd. Daarvoor worden de oplossingsstrategieën gebruikt die berusten op herhaald aftrekken. De leerlingen moeten het notatiesysteem, inclusief de verkortingen, goed begrijpen, bijvoorbeeld wat de getallen in de staart betekenen, die steeds worden afgetrokken.

Nadat weer een aantal verdeelproblemen is opgelost, wordt er ook alléén op schrift gewerkt. De leerlingen moeten begrijpen, dat dat kan en dat het noodzakelijk is om papier te gebruiken als de oplossing niet daadwerkelijk wordt uitgevoerd.

Effectieve, spontane verkortingen in het notatiesysteem worden aangemoedigd, evenals het toepassen van tafels en het gebruik van andere basisvaardigheden (b.50).

In deze fase werken we alleen met verdelingsdelingen en omdat de delingen daadwerkelijk worden uitgevoerd, maken we de getallen niet te groot. De meeste sommen zijn van het type $324 : 4$, maar soms worden er ook sommen gebruikt als $425 : 12$. De delers zijn in ieder geval steeds kleiner dan 20.

Voorbeelden kunt u vinden in de lesbeschrijvingen (b.55 e.v.).

Fase 2.

De staart verkorten.

Spontane verkortingen worden aangemoedigd. Er zijn leerlingen die begrijpen, dat je niet alle bakjes hoeft te tekenen, maar dat je er aan één genoeg hebt. Ook zijn er die niet steeds één exemplaar in een bakje doen, maar die met happen tegelijk beginnen te werken.

De onderwijsgevende bewaakt het begrip door de oplossingsprocedures te laten verwoorden. Daarbij kan hij of zij helpen door vragen te stellen: "Hoeveel bakjes had ik eigenlijk moeten tekenen?", "Waarom is dat slim?", "Hoe reken je dat uit?" en "Had je al gezien, dat het groter dan 100 zou zijn?".

De lessen verlopen ongeveer volgens het volgende stramien. De les begint met een klassikale introductie (1 som), gevolgd door een individuele opdracht (1 som). Tot slot wordt er geoefend (4 à 6 sommen). De resultaten worden nabesproken. Tijdens alle onderdelen observeert de onderwijsgevende de leerlingen nauwlettend.

Er worden verdelingsdelingen gebruikt als $777 : 9$ en $2204 : 19$, waarbij de delers steeds kleiner zijn dan 20. In het begin is het quociënt kleiner dan 100, later mag het ook groter zijn.

Fase 3.

Consolidatie en aanscherping.

In deze fase krijgt het schatten alle aandacht. Door het schatten verlaten de leerlingen de additieve aanpak en gaan opvermenigvuldigen. Om te kijken hoeveel er daarna nog over is, gaan ze aftrekken. Zo begint het algoritme al gestalt te krijgen. Hoe ver een leerling hier al mee gevorderd is, is af te lezen aan de mate waarin de happen zijn geordend.

Naast de verdelingsdelingen worden nu ook verhoudingsdelingen gebruikt. De getallen in deze fase zijn even groot als die aan het eind van fase 2.

Fase 4.

Verfijning.

In fase 4 wordt het algoritme uit fase 3 verfijnd. De ordening van de happen wordt nog efficiënter. De hap van de honderdtallen wordt in één keer genomen, evenals die van de tientallen en de eenheden.

Er worden vooral sommen gebruikt als $4639 : 88$ maar ook wel sommen als $953 : 8$ en $14672 : 37$.

4.3.3 Begintoets.

De begintoets bestaat uit twee delen: een gedeelte met context-opgaven en een gedeelte met kale sommen. We duiden de opgaven in het vervolg kort aan, bijvoorbeeld: de derde som uit het gedeelte met de context-opgaven noemen we bc 3 (begintoets, context, som 3); de zevende som uit het gedeelte met kale sommen noemen we bk 7 (begintoets, kaal, som 7).

In beide delen komen 7 delingen voor. We hebben ze afgewisseld met een vermenigvuldiging, een optelling en een aftrekking. Dat hebben we gedaan om de aandacht van de leerlingen niet te zeer op de delingen te vestigen.

De getallen die in de delingen worden gebruikt, worden van het begin van de toets tot het eind steeds groter. De eerste som hoort thuis in fase 1, de laatste in fase 4.

Tijdens de toets werkten we met tempo differentiatie. Voor de context-opgaven kregen de leerlingen 45 minuten de tijd en, de volgende dag, voor de kale opgaven 30 minuten. In die tijd moesten ze de eerste vijf opgaven maken, dus de ene dag bc 1 t/m 5 en de andere dag bk 1 t/m 5. Wie klaar was kreeg een tweede boekje met respectievelijk bc 6 t/m 10 en bk 6 t/m 10.

Om de instructie van de beide groepen gelijk te houden en omdat deze zo eenvoudig was, zetten we de instructie voor op de boekjes.

1 *Wil je hier je voor- en achternaam duidelijk in vullen?*
.....

2 *Als je een som niet kunt, sla hem dan zo lang over.*
Probeer hem later nog eens.

3 Als je klaar bent of niet verder kunt, lever je werk dan in.

4 Vul nu de begintijd in:

.....

Eindtijd:

.....

De onderwijzer schreef de begintijd op het bord en vulde de eindtijd in als het werk werd ingeleverd. Voor het overige materiaal verwijzen we u naar de bijlage: b. 3 t/m 17.

4.3.4 Eindtoets.

De eindtoets bestaat, evenals de begintoets, uit twee delen: een gedeelte met context-opgaven en een gedeelte met kale sommen. De sommen zijn ook weer genummerd: ec 4 betekent: eindtoets, context, som 4 en ek 8 betekent: eindtoets, kaal, som 8.

In het context.gedeelte komen 7 delingen voor, wederom afgewisseld met een vermenigvuldiging, een optelling en een aftrekking. In het gedeelte met de kale opgaven komen alleen delingen voor. Daardoor kan de aandacht van de leerlingen op het delen gericht worden, maar dat geeft niet, omdat hierna geen contextopgaven meer worden gemaakt. Het afnemen van deze toets kan dus geen invloed meer hebben op de uitslag van de context toets.

In tegenstelling tot de begintoets wordt de moeilijkheidsgraad niet alleen bepaald door de grootte van de getallen, maar ook door het feit of er een nul in het quociënt voorkomt. De moeilijkheidsgraad loopt ook niet op van het begin tot het eind. Met de begintoets wilden we nog kijken, hoe ver de leerlingen konden komen, maar nu gaan we er vanuit, dat ze alles moeten kunnen. Nu hebben we de moeilijker sommen over de hele toets verdeeld, zodat ze daar niet pas aan toe zijn, als ze al moe worden.

We wilden, dat alle leerlingen alle sommen zouden proberen en daarom trokken we voor beide onderdelen een uur uit. We namen het context gedeelte het eerst af en het gedeelte met de kale sommen een dag later, zodat dit geen invloed zou hebben op het toepassen.

Het materiaal kunt u vinden in de bijlage: b. 18 t/m 33.

4.3.5 Toets basisvaardigheden.

Voor we een toets basivaardigheden konden maken, moesten we eerst vaststellen om welke vaardigheden het ging. Daarom namen we de deelsommen uit de begintoets als voorbeeld en losten deze op, zoals dat in de experimentele leergang gebeurt. We analyseerden de oplossingen en zo kregen we een verzameling sommen. Deze schreven we abstract op en zo ontdekten we welke sommen tot één type behoren. In tabel 3 vindt u als voorbeeld de analyse van som bc 10. In tabel 4 ziet u de bijbehorende verzameling sommen en de bijbehorende abstracties. In tabel 5 staan de typen, die daarin te ontdekken zijn. Zo hebben we dat met alle sommen uit de begintoets gedaan en dat leverde de volgende typen op:

- a $\cdot x \cdot =$
- b $\cdot x \cdot \cdot (20) =$
- c $\cdot x \cdot \cdot (20) =$
- d $\cdot x \cdot 0(0)(0) =$
 $\cdot x \cdot \cdot 0(0) =$
- e $\cdot 0(0)(0) x \cdot =$
- f $\cdot 0(0) x \cdot 0(0)(0) =$
 $\cdot 0(0) x \cdot \cdot 0(0) =$
- g $\cdot 0(0)(0) : \cdot 0(0)(0) =$
 $\cdot \cdot 0(0)(0) : \cdot 0(0) =$
- h $\cdot (.) (.) (.) \quad \cdot (.) (.) (.)$
- i $\cdot (.) (.) + \cdot (.) (.) + \cdot (.) (.) + \cdot (.) (.) =$
- j $\cdot x \dots =$
- k $\cdot \cdot (.) (.) - \cdot \cdot (.) (.) =$

Zoals u kunt zien, zijn de sommen opgelost op het niveau van fase 4. Je kunt je afvragen, of een oplossing op een lager niveau dezelfde basisvaardigheden vereist. We hebben dit gecontroleerd en dat blijkt geen verschil te maken. Ook hebben we gekeken of er verschil bestaat met de basisvaardigheden die nodig zijn voor de gangbare oplossing. We vonden, dat in dat geval de typen e en i niet nodig zijn, terwijl de leerlingen wel moeten kunnen vaststellen of "het ene getal op het andere gaat". Dit verschil in eisen is niet zó groot, dat het van invloed kan zijn op de uitslag van ons onderzoek.

Van elk type (a t/m k) werden door ons 10 sommen gemaakt. Als het aantal cijfers variabel was, werd dat systematisch gevarieerd. De cijfers werden random bepaald. Elke som werd op een kaartje geschreven en per

Tabel 3. *Analyse van de oplossing van som bc 10.*

De som luidt:

$$- \quad 2024 : 52 =$$

Je noteert:

$$- \quad \begin{array}{r} \overline{2024} \end{array} \quad \smile$$

Je denkt:

- $1 \times 52 = 52$
- $10 \times 52 = 520$
- $100 \times 52 = 5200$
- $5200 > 2024 \rightarrow 10 \times 52 = 520 \rightarrow 2000 : 50 = 40$
- $40 \times 52 = 2080$
- $2080 > 2024 \rightarrow 30 \times 52 = 1560$

Je noteert:

$$- \quad \begin{array}{r} \overline{2024} \\ 1560 \end{array} \quad \begin{array}{l} \smile \\ 30 \end{array}$$

Je rekent uit:

$$- \quad \begin{array}{r} 2024 \\ -1560 \\ \hline 464 \end{array}$$

Je denkt:

- $10 \times 52 = 520 \rightarrow 464 = \pm 9 \times 52$
- $9 \times 52 = 468$
- $468 > 464 \rightarrow 8 \times 52 = 416$

Je noteert:

$$- \quad \begin{array}{r} \overline{2024} \\ -1560 \\ \hline 464 \\ 416 \end{array} \quad \begin{array}{l} \smile \\ 30 \\ 8 \end{array}$$

Je rekent uit:

$$- \quad \begin{array}{r} 464 \\ -416 \\ \hline 48 \\ + 30 \\ \hline + 8 \\ \hline 38 \end{array}$$

Tabel 3. *Vervolg.*

Je noteert:

$$\begin{array}{r|l}
 - & 2024 \\
 & -1560 \\
 \hline
 & 464 \\
 & -416 \\
 \hline
 & 48
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \cup \\
 30 \\
 \\
 +8 \\
 \hline
 38
 \end{array}$$

Tabel 4. *Overzicht van de subsommen van bc 10 en hun abstracties.*

1 x 52 = 52	1 x .. =
10 x 52 = 520	10 x .. =
100 x 52 = 5200	100 x .. =
5200 > 2024	 >
2000 : 50 = 40	.000 : .0 =
40 x 52 = 2080	.0 x .. =
2080 > 2024	 >
30 x 52 = 1560	.0 x .. =
2024	
-1560	-....
464	
9 x 52 = 468	. x .. =
516 > 464	... > ...
468 > 464	... > ...
8 x 52 = 416	. x .. =
464	...
-416	-...
48	..
30	..
+ 8	+ .
38	

Tabel 5. *De typen basisvaardigheden, die een voorwaarde vormen voor het oplossen van som bc 10.*

1 x .. =
10 x .. =
100 x .. =
.0 x .. =
. x .. =
..
+ .
.... >
... > ...
.000 : .0 =
....
-....
...
-...

type werd een waaierachtig boekje gemaakt. Zo konden de sommen één voor één aan de leerlingen worden getoond. Op die manier werd de tijd die de leerlingen aan een som konden besteden, in de hand gehouden.

Om de benodigde tijd te bepalen werden de sommen bij volwassenen afgenomen. De tijd *per rijtje* variëerde van 30 tot 120 seconden. Uit praktische overwegingen werden *per som* 10 seconden beschikbaar gesteld.

De sommen van het type j en k bleken te lastig om uit het hoofd te doen. Daarom mochten deze cijferend worden uitgerekend. Omdat het overschrijven tijd kost, werden 20 seconden per som beschikbaar gesteld.

Bij het materiaal werd de volgende handleiding geschreven.

1. *Gebruik een digitaal horloge. Daarmee kun je exacter werken. Wacht tot de aanduiding op 0 staat. Tijdens de afname heb je dan steun aan de reeks 0 - 10 - 20 - 30 - of 0 - 20 - 40 - Je vergist je dan niet 5 seconden of een veelvoud daarvan.*

2. Controleer vóór de afname m.b.v. de proefkaart, of alle leerlingen de sommen goed kunnen lezen.
3. Laat iedere leerling z'n naam invullen met z'n nummer erachter.
4. Als de leerlingen iets overslaan, moeten ze een streepje zetten. Als iemand zich daarbij vergist, mag dit na de afname worden hersteld.
5. Houdt de volgende kaart steeds gereed. Controleer het nummer en zeg het nummer.
6. Bij de boekjes a t/m i mogen de leerlingen over elke som 10 seconden doen; bij de boekjes j en k 20 seconden.
7. Bij boekje h moet het grootste getal worden opgeschreven.

Het benodigde materiaal vindt u in de bijlage op b. 34 t/m 38.

In de loop van de leergang voegden wij aan de basisvaardigheden nog het schatten toe. Om hier zicht op te krijgen analyseerden wij wederom de delingen uit de begintoets en als voorbeeld laten we hier weer de analyse van som bc 10 volgen.

Tabel 6. De schattingen die nodig zijn bij de oplossing van som bc 10.

2024 : 52 gaat	1 x	2024 : 52 gaat	10 x
	10 x ←		20 x
	100 x		30 x ←
	1000 x		40 x
			50 x
			60 x
			70 x
			80 x
			90 x
464 : 52 gaat	1 x ←	464 : 52 gaat	1 x
	10 x		2 x
	100 x		3 x
	1000 x		4 x
			5 x
			6 x
			7 x
			8 x ←
			9 x

Zo kwamen we tot de volgende typen.

$..(.) (.) (.) : .$

$..(.) (.) (.) : .. (20)$

$..(.) (.) (.) : .. (20)$

Na de eindtoets namen we weer een toets basisvaardigheden af, waar ook het onderdeel schatten aan was toegevoegd. Voor het materiaal verwijzen we u naar de bijlage op b. 39 t/m 42

4.4 Leergang geïntegreerd cijferend delen volgens het principe van progressieve schematisering.

De experimentele groep was tot en met de vierde klas onderwezen volgens de methode "Operator rekenen", maar het onderdeel cijferen was geïndividualiseerd. Daarom zat er veel verschil in de prestaties van de leerlingen. Dat bleek toen in het begin van het schooljaar de instaptoets cijferen (toetsboekje, b.3) werd afgenomen. Er waren leerlingen die de staartdelingen perfect beheersten, maar er waren ook leerlingen die ze allemaal oversloegen. Met het oog op die laatste leerlingen moest onze leergang beginnen met fase 1. Door differentiatie in de oplossingsmethoden hoefde de spreiding in de prestaties geen problemen op te leveren, maar was het voor alle leerlingen wel nuttig om nog eens deze leergang te doorlopen? Het grootste deel van de klas beheerste de staartdelingen niet perfect en voor hen was het dus zonder meer nuttig, maar ook voor het groepje dat de staartdelingen al wel beheerste. Zij zouden na de leergang de staartdeling beter kunnen toepassen. Bovendien zouden zij de staartdeling zelf beter begrijpen. Dat laatste zou weliswaar niet uit de cijfertoetsen van "Operator rekenen" kunnen blijken (door het meetbereik van die toetsen), maar daarom is het niet minder waardevol.

Het programma zou stap voor stap worden ontwikkeld, niet alleen omdat dat veel tijd vergt en dus niet voor de start van de leergang helemaal klaar zou kunnen zijn, maar vooral omdat er voortdurend op de vorderingen van de leerlingen moest worden ingespeeld. Niettemin hadden we natuurlijk wel een globale planning gemaakt. Na de herfstvakantie zouden we starten met het afnemen van de begintoets. Daarna zouden we vier weken aan fase 1 besteden en eveneens vier weken aan fase 2. Dan was het kerstvakantie en daarna zouden we beginnen met fase 3. Daar trokken we zes weken voor uit en voor fase 4 nog eens vijf. Voor de paasvakantie hadden we dan nog één week over voor

de eindtoets.

De onderwijzer van de controle groep schatte, dat hij gemiddeld één uur per week aan cijferend delen besteedde: de ene week meer, de andere minder en de verhaalsommen meegeteld. In de experimentele groep zouden we dus ook één uur per week aan de leergang beteden.

Week 1.

In deze week namen we de begintoets af: de contextopgaven eerst en daarna de kale sommen.

Week 2.

Bij het leren schrijven van de werkwoordsvormen worden in onze klas werkwoordschema's gebruikt. Ze staan op losse blaadjes, op elk blaadje één. Dat gegeven was ons uitgangspunt.

Er waren negen kinderen die nogal moeite hadden met de laatste taal oefening. Daarom moeten ze de schema's van die werkwoorden gaan maken. Deze stapel schema's is alles wat ik nog heb. Het zijn er 428. Hoeveel zou ieder er kunnen krijgen?

We maakten een groepje van 9 leerlingen en begonnen de blaadjes te verdelen. Eerst gaven we er ieder 10. We zagen, dat dat gemakkelijk wat royaler kon. Daarom gaven we ieder er 20 bij. Daarna deden we het weer wat voorzichtiger aan. Ieder kreeg er 5, en weer 5 en nog eens 5. Achteraf hadden we dus best nóg een rondje van 10 kunnen geven. Ten slotte gaven we er ieder 3, maar toen kwamen we tekort. We haalden ze weer op en gaven er ieder 2. Toen bleven er nog 6 over. Dat kwam mooi uit, want het zouden er 5 moeten zijn: een goed argument om tijdens het uitdelen bij de volgende som wat notities op het bord te maken.

We maakten nu een groepje van 5 leerlingen en de stapel blaadjes werd teruggebracht tot 342. We herhaalden dezelfde procedure, maar we maakten nu notities op het bord en de leerlingen mochten mee werken op papier. Het ging zo:

$$\begin{array}{r}
 342 \\
 - 50 \\
 \hline
 292 \\
 - 250 \\
 \hline
 42 \\
 - 40 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Hand-drawn diagram showing the distribution of 342 leaves to 5 children. The diagram includes five hand icons at the top, representing the children. The calculations are written vertically, showing the subtraction of 50, 250, and 40 from 342, resulting in 2. The final result is 68, which is written below the 2.

Hier staat dus: we gaan 342 blaadjes over 5 kinderen verdelen. Eerst geven we er ieder 10. Dan hebben we er 50 uitgedeeld en zijn er nog 292 over. Vervolgens geven we er ieder 50. Dus hebben we er 250 uitgedeeld en zijn er nog 42 over. Tenslotte kun je er ieder nog 8 geven. Dan heb je er dus 40 uitgedeeld en zijn er nog 2 over. Nu heb je er niet meer genoeg om er ieder één te geven. Ieder heeft er dan al 68.

Tenslotte probeerden we eenzelfde probleem op te lossen zonder met blaadjes te werken. We stelden ons een stapel blaadjes van 358 stuks voor en een groepje van 6 leerlingen. We werkten weer mee op het bord en op papier.

Dit was het resultaat:

$$\begin{array}{r}
 358 \\
 - 300 \\
 \hline
 58 \\
 - 30 \\
 \hline
 28 \\
 - 24 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Hand-drawn diagram showing the distribution of 358 leaves to 6 children. The diagram includes six hand icons at the top, representing the children. The calculations are written vertically, showing the subtraction of 300, 30, and 24 from 358, resulting in 4. The final result is 59, which is written below the 4.

Het werken met concreet materiaal kostte door de grote aantallen nog al wat tijd. Als er wat te denken viel lette iedereen goed op, maar tijdens het uitdelen verslapt de aandacht telkens. Daardoor verbrokkelde de les en moest de grote lijn steeds weer opnieuw naar voren worden gehaald.

Veel leerlingen werkten al op het niveau van fase 4. Op het bord volgden we de meest omslachtige voorstellen, zodat alle leerlingen het konden volgen. Wij prezen de anderen wel om hun handige voorstellen en we maakten al snel een som zonder materiaal. In een klas die echt met cijferend delen begint zou de opbouw veel geleidelijker moeten zijn.

We hadden in deze les verzuimd te beslissen wat we met de overgebleven blaadjes (rest) moesten doen. Ook hadden we de uitslag van de procedure niet verwoord in termen van het probleem.

Week 3.

Bij ons in de klas gebruiken we wel eens kroonkurken om een som te concretiseren. Daar gaat de volgende inleiding over.

Willen jullie hier eens bij elkaar komen zitten? Zo, 6, 7, 8 kinderen. Stel je eens voor: jullie zijn aan het rekenen en je hebt kroonkurken nodig. Ik heb er hier 187. Hoeveel kunnen jullie er elk krijgen?

We begonnen rustig: iedereen nam 5 kroonkurken. Hm, je kon nog niet zien dat er wat af was. Toen nam iedereen er 10. Dat tikte aan. Een beetje rustig aan nu: elk 5. Kan iedereen er nog 5 pakken? Nee, dat zal wel niet meer gaan. Laat iedereen er maar 3 pakken. Dat lukte. Er bleven er 3 over en ieder had er 23 gekregen.

We legden 30 kroonkurken opzij en formeerden een nieuw groepje kinderen: 4 ditmaal. We pakten dit probleempje op dezelfde manier aan, maar nu noteerden we onze vorderingen.

$$\begin{array}{r}
 157 \quad \text{U U U U} \\
 - 40 \quad 10 \ 10 \ 10 \ 10 \\
 \hline
 117 \\
 - 100 \quad 25 \ 25 \ 25 \ 25 \\
 \hline
 17 \\
 - 16 \quad \text{+4 +4 +4 +4} \\
 \hline
 1 \quad 39 \ 39 \ 39 \ 39
 \end{array}$$

Bij het nabespreken bleek Michael niet te begrijpen waarom er moet worden afgetrokken. Daarom herhaalden we de procedure nog eens en keken hoe elke stap in de notatie was terug te vinden.

Eerst zouden we het volgende probleem alleen op papier oplossen, maar naar aanleiding van de vraag van Michael besloten we om toch met concreet materiaal te werken. Om de analogie tussen de handeling en de notatie duidelijker te laten uitkomen werkten we met kleur. Alles wat er met het stapeltje kroonkurken gebeurde noteerden we met rood (gecursiveerd) en wat er bij elk kind op tafel gebeurde met groen (niet gecursiveerd).

$$191 : 7 = 27 \text{ over } 2$$

191							
<u>- 35</u>	5	5	5	5	5	5	5
156							
<u>- 35</u>	5	5	5	5	5	5	5
121							
<u>- 70</u>	10	10	10	10	10	10	10
51							
<u>- 49</u>	<u>+7</u>	<u>+7</u>	<u>+7</u>	<u>+7</u>	<u>+7</u>	<u>+7</u>	<u>+7</u>
2	27	27	27	27	27	27	27

Imre: "Je hoeft het eigenlijk maar bij één kind op te schrijven! Wij: "Dat is zo en dat mag je in het vervolg ook zo doen."

Week 4.

Deze keer kregen de leerlingen gelegenheid om zelf te oefenen. De probleempjes hadden we aan de schoolsituaties ontleend.

1. *Een aantal kinderen, 8 om precies te zijn, gaat onder de handenarbeidles draden spannen, zodat er mooie figuren ontstaan. Om de draden te kunnen spannen moeten ze allemaal spijkers in een plankje slaan. Er zijn 279 spijkers. Hoeveel mag ieder er gebruiken?*
2. *Er zijn 6 kinderen, die elke dag een bekertje schoolmelk krijgen. Er zijn nog 162 rietjes. Hoeveel rietjes kan ieder nog krijgen?*
3. *De blokjes verf die in de waterverf dozen zitten zijn op. Er moeten nieuwe in worden gedaan. Een groepje van 4 kinderen gaat aan het werk. Er liggen 213 blokjes klaar. Hoeveel moet iedereen doen?*
4. *Een van de dingen waaruit je tijdens de handenarbeidles kunt kiezen, is het maken van een halsketting. Er zijn 15 kinderen die dat wel leuk vinden. Hoeveel kralen mag ieder gebruiken, als er nog 443 kralen zijn?*

Naast deze 4 opgaven waren er nog 2, waarbij de leerlingen zelf de context moesten bedenken.

5. $373 : 17 =$

6. $508 : 14 =$

De opgaven 1, 2 en 5 waren voor iedereen bedoeld. De overige opgaven waren voor de snelle werkers.

We hadden de leerlingen gevraagd, de oplossingen zo handig mogelijk aan te pakken en als ze iets bedacht hadden dat te komen vertellen. Margot bijvoorbeeld: "Ik moet uitrekenen: $8 \times 7 + 7$. Dan kun je ook 9×7 doen!" Anderen wilden het wel handig aanpakken, maar wisten niet

hoe, Sandra bijvoorbeeld: "Ik weet niet wat 8×7 is. Ik weet wel wat 7×7 is. Moet ik nou $49 + 8$ of $49 + 7$ doen?"

Het concrete materiaal (de spijkers, de rietjes, de waterverfblokjes en de kralen) stond afgeteld klaar. Om som 5 en 6 te kunnen concretiseren stonden fiches klaar. Het materiaal werd weinig gebruikt. Het werd alleen gebruikt door die leerlingen, die niet rekenden, maar door tellen het probleempje probeerden op te lossen. De meeste kinderen rekenden alleen, maar dat wil niet zeggen, dat zij het materiaal niet nodig hadden. Evelynne bijvoorbeeld: " $279 : 8 = 34$ over 7. Moet ik nu $34 + 7$ doen?" ("Zeg het maar"; geen goede wiskundige attitude.) We lieten haar de spijkers pakken en het proberen. Ze hoefde de procedure niet eens volledig uit te voeren om het antwoord te weten. "Ik snap het al: je kunt geen 41 spijkers aan ieder kind geven. Je kunt wel een paar kinderen 35 spijkers geven of die 7 spijkers als reserve bewaren." Anderen redden het zonder materiaal. Annemarie bijvoorbeeld: "Ik heb 373 paarden over 17 stallen verdeeld. Er komt 21 over 16 uit. Wat voor een zin moet ik nou opschrijven?" Na wat heen en weer gepraat kwam ze tot: "We hebben 21 stallen en 1 half lege stal nodig." Ze ging zitten, maar even later was ze weer terug. "Nee, het zijn 21 paarden! Wat doe ik nu met die 16 paarden?"

Veel kinderen dachten, dat de rest de uitkomst is. Dat lag waarschijnlijk aan de nieuwe manier van noteren, die ze blijkbaar nog niet hadden begrepen. Bij som 2 kwamen ze in de problemen: $162 : 6 = 27$ rond. Dat was aanleiding om die som nog eens met materiaal uit te voeren en analoog daaraan te noteren.

Het bleek dat de basisvaardigheden nog geoefend moesten worden. Loredana bijvoorbeeld: "Hoeveel is 17×10 ?"

Week 5.

Tijdens de les in deze week bespraken we het werk van de vorige week na. Er waren veel leerlingen, die na het berekenen van de uitkomst, geen antwoord gaven in termen van het probleem. Verder werden er bij het aftrekken en, zij het in iets mindere mate, bij het vermenigvuldigen veel fouten gemaakt.

Week 6.

De les begon met een inleiding over hoe de stroom van Zwolle naar Deventer komt en hoe het daar vanuit transformatorhuisjes verder wordt verdeeld.

Op het terrein naast de school worden 145 woningen gebouwd en er zullen 3 transformatoren komen. Hoeveel woningen zullen op één zo'n transformator worden aangesloten?

Om het verhaal te kunnen vasthouden kregen alle leerlingen een stencil met daarop een tekening (bijlage, b.44). Ze begonnen te werken in hun oefenschrift. Elf leerlingen begonnen met een staartdeling en zeiden ook te begrijpen waarom. Twee andere leerlingen begonnen met een staartdeling, omdat ze dat de anderen zagen doen. Eén leerling probeerde van alles en nog wat en de zeven resterende leerlingen zaten bij de pakken neer. Kortom: de helft paste de formele methode toe, de andere helft wist niet wat te doen: het bekende beeld. Gelukkig was Marjolein aan het proberen geslagen, zodat we een aanknopingspunt hadden. We namen een stukje uit haar schrift over op het bord.

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{3x} \\ 81 \end{array}$$

"Wat betekent dat, Marjolein?" "Dat er op ieder huisje 27 draden worden aangesloten." Zo probeerden we verder.

37	40	45	47	48	49
<u>3x</u>	<u>3x</u>	<u>3x</u>	<u>3x</u>	<u>3x</u>	<u>3x</u>
111	120	135	141	144	147

Het viel mee, dat Marjolein deze onoverzichtelijke oplossing zo vlot en goed interpreteerde. "Op alle 3 huisjes worden 48 kabels aangesloten. Dan blijft er één kabel over. Dus op één van de huisjes worden 49 kabels aangesloten."

"Dat is een goede manier, Marjolein, maar je kunt de stand van zaken beter in de gaten houden, als je het zo noteert als we het de vorige week hebben gedaan. Kijk maar."

$$\begin{array}{r} 27 \\ \underline{3x} \\ 81 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 145 \\ - 81 \\ \hline 64 \end{array}$	$\smile$	$\smile$	$\smile$
	27	27	27

De 145 betekent: zoveel huizen moeten er worden aangesloten.

De 27 betekent: zoveel draden worden er voorlopig op één huisje aangesloten.

De 81 betekent: zoveel huizen zijn er al aangesloten.

De 64 betekent: zoveel huizen zijn er nog niet aangesloten.

Toen zag iedereen, dat je de oplossing met één stap kon afmaken.

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} 145 \\ - 81 \\ \hline 64 \\ - 63 \\ \hline 1 \end{array} & \begin{array}{l} \text{U} \quad \text{U} \quad \text{U} \\ 27 \quad 27 \quad 27 \\ +21 \quad +21 \quad +21 \\ \hline 48 \quad 48 \quad 48 \end{array} \end{array}$$

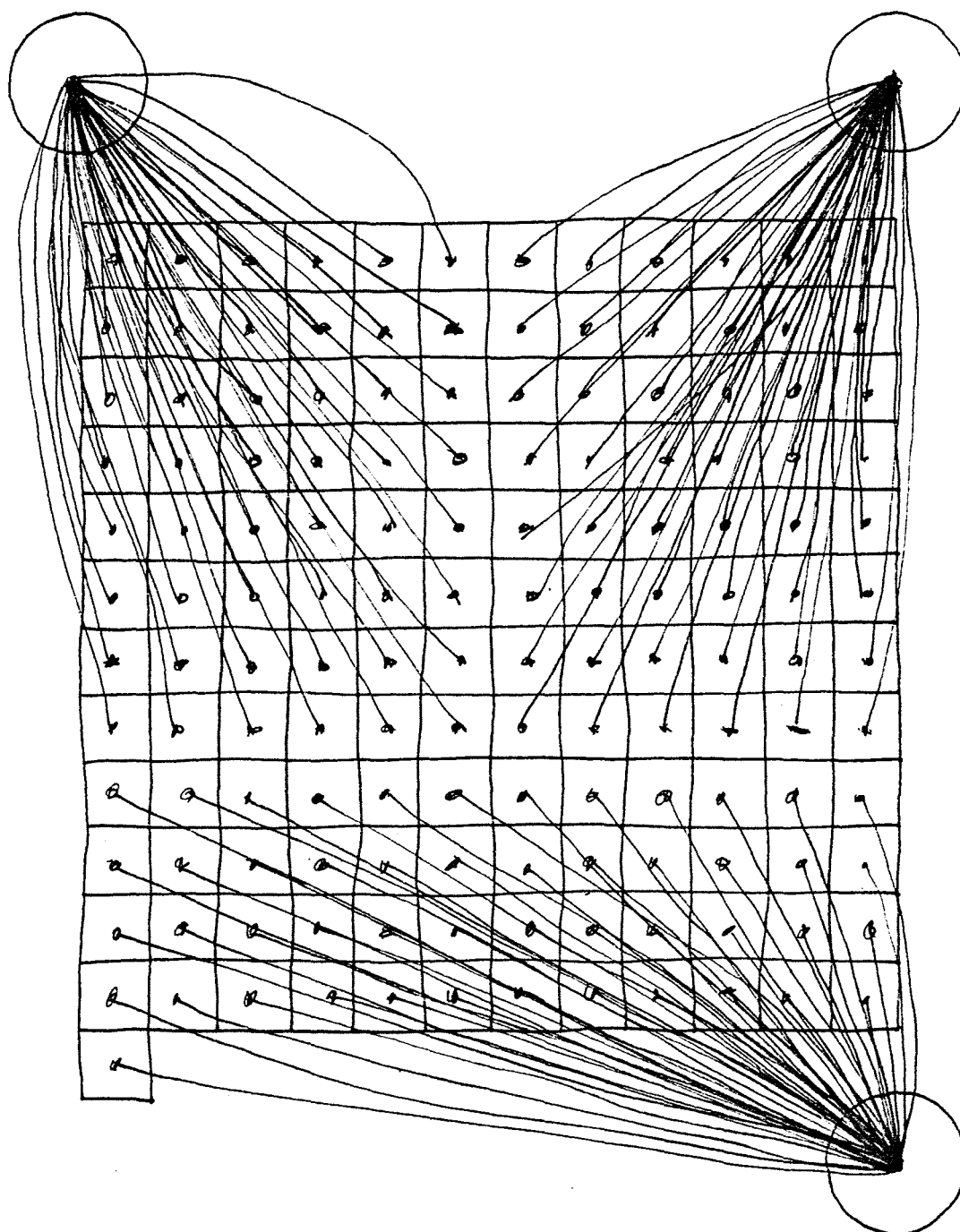
Het verwoorden van de uitkomst was niet voor iedereen even eenvoudig, maar samen kwamen we er toch uit. Alleen Ronald kon maar niet begrijpen wat hij moest doen met die ene draad die overbleef. Hij wilde hem weggeven of bewaren. Daarom maakten we een tekening voor hem, waarmee hij het zelf nog eens kon proberen (figuur 1).

Met de hele klas maakten we een tweede opgave.

Kees had van iemand 17 postzegels gekregen. Zijn vader wilde die wel hebben voor zijn verzameling. Daarom bood hij Kees een doos met 822 suikerzakjes in ruil aan. Kees deed het. Toen vroeg hij zich af, hoeveel suikerzakjes hij voor één postzegel had gekregen.

Iedere leerling kreeg weer een stencil met een tekening (bijlage, b.45). Veertien leerlingen maakten een staartdeling en zeiden ook te begrijpen waarom. Vier andere leerlingen maakten ook een staartdeling, maar wisten niet waarom en zij konden hem ook niet uitvoeren. Eén leerling probeerde $17 : 822$ te schatten, één leerling probeerde maar wat en één leerling maakte een schema, zoals we dat bij de vorige som hadden gedaan. Dat namen we over op het bord en dat maakten we samen met de klas af.

Figuur 1. De tekening die we samen met Ronald maakten.



822	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U	U
-340	20	20	20	20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
482	20	20	20	20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
-340	20	20	20	20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
142																			
-85	5	5	5	5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
57																			
-51	+	3+3	+	3+3	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
6	48	48	48	48	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Het antwoord schreven we als volgt uit in termen van het probleem:

Voor elke postzegel zijn 48 suikerzakjes betaald. Er blijven 6 suikerzakjes over. Ik heb dus voor 6 postzegels 49 suikerzakjes per stuk betaald en voor de andere 11 postzegels 48 suikerzakjes per stuk.

Tenslotte moesten de leerlingen twee probleempjes zelf oplossen. Eerst kregen ze twee stencils (bijlage, b.46 en 47) en daarna vertelden wij de bijbehorende verhaaltjes.

Er worden 144 woningen gebouwd. In ieder dak komen 2 dakramen. Dat zijn er dus 288 in het totaal. Ze worden er door 5 bouwvakkers ingezet. Hoeveel ramen moet iedere bouwvakker doen?

Je maakt een onderzetter van touw en kralen. Je weet wel, zo'n ding waar je een hete pan op zet. Hoeveel kralen kun je aan ieder touwtje maken?

Onder het werk kwamen er geen leerlingen die een verkorting hadden bedacht. Wel werden er twee vragen gesteld. De eerste vraag ging over de stapel dakramen: "Moet je bij dat vraagteken nou 58 of 57 invullen?" De tweede vraag ging over de onderzetter: "Als het korte touwtje vol is, mag je dan aan het lange verder gaan?" Beide vragen zijn ontstaan door

Week 7.

Na de eerste gespreksronde waren er nog vijf kinderen die niet begrepen wat er met de overgebleven ramen moest gebeuren. Daarom gingen we 288 vierkantjes tekenen (de gaten in de daken) en 288 fiches aftellen (de dakramen). Zoals we hadden uitgerekend, kreeg iedere "monteur" 57 "dakramen" en begon ze te plaatsen. Volgens verwachting bleven er 3 "dakramen" en 3 "gaten" over. Wat nu? Eerst speelden we de onjuiste oplossingen, die de leerlingen eerder hadden bedacht. Ze zagen het onmogelijke in. Toen gingen we over een goede oplossing zitten nadenken en ja hoor: 3 "monteurs" deden elk nog 1 "dakraam" en hadden er dus eigenlijk 58 gedaan. Annemarie en Emilia hadden dat trouwens mooi in hun notatie verwerkt.

$\frac{\cdot\cdot}{3} \mid \frac{\pm\cdot}{57} \quad \frac{\pm\cdot}{57} \quad \frac{\pm\cdot}{57} \quad \frac{\pm\cdot}{57} \quad \frac{\pm\cdot}{57}$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} +1 \\ 58 \end{array} \quad \begin{array}{r} +1 \\ 58 \end{array} \quad \begin{array}{r} +1 \\ 58 \end{array}$$

Week 8.

In deze week begonnen we met fase 2. De getallen werden groter en we gingen de notatie verkorten. Zoals veel kinderen al langer deden, tekenden we niet meer alle bakjes, maar nog maar één.

Alle kinderen kregen een stencil (bijlage, b.48). Daarop stond het probleem niet alleen getekend, maar ook als vraag geformuleerd. Na een gesprek over gemiddelde cijfers, over het begrip thuiswedstrijd en de nummering van toegangskaartjes, stelden we de vraag:

Hoeveel bezoekers zijn er gemiddeld geweest? Dus als er iedere week evenveel bezoekers waren geweest, hoeveel waren dat er dan?

Twaalf leerlingen begonnen met een staartdeling en begrepen ook waarom. Dat is nog steeds de helft van de leerlingen. Vijf anderen gaven toe, dat ze hadden afgekeken of gegokt. Twee leerlingen gingen vermenigvuldigen en één leerling schreef alleen het nummer van het kaartje over. We hielden weer een gesprekje met als conclusie, dat je de toeschouwers over de zondagen moet verdelen. Negen leerlingen begonnen weer met een staartdeling. Eén leerling kwam niet verder dan $6201 : 16 =$. Vier leerlingen maakten het bedoelde schema en zes leerlingen begrepen niet hoe je toeschouwers over zondagen kunt verdelen. Toen deden we het samen op het bord.

toeschouwers

6201	✓
<u>-1600</u>	100
4601	
<u>-1600</u>	100
3001	
<u>-1600</u>	100
1401	
<u>-1280</u>	80
121	
<u>- 96</u>	6
25	
<u>- 16</u>	<u>+ 1</u>
9	387

zondagen



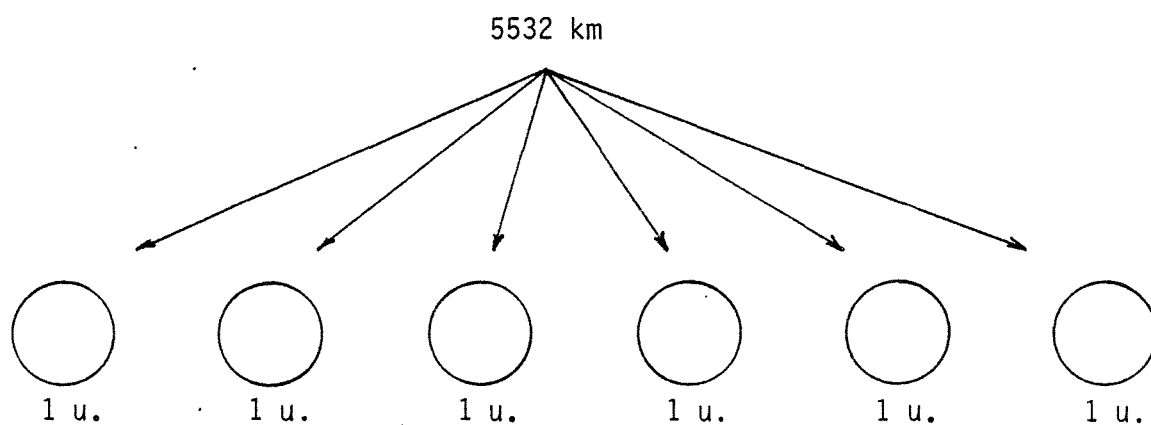
Inmiddels was de afspraak ontstaan, dat we het antwoord in drie zinnen zouden weergeven. In de eerste zin wordt de uitkomst verwoord. In de tweede zin wordt verteld, hoe groot de rest is en in de derde zin komt te staan wat er met die rest gebeurt. Voor de onderhavige som ziet dat er dus zo uit:

Elke wedstrijd komen er gemiddeld 387 bezoekers.

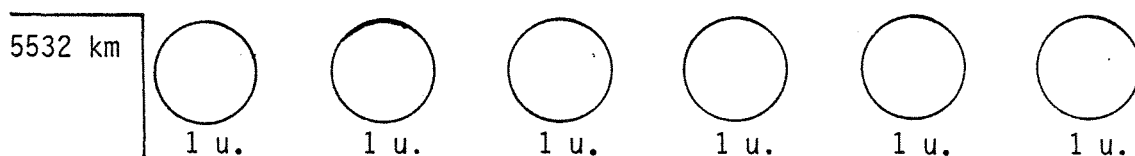
Er blijven nog 9 bezoekers over.

Het gemiddelde ligt dus tussen 387 en 388 bezoekers.

De tweede opgave (bijlage, b.49) bleek heel lastig. Alleen al het berekenen van de vliegduur bleek voor sommige kinderen moeilijk. We kwamen alleen samen uit deze opgave. Eerst tekenden we de oplossing zo:



toen zo:



en tenslotte zo:



De uitwerking leverde verder geen problemen op.

Week 9.

Elke leerling kreeg 4 stencils (bijlage, b.50 t/m 53). Hier komen de bijbehorende verhaaltjes.

We hebben allemaal doosjes gevuld voor Polen. In heel Deventer zijn 4871 doosjes gevuld, maar ook in Apeldoorn en Zutphen hebben ze meegedaan. Hoeveel dozen zijn er in de hele Stedendriehoek gevuld?

Joop fietst naar Apeldoorn. Daar doet hij 4 uur over. Hoeveel kilometer is dat gemiddeld per uur?

Hier zie je een stukje van "De Stedendriehoek". Dat is zo'n krantje, dat je gratis in de bus krijgt. Rechtsboven staat de oplage: 95000 kranten. Dat betekent, dat er iedere keer 95000 kranten worden gedrukt. De mensen die er advertenties in zetten, willen dat graag weten. Links zie je de teller van de drukmachine. Het papier is op. Hoeveel kranten komen ze nog tekort?

Hier heb je een leeg blaadje. Je mag je eigen som bedenken. Het moet een deling zijn. Je hoeft er niet bij te tekenen. Aan de zinnen kan ik wel zien waar het over gaat.

Erik: "Mág je wel tekenen?" "Ja, hoor."

De gemeente heeft een straat opgebroken. De weg is verlegd en geasfalteerd. De oude stenen zijn te koop. Sommige mensen vinden dat mooi in hun tuin voor een pad of een terras. Hoeveel stenen zijn er te koop?

Zoals u ziet, zijn het dit keer niet alleen deelsommen. Anders zouden sommige leerlingen blindelings de deelprocedure kunnen gaan toepassen.

Week 10.

Omdat de leergang delen al onze aandacht vroeg, was het programma basisvaardigheden nog niet van de grond gekomen, maar nu, in de eerste week na de kerstvakantie, was het zo ver. In deze week namen we de begintoets basisvaardigheden af.

Verder bespraken we het werk van voor de kerstvakantie na. Veel leerlingen hadden de goede bewerkingen gekozen, maar het ging natuurlijk ook wel eens mis. Wat de delingen betreft, hier was weer het grote struikelblok: de verwoording van de rest.

Week 11.

Nadat we de vorige week de *begintoets* basisvaardigheden hadden afgenomen, startten we deze week met het *programma* basisvaardigheden. We komen daarop terug (b.).

De delingsprocedure op zich was tot nu toe weinig geoefend, omdat het werken binnen contexten veel tijd vraagt. Daarom besloten we deze week kale opgaven te maken. Ze stonden op het bord.

$$829 : 4 =$$

$$3105 : 2 =$$

$$8771 : 61 =$$

$$799 : 3 =$$

$$8062 : 2 =$$

$$9975 : 74 =$$

We spraken af, dat iedereen de berekeningen zou controleren. Dat hebben zij in de vierde klas geleerd met de leergang van "Operator rekenen" (1.4, werkboekje 6, b.71). Wij doen het in de klas bij alle cijfersommen en wij zijn het in de experimentele leergang blijven doen. Zo'n controle ziet er als volgt uit (opgave ek 10):

regel 1 : $60445 = 8 \times 2324 + 3$
 regel 2 : $60445 = 26 \times 2324 + 21$
 regel 3 : $60445 : 26 = 2324 \text{ over } 21$

$$\begin{array}{r|l}
 60445 & 26 \\
 -52000 & 2000 \\
 \hline
 8445 & 300 \\
 -7800 & \\
 \hline
 645 & \\
 -520 & 200 \\
 \hline
 125 & \\
 -104 & + 4 \\
 \hline
 21 & 2324
 \end{array}$$

Van de controle wordt eerst de derde regel opgeschreven: het is de som zelf met de uitkomst. Deze wordt gecontroleerd door er een vermenigvuldiging van te maken (regel 2). Wij rekenen deze vermenigvuldiging niet uit, maar controleren hem met de negenproef (Nieland, 1969) in regel 1.

Week 12.

Het werk van de vorige week was door de leerlingen onvoldoende geordend. Dat was niet prettig om na te kijken, maar wat erger was, we kregen de indruk, dat sommige leerlingen geen overzicht over hun eigen werk hadden. Daarom besloten we opnieuw een les aan kale opgaven te besteden en daarbij de ordening van het werk te benadrukken.

Week 13.

Voor deze les hadden we een stencil gemaakt (bijlage, b.54), waardoor de verschillende onderdelen van het werk niet vergeten kunnen worden (door de leerling) en gemakkelijk te vinden zijn (bij het nakijken). Ook kwam het werk van verschillende sommen nu niet meer door elkaar.

Om aan de stencils te wennen, maakten we twee sommen samen.

$$962 : 9 =$$

$$6243 : 67 =$$

Daarna moesten de leerlingen er zes zelfstandig maken.

$$675 : 8 =$$

$$510 : 15 =$$

$$243 : 63 =$$

$$8827 : 8 =$$

$$8325 : 13 =$$

$$7299 : 59 =$$

Week 14.

We bespraken het werk van de vorige week na. Het was goed gemaakt, zodat we besloten weer vanuit contexten te gaan werken.

Week 15.

Om te kijken hoe zelfstandig de leerlingen inmiddels context-opgaven konden aanpakken, hadden we deze week de probleempjes geheel op stencil gezet (bijlage, b. 55 t/m 60).

We spraken af, dat het werk net zo zou worden ingedeeld als op de stencils van de vorige week. In week 16 bespraken we het werk.

Week 16.

Zoals we hadden gehoopt, pakte iedereen het werk zelfstandig aan. Niemand kwam iets vragen. Dat wil natuurlijk niet zeggen, dat iedereen het ook goed deed. Veel kinderen lieten één of meer zinnen weg of maakten fouten in de verwoording. Er werden ook veel rekenfouten gemaakt, ondanks de controle die we sinds week 11 hadden ingevoerd. Er waren echter leerlingen die de controle achterwege lieten of er een fout in maakten. Het ergste was, dat als de controle uitwees, dat er iets fout was, veel leerlingen daar niets op uitdeden. Het weglaten van de zinnen, de controle en de rekenfouten leken ons eerder een kwestie van opvoeden,

dan van uitleggen. Daar wilden we de komende weken aan gaan werken.

Het was verheugend, dat iedereen er steeds in slaagde de juiste bewerking te identificeren.

Week 17 t/m 20.

Gedurende deze weken werkten wij vooral aan het verhogen van de accuratesse. Iedere week maakten we twee à drie opgaven (bijlage, b.61 t/m 70) en bespraken het werk telkens dezelfde les na.

Verder noteerden we ook de eenheden in de notatie. Daardoor werd het niet gemakkelijker, maar de leerlingen werden gedwongen zich te realiseren wat ze aan het doen waren. Om diezelfde reden maakten we onderscheid tussen de verdelingsdeling en de verhoudingsdeling. Verdeel je het over een aantal groepjes of haal je er steeds eenzelfde stuk vanaf. In het eerste geval tekenden we een bakje, in het tweede geval een streepje. Op b. 74 en 75 kunt u zien, hoe de oplossingen er in week 20 uit kwamen te zien.

Het onderscheid tussen de verdelings- en de verhoudingsdeling werd de leerlingen niet duidelijk. Veel kinderen raadden wat het moest zijn. Het zetten van de eenheden hielp wel. Rond lopend konden we meteen zien wie zich eraan onttrok of wie het niet goed begreep. Als het eenmaal voor elkaar was, hadden de leerlingen duidelijk meer greep op de oplossing, waardoor ze deze beter onder woorden konden brengen.

Week 21.

In deze week namen we de eindtoetsen af. Eerst de toets met de contextopgaven, zodat deze niet door de andere toetsen zou worden beïnvloed. Daarna de toets met de kale opgaven en tenslotte de eindtoets basisvaardigheden.

4.5 Leergang basisvaardigheden.

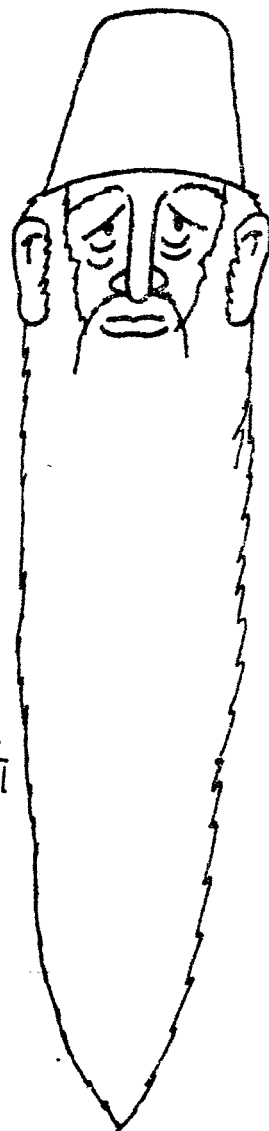
In week 10 hebben we de begintoets basisvaardigheden afgenomen. Het verwerken van de gegevens en het opzetten van een programma vroeg enige tijd. Daarom gingen we vast de tafels oefenen, omdat er in de berekeningen vermenigvuldigingsfouten werden gemaakt en omdat de tafel-

In Fransononsensie leeft de oudste man ter wereld. Hij heeft een baard van ruim 1 meter lengte, 1.235 millimeter om precies te zijn. Zijn baard groeit 11 millimeter per jaar. Hoe lang is die baard al aan het groeien?

$$\begin{array}{r} 22 \\ 12 \overline{) 35} = 2 \times 11 + 3 \\ 12 \overline{) 35} : 11 = 112 \text{ over } 3 \end{array}$$

1 2 35 mm.	11 mm
1 1 00 mm.	100 j
<u>1 35 mm</u>	10 j
- 1 10 mm.	2 j
25 mm.	112 j
<u>22 mm.</u>	
3 mm.	

De baard groeit al 112 jaar, maar is nog 3 mm langer. Daar heeft hij dus $\frac{3}{11}$ jaar over gedaan. Hij groeit dus al $112 \frac{3}{11}$ jaar.



Japie houdt veel van schaatsen en wil z'n rondetijd eens berekenen. Over 10 kilometer doet hij $20\frac{1}{2}$ minuut. Hij doet dus 1.230 seconden over 25 rondjes. Als hij ieder rondje even snel rijdt, hoeveel seconden doet hij dan over één rondje?

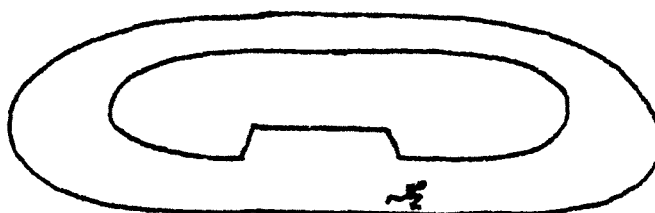
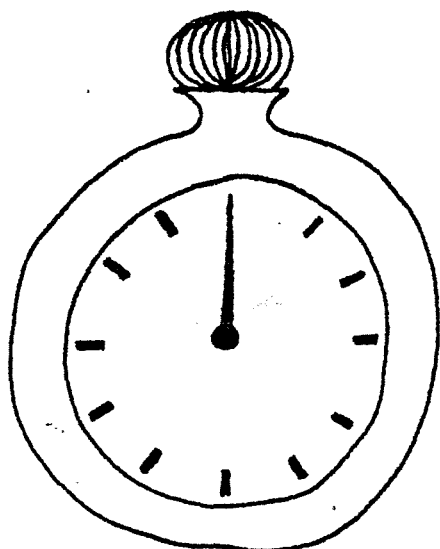
$$6 = 7 \times 4 + 5$$

$$1230 = 25 \times 49 + 5$$

$$1230 : 25 = 49 \text{ over } 5$$

1230s	:25s
-1000s	40s
230s	
-225s	+9
5s	49

Over ieder rondje doet hij 49 s, maar hij doet er 5 s langer over. Ieder rondje duurde dus $49\frac{1}{5}$ s.



kennis voorwaarde is voor een aantal andere basisvaardigheden. We maakten gebruik van de paper van Ter Heege (1981). Eerst oefenden we een tafel op een aantal manieren. We gingen hem opzeggen en opschrijven, op een getallenlijn tekenen, ritmisch stampen en klappen en op een honderdveld invullen (bijlage, b.72). Daarna gingen we de tafel overhoren. We lazen de sommen door elkaar op en de leerlingen moesten de uitkomsten opschrijven (bijlage, b.73). Voor elke som kregen ze 10 seconden de tijd, net zo lang als tijdens de toetsen. Leerlingen die een fout maakten, moesten die som op zes verschillende manieren uitwerken.

Ondertussen hadden we de gegevens van de begintoets basisvaardigheden verwerkt. Het oefenen van de tafels bleek het minst urgent. We stelden oefenstof samen, waarbij we de sommen waar de meeste fouten in waren gemaakt vooraan zetten, zodat ze de meeste aandacht zouden krijgen (bijlage, b.74 t/m 83). Elke dag besteedden we er 10 minuten aan. In de loop van de leerqang gingen we het schatten oefenen (b.54).

4.6 Overzicht van het onderzoek.

Hoe het onderzoek in de tijd is verdeeld, kunt u lezen in de beschrijving van de betreffende weken. In tabel 7 vindt u daar een overzicht van.

Van de zomervakantie tot de herfstvakantie hadden we in de experimentele groep in het basisprogramma de staartdelingen overgeslagen. Alleen in de instaptoets kwamen er een paar voor. Ook leerlingen die naast de basisstof verrijkingsstof maakten, kunnen met staartdelingen in aanraking zijn geweest. Van de herfstvakantie tot de kerstvakantie besteedden we 8 lessen van 1 uur aan cijferend delen: dat is dus precies 8 uur. Van de kerstvakantie tot de paasvakantie werkten we hier gedurende 11 lessen van 50 minuten aan: dat is samen 9 uur en 10 minuten. Voorts werkten we 10 weken lang 10 minuten per dag aan de basisvaardigheden, dus 8 uur en 20 minuten. De hele leergang heeft dus 25 uur en 30 minuten gekost. We hebben de toetsen buiten beschouwing gelaten, omdat die ook in de controle groep zijn afgenomen. In de controle groep werd van de zomervakantie tot de paasvakantie 1 uur per week aan cijferend delen gewerkt. Dat is dus 26 uur. In de experimentele groep is dus ongeveer even veel tijd aan de leergang besteed, als in de controle groep.

De leergang geïntegreerd cijferen omvat 47 delingen. In "Operatoir

Tabel 7. *Verdeling van het onderzoek in de tijd.*

		begin­toets context	begin­toets kaal	begin­toets basis­vaardig­heden	leer­gang delen	leer­gang basis­vaardig­heden	eind­toets context	eind­toets kaal	eind­toets basis­vaardig­heden
herfst­vakantie									
week	1	x	x						
	2				x				
	3				x				
	4				x				
	5				x				
	6				x				
	7				x				
	8				x				
	9				x				
kerst­vakantie									
week	10			x	x				
	11				x	x			
	12				x	x			
	13				x	x			
	14				x	x			
	15				x	x			
	16				x	x			
	17				x	x			
	18				x	x			
	19				x	x			
	20				x	x			
	21						x	x	x
paas­vakantie									

rekenen" worden tot pasen alleen al in de toetsen, 49 delingen gemaakt. De basisstof die hier op voorbereidt, omvat het dubbele. Al met al dus het drievoud van de leergang geïntegreerd cijferen. We moeten wel bedenken, dat het dan alleen om kale sommen gaat! Er komen ook delingen in de contexten voor (rekenen allerlei en de projecten), maar daar zal de ene leerling meer van maken dan de ander.

Samenvattend kunnen we dus stellen, dat aan de leergang geïntegreerd cijferen evenveel tijd is besteed als aan de leergang van "Operatoir rekenen" en dat het aantal gemaakte sommen in de experimentele groep een derde of minder is van het aantal gemaakte sommen in de controle groep. Als de prestaties in de experimentele groep hoger liggen dan in de controle groep, kan dat dus niet aan de omvang (qua tijd en aantal sommen) van de leergang liggen.

5 RESULTATEN.

5.1 Verloop.

Aan de experimentele groep stelden wij hogere eisen dan aan de controle groep. Op de eerste plaats moesten de leerlingen van de experimentele groep de berekening controleren. Verder moesten ze het antwoord in drie zinnen formuleren, de eenheden in de berekening opnemen en aangeven of het om een verdelings- of een verhoudingsdeling ging. Deze afspraken waren bedoeld om het denkproces van de leerlingen te richten en om ons aanwijzingen te verschaffen over de mate van begrip. We zullen een voorbeeld (ec 4) geven om het verschil tussen de oplossingen van de experimentele - en de controle groep duidelijk te maken.

Experimentele groep.

$$\begin{array}{rcl}
 9 & = & 7 \times 7 \quad + \quad 5 \\
 2 \ 2 \ 50 & = & 52 \times 43 \quad + \quad 14 \\
 2.250 : 52 & = & 43 \quad \text{over } 14
 \end{array}$$

$ \begin{array}{r} + \quad 2250 \text{ k} \\ - \quad 520 \text{ k} \\ \hline 1730 \text{ k} \\ - \quad 1040 \text{ k} \\ \hline 690 \text{ k} \\ - \quad 520 \text{ k} \\ \hline 170 \text{ k} \\ - \quad 156 \text{ k} \\ \hline 14 \text{ k} \end{array} $	$ \begin{array}{l} : 52 \text{ k} \\ 10 \text{ b.} \\ 20 \text{ b.} \\ 10 \text{ b.} \\ 3 \text{ b.} \\ 43 \text{ b.} \end{array} $
--	--

Er moeten 43 b. besteld worden. Er blijven 14 k. over. Dus bestellen ze nog een bus bij dus 44 bussen.

Controle groep.

$$\begin{array}{r} 52 \overline{) 2.250} \setminus 43 \\ \underline{208} \\ 170 \\ \underline{156} \\ 14 \end{array}$$

44

Door de hogere eisen die aan het verwoorden werden gesteld en door de eis te controleren, had de experimentele groep per som meer tijd nodig, dan de controle groep. Niet alleen, omdat het meer werk was, maar ook omdat zwakke leerlingen zelf duidelijk merkten, dat een bepaald antwoord nog onjuist was en dus doorwerkten. We konden dus geen uitspraken meer doen over de tijd die in de beide groepen nodig was om een opgave op te lossen. Een ander gevolg was, dat alle leerlingen van de controle groep op tijd (b.49) klaar waren, terwijl dat in de experimentele groep niet het geval was (bijlage, b.86 en 87). Sommige problemen waren slechts door een bepaald deel van de leerlingen opgelost. Daarom konden de resultaten niet met de controle groep worden vergeleken. Om dat op te lossen lieten we het werk door de experimentele groep afmaken. Ze gebruikten dus meer tijd per som, verzetten ook meer werk, maar iedere opgave was door iedere leerling gemaakt, zodat een vergelijking weer mogelijk werd.

Een ander probleempje was het volgende. In de experimentele groep was Sandra (e 20 = experimentele groep, leerling 20) een paar keer afwezig tijdens de toetsafname en in de controle groep gold dat voor Peter B. (c 4 = controle groep, leerling 4) en Stephan (c 17). Daardoor zou de steekproef tijdens de begintoets niet gelijk zijn aan de steekproef tijdens de eindtoets. Daarom lieten we de resultaten van Sandra, Peter B. en Stephan buiten beschouwing. Voor zover zij de toetsen wel maakten, waren hun resultaten niet extreem.

5.2 Data.

In de bijlage (b.88 t/m 114) vindt u de ruwe data. We hebben de volgende code gebruikt.

- G - goed
- F - fout
- - niet gemaakt
- - alles doorgestreept
- - onaf
- X - een ander dan het delingsalgoritme, ongeacht of het resultaat goed, fout of niet af is
- - goed zonder berekening
- ? - onbegrijpelijke uitvoering van het delingsalgoritme
- - fout zonder berekening

Onder delingsalgoritme verstaan we in dit verband de gebruikelijke vorm en de vorm die we in de experimentele groep gebruikten.

We beoordeelden het werk op drie niveaus. Eerst keken we of het werk volledig goed was of niet. Daarna lieten we de verwoording buiten beschouwing en beoordeelden alleen de berekening. Tenslotte lieten we ook slordigheden buiten beschouwing, zodat we uitsluitend de beheersing van de procedure beoordeelden. Dit leverde een achttal mogelijke combinaties op in het geval van de contextopgaven en vier combinaties bij de kale opgaven. M.b.v. tabel 8 brachten we dit terug tot vier, respectievelijk drie patronen.

We zullen nu eerst de werkelijkheid die achter de tabellen in de bijlage schuil gaat beschrijven om vervolgens de data statistisch te bewerken.

5.3 Beschrijving van de sommen.

We zullen per som een overzicht geven van de fouten die zijn gemaakt. Daarbij laten we de slordigheidsfouten buiten beschouwing, zoals verkeerd overschrijven en niet goed vermenigvuldigen, optellen en aftrekken. Wij bepalen ons tot de verwoordings- en de procedurefouten.

5.3.1 Verwoordingsfouten.

Bij het verwoorden van de oplossing, bleek de rest de meeste pro-

Tabel 8. Sleutel voor het (de)coderen van de beoordelingen.

contextopgaven			
fouten	goed	verwoordingsfouten buiten beschouwing	verwoordings- en slordigheids- fouten buiten beschouwing.
- } - } - }	G	G	G
v } - } - }	F	G	G
- } s } - }	F	F	G
v } s } - }	F	F	G
- } - } p }	F	F	F
v } - } p }	F	F	F
- } s } p }	F	F	F
v } s } p }	F	F	F

kale opgaven		
fouten	goed	slordigheidsfouten buiten beschouwing

- }
- }
s }
- }

G

F

G

G

v = verwoordingsfout
p = procedurefout
s = slordigheidsfout

Tabel 8. *Vervolg.*

-	}	F	F
p			
s	}	F	F
p			

blemen op te leveren. Bij het verwoorden van som bc 1 (bijlage, b.5) bijvoorbeeld moet je wat bij de uitkomst doen. Zoals we zullen zien, lieten veel leerlingen dat achterwege. Bij som bc 3 (bijlage, b.6) moet je de rest vertalen in een deel van een eenheid en dat erbij doen. Ook dat gebeurde veelal niet. Het verwoorden van som bc 5 is in wezen niet gemakkelijker te begrijpen, dan het verwoorden van bc 1 en 3. Zoals opgemerkt lieten veel leerlingen de rest gewoon weg en dat is nou precies wat je bij bc 5 moet doen. Een deel van de leerlingen begreep het verwoorden van bc 5 dus niet, maar deed het toevallig goed. We zullen de verwoordingsfouten per som bekijken.

Begin-toets.

bc 1 (bijlage, b.5)

386 : 8 = 48 over 2

De 48 betekent, dat er 48 rijen van 8 stoeltjes nodig zijn. De 2 betekent, dat er van de 386 stoeltjes nog 2 stoeltjes te verdelen zijn. Vergelijkbare antwoorden hebben we goed geteld, maar beter is (gezien de vraag naar het aantal rijen), als wordt geantwoord: 49 rijen.

Imre (e 5), Alexandra (e 7), Loredana (e 10), Raimond (e 11), Arne (e 21), Annemarie (e 22) en Barbara (c 7) antwoordden met 48. Zij lieten de 2 stoeltjes ten onrechte buiten beschouwing.

Linda (c 18) telde de 2 stoeltjes bij de 48 rijen op; antwoord: 50.

Margot (e 9) kon het zich nog niet helemaal goed voorstellen; haar antwoord: 47 rijtjes van 8 en bij de laatste 6 stoeltjes.

Davy (e 4) haalde het antwoord uit de controle: 384 (8 x 48).

Björn (e 12), Emilia (e 13) en Marije (c 11) lieten de hele verwoording weg.

Monica (c 5) en Bas (c 12) gaven beide een onbegrijpelijk antwoord, respectievelijk: 53 en 66 rijen en nog 2. Ze hadden de berekening wel goed uitgevoerd.

bc 3 (bijlage, b.6)

$1010 : 19 = 53 \text{ over } 3$

De 53 betekent, dat je f 53,-. krijgt. De 3 betekent, dat er dan nog 3 Zutronen over zijn. Die mag je houden of wisselen voor 3/19 gulden of f 0,16.

Net als bij de vorige som werd er vooral door leerlingen van de experimentele groep de rest weggelaten.

Marion (e 2), Michael (e 3), Imre (e 5), Margot (e 9), Raimond (e 11), Björn (e 12), Erik (e 17), Arne (e 21), Annemarie (e 22), Ilse (c 2), Barbara (c 7) en Martin W. (c 23) antwoordden: 53 gulden.

Tessa (c 14) telde de rest bij de uitkomst op: 56 gulden.

Dan waren er veel leerlingen die de rest niet juist weergaven: Michael (e 3), Donato (c 8), Bas (c 12), Esther (c 13), Laurens (c 16), Linda (c 18), Cindy (c 24) en Niels (c 25) antwoordden: 53 gulden en 3 cent. Verder: Robert (c 1): 53 gulden, 3 dubbeltjes en 4 cent, Mario (c 9): 53 gulden en 19 cent en Maayke (c 20): f 53,30. Het waren vooral de leerlingen van de controle groep die de rest probeerden te verwoorden, maar zoals we hebben gezien, lukte dat nog niet altijd.

Davy (e 4) en Marije (c 11) lieten de verwoording helemaal weg.

bc 5 (bijlage, b.7)

$1155 : 6 = 192 \text{ over } 3$

De 192 betekent 192 parkeerplaatsen van 6 meter en de 3 betekent, dat er 3 meter overblijft en dat kun je gewoon weglaten. Een gemakkelijk te verwoorden som dus, evenals de volgende drie sommen.

Marije (c 11) en Martin W. (c 23) telden de rest bij de uitkomst op; resultaat: 195.

Astrid (e 14) haalde het antwoord uit de controle: 1152 (6 x 192).

Drie leerlingen omschreven de rest te vaag: r.3 (Margot; e 9), 3 stukjes (Andrea; c 21) en +3 (Cindy; c 24). Dat deze vage omschrijvingen inderdaad op onbegrip duiden, blijkt uit het feit, dat Andrea bij som bc 7 weer met 24 stukjes antwoordde en wat moet je je daar in dat geval bij voorstellen? Verder waren er drie onbegrijpelijke antwoorden: Remco (c 3) 194 en Tessa (c 14) en Maayke (c 20) beiden 193.

Drie leerlingen lieten de verwoording weg: Imre (e 5), Emilia (e 13) en Arne (e 21).

Mario (c 9) had een leuke oplossing: hij wilde 4 parkeerplaatsen voor fietsen maken.

bc 6 (bijlage, b.9)

$$2240 : 16 = 140$$

De 140 betekent, dat per dag 140 kilometer wordt afgelegd. Er werden dan ook weinig verwoordingsfouten gemaakt.

Mario (c 9) gaf als antwoord 140 dagen.

Esther (e 15) haalde het antwoord uit de controle: 2240 (16 x 140).

Arne (e 21) vond als uitkomst: 376 over 4. Hij liet de rest, in zijn geval ten onrechte, weg.

Davy (e 4) liet de hele verwoording weg.

bc 7 (bijlage, b.9)

$$1728 : 144 = 12$$

De 12 betekent, dat er 12 schuren nodig zijn.

Esther (e 15) haalde het antwoord weer (bc 6) uit de controle: 2728 (1728 : 144). De controle op zich is ook niet juist.

Cindy (c 24) gaf de deler als antwoord: 144.

Andrea (c 21) kreeg uit haar berekening: 121 over 24. Als antwoord gaf ze: 121 en 24 stukjes.

bc 9 (bijlage, b.10)

$$3276 : 52 = 63$$

De 63 betekent f 63,-. per week.

In de controle groep hadden vier leerlingen een foute uitkomst.

Twee daarvan telden de rest (waarschijnlijk) bij de uitkomst op:

Martin G. (c 10): 65 over 16 = 81 en Andrea (c 21): 24 over 126 = 50 (?).

Twee anderen gaven de rest als antwoord: Barbara (c 7): 48 en Michel (c 19): 156.

In de experimentele groep was één leerling (Imre; e 5) die het antwoord weg liet.

bc 10 (bijlage, b.11)

2024 : 52 = 38 over 48

De 38 betekent, dat er 38 bussen nodig zijn. De 48 betekent, dat er dan nog 48 supporters zijn die geen plaats hebben. In het totaal zijn er dus 39 bussen nodig.

Niet zo'n gemakkelijke som dus, maar toch zijn er niet veel verwoordingsfouten gemaakt. In de experimentele groep kon dat ook niet, omdat maar weinig leerlingen deze som met het standaardalgoritme oplossen (bijlage, b.88). Veel leerlingen van de controle groep losten de som wel goed op (bijlage, b.103) en hadden dus ook verwoordingsfouten kunnen maken. Dat gebeurde niet. Het is blijkbaar een context die kinderen zich goed kunnen voorstellen.

Erik (e 17) en Annemarie (e 22) antwoordden met: 38. Imre (e 5) liet de verwoording (weer) weg.

Barbara (c 7) en Bas (c 12) gaven de rest (48) als antwoord. Laurens (c 16) deed dat met de deler (52).

Eindtoets.

ec 1 (bijlage, b.20)

1225 : 16 = 76 over 9

De 76 betekent, dat ze 76 weken moet werken. De 9 betekent dat ze dan nog f 9,-. moet verdienen. Ze moet dus in het totaal 77 weken werken. Astrid (e 14) haalde de f 9,-. uit haar spaarpot: ook goed!

In de controle groep werd ditmaal de rest genegeerd: Marije (c 11), Andrea (c 21) en Corina (c 22): 76.

Veel kinderen probeerden de rest in een deel van een week te vertalen: C.A.O.'s e.d. horen niet tot hun wereld. Mario (c 9): 2 dagen, Alexandra (e 7): 3 dagen, Robert (c 1) 4 dagen, Tessa (c 14), Laurens (c 16) en Linda (c 18): 9 dagen, Peter K. (c 15): $\frac{1}{2}$ week en Björn (e 12) en Arne (e 21): 9/16 week.

Ook veel kinderen wilden de f 9,-., die nog verdiend moet worden, zelf houden: Giovanna (e 8), Loredana (e 10), Emilia (e 13), Esther (e 15), Evelyne (e 16) en Katelijn (e 19).

Michael (e 3) en Davy (e 4) hadden de som goed uitgerekend, maar gaven een onbegrijpelijk antwoord: $66\frac{1}{2}$.

Martin G. (c 10) tenslotte kwam niet aan het verwoorden toe.

ec 3 (bijlage, b.22)

$$1300 : 12 = 108 \text{ over } 4$$

De 108 betekent, dat je 108 bandjes kunt maken. De 4 betekent, dat je 4 decimeter overhoudt. Daar kun je uiteraard geen bandje meer van maken en die kun je dus verwaarlozen. Een gemakkelijke som dus, hetgeen ook uit de antwoorden blijkt.

Alleen Evelyne (e 16) dacht 4 bandjes over te houden en Barbara (c 7) en Mario (c 9) bleven het antwoord schuldig.

ec 4 (bijlage, b.23)

$$2250 : 52 = 43 \text{ over } 14$$

De 43 betekent, dat er 43 bussen moeten worden besteld. De 14 betekent, dat er dan nog 14 personen geen plaats hebben. Er moet dus nog een bus bijkomen: 44 bussen totaal. Geen gemakkelijke som dus, maar over het algemeen goed verwoord (zie ook: bc 10).

Donato (c 8), Marije (c 11) en Carina (c 22) bekommerden zich niet om de 14 achterblijvers; antwoord: 43.

De oplossing van Giovanna (e 8) is twijfelachtig. Zij wilde de 14 personen die overblijven over de bussen verdelen. In de praktijk gebeurt dat soms; niet als het om een reisbus gaat. Nu het toch geen cent kost, had ze maar een extra bus moeten laten komen.

Esther (e 15) bezuinigde helemaal: 14 bussen. Ze heeft alleen naar de rest gekeken en niet op de eenheden gelet.

Bas (c 12) gaf een onbegrijpelijk antwoord: zeker 4 bussen.

André (c 6), Barbara (c 7) en Martin G. (c 10) vertaalden het antwoord niet in termen van het probleem.

ec 6 (bijlage, b.25)

$$90 : 24 = 3 \text{ over } 18$$

De 3 betekent f 3,-. en de 18 betekent, dat er dan nog f 18,-. over de 24 keer verdeeld moet worden. Het kan ook anders.

$$9000 : 24 = 375$$

Dan betekent de 375: 375 c. Alle leerlingen deden het op de eerste

manier. Van de "rest 18" moet je dan $f\ 0,75$ maken; 18/24 gulden telden we ook goed (Imre; e 5).

Een aantal leerlingen liet de rest voor wat ie is: Björn (e 12), Ronald (e 18), Bas (c 12) en Carina (c 22).

Anderen (Margot; e 9 en Peter K.; c 15) probeerden de rest te vertalen, maar slaagden daar niet in: respectievelijk $f\ 3,60$ en $f\ 3,90$.

Davy (e 4) verdeelde de reiskosten niet gelijkmatig: $18 \times f\ 4,-$ en $6 \times f\ 3,-$.

Michael (e 3), Evelyne (e 16) en Annemarie (e 22) dachten, dat ze te veel hadden betaald en gingen daar iets voor kopen.

Het antwoord van Remco (c 3) vonden we te vaag: $f\ 3,-$ gulden over 18.

Hoe kwam Alexandra (e 7) aan $f\ 7,-$ per keer?

Barbara (c 27), Martin G. (c 10), Linda (c 18) en Niels (c 25) slaagden er niet in een antwoord te formuleren.

ec 7 (bijlage, b.26)

$946 : 4 = 236 \text{ over } 2$

De 236 betekent, dat ze 236 kilo hebben opgehaald en de 2 betekent, dat er dan nog 2 cent onverklaard is. Ze hebben dus $236\frac{1}{2}$ kilo opgehaald: niet gemakkelijk!

Robert (c 1), Mario (c 9), Martin G. (c 10), Bas (c 12), Peter K. (c 15), Carina (c 22) en Niels (c 25) wisten niet wat ze met de rest aan moesten.

Veel kinderen, vooral uit de experimentele groep dachten, dat ze iets overhielden.

Annemarie (e 22): 1 cent, Evelyne (e 16) en Katelijn (e 19): 2 cent, Loredana (e 10): 2 gulden en Michael (e 3), Davy (e 4), Giovanna (e 8) en Emilia (e 13): 2 kilo en Laurens (c 16): 2 gram.

Marije (c 11) deelde $9,46$ door 4 en kreeg daar 2 kilo en 36 gram uit.

ec 9 (bijlage, b.28).

$996 : 18 = 55 \text{ over } 6$

De 55 betekent, dat ieder 55 spijlen moet schilderen en de 6 betekent, dat er dan nog 6 spijlen geschilderd moeten worden. Die laat je door meneer doen (Marjolein; e 1) of door 6 kinderen (Michael; e 3) of je laat ieder $55\frac{1}{3}$ spijl schilderen (Marion; e 2), hoewel dat laatste een hele organisatie vergt.

Ilse (c 2), Bas (c 12), Andrea (c 21), Carina (c 22) en Niels (c 25) wisten niet wat ze met die 6 aanmoesten.

Marije (c 11) noemde het gewoon rest 6, maar dat vonden wij te vaag.

Donato (c 8) dacht zeker, dat die 6 spijlen over waren, want hij wilde de 55 spijlen niet helemaal laten schilderen.

De volgende antwoorden konden wij niet begrijpen. Astrid (e 14): "Dus 3 kinderen mogen naar huis en de andere 15 kinderen moeten nog een spijl schilderen." Emilia (e 13): "Er zijn 55 kwasten. Ieder doet 6 spijlen. Dan zijn ze op. Dan gaan ze lezen."

ec 10 (bijlage, b.29)

$864 : 4 = 216$

De 216 betekent, dat je 216 dagen met je fluor pillen kunt doen. Er is geen rest: een gemakkelijke opgave dus.

Giovanna (e 8) en Esther (c 13) namen 6 (gros pillen) als deler i.p.v. 4 (pillen per dag).

Esther (e 15) hield 4 pillen over en dacht daar een halve dag mee te doen.

5.3.2 *Samenvatting.*

Als je deze gegevens over de verwoordingsfouten eens op een rijtje zet, vallen een paar dingen op.

Tijdens de begintoets waren het vooral de leerlingen uit de experimentele groep die de uitkomst niet verwoordden. Tijdens de eindtoets waren het uitsluitend leerlingen uit de controle groep. Bij de leerlingen uit de experimentele groep is het vermogen om te verwoorden blijkbaar even goed ontwikkeld als het vermogen om te berekenen. Bij de leerlingen van de controle groep heeft het vermogen te verwoorden geen gelijke tred gehouden met het vermogen te berekenen. Er zijn leerlingen die wel hebben leren delen sinds de begintoets, maar die het resultaat niet onder woorden kunnen brengen.

Hetzelfde bleek uit het verwoorden van de rest: er waren leerlingen die wel de uitkomst verwoordden, maar die de rest buiten beschouwing lieten. Tijdens de begintoets waren dat vooral leerlingen uit de experimentele groep, in de eindtoets vooral leerlingen uit de controle groep. Merkwaardig is ook, dat sommige fouten door leerlingen van één groep

werden gemaakt. De volgende drie fouten in de begintoets werden uitsluitend door leerlingen van de controle groep gemaakt: de rest en de uitkomst optellen, de rest of de deler als antwoord geven. Misschien komt dat, omdat de leerlingen van de experimentele groep vaak de rest weg lieten. De volgende twee fouten werden uitsluitend door de experimentele groep gemaakt, de eerste in de begintoets, de tweede in de eindtoets: de uitkomst van de controle als antwoord nemen en de rest ten onrechte overhouden. De eerste fout kon niet door de controle groep worden gemaakt, omdat zij niet controleerden. Waarom de tweede fout uitsluitend in de experimentele groep voorkwam, weten we niet. Misschien vonden ze het de leukste variant in het verwoorden van de rest en hebben ze alleen die, zonder hem te begrijpen, onthouden.

De fout dat de rest ten onrechte in een deel van een eenheid wordt vertaald, kwam alleen in de eindtoets voor. Ten tijde van de begintoets hadden de beide groepen nog niet geleerd de rest in een deel te vertalen.

5.3.3 Procedurefouten.

Op voorhand is al duidelijk, dat de beide groepen elkaar ten tijde van de begintoets niet veel ontlieden. De eindtoets vereiste meer kennis van de procedures. Er kwamen vaak nullen in het quotiënt voor. Door de leerlingen van de controle groep werden dan ook veel procedurefouten gemaakt, terwijl daar in de experimentele groep nauwelijks sprake van was. Dat komt niet, omdat de leerlingen van de experimentele groep de vereiste procedures beheersten, maar omdat hun oplossingsmethode die kennis niet vraagt.

Het leek ons het duidelijkst de procedurefouten in de berekeningen kort aan te duiden. Die aanduidingen staan rechts. Slordigheidsfouten staan links. Die fouten hebben we ook aangegeven, omdat ze soms tot procedurefouten leidden, bijvoorbeeld, als de rest na het aftrekken groter was dan de deler.

bc 1 (bijlage, b.5)

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{) 386} \setminus 487 \\
 \underline{-32} \\
 66 \\
 \underline{-64} \\
 2 \\
 \underline{20} \\
 6 \\
 \underline{60} \\
 6 \\
 \underline{60} \\
 0 \\
 R
 \end{array}$$

2 → $\overline{62}$ ← rest $\gg$ deler
 → $\overline{50}$ ← delen zonder aanhalen

$$\begin{array}{r}
 19 \overline{) 1.010155} \\
 \underline{+ 95} \\
 105 \\
 \underline{+ 95} \\
 200
 \end{array}$$

196 → 105 ← opgeteld
 200 ← rest > deler

$$\begin{array}{r}
 19 \overline{) 1010 \dots 530} \\
 \underline{-95} \\
 60 \\
 \underline{-57} \\
 3 \\
 \underline{-0} \\
 R3
 \end{array}$$

delen zonder aanhalen

Raimond (e 11) en Erik (e 17)

$$\begin{array}{r}
 19 \overline{) 1010} \mid 534 \\
 \underline{95} \\
 61 \\
 \underline{57} \\
 40 \\
 \underline{36} \\
 4
 \end{array}$$

← onjuiste positie
 ← twee keer aangehaald

Remco (c 3)

$$\begin{array}{r}
 19 \overline{) 1010} \mid 5 \\
 \underline{95} \\
 6
 \end{array}$$

← niet aangehaald

Marije (c 11)

$$\begin{array}{r}
 19 \overline{) 1010} \mid 494 \\
 \underline{76} \\
 250 \\
 \underline{191} \\
 99 \\
 \underline{76} \\
 23
 \end{array}$$

← niet aangehaald
 ← rest > deler
 ← delen zonder aanhalen
 ← delen zonder aanhalen

bc 5 (bijlage, b.7)

Alexandra (e 7)

$$\begin{array}{r}
 6 \overline{) 1155} \mid = 119 \\
 \underline{5} \\
 6 \\
 \underline{0} \\
 55 \\
 \underline{54} \\
 1
 \end{array}$$

← rest > deler
 ← gaat 0 x

Emilia (e 13)

$$\begin{array}{r}
 6 \overline{) 1155 \setminus 19} \\
 \underline{6} \downarrow \quad \nearrow \text{ niet aangehaald} \\
 55 \\
 \underline{54} \\
 71
 \end{array}$$

Astrid (e 14)

$$\begin{array}{r}
 6 \overline{) 1155 \setminus 192} \\
 \underline{6} \downarrow \quad \nearrow \text{ maakt van aangehaalde 5 een 2} \\
 55 \quad \nearrow \text{ (i.v.m. rest 0?)} \\
 \underline{54} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 0
 \end{array}$$

Donato (c 8) en Peter K. (c 15)

$$\begin{array}{r}
 6 \overline{) 1155 \setminus 1812} \\
 \underline{6} \downarrow \quad \uparrow > 9 \\
 55 \\
 \underline{48} \\
 75 \leftarrow \text{ rest } \gg \text{ deler} \\
 \underline{72} \\
 3
 \end{array}$$

Niels (c 25)

$6 \overline{) 1155} | 16 \text{ } 2 \overset{5}{\cancel{4}}$

$\begin{array}{r} 6 \\ \underline{} \\ 55 \end{array}$

$\uparrow$
 >9

36 $\longrightarrow$ 40

$155 \longleftarrow$ rest $\gg$ deler

$\longleftarrow$ onaf

bc 6 (bijlage, b.9)

Davy (e 4), Ronald (e 18) en Marije (c 11)

16/2240\14

16

64

64

64

00

niet aangehaald

bc 7 (bijlage, b.9)

Andrea (c 21)

$144 \overline{) 1728} \mid 12 \mid$
 $\underline{144}$
 $288 \rightarrow 328$
 288
 $\underline{\hspace{1cm}}$
 $40 \rightarrow 160$ ← rest $\geq$ deler
 144 ← delen zonder aanhalen
 $\underline{\hspace{1cm}}$
 24

bc 9 (bijlage, b.10)

Bas (c 12)

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 3276} \mid 630 \\
 \underline{312} \\
 157 \leftarrow \text{twee keer aangehaald} \\
 \underline{156} \\
 16 \\
 \underline{0} \\
 16
 \end{array}$$

bc 10 (bijlage, b.11)

Imre (e 5)

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 21024} \mid 381 \\
 \underline{156} \\
 56 \\
 464 \rightarrow \underline{478} \\
 \underline{416} \\
 68 \leftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 \underline{52} \leftarrow \text{delen zonder aanhalen} \\
 16
 \end{array}$$

Remco (c 3)

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 2024} \mid 139 \\
 \underline{156} \\
 464 \uparrow 8 \\
 \underline{416} \\
 48 \rightarrow 52 \leftarrow \text{rest} \gg \text{deler}
 \end{array}$$

Andrea (c 21)

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 2024} \quad 382 \\
 \underline{156} \\
 464 \rightarrow 544 \\
 \underline{416} \\
 128 \leftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 104 \rightarrow 110 \leftarrow \text{delen zonder aanhalen} \\
 \underline{104} \\
 r \ 18
 \end{array}$$

Carina (c 22)

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 2024} \quad 39 \\
 \underline{156} \\
 2464 \\
 \underline{416} \\
 244 \leftarrow 48
 \end{array}$$

?

Martin W. (c 23)

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 2024} \quad 380 \\
 \underline{156} \\
 464 \\
 \underline{416} \\
 48 \\
 \underline{0} \leftarrow \text{delen zonder aanhalen} \\
 48
 \end{array}$$

bk 2 (bijlage, b.13)

Giovanna (e 8)

$$\begin{array}{r}
 7 \overline{) 318412} \leftarrow 9 \\
 \underline{21} \\
 108 \leftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 \underline{98} \\
 84 \leftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 \underline{98} \\
 \underline{70}
 \end{array}$$

Emilia (e 13)

$$\begin{array}{r}
 7 \overline{) 318412} \leftarrow \text{niet aangehaald} \\
 \underline{28} \\
 3 \rightarrow 17 \\
 \underline{14} \\
 703
 \end{array}$$

bk 4 (bijlage, b.13)

Loredana (e 10)

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) 1452930} \leftarrow 9 \\
 \underline{153} \\
 -8 \rightarrow 922 \leftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 2210 \rightarrow 922 \\
 \underline{40}
 \end{array}$$

Emilia (e 13)

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) 145217} \\
 \underline{14} \leftarrow \text{gaat 0 x} \\
 092 \\
 119 \rightarrow 42 \\
 \underline{71}
 \end{array}$$

Ronald (e 18)

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) 1452} \quad 857 \\
 \underline{136} \\
 0912 \\
 \underline{85} \\
 7
 \end{array}$$

Arne (e 21) en Robert (c 1)

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) 14521811} \longleftrightarrow 9 \\
 \underline{136} \\
 92 \longrightarrow \underline{192} \longleftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 \underline{187} \\
 5
 \end{array}$$

André (c 6)

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) 1452} \quad 13 \\
 \underline{17} \\
 -3 \longrightarrow \underline{035} \longleftarrow \text{niet aangehaald} \\
 51 \longrightarrow \underline{242} \\
 207 \longrightarrow \underline{203}
 \end{array}$$

Mario (c 9)

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) 1452} \quad 79 \\
 \underline{119} \\
 262 \longleftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 \underline{153} \\
 109 \longleftarrow \text{rest} \gg \text{deler}
 \end{array}$$

Maayke (c 20)

$$\begin{array}{r}
 17 \overline{) 14521850} \\
 \underline{136} \\
 92 \\
 \underline{85} \\
 7
 \end{array}$$

↑
?

Cindy (c 24)

$$\begin{array}{r}
 17 \quad 12 \overline{) 1452} \quad 11 \quad 11 \\
 \underline{132} \quad \swarrow \searrow \\
 132 \quad > 9 \\
 \underline{132} \\
 0
 \end{array}$$

bk 5 (bijlage, b.14)

Raimond (e 11), Emilia (e 13), Evelyne (e 16), Ronald (e 18), Arne (e 21)
en Laurens (c 16)

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 326} \quad 18 \\
 \underline{3} \quad \uparrow \\
 026 \quad \leftarrow \text{gaat } 0 \times \\
 \underline{24} \\
 22
 \end{array}$$

Monica (c 5)

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 326} \setminus 102 \leftarrow ? \\
 \underline{3} \\
 02 \\
 0 \longrightarrow \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

niet aangehaald

(Het kan ook zijn, dat Monica deze som uit haar hoofd heeft afgemaakt.
Dan is er alleen sprake van een slordigheidsfout.)

bk 6 (bijlage, b.16)

Giovanna (e 8)

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 2530} \setminus 170 \\
 \underline{14} \\
 113 \\
 98 \longrightarrow \underline{32} \checkmark \\
 810 \longrightarrow \underline{10} \\
 20 \longleftarrow \text{rest i.p.v. product}
 \end{array}$$

Emilia (e 13)

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 2930} \setminus 119 \longrightarrow 9 \\
 \underline{14} \\
 113 \longleftarrow \text{niet aangehaald} \\
 266 \longrightarrow \underline{103} \\
 10 \longrightarrow \underline{11}
 \end{array}$$

Ronald (e 18)

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 2530} \setminus 18 \\
 \underline{14} \longleftarrow \text{niet aangehaald} \\
 04113 \\
 112 \longrightarrow \underline{122} \\
 -9 \longrightarrow \underline{191} \longleftarrow \text{rest } \gg \text{ deker}
 \end{array}$$

Martin G. (c 10)

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 2530 \wedge 10} \\
 \underline{64} \\
 113 \\
 \underline{112} \\
 10
 \end{array}$$

onaf

bk 7 (bijlage, b.16)

Emilia (e 13)

$$\begin{array}{r}
 18 \overline{) 3587 \setminus 11} \\
 \underline{18} \\
 23 \\
 \underline{18} \\
 5
 \end{array}$$

17 → 23
 5 → 5

niet aangehaald
 rest > deler
 delen zonder aanhalen

Ronald (e 18)

$$\begin{array}{r}
 18 \overline{) 3587 \setminus 2198} \\
 \underline{-18} \\
 178 \\
 \underline{122} \\
 1622 \\
 \underline{1622} \\
 167 \\
 \underline{144} \\
 23
 \end{array}$$

rest > deler

Martin G. (c 10)

$$\begin{array}{r}
 18/3587 \setminus 19 \\
 \underline{18} \\
 178 \uparrow \\
 \underline{162} \\
 16
 \end{array}
 \quad \text{--- niet aangehaald}$$

Bas (c 12)

$$\begin{array}{r}
 18/3587 \setminus 12010 \\
 \underline{18} \\
 178 \\
 360 \\
 \underline{182} \rightarrow 187 \\
 \underline{180} \\
 7
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} 10 \\ >9 \end{array}$$

Tessa (c 14)

$$\begin{array}{r}
 18/3587 \setminus 1993 \\
 \underline{18} \\
 178 \\
 162 \\
 \underline{167} \rightarrow 67 \\
 34 \\
 \underline{13}
 \end{array}
 \quad \uparrow ?$$

Peter K. (c 15)

$$\begin{array}{r}
 18/3587 \setminus 110 \\
 \underline{18} \\
 178 \text{ --- } \{ \underline{17} \} 18 \\
 \underline{18} \\
 07 \leftarrow 102 \text{ --- onaf}
 \end{array}$$

Andrea (c 21)

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 3587} \setminus 111 \\ \underline{18} \\ 278 \\ \underline{18} \\ 256 \\ \underline{18} \\ 22 \end{array}$$

178 → 278 ← niet aangehaald

198 → 256

Carina (c 22)

$$\begin{array}{r} 18 \overline{) 3587} \setminus 1901 \\ \underline{18} \\ 2178 \\ \underline{162} \\ 2.167 \\ \underline{144} \\ 2.23 \\ \underline{18} \\ 2.5 \end{array}$$

rest te groot

delen zonder aanhalen

bk 8 (bijlage, b.16)

Esther (e 15) en Evelyn (e 16)

$$\begin{array}{r} 61 \overline{) 4593} \setminus 525 \\ \underline{-305} \\ 154 \\ \underline{-122} \\ 323 \\ \underline{-305} \\ 2.8 \end{array}$$

rest te groot

delen zonder aanhalen

323 → 323

18 → 2.8

Donato (c 8)

$$\begin{array}{r} 61 \overline{) 4593} \quad 750 \\ \underline{427} \\ 323 \\ \underline{305} \\ 18 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ ? \end{array}$$

Carina (c 22)

$$\begin{array}{r} 61 \overline{) 4593} \quad 75 \\ \underline{427} \\ 2323 \\ \underline{305} \\ 218 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ ? \end{array}$$

bk 10 (bijlage, b.17)

Alexandra (e 7)

$$\begin{array}{r} 34 \overline{) 7174} \quad 2011 \\ \underline{68} \\ 37 \\ \underline{34} \\ 34 \\ \underline{34} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ ? \end{array} \quad \text{product vergeten}$$

Margot (e 9)

$$\begin{array}{r} 34 \overline{) 67174} \quad 201 \\ \underline{68} \\ 34 \\ \underline{34} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ ? \end{array} \quad \text{niet aangehaald}$$

Emilia (e 13) en Ronald (e 18)

$$\begin{array}{r}
 34 \overline{) 1174} \quad 21 \\
 \underline{68} \quad \text{--- niet aangehaald} \\
 37 \\
 \underline{34} \\
 23
 \end{array}$$

Barbara (e 7)

$$\begin{array}{r}
 34 \overline{) 124} \quad 180 \\
 \underline{34} \\
 377 \quad \text{--- rest } \gg \text{deler} \\
 \underline{375} \\
 6029 \\
 \underline{6000} \\
 29 \\
 \underline{24} \\
 5
 \end{array}$$

Laurens (c 16)

$$\begin{array}{r}
 34 \overline{) 1174} \quad 1111 \\
 \underline{34} \quad \uparrow > 9 \\
 377 \quad \text{--- rest } \gg \text{deler} \\
 \underline{374} \\
 34
 \end{array}$$

Eindtoets.

ec 1 (bijlage, b.20)

Andrea (c 21)

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 112} \\
 \underline{102} \\
 20 \\
 \underline{16} \\
 45 \\
 \underline{32} \\
 13
 \end{array}$$

rest $\gg$ deler
delen zonder aanhalen

Niels (c 25)

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 112} \\
 \underline{96} \\
 16 \\
 \underline{16} \\
 0
 \end{array}$$

delen zonder aanhalen

ec 3 (bijlage, b.22)

Laurens (c 16)

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 1300} \\
 \underline{12} \\
 10 \\
 \underline{96} \\
 4
 \end{array}$$

gaat 0 x

Andrea (c 21)

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 13000} \quad \text{12} \quad \text{100} \quad \text{72} \quad \text{28} \quad \text{24} \quad \text{4} \quad \text{1} \quad \text{0} \\
 \underline{12} \\
 100 \\
 \underline{72} \\
 28 \\
 \underline{24} \\
 4 \\
 \underline{1} \\
 0
 \end{array}$$

rest $\gg$ deler
delen zonder aanhalen

ec 4 (bijlage, b.23)

André (c 6)

$$\begin{array}{r}
 2250 \\
 \downarrow \\
 2 \overline{) 250} \quad 02 \\
 \underline{25} \\
 000 \\
 4 \quad ? \\
 \underline{4} \\
 8 \quad \text{opgeteld}
 \end{array}$$

Barbara (c 7)

$$\begin{array}{r}
 52 \overline{) 2280} \quad 1115 \\
 \underline{156} \\
 0690 \\
 \underline{52} \\
 17
 \end{array}$$

rest $\gg$ deler
onjuiste positie

Martin G. (c 10)

$$\begin{array}{r}
 82 \overline{) 22501403} \\
 \underline{200} \\
 170 \\
 \underline{156} \\
 14
 \end{array}$$

?

ec 6 (bijlage, b.25)

Linda (c 18) en Martin W. (c 23)

$$\begin{array}{r}
 24 \overline{) 9030} \\
 \underline{72} \\
 18 \\
 \underline{0} \\
 18
 \end{array}$$

delen zonder aanhalen

ec 7 (bijlage, b.26)

Raimond (e 11)

946	4
<u>400</u>	100
546	100
<u>400</u>	20
+146	+15
-80	235
66	
<u>60</u>	
6	

rest >> deler

ec 9 (bijlage, b.28)

Andrea (c 21)

$$\begin{array}{r}
 18 \overline{) 996} \mid 541 \\
 \underline{90} \\
 96 \\
 \underline{72} \\
 24 \\
 \underline{18} \\
 6
 \end{array}$$

rest $\gg$ deler

delen zonder aanhalen

ec 10 (bijlage, b.29)

Margot (e 9)

	864 g	$: 6 \text{ g}$	
-	600 g		
	264 g	100 g	
-	60 g	10 g	
-	2104 g	10 g	
	60 g		
-	144 g	10 g	← onjuiste positie
	60 g	10 g	
-	84 g	10 g	
	60 g	10 g	
-	24 g	4 g	
	24 g		
	0 g	154 d	

Maayke (c 20)

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 864} \setminus 2016 \\ \underline{8} \\ 064 \\ \underline{64} \\ 0 \end{array}$$

↑ ↑
? >9

ek 1 (bijlage, b.31)

Monica (c 5)

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 1225} \setminus 690 \\ \underline{96} \\ 265 \\ \underline{260} \\ R=5 \end{array}$$

↑
>9

← rest > deler

320 → $\underline{260}$

$R=5$

André (c 6)

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 1.225} \setminus 959 \\ \underline{1.2} \\ 02 \\ \underline{02} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 05 \\ \underline{05} \\ 5 \\ \underline{5} \\ 0 \end{array}$$

← onjuiste positie

-5 → $\underline{05}$

Andrea (c 21)

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 1225} \quad \begin{array}{l} 12 \\ \uparrow \\ 9 \end{array} \\
 \underline{102} \\
 205 \leftarrow \text{rest} \gg \text{deler} \\
 \underline{192} \\
 13 \rightarrow 7
 \end{array}$$

Cindy (c 24)

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 1225} \quad 8 \\
 \underline{122} \\
 05 \uparrow \\
 \leftarrow \text{onaf}
 \end{array}$$

ek 2 (bijlage, b.31)

Robert (c 1), Ilse (c 2), Remco (c 3), Barbara (c 7), Donato (c 8), Mario (c 9), Marije (c 11), Tessa (c 14), Peter K. (c 15), Linda (c 18), Maayke (c 20), Andrea (c 21), Martin W. (c 23) en Cindy (c 24)

$$\begin{array}{r}
 38 \overline{) 27757} \quad 73 \\
 \underline{266} \\
 115. \\
 \underline{114} \\
 17 \uparrow \\
 \leftarrow \text{onaf}
 \end{array}$$

André (c 6)

$$\begin{array}{r}
 38 \overline{) 27757} \quad 117157 \leftarrow ? \\
 \underline{27} \\
 07 \\
 \underline{757} \leftarrow \text{onjuiste positie} \\
 -57 \rightarrow 057
 \end{array}$$

ek 3 (bijlage, b.31)

Monica (c 5)

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 1300} \quad 1200 \\ \underline{12} \\ 100 \\ \underline{96} \\ 4 \end{array}$$

$4 \longrightarrow R=1$

André (c 6)

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 1300} \quad 1200 \\ \underline{12} \\ 100 \\ \underline{96} \\ 4 \end{array}$$

Barbara (c 7)

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 1300} \quad 10 \\ \underline{12} \\ 10 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

$100 \longrightarrow 00$

Mario (c 9)

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 1300} \quad 10 \\ \underline{12} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$\longleftarrow$ onaf

Laurens (c 16), Maayke (c 20) en Carina (c 22)

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 1.300} \quad 18 \\
 \underline{12} \\
 2.100 \leftarrow \text{gaat } 0 \times \\
 \underline{96} \\
 2.4
 \end{array}$$

ek 4 (bijlage, b.31)

André (c 6)

$$\begin{array}{r}
 54 \overline{) 14.455} \quad 29411 \\
 \underline{144} \\
 04 \\
 \underline{045} \\
 055 \\
 \underline{055} \\
 00
 \end{array}$$

Martin G. (c 10)

$$\begin{array}{r}
 34 \overline{) 14455} \quad 208 \\
 \underline{100} \\
 345 \leftarrow \text{niet aangehaald} \\
 \underline{324} \\
 21
 \end{array}$$

ek 5 (bijlage, b.31)

Monica (c 5)

$$\begin{array}{r}
 29 \overline{) 3907} \quad 34 \\
 \underline{88} \\
 0107 \leftarrow \text{gaat } 0 \times \\
 \underline{107} \\
 R=0
 \end{array}$$

Barbara (c 7)

$$29/8907/36$$

780 →
$$\begin{array}{r} 870 \\ \hline 20 \\ 0 \end{array}$$

207 →
$$\begin{array}{r} 07 \\ \hline 7 \end{array}$$

↑ delen zonder aanhalen

← onaf

Mario (c 9)

$$29/8907/3 \frac{20}{20} \frac{7}{20}$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ \hline 20 \\ 20 \\ 7 \end{array}$$

↑ 0 x

← onaf

Martin G. (c 10)

$$29/8907/3007$$

$$\begin{array}{r} 87 \\ \hline 207 \\ 203 \\ \hline 4 \end{array}$$

↑ ?

Marije (c 11)

$$29/8907/339$$

87 →
$$\begin{array}{r} 78 \\ \hline \end{array}$$

87 →
$$\begin{array}{r} 78 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 827 \\ 261 \\ \hline 66 \end{array}$$

← rest ≥ deler

← rest ≥ deler

Bas (c 12)

$$\begin{array}{r}
 29 \overline{) 8907} \setminus 3037 \\
 \underline{87} \\
 20 \\
 \underline{0} \\
 207 \\
 \underline{204} \\
 3
 \end{array}$$

203 →

Laurens (c 16)

$$\begin{array}{r}
 29 \overline{) 8907} 120 \\
 \underline{29} \\
 600 \\
 \underline{580} \\
 20
 \end{array}$$

↑ > 9 niet aangehaald
rest > deler

ek 6 (bijlage, b.32)

Donato (c 8) en Peter K. (c 15)

$$\begin{array}{r}
 43 \overline{) 86197} \setminus 204 \\
 \underline{86} \\
 0197 \\
 \underline{172} \\
 25
 \end{array}$$

↑ gaat 0 x

Laurens (c 16)

$$\begin{array}{r}
 43 \overline{) 86197} \setminus 24 \\
 \underline{86} \\
 0197 \\
 \underline{172} \\
 25
 \end{array}$$

↑ gaat 0 x 0 x

ek 7 (bijlage, b.32)

Martin G. (c 10)

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 947} \quad 13 \overline{) 702} \\
 \underline{91} \\
 37 \\
 \underline{26} \\
 11
 \end{array}$$

?

Carina (c 22)

$$\begin{array}{r}
 13 \overline{) 947} \quad 13 \overline{) 736} \\
 \underline{91} \\
 37 \\
 \underline{26} \\
 11
 \end{array}$$

3 → (voor 34 aangezien) delen zonder aanhalen

ek 8 (bijlage, b.32)

Robert (c 1), Ilse (c 2), Donato (c 8), Martin G. (c 10), Tessa (c 14), Maayke (c 20), Andrea (c 21), Carina (c 22), Martin W. (c 23) en Cindy (c 24)

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 84488} \quad 12 \overline{) 704} \\
 \underline{84} \\
 04 \\
 \underline{0} \\
 48 \\
 \underline{48} \\
 08
 \end{array}$$

onaf

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 84488} \\ \underline{84} \\ 64 \\ \underline{64} \\ 08 \\ 08 \\ \underline{8} \\ 0 \end{array}$$

12/84488|704

04

04

0

48

48

0

0 x

← onaf

$1184.688 \setminus 74$
 $\underline{84}$
 $048 \leftarrow$
 $\underline{48}$
 00

gaat 0 x
 onaf

ek 9 (bijlage, b.33)

Margot (e 9)

$$\begin{array}{r|l} 9 \overline{) 987} & : 3 \\ - 900 & \text{U} \\ \hline 87 & 300 \\ - 60 & 20 \\ \hline 27 & + 9 \\ & \hline & 329 \end{array}$$

← onaf

← onjuiste positie

Evelyne (e 16)

$$\begin{array}{r|l} 9 \overline{) 987} & : 3 \\ - 900 & 300 \\ \hline 87 & + 29 \\ - 84 & \hline 3 & 329 \end{array}$$

900 →

rest ≥ deler

André (c 6)

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 987} \setminus 322 \\ 98 \\ \hline 007 \\ 7 \\ \hline 04 \end{array}$$

?

Cindy (c 24)

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 987} \quad 3 \overline{) 19} \\ 98 \\ \hline 00 \\ 3 \\ \hline 57 \\ 57 \\ \hline 0 \end{array}$$

rest ≥ deler

ek 10 (bijlage, b.33)

Donato (c 8)

$$\begin{array}{r}
 26 \overline{) 60445} \mid 2302 \\
 \underline{52} \\
 84 \\
 \underline{78} \\
 65 \\
 \underline{52} \\
 13
 \end{array}$$

niet aangehaald

Mario (c 9)

$$\begin{array}{r}
 26 \overline{) 60445} \mid 23024 \\
 \underline{52} \\
 84 \\
 \underline{78} \\
 6 \\
 0 \\
 \underline{64} \\
 52 \\
 \underline{125} \\
 104 \\
 \underline{21}
 \end{array}$$

delen zonder aanhalen

Martin G. (c 10) en Bas (c 12)

$$\begin{array}{r}
 26 \overline{) 60445} \mid 23024 \\
 \underline{52} \\
 84 \\
 \underline{78} \\
 64 \\
 \underline{52} \\
 125 \\
 104 \\
 \underline{21}
 \end{array}$$

5.3.4 Samenvatting.

Zoals gezegd (b. 90), zijn er in de resultaten van de begintoets geen opvallende verschillen te ontdekken tussen de experimentele - en de controle groep; in de resultaten van de eindtoets wel. Tijdens de eindtoets maakte de experimentele groep zo goed als geen procedurefouten meer, de controle groep wel. Ze hadden vooral moeite met ek 2 en ek 8: plusminus de helft van de leerlingen maakte de fout de nullen niet in het quociënt op te nemen. In de begintoets kwam ook zo'n som voor (bk 5). Die werd toen vooral door de leerlingen van de experimentele groep fout gedaan. Andere procedure fouten die veel werden gemaakt (tijdens de begintoets ook door de experimentele groep), zijn de volgende.

- 1 De rest (ook midden in de staart) is groter dan of gelijk aan de deler. Vaak werden daardoor de volgende twee fouten gemaakt.
- 2 Er werd gedeeld zonder te hebben aangehaald.
- 3 Het quociënt werd in één keer aangevuld met een getal dat groter is dan 9.
- 4 Eén van de cijfers (meestal het laatste) uit het deeltal werd niet aangehaald.

5.4 Beschrijving van de leerlingen.

De uitvoering van het experimentele algoritme kan op verschillende niveaus plaats vinden. Als de eenheden, tientallen en honderdtallen één voor één werden verdeeld, noemden wij dat niveau 1, bijvoorbeeld:

```
100
100
100
100
10
10
10
10
10
1
1
+ 1
453
120
```

Als er eenheden, tientallen of honderdtallen werden samengenomen, noemden wij dat niveau 2, bijvoorbeeld:

$$\begin{array}{r} 100 \\ 300 \\ 20 \\ 30 \\ 2 \\ + 1 \\ \hline 453 \end{array}$$

Als de eenheden, tientallen en honderdtallen volledig werden samengenomen, noemden we dat niveau 3, bijvoorbeeld:

$$\begin{array}{r} 400 \\ 50 \\ + 3 \\ \hline 453 \end{array}$$

Als de eenheden, tientallen of honderdtallen werden vermengd, noemden wij dat niveau 1, bijvoorbeeld:

$$\begin{array}{r} 300 \\ 140 \\ + 13 \\ \hline 453 \end{array}$$

Als binnen één som op verschillende niveaus werd gewerkt, keken wij naar het laagste niveau, bijvoorbeeld:

$$\begin{array}{r} 400 \\ 10 \\ 40 \\ 1 \\ 1 \\ + 1 \\ \hline 453 \end{array}$$

honderdtallen: niveau 3

tientallen: niveau 2

eenheden: niveau 1

Totaal: niveau 1

Op b. 97 en 100 van de bijlage vindt u de overzichten van de niveaus waarop de leerlingen van de experimentele groep werkten. Het standaard-algoritme kan alleen op niveau 3 worden gemaakt.

In de beschrijvingen van de leerlingen verwijzen we naar deze drie niveaus.

5.4.1 Experimentele groep.

Marjolein (e 1)

In de bc (begintoets; context) had Marjolein 1 som goed, d.w.z. als we de verwoordingsfouten en slordigheidsfouten buiten beschouwing laten. Hetzelfde geldt voor de bk (begintoets; kaal).

Het beeld voor de ec (eindtoets; context) en de ek (eindtoets; kaal) is precies andersom als tijdens de begintoets. In beide onderdelen maakte ze nog maar 1 fout en nog niet eens een procedurefout.

Tijdens de begintoets was er geen sprake van cijferend delen, maar op grond van de eindtoets kunnen we zeggen, dat Marjolein het doel heeft bereikt, d.w.z. ze beheerste de procedure onder alle omstandigheden en wist wanneer ze hem moest toepassen. Ze werkte nog niet veel op niveau 3.

Marion (e 2)

Marion had tijdens de begintoets het doel al bereikt. Ze maakte in de bc slechts 2 verwoordingsfouten. De eindtoets had ze foutloos gemaakt en slechts één maal op niveau 2 gewerkt.

Nogmaals: Marion heeft het doel bereikt.

Michael (e 3)

Tijdens de begintoets liet Michael zien, dat hij de procedure soms kon uitvoeren, maar meestal lukte het niet.

Tijdens de eindtoets maakte hij geen procedurefouten meer, alleen een paar slordigheidsfouten en verwoordingsfouten. Bij som ec 1 liet hij het meisje $76\frac{1}{2}$ week werken, terwijl dat 77 weken moet zijn en bij som ec 6 en 7 dacht hij wat over te houden, terwijl de rest bij beide sommen nog verder verdeeld moet worden.

Michael heeft het doel bereikt: hij beheerste de procedure volledig en het aantal verwoordings- en slordigheidsfouten is acceptabel. Hij werkte wel veel op niveau 1, maar dat moet wat verhoogd kunnen worden.

Davy (e 4)

Van de hele begintoets had Davy alleen twee kale sommen goed gemaakt. Wat een verschil met de eindtoets. Daarin had hij alleen wat verwoordingsfouten gemaakt.

In som ec 1 liet hij Alice $76\frac{1}{2}$ week werken i.p.v. 77 weken en in som ec 6 liet hij Henk $18 \times f 4,-.$ voor de bus betalen en dan nog $6 \times f 3,-.$ In som ec 7 had hij geen eenheden in de berekening opgenomen. Daardoor zag hij de rest voor kilo's aan. Daar gaf hij 1 cent (i.p.v. 8 cent) voor.

Al met al heeft Davy, na een zwakke start, het doel bereikt, waarbij we nog kunnen opmerken dat hij afwisselend op niveau 2 en 3 werkte.

Imre (e 5)

Imre maakte bijna alle sommen van de begintoets goed, maar liet alleen vaak de verwoording weg: waarschijnlijk een kwestie van beter instrueren.

De eindtoets maakte ze helemaal goed en werkte slechts één maal niet op niveau 3. Tijdens de begintoets had zij het doel op het verwoorden na al bereikt; tijdens de eindtoets was het voor elkaar.

Audrey (e 6)

Tijdens de begintoets had zij het doel al bereikt. In de bc maakte ze slechts één verwoordingsfout en in de bk één slordigheidsfout, terwijl ze op één kale som het antwoord schuldig bleef.

Nu de eindtoets: bij som ec 6 ging ze vermenigvuldigen en in de kale sommen maakte ze één slordigheidsfout. De contextsommen maakte ze op één keer na op niveau 3. Bij de kale sommen werkte ze ook op lagere niveaus, maar dat moet ze beter kunnen.

Alexandra (e 7)

Bij Alexandra zien we weer een duidelijke vooruitgang tussen de begin- en eindtoets. Als we de slordigheidsfouten buiten beschouwing laten, had ze in de bc maar één som goed gedaan. In de bk had ze twee sommen goed. Zo zag bijvoorbeeld som bc 7 eruit.

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 1728} \quad | \quad 11 \\ \underline{288} \\ 144 \\ \underline{144} \\ 0 \end{array}$$

De eindtoets leverde een heel ander beeld op. Ze maakte geen procedurefouten meer, alleen een enkele slordigheidsfout en twee verwoordingsfouten. Beide keren speelde de rest haar parten. In som ec 1 liet ze Alice 3 dagen extra werken en in som ec 6 koste één keer reizen bij haar f 7,-. Daar had ze niet uit de som opgemaakt, dat één keer "heen en terug" betekent. Ook zij werkte bij de ec sommen op één keer na op niveau 2 à 3.

Zij heeft dus duidelijk het doel bereikt, wat na de resultaten van de begintoets een hele prestatie is.

Giovanna (e 8)

Giovanna had de sommen van de bc niet gemaakt of ze had vermenigvuldigd. Van de kale sommen had ze niet één som goed gemaakt. Wel had ze drie keer geen procedurefout gemaakt.

De eindtoets had ze wel beter gemaakt: in de ec vijf keer geen procedurefout en in de ek zes keer geen procedurefout en twee sommen helemaal goed. Daarbij werkte ze op niveau 1 à 2. Een pover resultaat, maar daarbij moeten we twee dingen bedenken. Op de eerste plaats had Giovanna door allerlei oorzaken erg veel lessen gemist. Op de tweede plaats denkt Giovanna niet rustig na, probeert geen overzicht te krijgen, maar antwoordt in paniek. Dat merk je als je met haar praat, maar het blijkt ook uit haar werk. Voorbeeld 1: som ec 3. Giovanna telde daar de lengte van de rol (1300 dm) bij zichzelf op (130) en deed daar de lengte van een bandje (12 dm) bij. Dat leverde 1442 bandjes op.

$$\begin{array}{r} 1300 \\ 130 \\ + \quad 12 \\ \hline 1442 \end{array}$$

Voorbeeld 2: som ec 6. Bij deze som telde ze de prijs van een maandkaart (f 90,-) bij het aantal werkdagen (24 w.) op.

$$\begin{array}{r} 90 \\ 24 \\ + \\ \hline 114 \end{array}$$

Daaruit leidde ze af, dat het 114 gulden per jaar kost (i.p.v. per keer,

zoals gevraagd).

Andere sommen pakte ze beter aan, maar het verband met de context was haar vaak niet duidelijk. In som ec 1 hield Alice geld over, i.p.v. dat ze nog een week moest werken. In som ec 7 was er 2 kilo papier over i.p.v. dat de 2 cent verklaard werd. In som ec 10 deelde ze de pillen door 6 (6 gros pillen) i.p.v. door 4 (4 pillen daags).

Giovanna werkte veel op niveau 1 en 2. Daardoor werden de berekeningen zo lang, dat het niet meer op het blaadje kon en dan stopte ze er maar mee. De kans op slordigheidsfouten wordt zo óók erg groot.

Het is jammer, dat Giovanna zo veel lessen heeft gemist. Zij is typisch een leerling waar een leergang volgens het principe van de progressieve schematisering erg geschikt voor is. Dat merkte je vooral, als je individueel met haar werkte. We hebben haar ook leren vermenigvuldigen volgens het principe van de progressieve schematisering. Je zag gewoon, dat ze tot rust kwam. Het waren erg tijdrovende berekeningen, maar dat vond ze niet erg: geduldig voerde ze alles uit. Ze vond het leuk, ze begreep wat ze deed. Ze voerde de procedure goed uit en kon onze vragen goed beantwoorden.

Giovanna heeft het doel nog niet bereikt, maar op deze manier zal ze het wel kunnen leren.

Margot (e 9)

Margot beheerste de procedure (tijdens de begin- en de eindtoets), maar ze maakte veel slordigheidsfouten. Ook twee fouten die we als procedurefouten hebben aangeduid, berustten eigenlijk op slordigheid: som ec 10 (b. 109) en som ek 9 (b. 118) liepen de optelling en de aftrekking niet synchroon. Verder maakte ze ook verwoordingsfouten. In som ec 6 dacht ze, dat het f 3,60 per keer kost en in som ec 7 dacht ze wat over te houden.

Afgezien van de slordigheden kun je zeggen, dat Margot het doel heeft bereikt, waarbij ze meestal op niveau 3 werkt.

Loredana (e 10)

Loredana heeft veel moeite met rekenen. Dat bleek ook uit de begintoets. Ze bleef er wel rustiger onder dan Giovanna. De geïntegreerde aanpak heeft vooralsnog zijn uitwerking op haar gemist. In som ec 5

Bas (c 12)

Bas had de begintoets goed gemaakt en ook het maken van de eindtoets had hij er goed vanaf gebracht. Hij beheerste de procedure en pastte hem goed toe.

Hij maakte slechts een enkel foutje: in som ek 5 zette hij zo maar een "3" in het quociënt.

Bas had nog geen oog voor de rest. Zo gauw hij de uitkomst wist, berekende hij de rest niet meer (ec 4, ec 6, ec 7, ec 9 en ec 10). Uiteraard negeerde hij de rest ook bij het verwoorden.

Op het omgaan met de rest na heeft Bas het doel bereikt.

Esther (c 13)

Esther had de begintoets heel goed gemaakt, maar bij haar heeft zich een merkwaardige ontwikkeling voor gedaan. Ten tijde van de eindtoets bleek ze de procedure volledig te beheersen, maar bij de context-sommen paste ze deze slechts twee keer toe (ec 9 en ec 10). Bij de andere opgaven probeerde ze middels vermenigvuldigen achter de uitkomst te komen.

Wat het verwoorden betreft, moeten we Esther tot de uitvallers rekenen.

Tessa (c 14)

Tessa had de begintoets heel goed gemaakt en ook de eindtoets maakte ze goed. Zoals bij zo velen, stelden de sommen ek 2 en ek 8 haar echter voor onoverkomelijke problemen. Ze wist ook goed welke procedure ze moest toepassen. Alleen bij som ec 6 vermenigvuldigde ze i.p.v. te delen. Op één keer na verwoordde ze ook goed. In som ec 9 blijven 9 guldens over, maar Tessa dacht, dat het dagen zijn. Hier zie je, dat iemand die duidelijk probeert te formuleren door de mand valt, terwijl van andere kinderen vage antwoorden niet fout worden geteld.

Al deed Tessa het heel goed, toch kun je niet zeggen, dat ze alle procedure varianten beheerst (ek 2 en 8).

Peter K. (c 15)

Peter had de begintoets heel goed gemaakt en ook tijdens de eindtoets

liet Peter zien het cijferend delen al aardig onder de knie te hebben. Niettemin maakte hij een paar ernstige fouten. Op de eerste plaats de nullen kwestie: bij de sommen ek 2, ek 6 en ek 8 bleek hij de procedure met nullen in de uitkomst niet onder de knie te hebben.

Hij paste wel steeds het juiste algoritme toe, maar het verwoorden van de rest leverde problemen op. Peter liet Alice een halve week werken (ec 1), hij berekende de prijs van de strippenkaart bij benadering (ec 6) en bij som ec 7 liet hij de rest weg.

Ook al kan Peter al een hele boel, het doel heeft hij nog niet bereikt.

Laurens (e 16)

Van de begintoets heeft Laurens vooral het context gedeelte goed gemaakt, maar bij het maken van de eindtoets bleek hij de procedure, waarbij nullen in het quociënt voorkomen nog niet te beheersen (ec 3, ek 3, ek 6 en ek 8).

In som ec 6 vermenigvuldigde hij i.p.v. te delen en bij het verwoorden leverden vooral de resten problemen op. In som ec 1 verwarde hij 9 dagen met 9 gulden en in ec 7, 2 gram met 2 cent.

Laurens zit dus nog niet volledig op het nagestreefde niveau.

Linda (c 18)

Linda had de begintoets heel goed gemaakt. In de bc maakte ze slechts 2 verwoordingsfouten en in de bk 1 procedurefout.

In de eindtoets maakte ze 2 procedurefouten: één keer noteerde ze een nul te weinig (ek 2), maar ook één keer een nul te veel (ec 6).

$$\begin{array}{r} 24/90 \setminus 30 \\ \underline{72} \\ 18 \\ \underline{0} \\ 18 \end{array}$$

Ze wist wanneer ze welk algoritme moest toepassen en had slechts één keer problemen met de rest: in som ec 1 maakte ze 9 gulden van de 9 dagen.

In som ec 9 loste ze de rest leuk op: daar liet ze meneer de overgebleven spijlen schilderen.

Michel (c 19)

Michel had de begintoets met hulp gemaakt, omdat hij op dat moment op het niveau eind tweede, begin derde klas werkte en zoals te verwachten beheerste hij de staartdelingen ten tijde van de eindtoets ook nog niet. In het ec gedeelte gaf hij alleen maar (foute) antwoorden en in het ek gedeelte telde hij de getallen op en trok ze daarna af.

Toch is er ook bij Michel een duidelijk aanknopingspunt voor een informele aanpak aanwezig. In som ec 1 moest hij uitrekenen hoe vaak Alice f 16,-. moet verdienen voor ze haar droomfiets kan betalen. Michel was al zo begonnen:

16
16
16
16
16
16
16
16
16
16
16
16
~~16~~

Toen zag hij er geen gat meer in, maar waarschijnlijk was een aanmoediging om door te gaan voldoende geweest om een heel eind te komen.

Maayke (c 20)

Maayke had de begintoets heel goed gemaakt, maar ook bij haar vormden de nullen het struikelblok: som ek 2, 3 en 8. Bij som ec 10 voegde ze ten onrechte een nul toe.

Maayke deelde achter de komma door. Dan kon ze de rest soms gemakkelijk verwoorden. Dat was het geval bij som ec 6 (f 3,75) en som ec 7 (236,5 kg). In het geval van de $108 \frac{1}{3}$ bandje (ec 3) en 55,333333 spijlen (ec 9) vonden we de antwoorden niet zo praktisch.

Bij het verwoorden moet ze dus nog wat meer vanuit de context leren denken en ook sommen met een nul in het quociënt moet ze nog leren uitrekenen.

Andrea (c 21)

Van de begintoets heeft Andrea niet veel sommen goed gemaakt en met de eindtoets had ze ook veel problemen. Ook in het werk van Andrea vonden wij aanwijzingen, dat zij gebaat zou zijn met een leergang die is opgebouwd volgens het principe van de progressieve schematisering: iedere keer als een rest te groot uitviel, deelde ze nog een keer zonder aan te halen. Ze deed dit in de sommen ec 1, ec 3, ec 9 en ek 1. Zoals wij in de beschrijving van Monica hebben laten zien (b.131), hoeft dit met het experimentele algoritme niet tot fouten te leiden. Ook met het oog op de andere fouten zou deze aanpak wenselijk zijn. Ze maakte de bekende fouten met de nul (ek 2 en ek 8). Ze verwoordde de rest niet (ec 1, ec 3 en ec 9). Ze paste twee keer een verkeerd algoritme toe: bij het oplossen van de sommen ec 4 en ec 7 vermenigvuldigde ze i.p.v. te delen. Bij som ec 6 gaf ze alleen een fout antwoord.

Carina (c 22)

Carina maakte de bk redelijk goed, maar in de bc maakte ze vrij veel fouten. Bij de eindtoets was het zo'n beetje andersom. Weliswaar verwoordde ze de rest niet, maar verder maakte ze geen fouten bij het oplossen van de contextopgaven.

Bij het maken van de kale sommen had ze haar dag niet. Ze nam geen nul op in het quociënt (ek 3 en ek 8) en verder maakte ze drie slordigheidsfouten (ek 2, ek 6 en ek 7). Die laatste slordigheidsfout leidde

weer tot een procedurefout. Door de slordigheidsfout werd een rest te groot en daardoor ging ze delen zonder aan te halen.

Martin W. (c 23)

Martin had de begintoets heel goed gemaakt, alleen met het verwoorden had hij wat moeite.

Zoals zoveel kinderen had hij tijdens de eindtoets moeite met de nullen(ek 2 en ek 8), maar met het verwoorden is iets merkwaardigs aan de hand. Als Martin een fout in het algoritme maakte, formuleerde hij toch een goed antwoord. Hij heeft dus afgekeken of hij rekende het uit z'n hoofd uit.

Bij som ec 1 is het antwoord 77. De uitkomst van het algoritme is 76, maar Martin had dat veranderd in 77.

Bij het oplossen van som ec 6 maakte Martin een procedurefout: hij deelde zonder te hebben aangehaald. Daardoor was de uitkomst van z'n algoritme f 30,75 , maar hij maakte daar 3,075 van. Als hij dat heeft geschat, blijkt daar inzicht uit en in de verwoording had hij er keurig f 3,75 van gemaakt.

Hij had het algoritme bij som ec 7 maar half gemaakt. Toch antwoordde hij met 236,5.

Som ec 9 werd door Martin verkeerd overgeschreven. Daardoor was de uitkomst ook fout. Hij probeerde met verschillende vermenigvuldigingen achter de uitkomst te komen en daarna zelfs door op te tellen. Toch gaf hij het goede antwoord.

Cindy (c 24)

Cindy had de begintoets redelijk gemaakt en wat de beheersing van de procedure betreft, deed Cindy niet onder voor haar klasgenoten, maar ook zij had moeite met de sommen ek 1, 2 en 8.

Met het toepassen en verwoorden had ze wel veel moeilijkheden en de geïntegreerde leergang zou geknipt voor haar zijn.

Bij som ec 1 ging ze gewoon wat proberen: $16 \times$ dit en $16 \times$ dat. Tijdens een geïntegreerde leergang zou haar aanpak geleidelijk aan worden gestructureerd, maar nu wist ze op een gegeven moment niet meer wat ze aan het doen was. Na 16×80 ging ze door met $\text{dit} \times 80$ en $\text{dat} \times 80$.

$$\begin{array}{r}
 90 \\
 16 \times \\
 \hline
 540 \\
 900 \\
 \hline
 1440
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 85 \\
 16 \times \\
 \hline
 510 \\
 850 \\
 \hline
 1360
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 84 \\
 16 \times \\
 \hline
 504 \\
 840 \\
 \hline
 1344
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 80 \\
 16 \times \\
 \hline
 480 \\
 800 \\
 \hline
 1280
 \end{array}
 \quad
 55 = \times 16$$

~~$$\begin{array}{r}
 900 \\
 16 \times \\
 \hline
 5400 \\
 9000 \\
 \hline
 14400
 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r}
 16 \quad 16 \quad 80 \quad 80 \quad 80 \\
 3 \times \quad 4 \times \quad 13 \times \quad 14 \times \quad 15 \times \\
 \hline
 48 \quad 64 \quad 240 \quad 320 \quad 120 \\
 80 \quad 800 \quad 1000 \\
 \hline
 1040 \quad 1120 \quad 1200
 \end{array}$$

Ook bij som ec 4 was het net, alsof ze geen greep op de oplossings-procedure kreeg, want na verschillende pogingen probeerde ze 24×52 . Ze zag, dat de uitkomst fout was, maar, net alsof ze de moed niet meer kon opbrengen, vulde ze 24 als antwoord in.

Omdat we met de leerlingen van de controle groep geen afspraken over de verwoording hadden gemaakt, telden we de formuleringen van Cindy goed, maar ze getuigen niet van veel inzicht: ec 3: 108 rest 4, ec 7: 236 kilo rest 2 en ec 9: 53 rest 6.

We zeiden al, dat een geïntegreerde leergang goed zou zijn voor Cindy, maar die leergang zou dan moeten stoelen op het principe van de progressieve schematisering om procedurefouten als in ek 9 te voorkomen. Omdat een deelrest te groot was uitgevallen nam ze na één keer aanhalen 19 in het quociënt op. Zoals we hebben laten zien in de beschrijving van Monica (b.131) zal zo iets minder gemakkelijk in de experimentele leergang voorkomen. Na zo'n leergang zou ze ook sneller zien, dat de uitkomst van de volgende staartdeling ongeveer tien keer zo groot moet zijn (ek 1).

$$\begin{array}{r}
 16 \overline{) 1225} \quad 8 \frac{5}{16} \\
 \underline{122} \\
 05
 \end{array}$$

Niels (c 25)

Na een vrij goede begintoets maakte Niels de eindtoets heel goed, want in de kale sommen maakte hij geen procedurefouten. Alleen bij het oplossen van som ec 1 deelde hij een keer zonder aanhalen, met als gevolg, dat er 760 i.p.v. 76 uitkwam.

Zijn oplossing van ec 6 hebben we niet fout geteld, maar we vinden het toch geen consequente uitwerking.

$$\begin{array}{r} 24 \, / \, 90, - 183,00 \\ \underline{72} \\ 18 \\ \underline{0} \\ 18 \end{array}$$

Niels heeft het doel wel bereikt al liet hij wat vaak de rest in de verwoording weg (ec 6, 7 en 8).

5.4.3 Samenvatting.

Het belangrijkste verschil tussen de experimentele - en de controle groep is, dat de experimentele groep geen uitvallers telt. Alleen Giovanna (e 8) en Loredana (e 10) kunnen als zodanig worden beschouwd. Het zijn leerlingen die snel ergens mee achterblijven en bij Giovanna speelt het feit mee, dat ze een groot deel van de leergang heeft gemist. Van de controle groep kan wel een aantal leerlingen tot de uitvallers worden gerekend: Monica (c 5), André (c 6), Barbara (c 7), Donato (c 8), Martin (c 10), Esther (c 13), Michel (c 19), Andrea (c 21) en Cindy (c 24). Deze leerlingen vallen niet uit op alle punten, hoewel dat bij sommigen wel het geval is (André en Michel). Anderen vallen uit op het verwoorden (Donato en Esther), terwijl weer anderen vooral moeite hebben met de procedures (Martin).

Een tweede verschilpunt is, dat de leerlingen van de controle groep op de meest efficiënte wijze werkten of er niet uitkwamen; een tussenweg was er niet. De leerlingen van de experimentele groep werkten op meerdere niveaus. Wie er niet uitkwam op de meest efficiënte manier kon op een lager niveau terugvallen en zo kwamen ze er meestal wel uit. Ze *gebruikten* daardoor meer tijd. We zeggen niet, dat ze meer tijd *nodig* hadden.

Ze gebruikten meer tijd, door op een eenvoudige bewerkelijke manier de goede uitkomst te vinden. Dat kostte natuurlijk meer tijd, dan een antwoord (fout) raden. Let wel, dit geldt alleen voor de leerlingen die er niet op de meest efficiënte manier uitkwamen! Ook in de experimentele groep waren leerlingen die langs de kortste weg, zij het iets anders genoteerd, snel de sommen uitrekenden.

5.5 Statistische bewerking.

We hebben de ruwe data (bijlage, b.85 t/m 114) samengevat in tabellen (tabel 10.1 t/m 15.2). Daarin hebben we geen percentages, maar de absolute waarden opgenomen. Daardoor blijkt duidelijker wat een bepaald getal voor de betreffende klas betekent. Als de tabellen worden vergeleken, werkt deze manier in het nadeel van de experimentele groep, omdat die groep iets kleiner is dan de controle groep.

Onze nulhypothese was:

De gemiddelde aantallen goede antwoorden van de experimentele - en de controle groep zijn gelijk.

Tijdens de begintoets hadden wij geen reden om aan te nemen, dat het gemiddelde van de experimentele groep van dat van de controle groep zou verschillen. Voor de basisvaardigheden gold hetzelfde ten tijde van de eindtoets.

Tabel 9 *De verhouding tussen de gemiddelden die wij mochten verwachten.*

	begintoets	eindtoets
context	$m_e = m_c$	$m_e > m_c$
kaal	$m_e = m_c$	$m_e > m_c$
basisvaardigheden	$m_e = m_c$	$m_e = m_c$

De deelleergang basisvaardigheden was immers opgezet om de resultaten van beide groepen wat dit betreft gelijk te houden. Voor de gehele begintoets

Tabel 10.1 Aantallen leerlingen van de experimentele groep, die de contextopgaven uit de begintoets goed hebben gemaakt.

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	21	21			21	21	21		21	21		
- , x en ? buiten beschouwing	15	11			14	12	12		7	5	10.857142*	3.6253078
verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing	14	7			11	10	12		7	4	9.2857142*	3.4503277
verwoordingsfouten buiten beschouwing	10	7			9	8	11		5	3	7.5714285*	2.8199966
goed	3	0			6	7	10		4	1	4.4285714*	3.5050983

Tabel 10.2 Aantallen leerlingen van de controle groep, die de contextopgaven uit de begintoets goed hebben gemaakt.

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23		
-, x en ? buiten beschouwing	17	16	19	17	18	19	18	17	714285*	1.1126973		
verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing	17	15	16	16	16	18	14	16*		1.2909944		
verwoordingsfouten buiten beschouwing	17	14	16	14	15	15	13	14	857142*	1.3451854		
goed	11	1	7	13	14	14	14	8	9	714285*	4.7509397	

Tabel 11.1 Aantallen leerlingen van de experimentele groep, die de kale opgaven uit de begintoets hebben gemaakt.

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21		
-, x en ? buiten beschouwing	20	16	17	19	12	11	14	15.571428*	3.4086724			
slordigheidsfouten buiten beschouwing	18	12	12	16	10	9	10	12.428571*	3.3594217			
goed	18	8	10	11	8	6	9	10*	3.8729833			

Tabel 11.2 Aantallen leerlingen van de controle groep, die de kale opgaven uit de begintoeets goed hebben gemaakt.

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	23	23	23	23	23	23	23	23		23		
-, x en ?												
buiten beschouwing	20	21	22	20	20	20	20	20	20	20	20.428571*	0.7867958
slordigheidsfouten												
buiten beschouwing	20	17	19	19	19	14	14	18	18	18	17.857142*	1.9518001
goed	20	13	18	14	11	11	13		18	18	15.285714*	3.3523268

Tabel 12.1 *Aantal opgaven basisvaardigheden, dat de leerlingen van de experimentele groep, tijdens de begintoets, goed hebben gemaakt.*

type	m	s
a	9.9047619	0.3007926
b	8	2.0493901
c	3.3333333*	2.7628487
d	5.9047619	1.1791845
e	8.1428571	2.197401
f	3	2.9325756
g	2.5714285*	3.0752467
h	9.8095238	0.4023739
i	6.5238095	2.358369
j	6.095238	2.5476413
k	6.047619*	3.1539846

Tabel 12.2 *Aantal opgaven basisvaardigheden, dat de leerlingen van de controle groep, tijdens de begintoets, goed hebben gemaakt.*

type	m	s
a	9.347826	1.7737657
b	8.6956521	1.9172609
c	6.0434782*	2.6879911
d	6.0869565	1.6763879
e	8.5652173	2.1705903
f	3.0869565	2.1513852
g	4.6956521*	2.8354057
h	9.3913043	1.6442497
i	7.9130434	2.2545518
j	7.6086956	2.8562392
k	7.8695652	2.2422461

Tabel 13.1 Aantallen leerlingen van de experimentele groep, die de contextopgaven uit de eindtoets goed hebben gemaakt.

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21		
-, x en ? buiten beschouwing	21	20	21	21	13	21	21	21	20	19.571428*	2.9358214	
verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing	21	20	21	21	13	20	21	19	19.285714*	2.8702082		
verwoordingsfouten buiten beschouwing	12	13	17	11	16	18	18	15*	2.9439202			
goed	6	12	16	4	9	16	17	11.428571*	5.2235729			

Tabel 13.2 Aantallen leerlingen van de controle groep, die de contextopgaven uit de eindtoets goed hebben gemaakt.

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23		
-, x en ? buiten beschouwing	15	18	18	18	12	16	18	18	18	16.428571*	2.2990681	
verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing	13	15	15	15	10	16	17	17	17	14.714285*	2.4976179	
verwoordingsfouten buiten beschouwing	12	15	13	7	14	13	13	12.428571*	2.5727509			
goed	4	13	9	3	6	8	13	8*	4			

Tabel 14.1 Aantallen leerlingen van de experimentele groep, die de kale opgaven uit de eindtoets goed hebben gemaakt.

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21		
- , x en ?												
buiten beschouwing	20	20	21	21	21	20	20	20	21	21	20.5	0.5270462
slordigheidsfouten												
buiten beschouwing	20	20	21	21	21	20	20	20	19	21	20.3*	0.6749485
goed	15	17	20	12	18	16	16	13	17	14	15.8*	2.3944379

Tabel 14.2 *Aantallen leerlingen van de controle groep, die de kale opgaven uit de eindtoets goed hebben gemaakt.*

opgave	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m	s
n	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23		
- , x en ?												
buiten beschouwing	22	20	22	21	21	20	20	20	22	20	20.8	0.9189365
slordigheidsfouten												
buiten beschouwing	18	5	15	19	14	17	18	6	20	16	14.8*	5.2238768
goed	16	1	14	14	12	12	16	6	17	8	11.6*	5.1251016

Tabel 15.1 *Aantal opgaven basisvaardigheden, dat de leerlingen van de experimentele groep, tijdens de eindtoets, goed hebben gemaakt.*

type	m	s
a	10	0
b	9.4285714	1.0281745
c	7.1904761	2.2719825
d	7.7619047	1.3380867
e	9.8095238	0.5117663
f	6.7142857	1.7928429
g	6.8571428	2.8157719
h	9.6666666	0.6582806
i	6.047619	2.6358336
j	8	1.9493588
k	7.5714285	1.6903085
S	3.6666666	1.6532795

Tabel 15.2 *Aantal opgaven basisvaardigheden, dat de leerlingen van de controle groep, tijdens de eindtoets, goed hebben gemaakt.*

type	m	s
a	9.9130434	0.4170288
b	9.3043478	1.5502135
c	8.3043478	2.4014159
d	7	2.5405797
e	9.173913	1.8003073
f	5.6086956	2.4071697
g	6.0869565	2.4292356
h	9.8260869	0.4910261
i	6.5652173	2.3515195
j	7.3913043	3.4868471
k	6.2608695	2.6322715
S	4.5652173	1.7535959

ën de eindtoets basisvaardigheden formuleerden wij de volgende alternatieve hypothese:

Het gemiddelde van het aantal goede antwoorden van de experimentele groep is niet gelijk aan dat van de controle groep.

Theoretisch mochten wij aannemen, dat wat betreft de eindtoets van de context- en de kale opgaven, de experimentele groep betere resultaten zou boeken, dan de controle groep. Daarom formuleerden wij in dit geval een andere alternatieve hypothese:

Het gemiddelde van het aantal goede antwoorden van de experimentele groep is hoger dan dat van de controle groep.

We kozen in beide gevallen voor een significantieniveau van 5 %.

Het aantal proefpersonen van de experimentele - en de controle groep bedroeg respectievelijk 21 en 23.

De kritieke grenswaarde van t bedraagt voor de hele begintoets en de eindtoets basisvaardigheden (tweezijdig) 2.0189 en voor de eindtoets context en taal (eenzijdig) 1.6827 . Zie voor de berekening van de t - waarden de bijlage (b.115 t/m 125).

In de tabellen 10.1 t/m 12.2 is te zien, dat de experimentele groep ten tijde van de begintoets niet beter presteerde dan de controle groep en in de meeste opzichten zelfs minder.

Bij de basisvaardigheden was het gemiddelde van de experimentele groep alleen hoger bij de typen a(. x . =) en h(.)(.)(.)(.)(.)(.)(.). Voorbeelden:

a $7 \times 8 =$

3926 5104

Het verschil was echter niet significant. Bij een drietal typen was het verschil wel significant, maar dan in het nadeel van de experimentele groep: $c (.x.. (>20) =)$, $g (.0(0)(0) : .0(0)(0) =; .0(0)(0) : .0(0)=)$ en $k (..(.) (.) - ..(.) (.))$. Voorbeelden:

c $4 \times 38 =$

$$q \quad 6000 : 20 =$$
$$5400 : 900 =$$

k 5018

-3761

We mogen dus aannemen, dat de leerlingen van de experimentele groep deze typen minder goed beheersten, dan de leerlingen van de controle groep. Het zijn de lastigste typen. Ook van de overige typen was het gemiddelde van de experimentele groep lager dan van de controle groep. Het gaat om de volgende typen: b ($. \times ..(<20)=$), d ($. \times .0(0)(0)=; . \times ..(0)(0)=$), e ($.0(0)(0) \times . =$), f ($.(0)(0) \times .0(0)(0) =; .0(0) \times ..0(0) =$), i ($.(.)(.) + .(.) + .(.) + .(.) =$) en j ($. \times ... =$). Voorbeelden:

$$\begin{array}{ll} \text{b} & 9 \times 12 = \\ \text{d} & 6 \times 300 = \\ & 5 \times 2700 = \\ \text{e} & 4000 \times 8 = \\ \text{f} & 900 \times 3000 = \\ & 40 \times 5700 = \\ \text{i} & 628 + 6 + 395 + 17 = \\ \text{j} & 249 \\ & \underline{8x} \end{array}$$

Bij deze typen waren de verschillen significant.

Samenvattend: de leerlingen van de experimentele groep maakten twee typen sommen gemiddeld beter dan de controle groep. Bij de overige negen typen was het andersom, waarbij de verschillen in drie gevallen significant waren.

Het doel van de leergang basisvaardigheden was, dat de leerlingen van de experimentele groep in dat opzicht geen achterstand zouden oplopen. Gezien de uitslag van de eindtoets basisvaardigheden zijn we in die opzet geslaagd: we vonden geen enkel significant verschil en slechts in vier van de twaalf gevallen viel het verschil negatief uit. Het ging om de gevallen c, h, i en S(schatten). Het verschil bij het type c was bij de begintoets ook al het grootst. Het negatieve verschil bij de typen h en i moet aan het toeval worden toegeschreven. Het negatieve verschil bij het type S verbaast ons: wij hebben het extra geoefend en in die vorm komt het niet voor in de conventionele leergang.

De uitslag van de toetsen met kale - en context sommen is duidelijk: op de begintoets scoorde de controle groep op alle onderdelen het hoogst, maar de score op de eindtoets is precies andersom (tabel 13.1 t/m 14.2). Op het eerste gezicht lijkt er één uitzondering te zijn. In de tabellen 14.1 en 14.2 lijkt de gemiddelde score van de experimentele groep in één geval lager dan van de controle groep. Dat geeft echter een onjuist beeld

van de werkelijkheid. De experimentele groep heeft het er beter afgebracht, dan de controle groep. Dat dit niet in de tabel tot uiting komt, ligt aan het verschil in de aantallen proefpersonen. De experimentele groep bestaat uit 21 proefpersonen en de controle groep uit 23. Het gemiddelde van de experimentele groep bij dit onderdeel is 20.5 en bij de controle groep 20.8. Dat lijkt in het nadeel van de experimentele groep; niet echter, als we bedenken, dat de experimentele groep gebonden is aan een maximum van 21 goed. Dan is een gemiddelde van 20.5 een betere prestatie dan 20.8 uit 23. Dit verschil in aantallen proefpersonen is bij de andere onderdelen niet merkbaar, omdat de verschillen tussen de gemiddelden daar groter zijn.

6 CONCLUSIE.

Aan het begin van ons onderzoek hebben wij de volgende vraag gesteld:

Wordt de cijferprocedure voor delen na onze leergang geïntegreerd cijferen volgens het principe van progressieve schematisering beter toegepast, dan na de leergang van "Operatoir rekenen".

Nu, na ons onderzoek, kunnen wij deze vraag met een volmondig "ja" beantwoorden. Uit de beschrijving van de verwoordingsfouten blijkt, dat de leerlingen van de experimentele groep vóór de leergang vaker dan de leerlingen van de controle groep de hele verwoording of de verwoording van de rest weglieten, terwijl dat na de leergang andersom was (b.89). Uit de beschrijving van de leerlingen blijkt, dat de experimentele groep zo goed als geen uitvallers telde, terwijl verschillende leerlingen van de controle groep tot de uitvallers behoorden, ook op het gebied van het verwoorden (b.142). Uit de statistische bewerking blijkt, dat vóór de leergang door de leerlingen van de experimentele groep significant vaker dan door de leerlingen van de controle groep, geen adequate cijferprocedure werd toegepast. Als de juiste cijferprocedure wel werd toegepast, leidde dit voor de leergang in de experimentele groep significant vaker tot een foute uitkomst.(b.154). Na de leergang was dit andersom.

Onze vorm van onderwijs is niet teacher - proof. Vandaar, dat er veel onderzoeksgegevens nodig zijn om uitspraken over dat onderwijs te kunnen generaliseren. Een steekproef uit de leerlingen populatie is niet voldoende: er moet een steekproef uit de leerkrachten populatie worden genomen. Vandaar dat wij ook kijken welke conclusie wij kunnen trekken t.a.v. de procedure sec.

Uit de beschrijving van de procedurefouten blijkt, dat er wat die fouten betreft vóór de leergang geen verschil tussen de beide groepen bestond en dat er na de leergang door de experimentele groep praktisch geen procedurefouten meer werden gemaakt (b.120). Hetzelfde blijkt uit de statistische bewerking: er werden in de experimentele groep significant minder procedurefouten gemaakt. Vóór de leergang was dat andersom.

Als conclusie mogen we uit ons onderzoek trekken, dat na een leergang geïntegreerd cijferen volgens progressieve schematisering cijferprocedures voor delen beter worden toegepast en uitgevoerd, dan na een conventionele leergang.

7 TWEEDE ONDERZOEK.

7.1 Inleiding.

Tijdens de leergang vroegen wij ons af, in hoeverre de leerresultaten waren toe te schrijven aan een gewinning aan het materiaal. Dat is punt één.

Punt twee: voor we de eindtoets bij de experimentele - en de controle groep afnamen, hielden we een pilotonderzoek in een zesde klas (van dezelfde school als waar de experimentele groep op zat). Die leerlingen mochten vragen stellen. Op die manier wilden we er achter komen welke woorden eventueel te moeilijk waren. Het bleek toen ook, dat veel leerlingen niet wisten hoe ze de verhoudingsdelingen moesten aanpakken. De onderwijzer probeerde ze op weg te helpen en ze reageerden in de trant van: "O, moet je delen!" Daarna kwamen ze niets meer vragen.

Wij vroegen ons af, of de positieve resultaten van de experimentele groep voor een deel door dit effect in combinatie met gewinning konden worden verklaard. Om het bestaan van dergelijke effecten aan te tonen besloten we een toets af te nemen in vier groepen:

- de experimentele groep,
- de controle groep
- de pilot groep en
- een extra groep, die nog niet aan het onderzoek had deelgenomen.

De collega van de zesde klas van dezelfde school als waar de controle groep op zat, was bereid met zijn zesde klas als extra groep mee te doen.

7.2 Vraagstelling.

Het zou zo kunnen zijn, dat de leerlingen van de experimentele groep gewend waren geraakt aan het uiterlijk van het materiaal, vertrouwd waren geraakt met het soort sommen en in de gaten hadden gekregen, dat het om delen ging. Daarom vroegen wij ons af:

Passen de leerlingen van de experimentele groep de cijferprocedure voor delen onder andere omstandigheden dan de eindtoets ook beter toe dan de controle groep?

Door de reacties van de leerlingen tijdens het pilot onderzoek, kregen we het idee, dat zij volgens een soort afstreepsysteem zouden kunnen werken: als het geen vermenigvuldigen, optellen of aftrekken is, dan moet je delen. Wij vroegen ons af:

Passen de leerlingen van de groep die aan het pilot onderzoek hebben deelgenomen, de cijferprocedure voor delen beter toe, dan de leerlingen van een groep die niet bij het eerste onderzoek betrokken zijn geweest?

Om de eerste vraag te kunnen beantwoorden moesten we de experimentele groep met de controle groep vergelijken. De omstandigheden waren in zoverre veranderd, dat de leerlingen van de controle groep na de eindtoets al wat vaker met het materiaal hadden kennis gemaakt en gezien, dat er in het gedeelte van de eindtoets met de kale opgaven uitsluitend deelsommen staan. Op de tweede plaats veranderden we het uiterlijk van het materiaal (getypt i.p.v. geschreven; fotootjes i.p.v. tekeningen) en op de derde plaats veranderden we de aard van de opgaven (het formuleren van een som i.p.v. berekenen). Als de experimentele groep onder deze omstandigheden betere prestaties zou leveren, dan de controle groep, is dat weer een reden om aan te nemen, dat dat positieve resultaat het gevolg is van de experimentele leergang.

Om de tweede vraag te kunnen beantwoorden moesten we de pilot groep met de extra groep vergelijken. Als de pilot groep de delingen beter identificeerde dan de extra groep, maar er bij de andere typen geen verschil zou zijn, dan is dat een reden om aan te nemen, dat het maken van een toets voldoende is om positieve resultaten te bereiken.

7.3 Opzet.

Aan dit extra onderzoek, namen vier groepen deel: R_1 , R_2 , R_3 en R_4 .

Tabel 16 *Onderzoeksopzet van het extra onderzoek.*

R_1	O_1	X	O_2	O_3
R_2	O_4		O_5	O_6
R_3			O_7	O_8
R_4				O_9

Groep R_1 is de experimentele groep. Deze groep nam deel aan de begintoets (O_1), de leergang (X), de eindtoets (O_2) en het extra onderzoek (O_3). Groep R_2 is de controle groep. Deze groep nam deel aan de begintoets (O_4), de eindtoets (O_5) en de extra toets (O_6). Groep R_3 is de groep die aan het pilot onderzoek (O_7) deelnam. De gebruikte toets was gelijk aan de eindtoets. Verder maakte deze groep de extra toets (O_8). Groep R_4 maakte alleen de extra toets (O_9).

7.4. Onderzoeksgroepen.

Groep R_1 en R_2 zijn respectievelijk gelijk aan de experimentele - en de controle groep, zij het dat de samenstelling van beide groepen iets gewijzigd is ten opzichte van het eerste onderzoek. In de experimentele groep ontbraken Audrey (e 6), Raimond (e 11) en Emilia (e 13). Peter B. (c 4) nam dit keer wel aan de toets deel. Als we de groepen uit het eerste en tweede onderzoek gelijk hadden gemaakt, hadden we in het eerste onderzoek de experimentele groep moeten verkleinen. Dat vonden we niet wenselijk en daarom kozen we voor ongelijke groepen.

De groepen R_1 en R_2 waren vijfde klassen en de groepen R_3 en R_4 zesde. Daarom konden we geen variantie - analyse toepassen op de resultaten van de vier groepen.

7.5 Materiaal.

De leerlingen kregen een boekje (bijlage; b.127 t/m 133), waarin 30 sommen staan, verdeeld over vijf typen: 8 vermenigvuldigingen, 6 verdelingsdelingen, 6 verhoudingsdelingen, 5 optellingen en 5 aftrekkingen.

De leerlingen kregen de opdracht alleen de som op te schrijven waarmee het probleem kan worden opgelost en deze som niet uit te rekenen. De leerkrachten controleerden tijdens het werk of dit door iedereen was begrepen.

7.6 Resultaten.

De ruwe data zijn te vinden in de bijlage: b.134 t/m 142. Omdat de grootte van de groepen dit keer nogal verschilde (experimentele groep: 19, controle groep: 24, pilot groep: 23 en extra groep: 27) rekenden wij de waarden om naar een groep van 19 leerlingen (bijlage; b.143).

Zoals we van plan waren (b.159), vergeleken we eerst de experimentele - met de controle groep. Onze nulhypothese was:

De gemiddelde aantallen goede antwoorden van de experimentele - en de controle groep zijn gelijk.

Als alternatieve hypothese formuleerden we:

Het gemiddelde van het aantal goede antwoorden van de experimentele groep is hoger dan van de controle groep.

We kozen voor een significantie niveau van 5 %.

Het aantal sommen is n: 8 vermenigvuldigingen, van de beide soorten delingen elk 6, en voor het optellen en aftrekken elk 5.

De kritieke grenswaarde voor de vermenigvuldigingen is 1.895, voor de delingen beide 2.015 en voor het optellen en aftrekken elk 2.132. De berekeningen van de t-waarden kunt u vinden in de bijlage (b.145).

Deze toetsingsprocedure leverde het volgende beeld op: het gemiddelde van de experimentele groep is voor alle typen hoger dan dat van de controle groep en voor de verhoudingsdelingen is dat verschil significant (tabel 17).

Om de tweede vraag te kunnen beantwoorden zouden we de pilot groep met de extra groep vergelijken (b.159). Onze nulhypothese was:

De gemiddelde aantallen goede antwoorden van de pilot - en de extra groep zijn gelijk.

Als alternatieve hypothese formuleerden we:

Het gemiddelde van het aantal goede antwoorden van de pilot groep is hoger dan dat van de extra groep.

De andere punten zijn gelijk aan de toetsingsprocedure bij de eerste vraag. De berekeningen kunt u vinden in de bijlage b.146.

We vonden het volgende: het gemiddelde van de pilot groep is voor de meeste typen hoger dan dat van de extra groep; voor de optellingen is het lager. De verschillen zijn nergens significant en het is ook niet zo, dat de positieve verschillen bij de delingen groter zijn dan bij de andere typen (tabel 18).

Tabel 17 *Gemiddelde aantal opgaven, dat de leerlingen van de experimentele - en de controle groep tijdens de extra toets goed hebben gemaakt.*

type	experimentele groep		controle groep	
	m	s	m	s
vermenigvuldiging	16.375	1.8468119	15.833331	2.4674465
verdelingsdeling	13.666666	5.9888785	12.53472	3.9872548
verhoudingsdeling	18.166666*	0.7527727	14.513887*	2.163245
optelling	17.2	1.4832396	15.674998	1.0322071
aftrekking	15.2	2.9495762	12.349998	2.776482

Tabel 18 *Gemiddelde aantal opgaven, dat de leerlingen van de pilot - en de extra groep tijdens de extra toets goed hebben gemaakt.*

type	pilot groep		extra groep	
	m	s	m	s
vermenigvuldiging	18.690215	0.8761973	17.607757	1.7662767
verdelingsdeling	16.246375	1.9314656	15.17816	2.3953399
verhoudingsdeling	16.384056	0.9657324	16.488504	2.2852903
optelling	16.521737	2.8616488	17.820688	0.7177053
aftrekking	17.347824	1.5454666	15.331034	3.8370957

7.7 Conclusions.

Uit tabel 17 kunnen we concluderen, dat de leerlingen van de experimentele groep betere prestaties leveren dan de leerlingen van de controle groep, ook als de omstandigheden anders zijn, dan zij tijdens het eerste onderzoek gewend waren.

Het verschil in prestaties m.b.t. de verdelingsdeling is niet significant. Op de eerste plaats is het verschil niet zo groot: de verdelingsdeling is gemakkelijk en/of krijgt veel aandacht op school. Op de tweede plaats is de spreiding in de experimentele groep erg groot (bijlage, b.145). Dat wordt veroorzaakt door som 7 (bijlage, b.143).

Verder kunnen we concluderen dat het afnemen van een toets geen merkbare invloed heeft gehad. We zien, dat het patroon, dat de scores van de pilot groep vormen, niet afwijkt van dat van de extra groep (tabel 18). We letten op het patroon en niet op de hoogte van de scores, omdat we in deze beide groepen geen begintoeets hebben afgenomen. Als de leerlingen van de pilot groep hoger scoorden op de delingen, dan op de andere typen en bij de extra groep zouden de scores overal ongeveer even hoog zijn, dan zouden wij tot invloed van de toetsafname concluderen.

8 DISCUSSIE.

Het onderzoek leverde data op, die een stevige basis vormen voor de conclusies, maar daardoor mogen we niet vergeten, dat deze conclusies sterk situatiegebonden zijn. Het hoort bij het beschreven onderwijs, dat de leerkracht en de leerlingen een grote inbreng hebben in het onderwijs-leerproces. Daardoor zijn alle variabelen niet onder controle te houden en kan dit onderzoek ook niet exact herhaald worden. De waarde van dit onderzoek is, dat zij samen met andere onderzoeken een steekproef kan vormen, waaruit conclusies kunnen worden gegeneraliseerd.

Middels een tweede onderzoekje hebben wij geprobeerd de validiteit van het eerste onderzoek aan te tonen. Het was beter geweest, als dit tweede onderzoekje in het eerste was geïntegreerd, bijvoorbeeld in de vorm van het "Solomon four-group design" (Huck, 1974, b.253) of een van de varianten daarop (Huck, 1974, b.275).

Een andere verbetering zou zijn de leergang te starten vóór de leerlingen met cijferend delen zijn begonnen. Het zal niet altijd haalbaar zijn, maar de leerlingen zouden dan over een langere periode en ook m.b.t. de andere bewerkingen gevolgd moeten worden. Dat is belangrijk, omdat de verandering van de wiskundige attitude een rol speelt en dat vraagt tijd en een brede opzet.

Het primaat van de verdelings- of verhoudingsdeling zou één van de onderzoekspunten kunnen zijn, waarbij niet alleen onderzocht moet worden met welk van de twee men het beste kan beginnen. Er is een derde mogelijkheid, die misschien beter bij de principes van de leergang past: vanuit beide soorten delingen starten. Dat beide soorten problemen met één algoritme kunnen worden opgelost, wordt later wel duidelijk, terwijl op deze manier wordt voorkomen, dat een algoritme, dat in de ene situatie is ontstaan, in de andere situatie moet worden toegepast.

De resultaten van dit onderzoek zijn een argument om geïntegreerd cijferen volgens het principe van progressieve schematisering in te voeren; niet alleen omdat de cijferprocedures dan beter worden toegepast. Er zijn meer punten van overweging. Het belangrijkste is wel, dat deze vorm van leren cijferen past binnen de opvatting, dat wiskunde een menselijke activiteit is. Zij sluit aan bij de natuurlijke aanpak van kinderen en ontwikkelt zo een wiskundige attitude die het mogelijk maakt wiskundige ontdekkingen te doen. Zo blijft cijferen een vorm van handig

rekenen, waarbij de kinderen het belang van een algoritme inzien. Een derde punt is, de mogelijkheid de oplossingsmethode en het eindniveau te variëren. Daardoor is het geen kwestie meer van wel of niet kunnen, maar van min of meer efficiënt aanpakken. Daardoor zijn er geen uitval- lers meer en dat is niet alleen een voordeel met het oog op het leer- resultaat, maar ook i.v.m. de persoonlijkheidsontwikkeling van zwakke leerlingen. Deze vorm van differentiatie biedt ook sociale voordelen: er zijn veel meer mogelijkheden samen te werken, niet in de verhouding deskundig - ondeskundig, maar als mensen die wederzijds van en met elkaar kunnen leren. Het vierde punt betreft de aard van de fouten. In het conventionele onderwijs worden meer procedure fouten gemaakt. In het onderhavige onderwijs is de kans op slordigheidsfouten groter, omdat de berekeningen langer kunnen zijn, maar wie een slordigheidsfout ontdekt kan hem verbeteren. Dat geldt voor procedure fouten in mindere mate. Dit brengt ons op de controle van berekeningen. De manier waarop wij dat hebben laten doen, past niet bij de ontwikkeling van een goede wiskundige attitude. Daar moet nog een oplossing voor worden gevonden. Een bijkomend voordeel van de progressieve schematisering is, dat eer- der met grote getallen kan worden begonnen, waardoor de problemen na- tuurlijker kunnen zijn. Een punt van ondergeschikt belang is de beno- digde tijd: enerzijds de tijd die de leerlingen nodig hebben om een som uit te rekenen. Deze tijd kan in het begin langer zijn, dan bij de conventionele methoden, maar dan moeten we wel bedenken, dat zwakke leerlingen nu hun tijd tenminste kunnen gebruiken! Anderzijds de tijd die nodig is om de leergang te doorlopen: deze kan aanmerkelijk korter zijn, al was het alleen al, doordat de laatste tijdrovende stap niet gezet hoeft te worden. Door de rekenmachine kan de einddoelstelling ter discussie worden gesteld: niet iedere leerling hoeft het algoritme in z'n meest efficiënte vorm te beheersen. Daar zijn de rekenmachientjes voor. Van de andere kant hebben de leerlingen de algoritmes beter le- ren toepassen, zodat ze het rekenmachientje efficiënter gebruiken.

Aan onze manier van werken kleven ook nadelen, maar die liggen op een ander vlak, dan de punten die we tot nu toe hebben besproken. Vooral in het eerste jaar is deze werkwijze didactisch en praktisch moeilijk uitvoerbaar; het betekent niet alleen een methodische, maar veel meer een didactische verandering. De taak van de leerkracht verschuift van onderwijsgevende naar opvoeder en de leergang is moei-

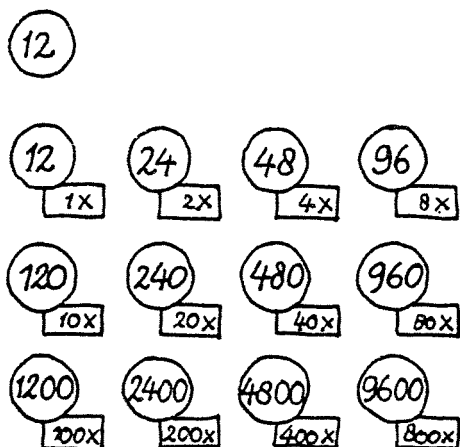
lijk in een methode vast te leggen, zodat vooral m.b.v. een handleiding moet worden gewerkt.

Het is verheugend, dat er nu een methode op de markt is gekomen met een geïntegreerde cijferleergang, gebaseerd op het principe van progressieve schematisering: "De wereld in getallen".

De handleiding blijkt in alle opzichten op onze aanpak te lijken. Op de eerste plaats wordt de ontwikkeling van de leerlingen vergeleken met de historische ontwikkeling. Op de tweede plaats wordt het leerproces in contexten ingebed. Ook moeten de leerlingen zelf beoordelen welke oplossingsmethoden ze het handigst vinden. Daardoor zijn de algoritmen het resultaat van hun eigen, wiskundige activiteit. Een vierde overeenkomst is de werkwijze: deze berust op herhaald aftrekken en er wordt ook met bakjes gewerkt. Voorts worden er 4 fasen onderscheiden, die echter niet helemaal parallel lopen met de onze. Door die fasen is er procesdifferentiatie mogelijk. Een zesde en tevens laatste punt van overeenkomst is, dat er eerst met verdelingsdelingen wordt gewerkt en pas later met verhoudingsdelingen.

Nieuw is een model om verdubbelingsrijen te maken: erg handig.

Figuur 2 *Model om verdubbelingsrijen te maken.*



Het mooie is, dat het leerlingenboek overeenkomstig deze principes is samengesteld. Ieder hoofdstuk begint met een context, bijvoorbeeld een bezoek aan de dierentuin, waarbinnen gerekend kan worden. Op de daarop volgende oefenbladen staan context - en kale opgaven. De context

opgaven zijn telkens geïllustreerd met een functioneel tekeningetje. Bij elke tekening staat een reeksje sommen, die per reeks op eenzelfde stramien zijn gebaseerd.

De enige reden om de geïntegreerde leergang, gebaseerd op het principe van de progressieve schematisering, niet in te voeren was: er is geen methode voor. Dat argument is nu vervallen en na een jaar op deze manier te hebben gewerkt, kunnen wij deze aanpak van harte aanbevelen.

9 LITERATUUR.

- Buys, N., F. Teunissen en S. de Cocq, *Operatoir rekenen*. Tilburg, 1981.
- Dekker, A., H. ter Heege en A. Treffers, *Cijferend vermenigvuldigen en delen volgens Wiskobas. Voorbeelden uit de onderwijspraktijk van geïntegreerd cijferen volgens progressieve schematisering*. Utrecht: OW en OC, 1982.
- Goffree, F., H. Freudenthal en G. Schoemaker, *Wiskundeonderwijs, een mikro-didaktische beschouwing rond "begrijpen"*. Utrecht, IOWO (reader).
- Heege, H. ter, *Tafels kennen ... om te kunnen vermenigvuldigen*. 1981 (paper).
- Huck, S., W. Cormier en W. Bounds, *Reading statistics and research*. New York, 1974.
- Nieland, I., Nauwkeurig cijferen. *Jeugd in school en wereld*, 1969, 53, 26-30.
- Streefland, L., Historisch perspectief. In: A. Treffers (Ed.), *Cijferend vermenigvuldigen en delen (1)*. Utrecht: IOWO, 1979, 131-154.
- Teule-Sensacq, P. en G. Vinrich, Resolution de problèmes de division au cycle élémentaire dans deux types de situations didactiques. *Educational Studies in Mathematics*, 1982, 13, 177-205.
- Treffers, A. (Ed.), *Cijferend vermenigvuldigen en delen (1). Overzicht en achtergronden*. Utrecht: IOWO, 1979.
- Treffers, A., Cijferen in het rekenonderwijs van toen en nu. *Pedagogische Studiën*, 1982, 59, 97-116.
- Treffers, A., Basisalgoritmen in het wiskunde-onderwijs op de basisschool. *Pedagogische Studiën*, 1982, 59, 471-483.
- Treffers, A., Onderzoek rekenonderwijs. *Willem Bartjens*, 1982, 1, 27-33.

Treffers, A., H. ter Heege en A. Dekker, De kloof tussen cijferen en enkelvoudig toepassen. *Willem Bartjens*, 1982, 1, 81-89.

Treffers, A., Cijferen in het rekenonderwijs toen en nu. *Pedagogische Studiën*, 1982, 59, 97-115.

Treffers, A., *Mathematisch-didactische stromingen en onderzoek van wiskunde-onderwijs*. Utrecht: OW en OC (ter perse).

Veldhuis, E., *Een deelleergang voor cijferend optellen en aftrekken, volgens het principe van progressieve schematisering, gegeven in het kader van remedial teaching van vier kinderen in het buitengewoon onderwijs*. Utrecht: IPAW (doct. scriptie), 1981.

Vrolijk, A., *Algoritmen in het onderwijs*. Utrecht: IPAW (doct. scriptie), 1981.

BIJLAGE.

INHOUD.

1	BEGINTOETS CONTEXT EN KAAL.	3
2	EINDTOETS CONTEXT EN KAAL.	18
3	BEGINTOETS BASISVAARDIGHEDEN.	34
4	EINDTOETS BASISVAARDIGHEDEN.	39
5	LEERGANG GEINTEGREERD DELEN VOLGENS HET PRINCIPE VAN PROGRESSIEVE SCHEMATISERING.	43
6	LEERGANG BASISVAARDIGHEDEN.	71
7	RUWE DATA VAN DE EXPERIMENTELE GROEP.	85
8	RUWE DATA VAN DE CONTROLE GROEP.	102
9	BEREKENING VAN DE T - WAARDEN.	115
10	EXTRA TOETS.	126
11	RESULTATEN EXTRA TOETS.	134
12	STATISTISCHE BEWERKING RESULTATEN EXTRA TOETS.	144

1 BEGINTOETS CONTEXT EN KAAL.

bc 1 t/m 5

1. Wil je hier je voor- en achternaam duidelijk invullen?

.....

2. Als je een som niet kunt, sla hem dan zo lang over.
Probeer hem later nog eens.

3. Als je klaar bent of niet verder kunt, lever je werk dan in.

4. Vul nu de begintijd in:

.....

Eindtijd:

.....

bc 1

Op school wordt een film vertoond. De stoeltjes worden klaar gezet: 8 naast elkaar. Er komen 386 kinderen kijken. Hoeveel rijen van 8 stoeltjes zijn er nodig?

bc 2

In een krat zitten 12 flessen melk. Hoeveel flessen zitten er in 54 kratten?

bc 3

We zijn op vakantie geweest naar Holstinië. Daar moet je met Zutronen betalen. Toen we terug kwamen, hadden we nog 1010 Zutronen over. Voor 19 Zutronen krijg je een gulden. Hoeveel gulden kregen wij?

bc 4

Op school is een leuke tentoonstelling ingericht. Op zaterdag kwamen er 378 en op zondag 535 bezoekers. Hoeveel bezoekers zijn er geweest?

bc 5

De beide stoepen van de hoofdstraat zijn samen 1155 meter lang. Er komen parkeerplaatsen. Elke parkeerplaats wordt 6 meter lang. Hoeveel parkeer-meters moet de gemeente bestellen?

bc 6 t/m 10

1. Wil je hier je voor- en achternaam duidelijk invullen?

.....

2. Als je een som niet kunt, sla hem dan zo lang over.

Probeer hem later nog eens.

3. Als je klaar bent of niet verder kunt, lever je werk dan in.

4. Vul nu de begintijd in:

.....

Eindtijd:

.....

bc 6

Van Djedah naar Timboektoe loopt een karavaanroute van 2240 kilometer lang. Atsechaf heeft er 16 dagen over gedaan!.Hoeveel kilometer heeft zijn rijkameel per dag afgelegd?

bc 7

En kippenboer heeft 1728 kuikentjes besteld. Er gaan er 144 in één schuur. Hoeveel schuren heeft hij nodig?

bc 8

Bij de in- en uitgang van de dierentuin staan hekjes, waarmee de bezoekers worden geteld. Vandaag zijn er 1008 langs de kassa gekomen en 839 naar buiten gegaan. Hoeveel bezoekers zijn er nog in de dierentuin?

bc 9

Mevrouw Houtman moet 3276 gulden per jaar betalen voor water, gas en elektriciteit. Een jaar heeft 52 weken. Hoeveel betaalt ze per week?

bc 10

De supporters-vereniging van de Go-Ahead Eagles wil een aantal bussen huren voor een belangrijke uit-wedsrijd. Er gaan 2024 supporters mee. In een bus gaan 52 supporters. Hoeveel bussen moeten er worden gehuurd?

bk 1 t/m 5

1. Wil je hier je voor- en achternaam duidelijk invullen?

.....

2. Als je een som niet kunt, sla hem dan zo lang over.
Probeer hem later nog eens.

3. Als je klaar bent of niet verder kunt, lever je werk dan in.

4. Vul nu de begintijd in:

.....

Eindtijd:

.....

bk 1

$$5916 - 437 =$$

bk 2

$$318 : 7 =$$

bk 3

$$7193 + 528 =$$

bk 4

$$1452 : 17 =$$

bk 5

$$326 : 3 =$$

bk 6 t/m 10

1. Wil je hier je voor- en achternaam duidelijk invullen?

.....

2. Als je een som niet kunt, sla hem dan zo lang over.
Probeer hem later nog eens.

3. Als je klaar bent of niet verder kunt, lever je werk dan in.

4. Vul nu de begintijd in:

.....

Eindtijd:

.....

bk 6

$$2530 : 14 =$$

bk 7

$$3587 : 18 =$$

bk 8

$$4593 : 61 =$$

bk 9

$$58 \times 374 =$$

bk 10

7174 : 34 =

2 EINDTOETS CONTEXT EN KAAL.

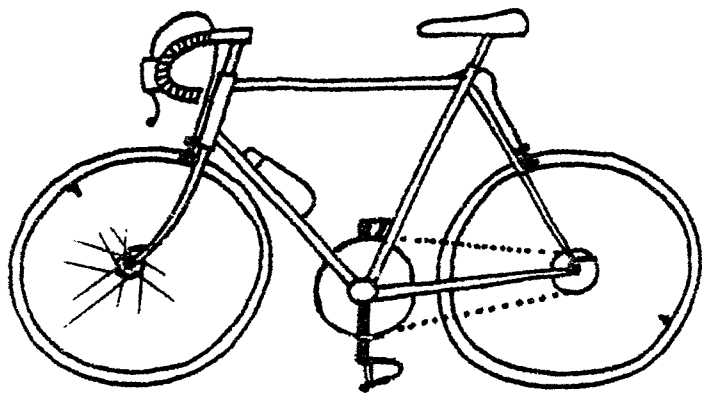
ec 1 t/m 10

Voor- en achternaam:

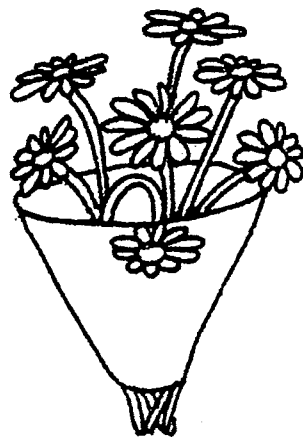
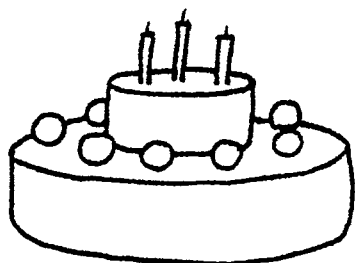
.....

Begintijd :

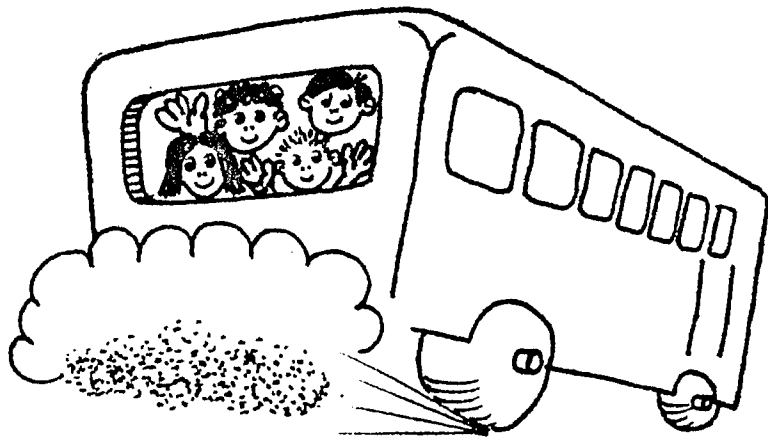
Eindtijd :



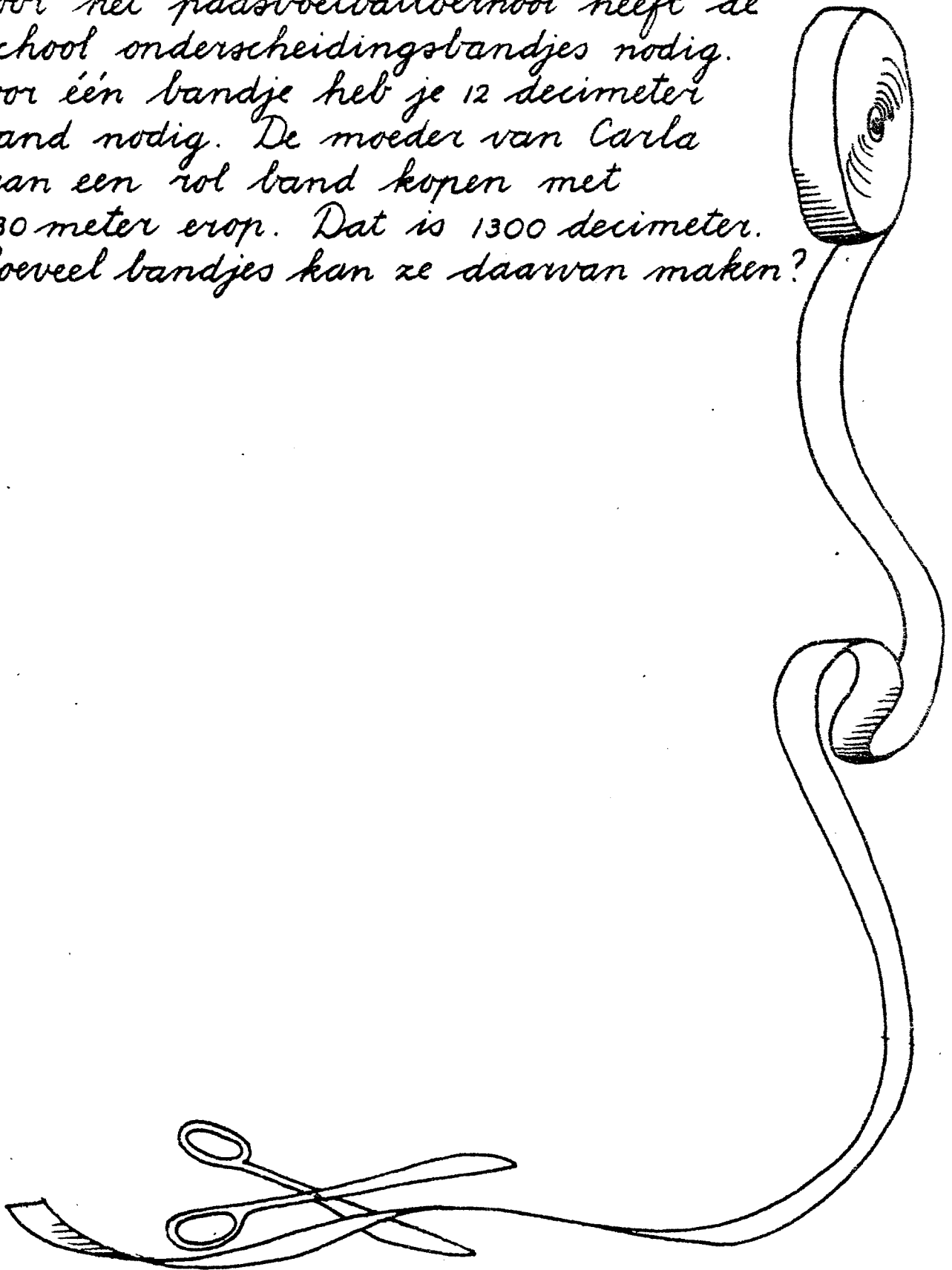
Alice spaart voor een racefiets, die f1.225,- kost. Op zaterdag brengt ze voor een bakker taarten rond en voor een bloemist bloemen. Daar verdient ze iedere week f16,- mee. Hoeveel weken moet ze voor die fiets werken?



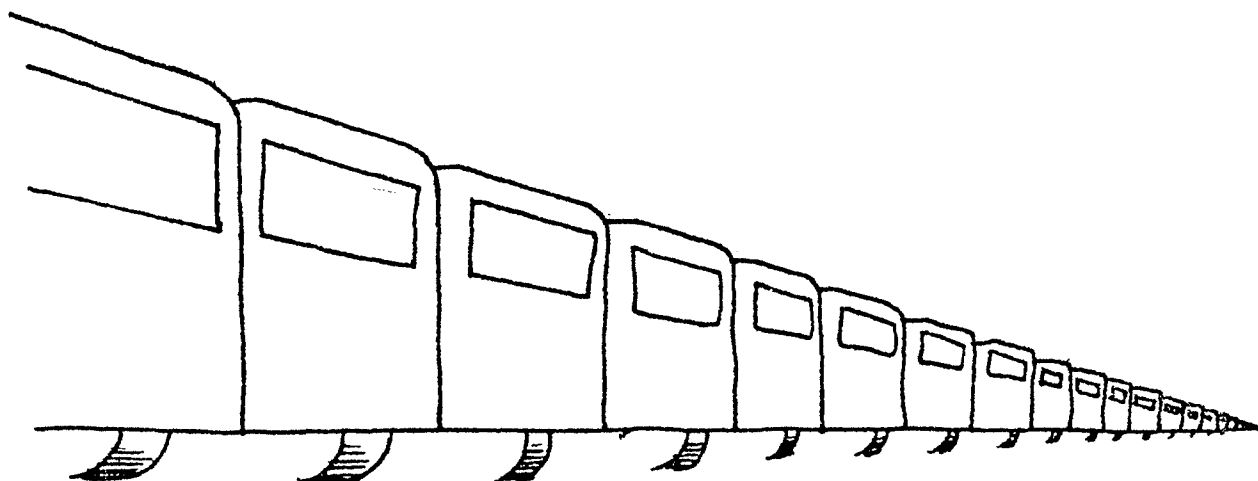
Het schoolreisje zal dit jaar f625,- gaan kosten. De klas heeft al f478,- gespaard. Hoeveel geld moet er nog gespaard worden?



Voor het paasvoetbaltoernooi heeft de school onderscheidingsbandjes nodig. Voor één bandje heb je 12 decimeter band nodig. De moeder van Carla kan een rol band kopen met 130 meter erop. Dat is 1300 decimeter. Hoeveel bandjes kan ze daarvan maken?

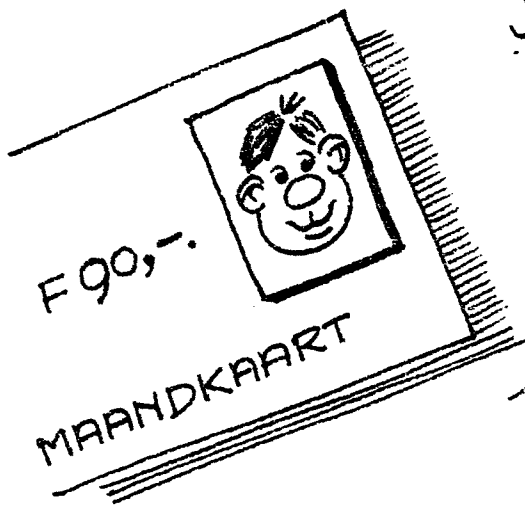


De Sinterklaascommissie is nu al weer bezig het feest te organiseren. De bussen bijvoorbeeld, moeten nu al worden besteld. Het komend jaar moeten er ongeveer 2.250 eerste-, tweede- en derde klassers, meesters en juffen naar de boot worden gebracht. In één bus gaan 52 personen. Hoeveel bussen moeten er dus zeker worden besteld?

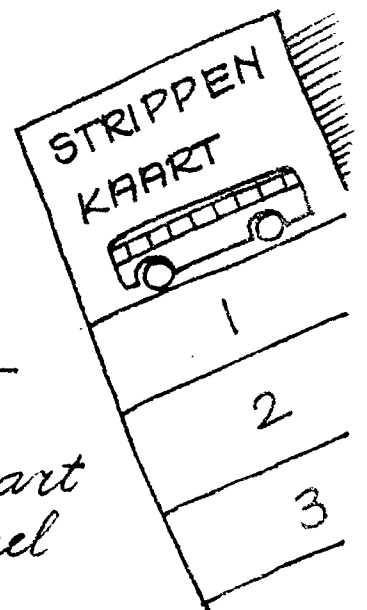


Arnold doet mee aan een wandeltocht voor een goed doel. Voor iedere kilometer die hij loopt krijgt hij f 4,95. Hij loopt 35 kilometer. Hoeveel brengt dat op?



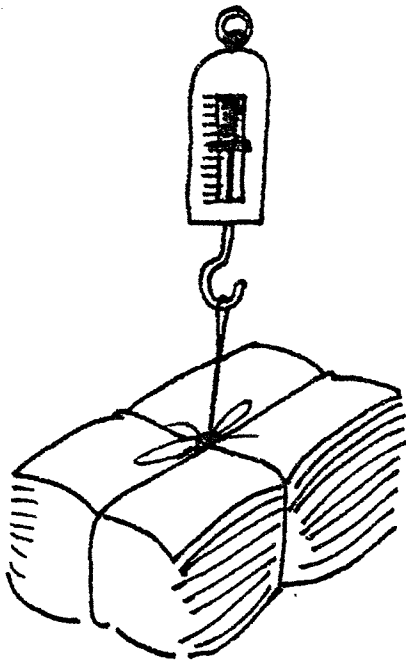


Henk gaat elke dag met de bus naar school. In de maand maart 24 keer. Hij koopt altijd een maandkaart. Die kost hem f 90,-. Wat kost hem dat per keer?

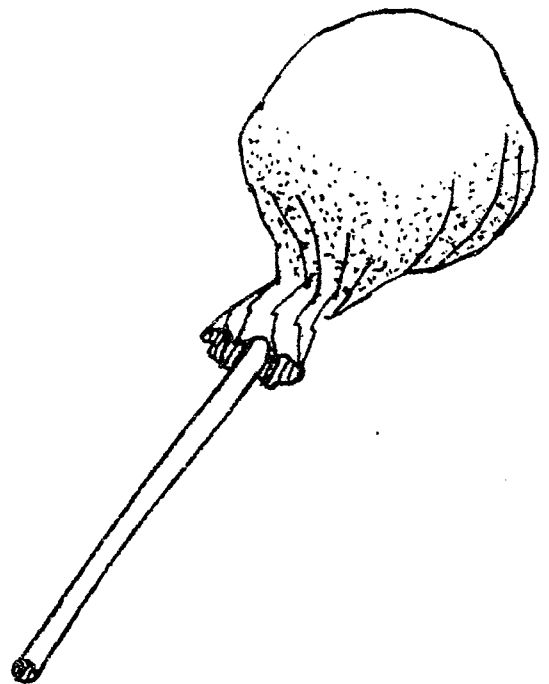


Als Henk elke dag een strippenkaart gebruikt, dan kost hem dat f 4,35. Dat zou hem in maart dus f 104,40 hebben gekost. Hoeveel heeft hij dus bespaard?

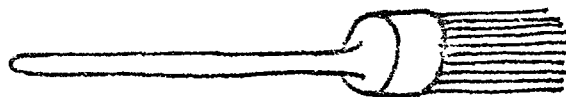
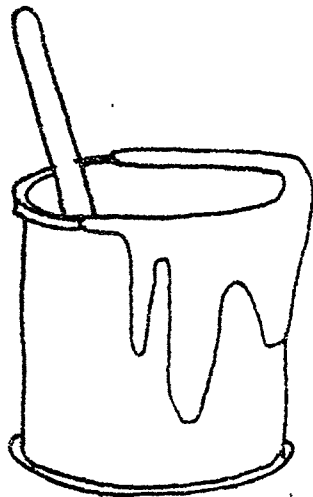
De kinderen van de school hebben oud papier opgehaald. Ze kregen er f 9,46 voor. Dat is 946 cent. Voor één kilo krijg je 4 cent. De kinderen willen wel eens weten hoeveel kilo ze hebben opgehaald. Kun jij dat voor ze uitrekenen?

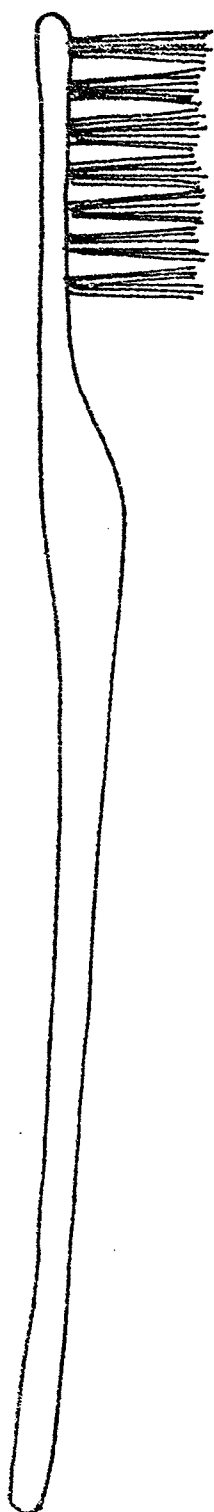


Aan het trefbaltoernooi doen 4 scholen mee.
De eerste school met 124 leerlingen, de tweede
met 86 leerlingen, de derde met 179 leer-
lingen en de vierde met 106 leerlingen.
Iedere leerling krijgt een tractatie. Hoeveel
tractaties zijn er nodig?

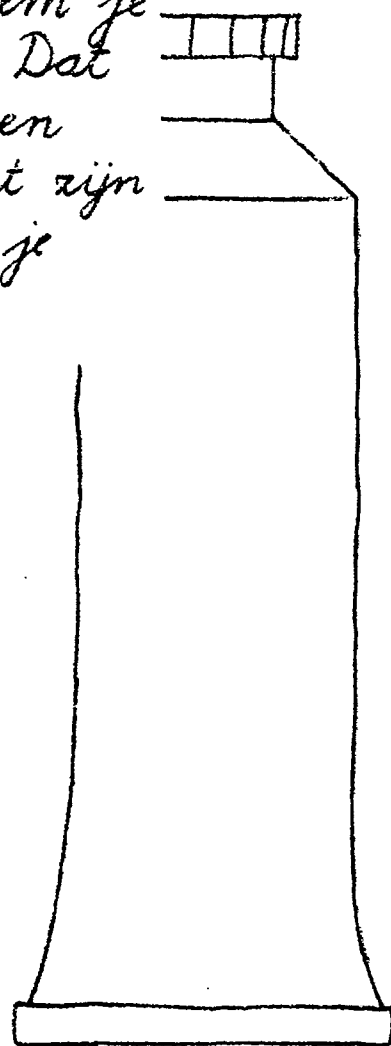


Het hek van jullie school moet nodig
eens worden geschilderd. Het heeft
996 spijlen. Jullie klas mag het
doen. Er zitten 18 kinderen in jullie
klas. Iedereen schildert evenveel
spijlen. Hoeveel spijlen doet ieder-
een?





Na het tandenpoetsen neem je
steeds een fluor pilletje. Dat
zijn er dus 4 per dag. In een
potje zit 6 gros pillen. Dat zijn
er 864. Hoeveel dagen kun je
daarmee doen?



ek 1 t/m 10

Voor - en achternaam :

.....

Begin tijd :

Eind tijd :

ek 1

$$1.225 : 16 =$$

ek 2

$$27.757 : 38 =$$

ek 3

$$1.300 : 12 =$$

ek 4

$$14.455 : 54 =$$

ek 5

$$8.907 : 29 =$$

ek 6

$$86.197 : 43 =$$

ek 7

$$947 : 13 =$$

ek 8

$$84.488 : 12 =$$

ek 9

$$987 : 3 =$$

ek 10

$$60.445 : 26 =$$

3 BEGINTOETS BASISVAARDIGHEDEN.

a	$8 \times 8 = 64$	b	$3 \times 11 = 33$	c	$7 \times 53 = 371$
	$6 \times 7 = 42$		$9 \times 17 = 153$		$8 \times 77 = 616$
	$5 \times 6 = 30$		$4 \times 19 = 76$		$3 \times 58 = 174$
	$5 \times 8 = 40$		$2 \times 14 = 28$		$5 \times 35 = 175$
	$9 \times 9 = 81$		$5 \times 18 = 90$		$6 \times 39 = 234$
	$8 \times 7 = 56$		$1 \times 16 = 16$		$9 \times 28 = 252$
	$5 \times 5 = 25$		$7 \times 16 = 112$		$4 \times 74 = 296$
	$6 \times 9 = 54$		$0 \times 12 = 0$		$5 \times 79 = 395$
	$7 \times 5 = 35$		$8 \times 13 = 104$		$0 \times 23 = 0$
	$9 \times 6 = 54$		$6 \times 15 = 90$		$2 \times 98 = 196$

d	$2 \times 60 = 120$	e	$5000 \times 1 = 5000$
	$0 \times 5000 = 0$		$200 \times 0 = 0$
	$4 \times 80 = 320$		$500 \times 6 = 3000$
	$7 \times 980 = 6860$		$60 \times 3 = 180$
	$7 \times 4300 = 30100$		$900 \times 6 = 5400$
	$6 \times 250 = 1500$		$80 \times 8 = 640$
	$2 \times 80 = 160$		$4000 \times 3 = 12000$
	$8 \times 7000 = 56000$		$200 \times 2 = 400$
	$3 \times 300 = 900$		$70 \times 8 = 560$
	$8 \times 470 = 3760$		$4000 \times 8 = 32000$

f	$50 \times 380 = 19000$	g	$28000 : 70 = 400$
	$8000 \times 600 = 4800000$		$300 : 60 = 5$
	$90 \times 720 = 64800$		$6400 : 80 = 80$
	$4000 \times 90 = 360000$		$630 : 7 = 90$
	$60 \times 13000 = 780000$		$10000 : 5000 = 2$
	$300 \times 50 = 15000$		$9000 : 10 = 900$
	$90 \times 4000 = 360000$		$450 : 9 = 50$
	$70 \times 570 = 39900$		$32000 : 400 = 80$
	$800 \times 560 = 448000$		$1200 : 400 = 3$
	$80 \times 90 = 7200$		$24000 : 40 = 600$

h	60	5922	(5922)	i	40 + 40 + 80 = 160
	225	694	(694)		200 + 5 + 6 + 10 = 221
	9	31	(31)		30 + 1 + 300 = 331
	640	3313	(3313)		30 + 20 + 1 = 51
	21	136	(136)		500 + 70 + 60 = 630
	7	975	(975)		800 + 50 + 2 + 80 = 932
	3145	8294	(8294)		70 + 6 + 90 + 4 = 170
	88	59	(88)		9 + 80 + 3 + 6 = 98
	6847	4781	(6847)		90 + 500 + 10 + 500 = 1100
	607	706	(706)		700 + 900 + 400 + 3 = 2003

j	4 x 285 = 1140	k	957 - 308 = 649
	1 x 147 = 147		65 - 51 = 14
	3 x 832 = 2496		534 - 28 = 506
	5 x 389 = 1945		7463 - 4092 = 3371
	5 x 440 = 2200		871 - 142 = 729
	8 x 728 = 5824		4069 - 625 = 3444
	6 x 935 = 5610		93 - 68 = 25
	0 x 627 = 0		7894 - 3745 = 4149
	4 x 606 = 2424		2206 - 1388 = 818
	7 x 787 = 5509		419 - 77 = 342

naam: _____

a		b		c		d		e	
---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

1		1		1		1		1	
2		2		2		2		2	
3		3		3		3		3	
4		4		4		4		4	
5		5		5		5		5	
6		6		6		6		6	
7		7		7		7		7	
8		8		8		8		8	
9		9		9		9		9	
10		10		10		10		10	

f		g		h		i	
---	--	---	--	---	--	---	--

1		1		1		1	
2		2		2		2	
3		3		3		3	
4		4		4		4	
5		5		5		5	
6		6		6		6	
7		7		7		7	
8		8		8		8	
9		9		9		9	
10		10		10		10	

naam:

j

1		2		3		4		5	
6		7		8		9		10	

k

1		2		3		4		5	
6		7		8		9		10	

4 EINDTOETS BASISVAARDIGHEDEN.

○ 3	○ 38	○ 347	○ 3.251
○ 7	○ 71	○ 768	○ 7.084
○ 112	○ 213	○ 327	○ 438
○ 9	○ 95	○ 946	○ 9.241
○ 518	○ 622	○ 703	○ 854
○ 226	○ 343	○ 479	○ 535
○ 9	○ 87	○ 852	○ 8.924
○ 1.088	○ 1.403	○ 1.805	○ 2.007
○ 11	○ 22	○ 33	○ 44
○ 24	○ 37	○ 42	○ 51

a	$3 \times 7 = 21$	b	$4 \times 14 = 56$	c	$2 \times 38 = 76$
	$2 \times 6 = 12$		$8 \times 11 = 88$		$9 \times 82 = 738$
	$4 \times 1 = 4$		$7 \times 15 = 105$		$3 \times 48 = 144$
	$8 \times 5 = 40$		$1 \times 18 = 18$		$8 \times 41 = 328$
	$5 \times 9 = 45$		$0 \times 12 = 0$		$4 \times 96 = 384$
	$1 \times 10 = 10$		$9 \times 16 = 144$		$1 \times 78 = 78$
	$6 \times 8 = 48$		$5 \times 11 = 55$		$0 \times 54 = 0$
	$7 \times 4 = 28$		$3 \times 19 = 57$		$7 \times 52 = 364$
	$0 \times 2 = 0$		$6 \times 17 = 102$		$5 \times 91 = 455$
	$9 \times 3 = 27$		$2 \times 13 = 26$		$6 \times 21 = 126$

d	$3 \times 90 = 270$	e	$400 \times 4 = 1600$
	$9 \times 750 = 6750$		$10 \times 7 = 70$
	$4 \times 400 = 1600$		$0 \times 9 = 0$
	$8 \times 4100 = 32800$		$3000 \times 8 = 24000$
	$5 \times 8000 = 40000$		$7000 \times 5 = 35000$
	$0 \times 640 = 0$		$600 \times 3 = 1800$
	$7 \times 300 = 2100$		$2000 \times 1 = 2000$
	$1 \times 2700 = 2700$		$500 \times 6 = 3000$
	$6 \times 9000 = 54000$		$80 \times 2 = 160$
	$2 \times 690 = 1380$		$90 \times 0 = 90$

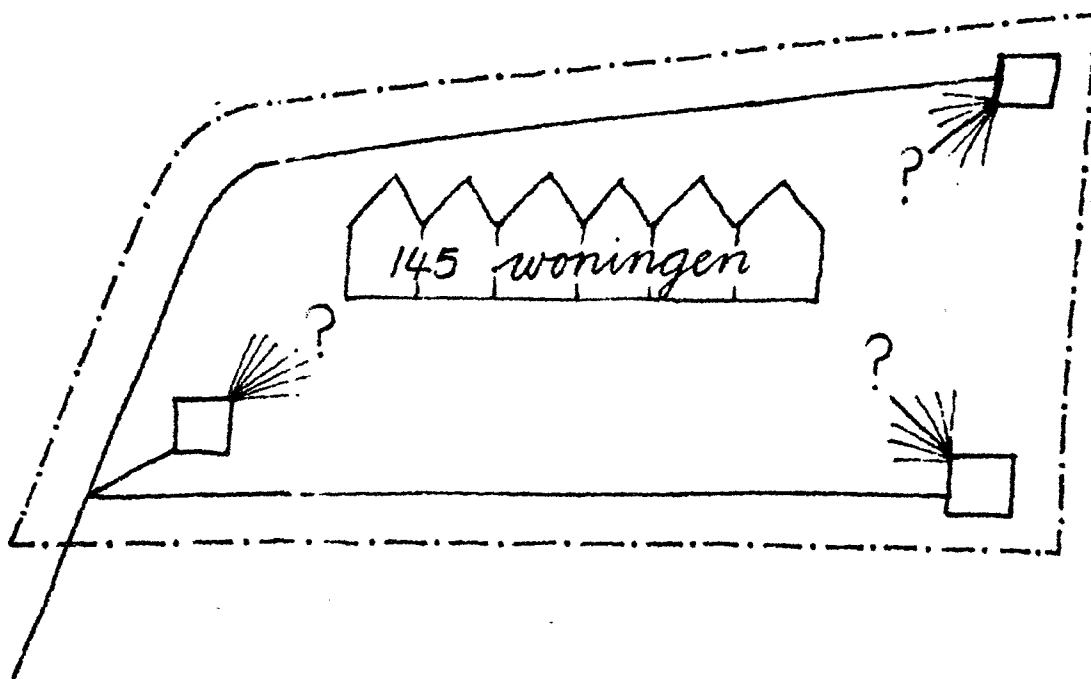
f	$20 \times 20 = 400$	g	$200 : 50 = 4$
	$700 \times 9900 = 6930000$		$90000 : 9 = 10000$
	$60 \times 8000 = 480000$		$9000 : 3000 = 3$
	$300 \times 310 = 93000$		$70 : 1 = 70$
	$90 \times 6000 = 540000$		$700 : 7 = 100$
	$100 \times 7000 = 700000$		$48 : 8 = 6$
	$50 \times 50 = 2500$		$20000 : 500 = 40$
	$800 \times 7400 = 5920000$		$8000 : 100 = 80$
	$0 \times 7000 = 0$		$400 : 200 = 2$
	$400 \times 530 = 212000$		$54000 : 60 = 900$

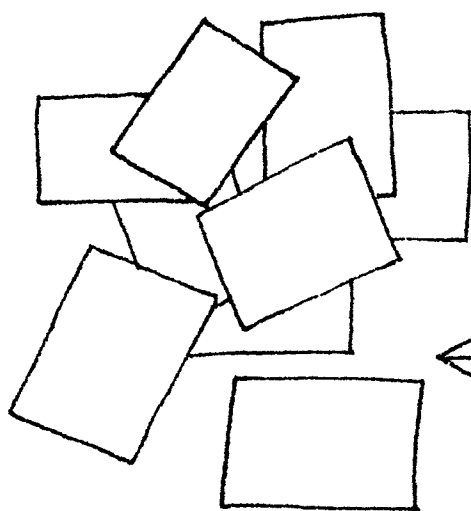
h	64	71	(71)	i	$600 + 10 + 500 + 80 = 1190$
	1460	3951	(3951)		$500 + 200 + 1 + 600 = 1301$
	688	754	(754)		$400 + 60 + 7 + 40 = 507$
	9	3	(9)		$800 + 800 + 700 + 90 = 2390$
	4258	2399	(4258)		$100 + 3 + 60 + 400 = 563$
	8838	6372	(8838)		$6 + 800 + 20 + 10 = 863$
	79	69	(79)		$2 + 900 + 40 + 20 = 962$
	447	256	(447)		$100 + 700 + 8 + 60 = 868$
	2	3	(3)		$50 + 200 + 600 + 700 = 1550$
	285	243	(285)		$200 + 300 + 600 + 400 = 1500$

j	$4 \times 696 = 2748$	k	$1046 - 73 = 973$
	$7 \times 263 = 1841$		$3596 - 69 = 3527$
	$8 \times 734 = 5872$		$502 - 11 = 491$
	$8 \times 582 = 4656$		$807 - 338 = 469$
	$2 \times 107 = 214$		$9998 - 45 = 9953$
	$4 \times 879 = 3516$		$4413 - 71 = 4342$
	$8 \times 314 = 2512$		$600 - 14 = 586$
	$2 \times 523 = 1064$		$5288 - 223 = 5065$
	$6 \times 113 = 678$		$2235 - 777 = 1458$
	$6 \times 457 = 2742$		$6865 - 797 = 6068$

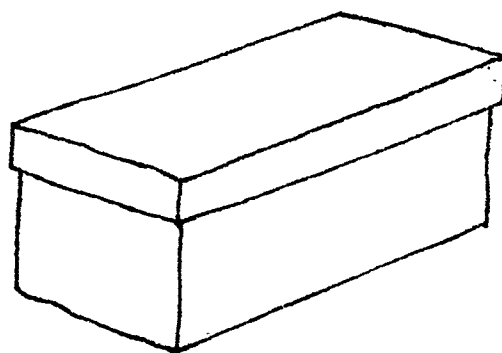
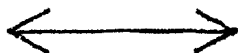
S	$5207 : 16$	(347)
	$4654 : 70$	(71)
	$2936 : 15$	(213)
	$55073 : 6$	(9241)
	$13275 : 19$	(703)
	$1404 : 7$	(226)
	$698 : 78$	(9)
	$17047 : 12$	(1403)
	$821 : 24$	(33)
	$407 : 8$	(51)

5 LEERGANG GEïNTEGREERD DELEN VOLGENS HET
PRINCIPE VAN PROGRESSIEVE SCHEMATISERING.

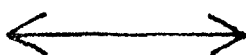
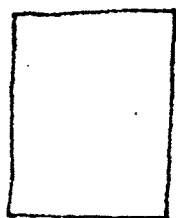




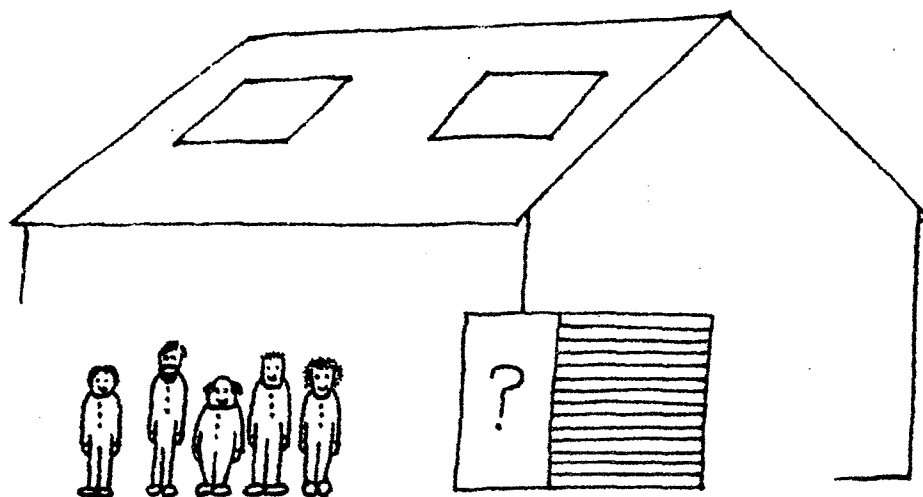
17 postregels



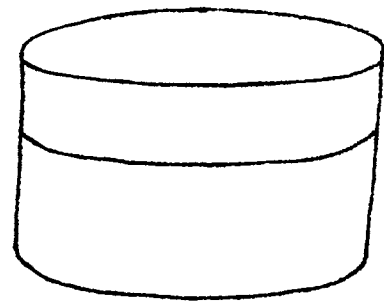
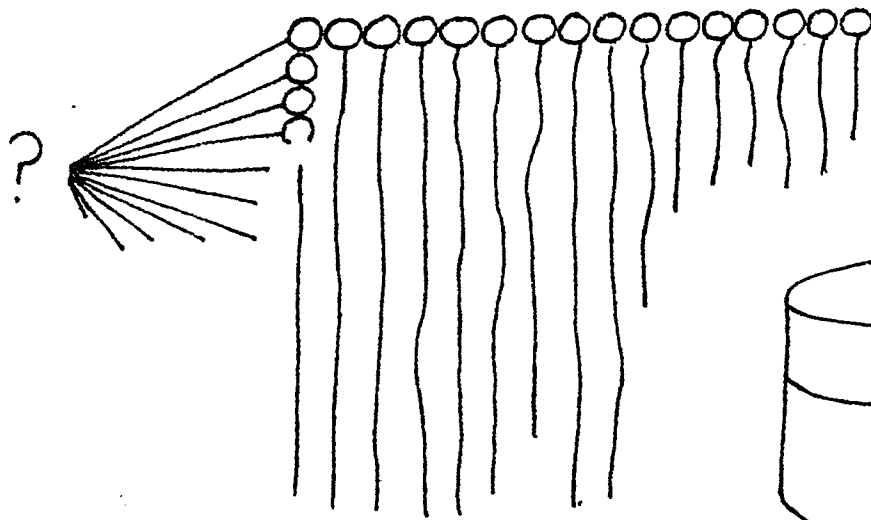
022 suikerzakjes



?

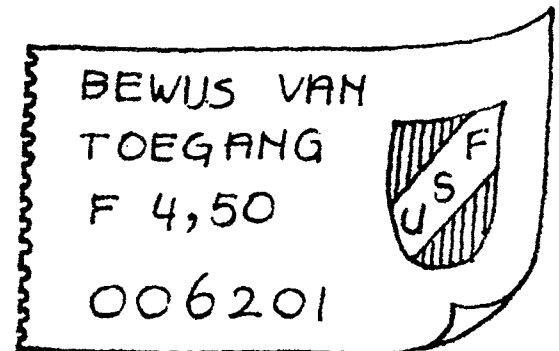


288 dakramen

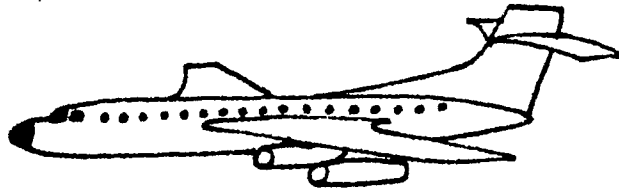
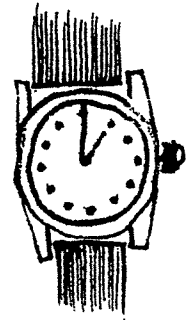
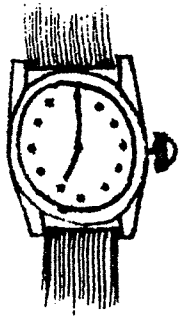


260 kralen

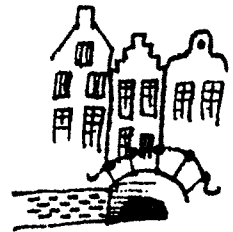
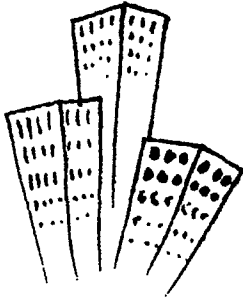
16 THUISWEDSTRIJDEN	
1	BLAUW-WIT
2	SVV
3	HSV
4	ADO
5	R
6	



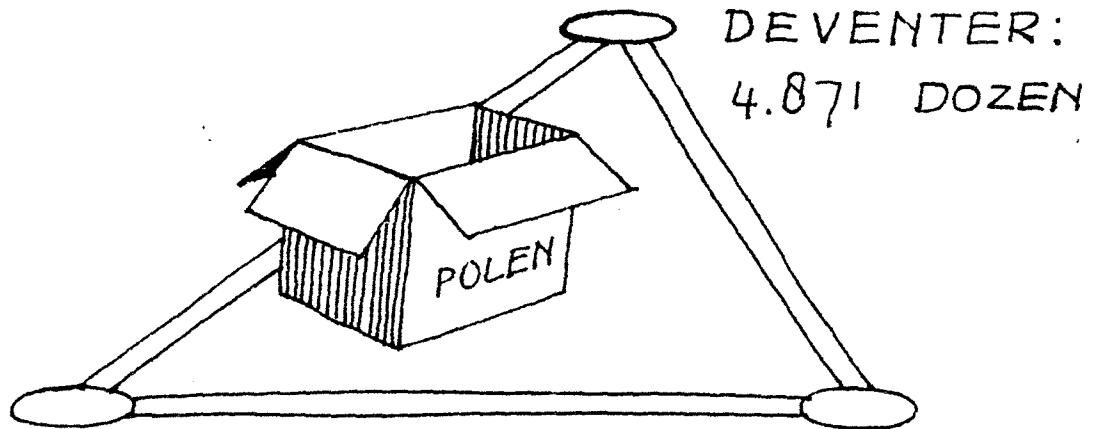
Gemiddeld aantal bezoekers:

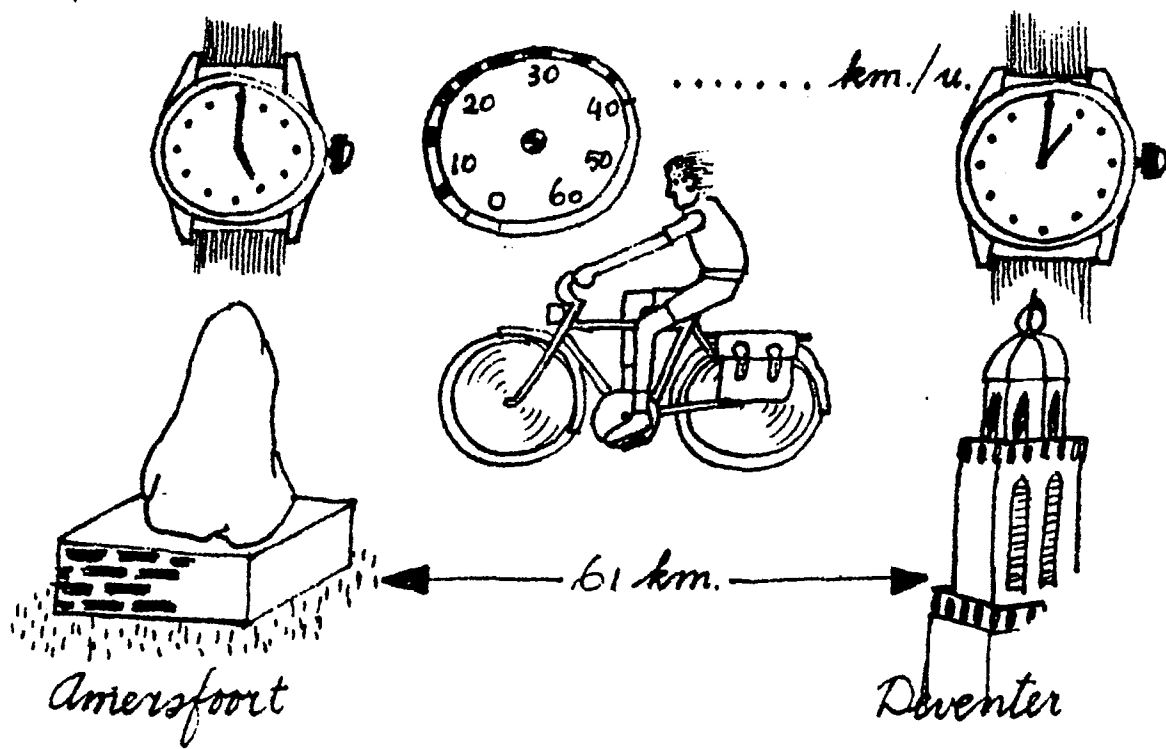


..... km./u.

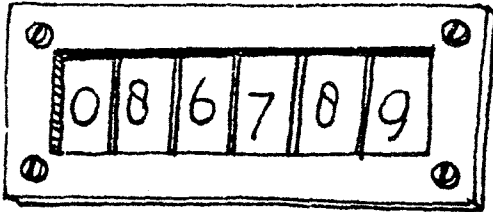


New York $\longleftrightarrow$ 5.532 km. $\longrightarrow$ Amsterdam





Gemakkelijk kerstmenu » de thuisblijvers



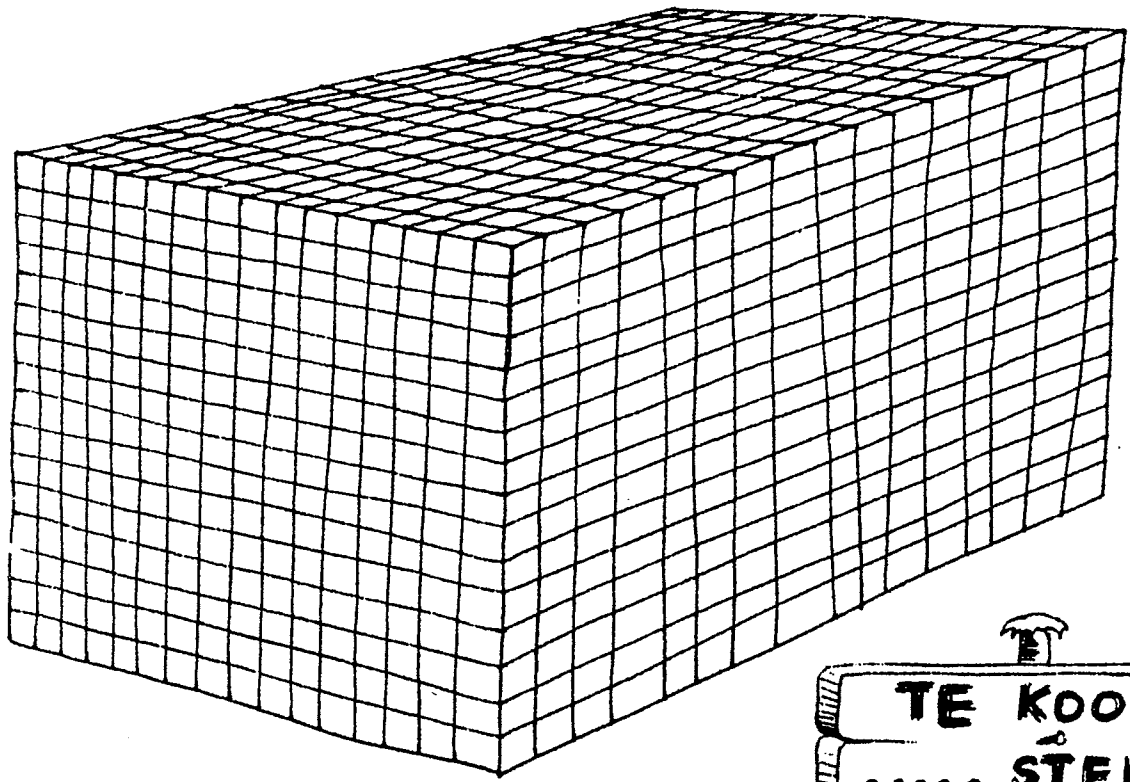
„die tijdens de komende feestdagen
eten, kreeg Stedendriehoek van
elfbureau een menu met gerechten,
zijn en toch een feestelijk ka-

„fris en licht voorgerecht,
in coupes meer cachet

„makelijk uit met de
„puree. Daarbij
„of doperwtjes

„voud een
„kerst-

Nog tekort : kranten.



negenproef

$$9 = 5 \times 6 + 6$$

controle

$$7299 = 59 \times 123 + 42$$

som 6

$$7299 : 59 = 123 \text{ over } 42$$

berekening

$$\begin{array}{r} 7299 \\ -5900 \\ \hline 1399 \\ -1180 \\ \hline 219 \\ -177 \\ \hline 42 \end{array} \quad \begin{array}{r} : 59 \\ 100 \\ 20 \\ + 3 \\ \hline 123 \end{array}$$

hulpberekeningen

$$7299 : 59 \text{ gaat } 100 \times 59$$

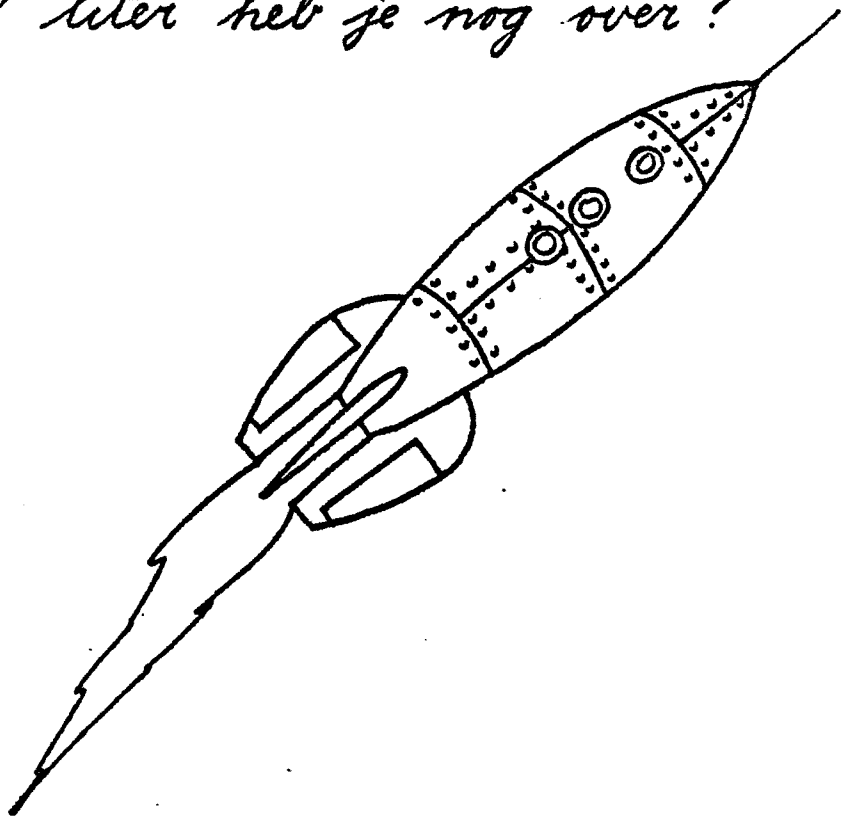
$$1399 : 59 \text{ gaat } 20 \times 59$$

$$2 \times 59 = 100 + 18 = 118$$

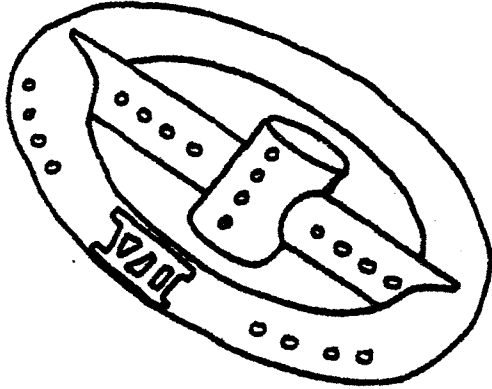
$$20 \times 59 = 1180$$

$$3 \times 59 = 150 + 27 = 177$$

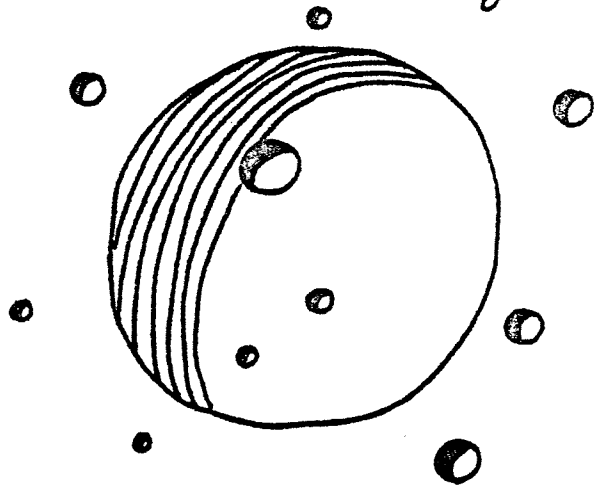
Je brandstoftanks hebben een inhoud van 80.000 liter. Tot nu toe heb je al 59.281 liter gebruikt. Hoeveel liter heb je nog over?



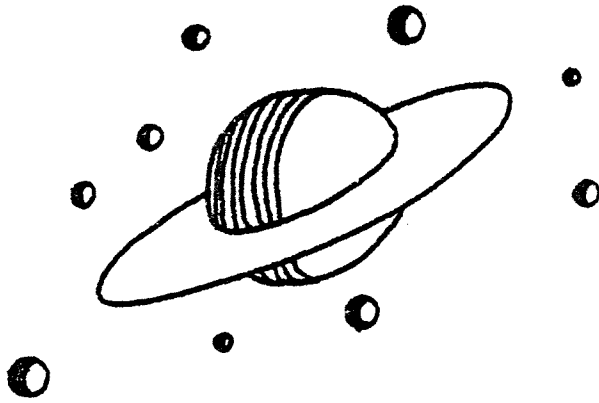
Van ruimtebasis VII naar ruimtebasis VIII
is het 9.357 kilometer. Op 1 liter kom je
19 kilometer ver. Hoeveel liter moet je min-
stens tanken?



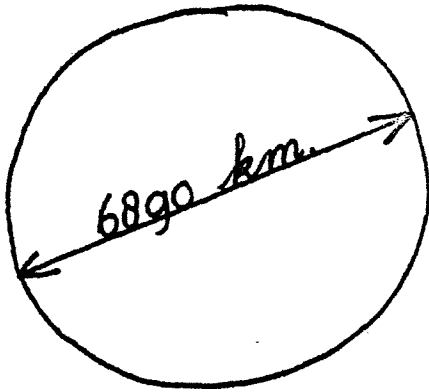
Jupiter heeft 14 manen. Van elke maan
molt je 144 foto's maken. Hoeveel foto's
heb je nodig?



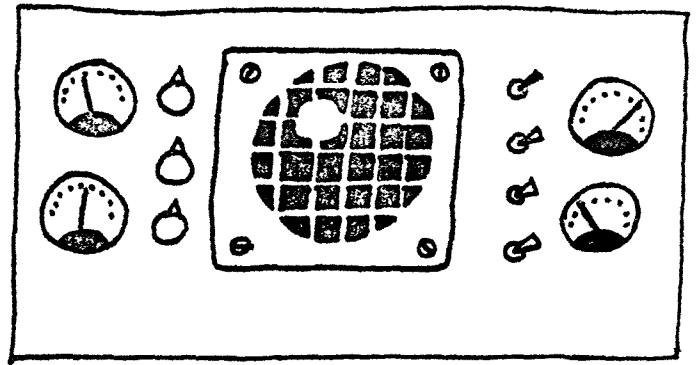
Je hebt nog 1300 foto's over en je moet de 9 manen van Saturnus fotograferen. Hoeveel foto's kun je van elke maan maken?



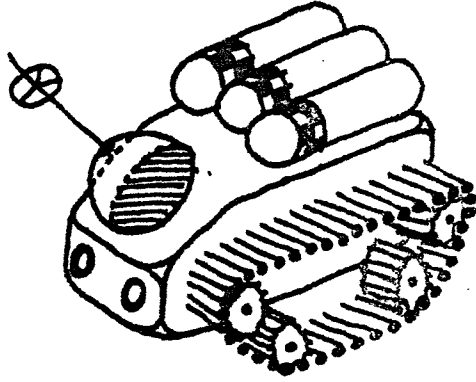
Er komt een enorme meteor op je af. Op je radarscherm zie je, dat de doorsnede 50x zo klein is, als van de aarde. Kun je hem ontwijken? Hoe groot is z'n doorsnede?



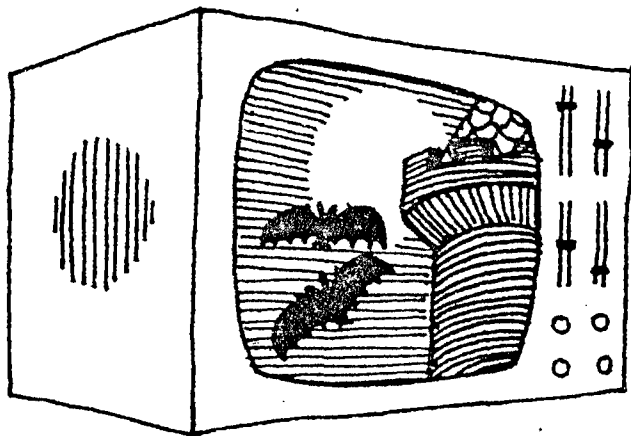
Aarde



Op Mars aangekomen ga je op verkenning met het rufovertuig. Het terrein is moeilijk begaanbaar. De eerste dag leg je 159 kilometer af, de tweede dag 138 kilometer, de derde dag 110 kilometer, de vierde dag 149 kilometer en de laatste dag 112 kilometer. Hoeveel kilometer heb je die week gereden?



Ronald O'Brian heeft een televisiefilm gemaakt: „Het Geheim van de Zwarte Toren”. De hele film duurt 216 minuten, maar hij wordt in verschillende afleveringen uitgezonden. Eén zo'n aflevering moet ± 35 minuten duren. Hoeveel afleveringen komen er?

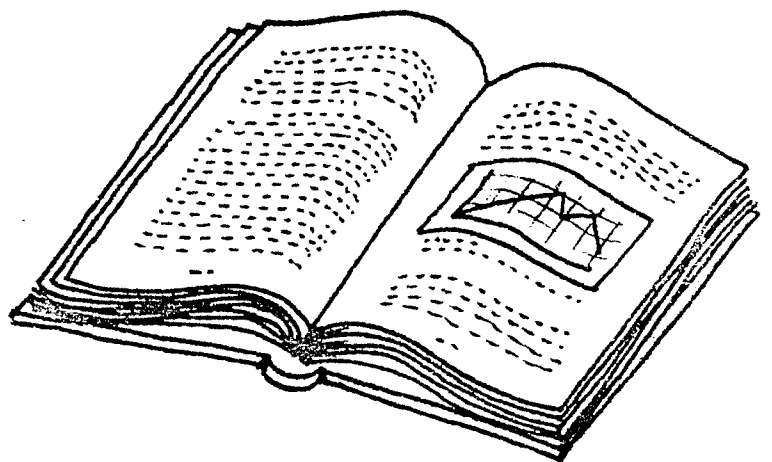


Herman heeft een boekje geschreven:
„Paddestoelen in Bussloo.” Hij typt het uit.
Na 4 uur (240 minuten) heeft hij
12 bladzijden af. Hoe lang doet hij over
één bladzijde?

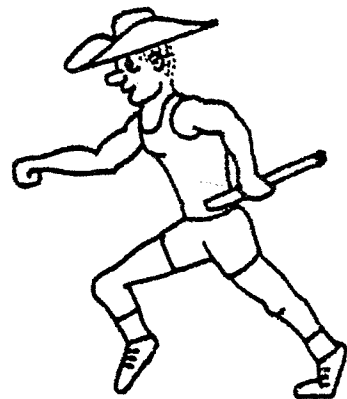
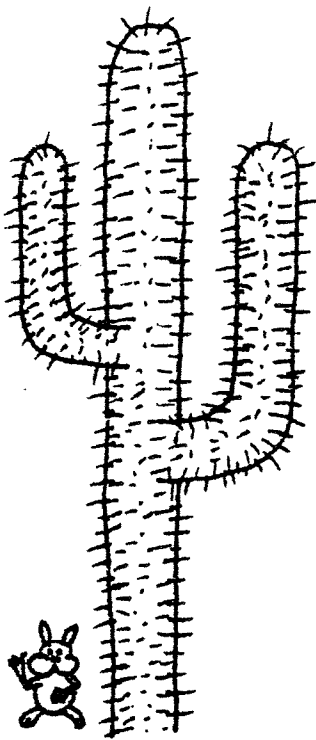
weet
alsof
de sporen
een prachtige
meer. In ons land
een zeldzame padde-
aan het einde van het pad.

- 12 -

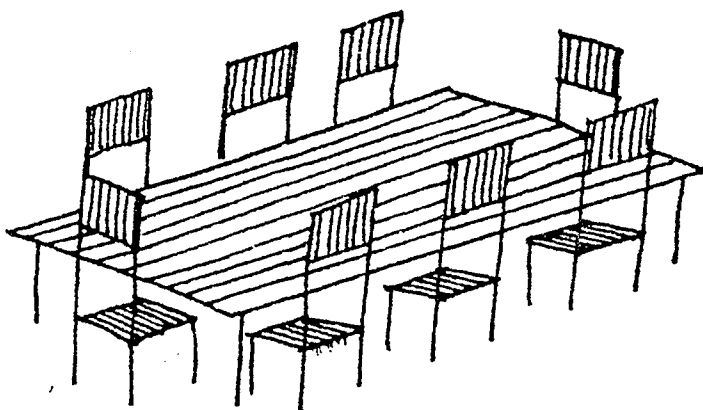
Gerard moet een boek bestuderen. Het boek heeft 231 bladzijden. Over 6 bladzijden doet hij een uur. Hoeveel uur doet hij over het boek?



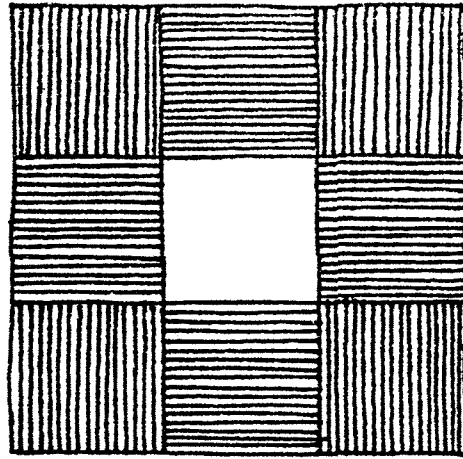
Er wordt dwars door de Nevada-woestijn een estafette gelopen. Dat wil zeggen, dat je met een ploeg de totale afstand loopt en iedere loper een gelijk deel. Als een loper zijn deel gelopen heeft, geeft hij een stokje aan de volgende, die dan op zijn beurt op weg gaat. De afstand is 513 km. Er doen 54 lopers mee. Hoeveel kilometer moet iedereen lopen?



Opa wordt 100 jaar. Hij geeft een groot feest in „Het dorstige hert”. Aan elk tafeltje kunnen 8 mensen zitten. Er zijn 270 mensen uitgenodigd. Hoeveel tafeltjes moet de caféhouder in de zaal plaatsen?

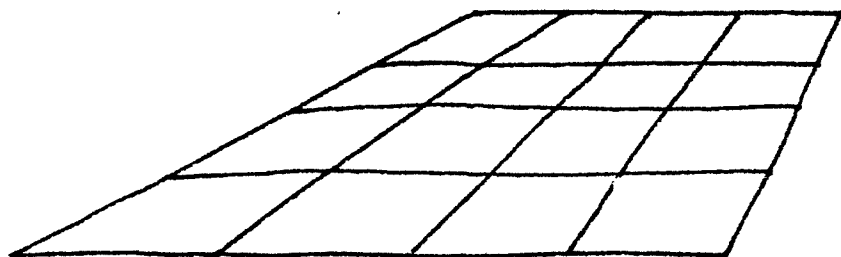


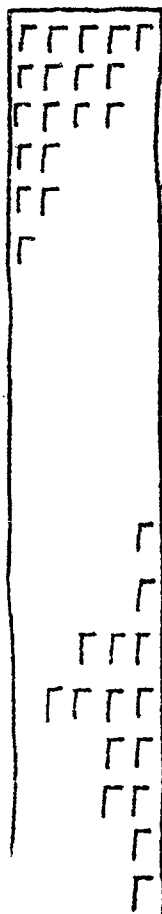
De tegels bij het winkelcentrum worden in deze figuur gelegd.



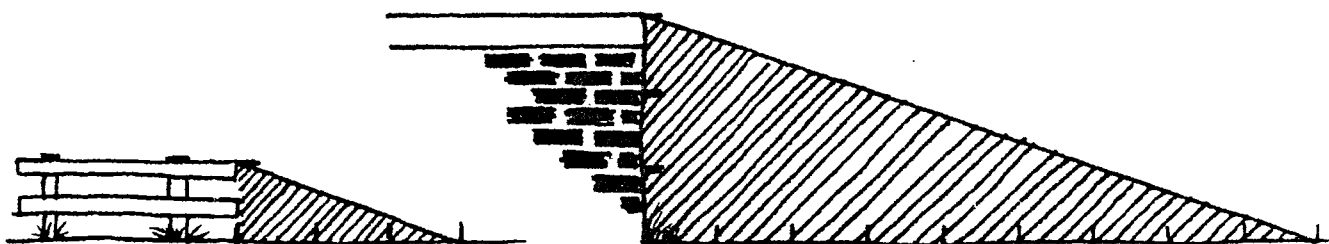
De aannemer heeft 2.856 zwarte tegels besteld en 1.511 witte. Op de tegelfabriek kunnen ze niet meer lezen hoeveel witte tegels ze moeten leveren. Reken jij het even voor ze uit?

Bij de nieuwe huizen komt een parkeerplaats van 2500 m^2 . Deze stratermaker kan in één uur 16 m^2 leggen. Hoe lang zal hij met de hele parkeerplaats bezig zijn?

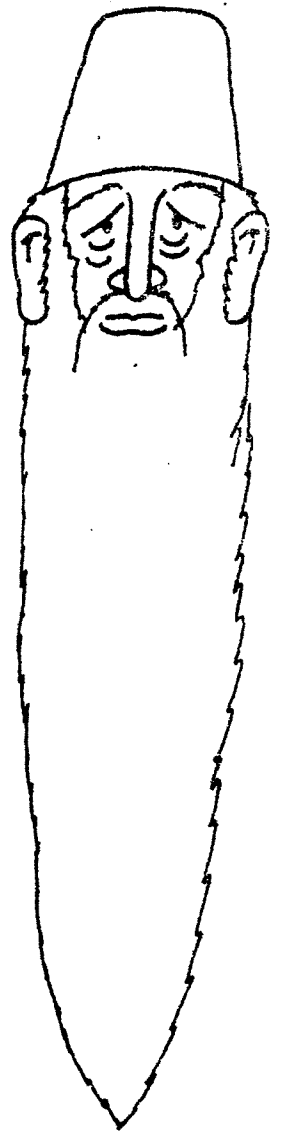




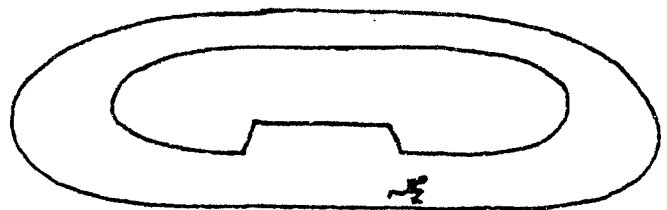
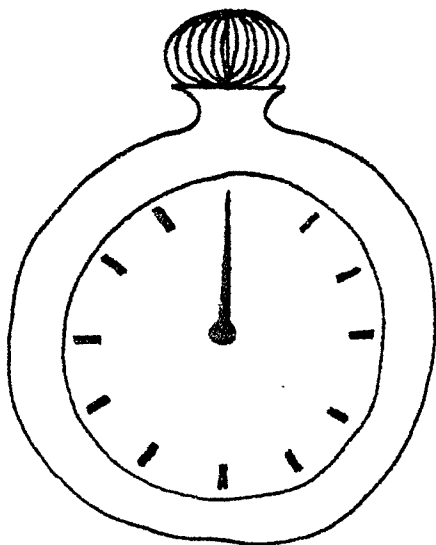
Hoe hoog zou die wolkenkrabber zijn?
Harold meet met de kilometerteller van
zijn fiets de schaduw: 520 m. Dan gaat
hij naar huis en meet daar de boel op.
Het hek is 1 m. hoog en de schaduw
3 m. lang. De bungalow is 3 m. hoog
en de schaduw is 9 m. lang. Harold
pakt potlood en papier en even later
weet hij hoe hoog de wolkenkrabber is.



In Transnonsensie leeft de oudste man ter wereld. Hij heeft een baard van ruim 1 meter lengte, 1.235 millimeter om precies te zijn. Zijn baard groeit 11 millimeter per jaar. Hoe lang is die baard al aan het groeien?



Japie houdt veel van schaatsen en wil z'n rondetijd eens berekenen. Over 10 kilometer doet hij $20\frac{1}{2}$ minuut. Hij doet dus 1.230 seconden over 25 rondjes. Als hij ieder rondje even snel rijdt, hoeveel seconden doet hij dan over één rondje?



6 LEERGANG BASISVAARDIGHEDEN.

De tafel van.

Opzeggen.

0 x =

1 x =

2 x =

3 x =

4 x =

5 x =

6 x =

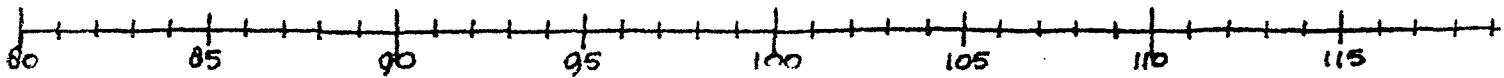
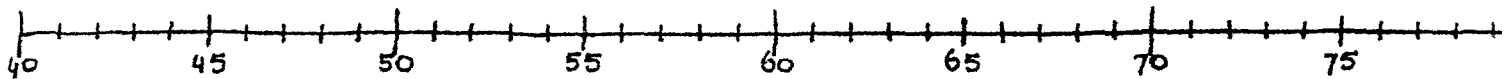
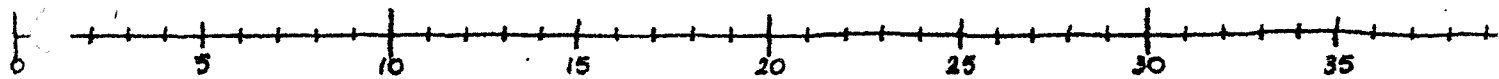
7 x =

8 x =

9 x =

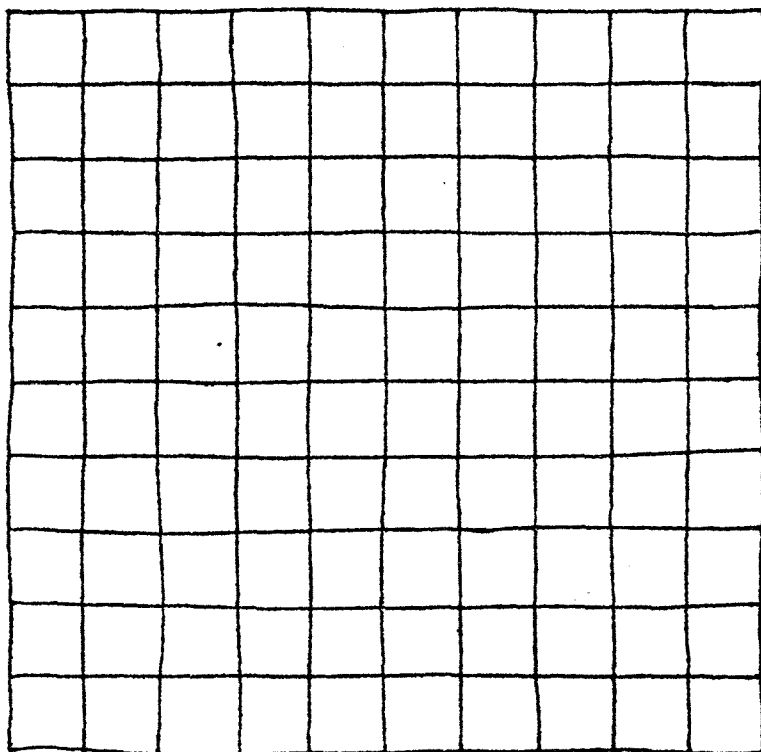
10 x =

Getallenlijn.



Stampen.

Honderdveld.



De tafel van .

1. $\times =$
2. $\times =$
3. $\times =$
4. $\times =$
5. $\times =$
6. $\times =$
7. $\times =$
8. $\times =$
9. $\times =$
10. $\times =$
11. $\times =$

één meer

één minder

omkeren

splitzen

verdubbelen

halveren

$1.000 : 50 =$

$3 : 1 =$

$280 : 7 =$

$7.000 : 1 =$

$400 : 4 =$

$32.000 : 80 =$

$240 : 30 =$

$30.000 : 6.000 =$

$2.000 : 200 =$

$1.000 : 100 =$

$2 \times 9.000 =$

$5 \times 480 =$

$90 \times 14 =$

$10 \times 7 =$

$100 \times 73.000 =$

$400 \times 16 =$

$40 \times 80 =$

$900 \times 9.300 =$

$80 \times 1.700 =$

$2.000 \times 60 =$

$2 \times 51 =$

$6 \times 41 =$

$5 \times 67 =$

$9 \times 45 =$

$1 \times 24 =$

$4 \times 82 =$

$8 \times 60 =$

$7 \times 26 =$

$0 \times 42 =$

$3 \times 68 =$

$$\begin{array}{r} 97 \\ -17 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 648 \\ -282 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6441 \\ -127 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 681 \\ -287 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6817 \\ -38 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5367 \\ -36 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9545 \\ -1546 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 998 \\ -50 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3903 \\ -952 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4230 \\ -179 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 682 \\ 7 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 439 \\ 6 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 754 \\ 4 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ 2 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 409 \\ 2 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 821 \\ 3 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 743 \\ 8 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 217 \\ 9 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 508 \\ 6 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 510 \\ 1 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 963 \\ 76 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ 837 \\ 186 \\ + 782 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ 114 \\ 462 \\ + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ 679 \\ 71 \\ + 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179 \\ 764 \\ 828 \\ + 26 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 441 \\ 112 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 287 \\ 681 \\ 73 \\ + 81 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ 673 \\ 695 \\ + 45 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 46 \\ 998 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 93 \\ 952 \\ + 42 \\ \hline \end{array}$$

$2 \times 16 =$

$7 \times 18 =$

$5 \times 13 =$

$8 \times 19 =$

$1 \times 15 =$

$4 \times 11 =$

$9 \times 10 =$

$6 \times 17 =$

$0 \times 14 =$

$3 \times 12 =$

$4 \times 4 =$

$8 \times 9 =$

$5 \times 0 =$

$6 \times 2 =$

$4 \times 2 =$

$0 \times 4 =$

$8 \times 4 =$

$2 \times 2 =$

$2 \times 7 =$

$7 \times 2 =$

1122

33

4

609

961

8009

1

38

0

315

5952

27

7

368

417

7497

4

37

6

658

$10 : 1 =$	$400 \times 700 =$
$30 : 5 =$	$8.000 \times 6.300 =$
$56.000 : 80 =$	$1.000 \times 0 =$
$2.700 : 9 =$	$3 \times 9.400 =$
$63.000 : 7.000 =$	$50 \times 11.000 =$
$600 : 300 =$	$9.000 \times 2 =$
$72.000 : 900 =$	$7.000 \times 5.400 =$
$150 : 30 =$	$70 \times 18 =$
$4.000 : 2 =$	$30 \times 9.000 =$
$3.600 : 90 =$	$60 \times 840 =$

$4 \times 21 =$	$\begin{array}{r} 764 \\ - 82 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8264 \\ - 411 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 27 \\ - 26 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8768 \\ - 1738 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 153 \\ - 67 \\ \hline \end{array}$
-----------------	--	--	---	---	--

$0 \times 91 =$					
$5 \times 43 =$					
$9 \times 55 =$					
$1 \times 52 =$					

$6 \times 79 =$	$\begin{array}{r} 3695 \\ - 451 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 546 \\ - 99 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8503 \\ - 90 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 95 \\ - 30 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2042 \\ - 3240 \\ \hline \end{array}$
-----------------	--	--	---	---	---

$8 \times 66 =$
 $2 \times 34 =$
 $7 \times 30 =$
 $3 \times 74 =$

$\begin{array}{r} 636 \\ 8x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 425 \\ 7x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 905 \\ 8x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 137 \\ 6x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 351 \\ 9x \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--	--

$\begin{array}{r} 168 \\ 4x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 753 \\ 6x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 806 \\ 7x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 897 \\ 3x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 683 \\ 3x \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--	--

$\begin{array}{r} 324 \\ 259 \\ 30 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 305 \\ 899 \\ 645 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 459 \\ 63 \\ 7 \\ + 635 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \\ 837 \\ 186 \\ + 782 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 721 \\ 144 \\ 62 \\ + 82 \\ \hline \end{array}$
--	--	--	---	---

$\begin{array}{r} 84 \\ 679 \\ 711 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 976 \\ 48 \\ 282 \\ + 64 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 441 \\ 1 \\ 127 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 76 \\ 81 \\ 7 \\ + 38 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 153 \\ 673 \\ 695 \\ + 451 \\ \hline \end{array}$
--	---	--	--	---

$5 \times 20 =$	$3 \times 8 =$	5254	2694	:
$4 \times 16 =$	$4 \times 0 =$	8	4	:
$6 \times 17 =$	$1 \times 0 =$	962	452	:
$3 \times 15 =$	$9 \times 7 =$	52	59	:
$10 \times 13 =$	$5 \times 6 =$	5	2	:
$2 \times 14 =$	$1 \times 8 =$	2118	5605	:
$1 \times 11 =$	$4 \times 8 =$	13	68	:
$8 \times 18 =$	$5 \times 5 =$	373	417	:
$0 \times 12 =$	$9 \times 0 =$	9479	8087	:
$7 \times 19 =$	$5 \times 0 =$	14	16	:

$700 : 700 =$	$600 \times 150 =$
$12.000 : 400 =$	$4 \times 10.000 =$
$400 : 50 =$	$200 \times 39 =$
$35.000 : 5 =$	$3.000 \times 12 =$
$4.500 : 90 =$	$400 \times 400 =$
$30.000 : 30 =$	$400 \times 69.000 =$
$4.000 : 10 =$	$40 \times 1.600 =$
$9.000 : 9.000 =$	$10.000 \times 10 =$
$240 : 6 =$	$5 \times 7.200 =$
$0 : 8 =$	$5 \times 180 =$

$4 \times 31 =$	$\begin{array}{r} 259 \\ -309 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 30 \\ -28 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 589 \\ -469 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5154 \\ -59 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 637 \\ -635 \\ \hline \end{array}$
$9 \times 46 =$					
$8 \times 59 =$					
$7 \times 56 =$					
$3 \times 44 =$					
$6 \times 81 =$	$\begin{array}{r} 7186 \\ -1837 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 8200 \\ -72 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6282 \\ -1144 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 846 \\ -79 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 71 \\ -17 \\ \hline \end{array}$
$2 \times 35 =$					
$5 \times 27 =$					
$1 \times 53 =$					
$0 \times 25 =$					

$\begin{array}{r} 124 \\ 2x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 952 \\ 8x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 201 \\ 8x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 954 \\ 9x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 549 \\ 6x \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--	--

$\begin{array}{r} 657 \\ 3x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 402 \\ 2x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 340 \\ 1x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 907 \\ 5x \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 101 \\ 7x \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 179 \\ 76 \\ 4 \\ +202 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 64 \\ 411 \\ 270 \\ +28 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 768 \\ 17 \\ 381 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 673 \\ 695 \\ +4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 515 \\ 46 \\ 99 \\ +850 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 39 \\ 30 \\ 952 \\ +42 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ 240 \\ 25 \\ +903 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 930 \\ 589 \\ 964 \\ +5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ 459 \\ 637 \\ +63 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 518 \\ 3 \\ 71 \\ +867 \\ \hline \end{array}$

$1 \times 18 =$	$10 \times 1 =$	$\begin{array}{r} 986 \\ 6747 \\ 27 \\ 6093 \\ 1 \\ 178 \\ 4 \\ 714 \\ 86 \\ 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 390 \\ 2333 \\ 47 \\ 6896 \\ 4 \\ 897 \\ 9 \\ 373 \\ 31 \\ 6 \end{array}$	:
$9 \times 14 =$	$0 \times 0 =$			:
$2 \times 16 =$	$7 \times 4 =$			:
$7 \times 19 =$	$2 \times 10 =$			:
$3 \times 17 =$	$2 \times 8 =$			:
$4 \times 15 =$	$6 \times 10 =$			:
$10 \times 18 =$	$9 \times 5 =$			:
$6 \times 12 =$	$5 \times 1 =$			:
$5 \times 11 =$	$3 \times 10 =$			:
$0 \times 10 =$	$4 \times 6 =$			:

$$\begin{array}{ll}
 48 : 8 = & 8.0000 \times 5.0000 = \\
 180 : 6 = & 3 \times 86 = \\
 6.0000 : 2.0000 = & 6.0000 \times 19 = \\
 1.6000 : 2 = & 600 \times 90 = \\
 25.0000 : 20 = & 8.0000 \times 140 = \\
 1.2000 : 60 = & 60 \times 10 = \\
 6.0000 : 1 = & 2 \times 71.0000 = \\
 400 : 80 = & 3.0000 \times 1.2000 = \\
 12.0000 : 200 = & 8 \times 2 = \\
 5.400 : 600 = & 60 \times 3.0000 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll}
 2 \times 50 = & 97 & 828 & 4112 & 287 & 7381 \\
 3 \times 37 = & -64 & -264 & -700 & -168 & -53 \\
 9 \times 47 = & & & & & \\
 4 \times 29 = & & & & & \\
 8 \times 57 = & & & & & \\
 5 \times 64 = & 6736 & 4699 & 850 & 3095 & 423 \\
 1 \times 36 = & -95 & -4515 & -39 & -520 & -24 \\
 6 \times 38 = & & & & & \\
 7 \times 85 = & & & & & \\
 0 \times 92 = & & & & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 673 & 910 & 543 & 307 & 443 \\
 8x & 6x & 4x & 1x & 6x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 584 & 196 & 688 & 948 & 520 \\
 8x & 5x & 9x & 3x & 7x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 820 & 282 & 179 & 264 & 681 \\
 721 & 846 & 764 & 41 & 73 \\
 14 & 7 & 8 & 127 & 81 \\
 + 46 & + 97 & + 28 & + 287 & + 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 367 & 1 & 39 & 3 & 589 \\
 3 & 54 & 39 & 24 & 964 \\
 695 & 699 & 520 & 259 & 5 \\
 + 45 & + 850 & + 423 & + 309 & + 15
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 9 \times 20 = & 10 \times 0 = & 5 & 8 \\
 6 \times 18 = & 9 \times 4 = & 112 & 259 \\
 8 \times 17 = & 3 \times 6 = & 54 & 52 \\
 3 \times 16 = & 0 \times 6 = & 2698 & 8492 \\
 2 \times 15 = & 9 \times 1 = & 6 & 4 \\
 1 \times 19 = & 3 \times 4 = & 5250 & 2595 \\
 4 \times 12 = & 0 \times 9 = & 221 & 185 \\
 0 \times 14 = & 1 \times 6 = & 65 & 13 \\
 5 \times 13 = & 5 \times 8 = & 68 & 37 \\
 10 \times 11 = & 5 \times 4 = & 3004 & 1794
 \end{array}$$

$56.000 : 7 =$

$2.700 : 300 =$

$160 : 80 =$

$4.500 : 50 =$

$0 : 10 =$

$90 : 1 =$

$48.000 : 60 =$

$60.000 : 10.000 =$

$3.600 : 4 =$

$24.000 : 400 =$

$7 \times 490 =$

$90 \times 1.300 =$

$20 \times 50 =$

$100 \times 220 =$

$6.000 \times 13.000 =$

$4 \times 900 =$

$800 \times 8.300 =$

$200 \times 16.000 =$

$60 \times 6.000 =$

$9 \times 65 =$

$9 \times 65 =$

$0 \times 99 =$

$8 \times 83 =$

$1 \times 22 =$

$7 \times 49 =$

$2 \times 71 =$

$6 \times 90 =$

$3 \times 86 =$

$5 \times 72 =$

$4 \times 69 =$

$\begin{array}{r} 259 \\ - 39 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 3058 \\ - 996 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 45 \\ - 15 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 4506 \\ - 3763 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 518 \\ - 37 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 1867 \\ - 820 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 721 \\ - 14 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 4628 \\ - 82 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 79 \\ - 46 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 7117 \\ - 4679 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 759 \\ 3x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 202 \\ 9x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 211 \\ 6x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 700 \\ 2x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 217 \\ 5x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 603 \\ 4x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 835 \\ 1x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 269 \\ 4x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 968 \\ 8x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 333 \\ 5x \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 54 \\ 5 \\ 154 \\ + 699 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 850 \\ 390 \\ 30 \\ + 95 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 20 \\ 4 \\ 23 \\ + 324 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 590 \\ 30 \\ 930 \\ + 589 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 964 \\ 51 \\ 545 \\ + 9 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 637 \\ 635 \\ 183 \\ + 7 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 18 \\ 6 \\ 78 \\ + 200 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 72 \\ 11 \\ 446 \\ + 282 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 846 \\ 79 \\ 71 \\ + 179 \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{r} 764 \\ 828 \\ 264 \\ + 411 \\ \hline \end{array}$

$7 \times 11 =$

$5 \times 13 =$

$10 \times 17 =$

$9 \times 14 =$

$4 \times 12 =$

$8 \times 15 =$

$1 \times 16 =$

$2 \times 10 =$

$3 \times 19 =$

$0 \times 18 =$

$6 \times 6 =$

$8 \times 1 =$

$6 \times 2 =$

$2 \times 4 =$

$9 \times 8 =$

$0 \times 1 =$

$0 \times 10 =$

$1 \times 3 =$

$2 \times 5 =$

$9 \times 2 =$

$\begin{array}{r} 8087 \\ 986 \\ 67 \\ 7233 \\ 4 \\ 6 \\ 368 \\ 417 \\ 97 \end{array}$

$\begin{array}{r} 9 \\ 1416 \\ 390 \\ 47 \\ 3327 \\ 7 \\ 9 \\ 961 \\ 808 \\ 49 \end{array}$

⑥

$$\begin{aligned} 14.000 : 200 &= \\ 1.000 : 10 &= \\ 14.000 : 7.000 &= \\ 10.000 : 10 &= \\ 210 : 7 &= \\ 3 : 3 &= \\ 2.100 : 30 &= \\ 810 : 90 &= \\ 4.000 : 400 &= \\ 18.000 : 2 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 400 \times 150 &= \\ 3.000 \times 400 &= \\ 700 \times 8.500 &= \\ 9 \times 110 &= \\ 6 \times 800 &= \\ 60 \times 38 &= \\ 800 \times 12.000 &= \\ 300 \times 5 &= \\ 5.000 \times 64.000 &= \\ 5.000 \times 180 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \times 39 &= \\ 6 \times 84 &= \\ 7 \times 54 &= \\ 3 \times 94 &= \\ 8 \times 63 &= \\ 0 \times 28 &= \\ 4 \times 70 &= \\ 9 \times 93 &= \\ 1 \times 73 &= \\ 5 \times 48 &= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 828 \\ -264 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \\ -12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 700 \\ -287 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 6817 \\ -38 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 673 \\ -153 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6954 \\ -5154 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 6998 \\ -50 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3903 \\ -2950 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 204 \\ -23 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ -24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 670 \\ 8x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 987 \\ 6x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 417 \\ 7x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 129 \\ 5x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 901 \\ 7x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 224 \\ 3x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 505 \\ 4x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 140 \\ 5x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 981 \\ 7x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 620 \\ 2x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 2 \\ 87 \\ +6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 681 \\ 7 \\ 38 \\ +1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 536 \\ 73 \\ 69 \\ +545 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ 469 \\ 983 \\ +390 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 309 \\ 52 \\ 423 \\ +324 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 590 \\ 30 \\ +93 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 589 \\ 9 \\ 645 \\ +15 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \\ 963 \\ 3 \\ +635 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 183 \\ 71 \\ 86 \\ +782 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 72 \\ 1 \\ 144 \\ +628 \\ \hline \end{array}$$

$4 \times 14 =$	$7 \times 9 =$	0	5	:
$10 \times 11 =$	$7 \times 5 =$	386	389	:
$9 \times 15 =$	$3 \times 5 =$	78	52	:
$3 \times 13 =$	$6 \times 1 =$	9	7	:
$8 \times 12 =$	$5 \times 7 =$	3127	6481	:
$2 \times 16 =$	$1 \times 10 =$	54	19	:
$1 \times 20 =$	$8 \times 6 =$	6227	4962	:
$7 \times 19 =$	$7 \times 6 =$	27	47	:
$6 \times 18 =$	$7 \times 8 =$	326	611	:
$6 \times 17 =$	$6 \times 10 =$	7115	4954	:

⑦

$$\begin{array}{ll}
 2.0000 : 1.0000 = & 7000 \times 4.0000 = \\
 80 : 2 = & 800 \times 57.0000 = \\
 80.0000 : 100 = & 80 \times 1.3000 = \\
 50.0000 : 1.0000 = & 1 \times 4.0000 = \\
 16.0000 : 4 = & 4 \times 2.9000 = \\
 0 : 3 = & 7 \times 180 = \\
 400 : 10 = & 4.0000 \times 30 = \\
 90 : 30 = & 900 \times 47 = \\
 600 : 600 = & 200 \times 120 = \\
 7.200 : 8 = & 90 \times 10 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \times 32 = \\
 6 \times 75 = \\
 2 \times 87 = \\
 7 \times 58 = \\
 3 \times 62 = \\
 8 \times 80 = \\
 4 \times 98 = \\
 9 \times 40 = \\
 5 \times 88 = \\
 0 \times 76 =
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 59 \\
 -39 \\
 \hline
 899 \\
 -305 \\
 \hline
 6451 \\
 -545 \\
 \hline
 963 \\
 -763 \\
 \hline
 5183 \\
 -71 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8678 \\
 -27 \\
 \hline
 7211 \\
 -4462 \\
 \hline
 828 \\
 -46 \\
 \hline
 7971 \\
 -179 \\
 \hline
 764 \\
 -28 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 632 \\
 7x \\
 \hline
 168 \\
 9x \\
 \hline
 105 \\
 7x \\
 \hline
 946 \\
 8x \\
 \hline
 340 \\
 5x \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 902 \\
 3x \\
 \hline
 910 \\
 8x \\
 \hline
 477 \\
 3x \\
 \hline
 609 \\
 5x \\
 \hline
 425 \\
 5x \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 64 \\
 515 \\
 + 45 \\
 \hline
 96 \\
 376 \\
 351 \\
 + 8 \\
 \hline
 371 \\
 867 \\
 82 \\
 + 721 \\
 \hline
 14 \\
 462 \\
 828 \\
 + 467 \\
 \hline
 971 \\
 179 \\
 76 \\
 + 48 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 282 \\
 64 \\
 411 \\
 + 272 \\
 \hline
 8 \\
 768 \\
 173 \\
 + 81 \\
 \hline
 53 \\
 673 \\
 69 \\
 + 5 \\
 \hline
 451 \\
 5 \\
 4 \\
 + 69 \\
 \hline
 985 \\
 393 \\
 952 \\
 + 42 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 5 \times 19 = & 6 \times 9 = & 826 \\
 3 \times 17 = & 1 \times 7 = & 4594 \\
 6 \times 11 = & 4 \times 5 = & 9511 \\
 2 \times 12 = & 9 \times 9 = & 7 \\
 7 \times 18 = & 9 \times 6 = & 749 \\
 1 \times 15 = & 8 \times 8 = & 4 \\
 8 \times 13 = & 5 \times 2 = & 764 \\
 0 \times 16 = & 4 \times 3 = & 51 \\
 9 \times 10 = & 6 \times 5 = & 2973 \\
 6 \times 17 = & 1 \times 1 = & 38
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 984 \\
 9511 \\
 1761 \\
 4 \\
 622 \\
 1 \\
 814 \\
 37 \\
 1258 \\
 97
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 1.800 : 90 = & 3.000 \times 37 = \\
 7.000 : 700 = & 6.000 \times 1.100 = \\
 30.000 : 10 = & 4 \times 5 = \\
 20 : 4 = & 5.000 \times 270 = \\
 500 : 5 = & 300 \times 1.700 = \\
 280 : 4 = & 400 \times 100 = \\
 2.000 : 10 = & 2.000 \times 350 = \\
 24.000 : 3.000 = & 3 \times 6 = \\
 36.000 : 60 = & 5.000 \times 19.000 = \\
 54.000 : 900 = & 6.000 \times 81 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2 \times 61 = \\
 7 \times 78 = \\
 1 \times 97 = \\
 6 \times 23 = \\
 0 \times 96 = \\
 5 \times 77 = \\
 9 \times 33 = \\
 4 \times 89 = \\
 8 \times 95 = \\
 3 \times 20 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 644 \\
 - 11 \\
 \hline
 2700 \\
 - 287 \\
 \hline
 68 \\
 - 17 \\
 \hline
 3815 \\
 - 3673 \\
 \hline
 695 \\
 - 45 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1546 \\
 - 998 \\
 \hline
 503 \\
 - 90 \\
 \hline
 3095 \\
 - 27 \\
 \hline
 25 \\
 - 19 \\
 \hline
 5093 \\
 - 3899 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 352 \\
 \hline
 7x \\
 \hline
 218 \\
 \hline
 9x \\
 \hline
 688 \\
 \hline
 6x \\
 \hline
 741 \\
 \hline
 3x \\
 \hline
 140 \\
 \hline
 2x \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 735 \\
 \hline
 6x \\
 \hline
 608 \\
 \hline
 8x \\
 \hline
 848 \\
 \hline
 5x \\
 \hline
 941 \\
 \hline
 1x \\
 \hline
 623 \\
 \hline
 6x \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 332 \\
 402 \\
 59 \\
 + 309 \\
 \hline
 3 \\
 589 \\
 99 \\
 + 645 \\
 \hline
 154 \\
 50 \\
 63 \\
 + 7 \\
 \hline
 63 \\
 518 \\
 371 \\
 + 867 \\
 \hline
 8 \\
 20 \\
 7 \\
 + 21 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 144 \\
 6 \\
 282 \\
 + 84 \\
 \hline
 67 \\
 97 \\
 179 \\
 + 7 \\
 \hline
 648 \\
 282 \\
 64 \\
 + 411 \\
 \hline
 27 \\
 28 \\
 768 \\
 + 173 \\
 \hline
 8 \\
 15 \\
 367 \\
 + 369 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 7 \times 17 = & 2 \times 1 = & 368 & 835 \\
 5 \times 18 = & 6 \times 4 = & 38 & 97 \\
 8 \times 12 = & 9 \times 3 = & 8 & 5 \\
 9 \times 11 = & 10 \times 2 = & 2973 & 1276 \\
 4 \times 15 = & 5 \times 10 = & 8154 & 4269 \\
 1 \times 14 = & 9 \times 10 = & 37 & 26 \\
 0 \times 20 = & 8 \times 7 = & 6237 & 1607 \\
 10 \times 19 = & 7 \times 1 = & 5548 & 9845 \\
 2 \times 16 = & 4 \times 1 = & 94 & 59 \\
 6 \times 13 = & 2 \times 6 = & 269 & 452
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 42.000 : 7.000 = & 30 \times 100 = \\
 400 : 40 = & 600 \times 17 = \\
 10.000 : 200 = & 300 \times 440 = \\
 6.000 : 60 = & 10.000 \times 30 = \\
 700 : 100 = & 7 \times 190 = \\
 900 : 10 = & 7 \times 560 = \\
 500 : 100 = & 8 \times 10.000 = \\
 9.000 : 9 = & 80 \times 590 = \\
 8 : 8 = & 80 \times 12.000 = \\
 100.000 : 10 = & 900 \times 3.000 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llllll}
 2 \times 95 = & 635 & 71 & 782 & 2114 & 282 \\
 9 \times 33 = & -183 & -68 & -700 & -46 & -824 \\
 0 \times 96 = & & & & & \\
 1 \times 97 = & & & & & \\
 4 \times 61 = & & & & & \\
 5 \times 88 = & 6797 & 6482 & 6441 & 287 & 38 \\
 3 \times 98 = & -1799 & -87 & -1127 & -68 & -17 \\
 7 \times 62 = & & & & & \\
 8 \times 87 = & & & & & \\
 6 \times 32 = & & & & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 301 & 400 & 897 & 153 & 257 \\
 \underline{7x} & \underline{2x} & \underline{5x} & \underline{7x} & \underline{3x}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 926 & 401 & 944 & 199 & 250 \\
 \underline{2x} & \underline{3x} & \underline{8x} & \underline{6x} & \underline{7x}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 179 & 264 & 699 & 30 & 259 \\
 764 & 44 & 8 & 952 & 30 \\
 82 & 1 & 503 & 423 & 930 \\
 + 8 & + 12 & + 90 & + 234 & + 589
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
 700 & 73 & 36 & 699 & 952 \\
 28 & 81 & 954 & 850 & 423 \\
 768 & 5 & 515 & 39 & 32 \\
 + 1 & + 367 & + 4 & + 30 & + 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 9 \times 13 = & 8 \times 3 = & 0 & 9 \\
 3 \times 12 = & 10 \times 8 = & 614 & 417 \\
 8 \times 14 = & 6 \times 3 = & 84 & 96 \\
 7 \times 10 = & 10 \times 4 = & 3 & 7 \\
 10 \times 11 = & 10 \times 7 = & 7 & 18 \\
 6 \times 19 = & 0 \times 0 = & 8798 & 2973 \\
 0 \times 15 = & 2 \times 3 = & 863 & 315 \\
 5 \times 18 = & 1 \times 5 = & 452 & 258 \\
 1 \times 17 = & 1 \times 4 = & 89 & 98 \\
 4 \times 16 = & 6 \times 8 = & 3738 & 8631
 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 64.0000 : 80 &= \\ 2.400 : 80 &= \\ 4.900 : 7 &= \\ 60.000 : 6 &= \\ 2.000 : 2.000 &= \\ 4.200 : 600 &= \\ 350 : 7 &= \\ 80 : 10 &= \\ 63 : 9 &= \\ 32.000 : 400 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 90 \times 46 &= \\ 30 \times 1.300 &= \\ 500 \times 5.000 &= \\ 40 \times 3.100 &= \\ 9 \times 1.500 &= \\ 10 \times 6.000 &= \\ 3 \times 740 &= \\ 400 \times 1.400 &= \\ 3.000 \times 20 &= \\ 20 \times 340 &= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 4 \times 83 = \\ 5 \times 49 = \\ 0 \times 90 = \\ 8 \times 72 = \\ 6 \times 39 = \\ 1 \times 94 = \\ 7 \times 28 = \\ 2 \times 54 = \\ 9 \times 93 = \\ 3 \times 73 = \end{array} \quad \begin{array}{r} 38 \\ -15 \\ \hline 367 \\ -36 \\ \hline 954 \\ -515 \\ \hline 4699 \\ -85 \\ \hline 3995 \\ -520 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 4231 \\ -7976 \\ \hline 48 \\ -28 \\ \hline 264 \\ -141 \\ \hline 1270 \\ -287 \\ \hline 6817 \\ -3815 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 167 \\ 3x \\ \hline 712 \\ 8x \\ \hline 602 \\ 3x \\ \hline 796 \\ 4x \\ \hline 531 \\ 8x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 460 \\ 9x \\ \hline 609 \\ 2x \\ \hline 404 \\ 4x \\ \hline 598 \\ 5x \\ \hline 837 \\ 9x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 259 \\ 309 \\ 305 \\ + 89 \\ \hline 99 \\ 6 \\ 451 \\ + 54 \\ \hline 59 \\ 6 \\ 376 \\ + 351 \\ \hline 83 \\ 718 \\ 678 \\ + 2 \\ \hline 7 \\ 211 \\ 446 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 284 \\ 679 \\ 71 \\ + 17 \\ \hline 976 \\ 482 \\ 826 \\ + 44 \\ \hline 11 \\ 2 \\ 70 \\ + 2 \\ \hline 876 \\ 817 \\ 381 \\ + 53 \\ \hline 673 \\ 69 \\ 545 \\ + 154 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3 \times 12 &= \\ 2 \times 20 &= \\ 10 \times 19 &= \\ 6 \times 15 &= \\ 7 \times 18 &= \\ 5 \times 11 &= \\ 0 \times 13 &= \\ 8 \times 17 &= \\ 4 \times 16 &= \\ 9 \times 14 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \times 8 &= \\ 7 \times 0 &= \\ 8 \times 5 &= \\ 4 \times 10 &= \\ 7 \times 3 &= \\ 5 \times 9 &= \\ 2 \times 9 &= \\ 6 \times 7 &= \\ 6 \times 0 &= \\ 3 \times 1 &= \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 97 \\ 2586 \\ 8213 \\ 23 \\ 253 \\ 1.076 \\ 523 \\ 13 \\ 6 \\ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 47 \\ 3191 \\ 8415 \\ 61 \\ 352 \\ 1867 \\ 532 \\ 31 \\ 7 \\ 6 \end{array}$$

56.069 : 31 = ±
 3.048 : 72 = ±
 36 : 18 = ±
 557 : 10 = ±
 90 : 16 = ±
 7.340 : 3 = ±
 4.017 : 8 = ±
 142 : 87 = ±
 451 : 5 = ±
 451 : 52 = ±

9.888 : 69 = ±
 14.863 : 86 = ±
 371 : 40 = ±
 520 : 3 = ±
 3.681 : 6 = ±
 5.416 : 17 = ±
 22 : 15 = ±
 372 : 13 = ±
 91 : 42 = ±
 40 : 47 = ±

1.920 : 11 = ±
 4.804 : 49 = ±
 87.569 : 28 = ±
 713 : 16 = ±
 678 : 89 = ±
 96 : 31 = ±
 37 : 14 = ±
 32 : 4 = ±
 8.056 : 3 = ±
 173 : 2 = ±

680 : 6 = ±
 61 : 12 = ±
 839 : 37 = ±
 9.329 : 6 = ±
 91 : 57 = ±
 4.002 : 92 = ±
 18.436 : 75 = ±
 984 : 15 = ±
 44 : 8 = ±
 1.683 : 15 = ±

21 : 16 = ±
 6.122 : 9 = ±
 2.953 : 81 = ±
 73 : 8 = ±
 367 : 97 = ±
 464 : 18 = ±
 3.868 : 15 = ±
 610 : 5 = ±
 54 : 40 = ±
 14.475 : 3 = ±

7.336 : 42 = ±
 85 : 31 = ±
 202 : 62 = ±
 9.970 : 16 = ±
 801 : 4 = ±
 4.689 : 8 = ±
 57 : 1 = ±
 95.380 : 5 = ±
 511 : 13 = ±
 71 : 17 = ±

73 : 34 = ±
 36.998 : 8 = ±
 761 : 6 = ±
 31 : 7 = ±
 829 : 16 = ±
 57 : 18 = ±
 9.408 : 4 = ±
 1.029 : 11 = ±
 550 : 57 = ±
 5.014 : 20 = ±

36 : 32 = ±
 4.097 : 43 = ±
 76 : 18 = ±
 7.164 : 12 = ±
 135 : 1 = ±
 135 : 70 = ±
 897 : 19 = ±
 4.806 : 5 = ±
 35.869 : 5 = ±
 99 : 4 = ±

205 : 3 = ±
 2.724 : 66 = ±
 72 : 36 = ±
 30.805 : 3 = ±
 511 : 19 = ±
 78 : 1 = ±
 6.966 : 5 = ±
 432 : 94 = ±
 8.013 : 18 = ±
 45 : 18 = ±

917 : 12 = ±
 300 : 7 = ±
 8.990 : 63 = ±
 2.704 : 6 = ±
 4.500 : 11 = ±
 14 : 18 = ±
 63 : 38 = ±
 729 : 83 = ±
 68.931 : 16 = ±
 25 : 4 = ±

79 : 4 = ±
 96 : 71 = ±
 20.734 : 16 = ±
 25 : 13 = ±
 632 : 17 = ±
 828 : 8 = ±
 1.216 : 13 = ±
 3.409 : 97 = ±
 792 : 48 = ±
 5.435 : 4 = ±

4.406 : 10 = ±
 822 : 25 = ±
 7.336 : 26 = ±
 6.337 : 5 = ±
 22 : 12 = ±
 280 : 11 = ±
 69 : 4 = ±
 420 : 4 = ±
 10.575 : 11 = ±
 75 : 55 = ±

5.608 : 12 = ±
 634 : 14 = ±
 39 : 7 = ±
 37.059 : 18 = ±
 9.484 : 96 = ±
 152 : 7 = ±
 8.852 : 9 = ±
 608 : 1 = ±
 52 : 4 = ±
 97 : 13 = ±

26 : 12 = ±
 12.490 : 11 = ±
 515 : 64 = ±
 8.383 : 2 = ±
 47 : 2 = ±
 91 : 34 = ±
 579 : 4 = ±
 9.687 : 15 = ±
 338 : 13 = ±
 6.072 : 59 = ±

41 : 15 = ±
 52 : 9 = ±
 35.934 : 83 = ±
 149 : 47 = ±
 63 : 20 = ±
 5.821 : 6 = ±
 679 : 2 = ±
 9.468 : 97 = ±
 868 : 17 = ±
 1.630 : 10 = ±

7 RUWE DATA VAN DE EXPERIMENTELE GROEP.

De contextopgaven van de eindtoets die door de leerlingen van de experimentele groep werden afgemaakt.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1			+	+			+		+	+
2						+				
3						+				
4						+	+		+	+
5										
6										
7	+					+			+	
8							+			
9			+							
10	+		+			+			+	+
11							+		+	+
12										
13							+			+
14						+	+			+
15										
16						+				
17						+	+		+	+
18				+		+				+
19				+		+			+	+
20										
21										+
22				+		+				+

De kale opgaven van de eindtoets die door de leerlingen van de experimentele groep werden afgemaakt.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										+
2										+
3	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
4										+
5										+
6										+
7								+	+	+
8										
9										+
10						+		+	+	+
11										+
12										+
13					+	+	+	+	+	+
14										+
15										+
16										+
17										+
18										+
19					+	+		+		+
20										+
21		+				+				+
22						+				+

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de begintoeets context, als de verwoordings- en de slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X		X		-	-	G		-	X
2	G		G		G	G	G		G	G
3	G		G		X	-	-		-	-
4	X		F		X	F	-		-	-
5	G		G		G	G	G		G	F
6	G		G		G	G	G		G	G
7	G		-		F	-	?		-	-
8	X		-		-	X	X		X	X
9	G		G		G	G	G		G	-
10	G		X		X	X	X		-	-
11	G		F		G	G	X		-	-
12	F		F		G	G	G		G	-
13	G		?		F	?	?		?	?
14	G		-		F	-	G		G	-
15	G		X		G	G	G		X	?
16	X		X		X	X	X		X	X
17	X		F		G	G	G		-	G
18	-		-		X	F	G		-	-
19	G		-		G	X	X		-	-
20										
21	G		G		G	G	G		-	-
22	G		G		G	G	G		G	G

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de begintoets context, als de verwoordingsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X		X		-	-	F		-	X
2	G		G		G	G	G		G	G
3	F		G		X	-	-		-	-
4	X		F		X	F	-		-	-
5	G		G		G	G	G		G	F
6	G		G		G	G	G		G	G
7	G		-		F	-	?		-	-
8	X		-		-	X	X		X	X
9	G		G		F	G	G		G	-
10	G		X		X	X	X		-	-
11	G		F		G	G	X		-	-
12	F		F		F	G	G		G	-
13	G		?		F	?	?		?	?
14	G		-		F	-	G		F	-
15	G		X		G	G	G		X	?
16	X		X		X	X	X		X	X
17	X		F		G	G	G		-	F
18	-		-		X	F	G		-	-
19	F		-		G	X	X		-	-
20										
21	F		G		G	F	G		-	-
22	F		G		G	F	G		F	G

*De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de
begintoets context.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X		X		-	-	F		-	X
2	G		F		G	G	G		G	F
3	F		F		X	-	-		-	-
4	X		F		X	F	-		-	-
5	F		F		F	G	G		F	F
6	G		F		G	G	G		G	G
7	F		-		F	-	?		-	-
8	X		-		-	X	X		X	X
9	F		F		F	G	G		G	-
10	F		X		X	X	X		-	-
11	F		F		G	G	X		-	-
12	F		F		F	G	G		G	-
13	F		?		F	?	?		?	?
14	G		-		F	-	G		F	-
15	F		X		F	F	F		X	?
16	X		X		X	X	X		X	X
17	X		F		G	G	G		-	F
18	-		-		X	F	G		-	-
19	F		-		G	X	X		-	-
20										
21	F		F		F	F	G		-	-
22	F		F		G	F	G		F	F

*De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de begintoets
kaal, als de slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		X		X	X	G	-	-		-
2		G		G	G	G	G	G		G
3		G		-	G	G	-	-		G
4		G		?	G	-	-	-		-
5		G		G	-	G	G	G		G
6		G		G	-	G	G	G		G
7		G		-	G	-	-	-		F
8		F		G	G	F	?	?		G
9		G		G	-	G	G	G		F
10		G		F	G	G	-	-		-
11		G		G	F	G	-	-		-
12		G		G	G	G	G	G		G
13		F		F	F	F	F	G		G
14		G		G	G	G	G	-		G
15		G		G	G	G	G	F		G
16		G		G	F	G	G	F		G
17		G		G	G	G	G	G		-
18		G		F	F	F	F	G		F
19		G		-	G	G	-	-		-
20										
21		G		F	F	G	-	-		-
22		G		G	G	G	G	G		G

*De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de begintoets
kaal.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		X		X	X	G	-	-		-
2		G		G	G	G	G	G		G
3		G		-	G	F	-	-		G
4		G		?	G	-	-	-		-
5		G		G	-	G	G	G		G
6		G		F	-	G	G	G		G
7		G		-	G	-	-	-		F
8		F		F	F	F	?	?		F
9		G		G	-	F	G	G		F
10		G		F	G	F	-	-		-
11		G		F	F	F	-	-		-
12		G		G	G	G	G	G		G
13		F		F	F	F	F	F		F
14		G		G	F	F	F	-		G
15		G		F	G	G	G	F		G
16		G		G	F	G	F	F		G
17		G		G	G	G	G	F		-
18		G		F	F	F	F	G		F
19		G		-	G	G	-	-		-
20										
21		G		F	F	G	-	-		-
22		G		G	G	G	G	F		G

*De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de
begintoets basisvaardigheden*

leerlingen	typen										
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
1	10	8	1	6	10	3	0	10	8	6	6
2	10	10	10	8	10	7	10	10	10	9	10
3	10	9	3	6	8	1	5	10	10	6	6
4	10	9	0	5	3	10	2	10	6	2	3
5	10	10	4	7	10	2	2	10	7	4	7
6	10	10	7	8	10	3	7	10	10	9	9
7	10	7	3	7	9	1	0	10	5	5	1
8	10	5	2	5	10	2	0	9	4	7	10
9	10	10	4	7	8	5	0	9	7	5	10
10	10	4	1	6	8	0	2	10	3	4	3
11	10	7	1	5	3	10	10	9	4	2	1
12	10	8	10	4	9	2	2	10	8	8	5
13	9	6	2	4	5	0	3	10	5	4	2
14	9	9	2	7	9	4	3	10	5	9	8
15	10	3	1	5	8	3	0	10	2	7	9
16	10	8	4	6	10	4	1	10	8	9	8
17	10	8	2	5	7	0	0	10	4	3	1
18	10	10	5	5	9	0	1	10	8	8	5
19	10	8	3	6	9	2	0	10	9	8	8
20											
21	10	10	4	5	6	1	3	9	7	3	6
22	10	9	1	7	10	3	3	10	7	10	9

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de eindtoets context, als de verwoordings- en de slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G		G	G		G	G		G	G
2	G		G	G		G	G		G	G
3	G		G	G		G	G		G	G
4	G		G	G		G	G		G	G
5	G		G	G		G	G		G	G
6	G		G	G		X	G		G	G
7	G		G	G		G	G		G	G
8	G		X	G		X	G		G	G
9	G		G	G		G	G		G	F
10	G		G	G		X	G		G	X
11	G		G	G		X	F		G	G
12	G		G	G		G	G		G	G
13	G		G	G		X	G		G	G
14	G		G	G		G	G		G	G
15	G		G	G		X	G		G	G
16	G		G	G		G	G		G	G
17	G		G	G		-	G		G	G
18	G		G	G		G	G		G	G
19	G		G	G		G	G		G	G
20										
21	G		G	G		X	G		G	G
22	G		G	G		G	G		G	G

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de eindtoets context, als de verwoordingsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G		G	G		F	G		G	G
2	G		G	G		G	G		G	G
3	F		G	F		F	G		G	G
4	G		G	G		G	G		G	G
5	G		G	G		G	G		G	G
6	G		G	G		X	G		G	G
7	G		F	G		G	F		G	G
8	F		X	F		X	F		F	G
9	F		F	G		G	G		G	F
10	F		G	G		X	G		G	X
11	G		F	F		X	F		G	G
12	G		G	G		G	G		G	G
13	F		F	F		X	G		G	G
14	G		G	G		G	G		G	G
15	F		F	G		X	F		G	F
16	G		G	G		G	G		G	G
17	F		G	G		-	G		G	G
18	F		F	G		G	F		G	G
19	G		G	G		G	G		F	G
20										
21	G		F	G		X	G		G	G
22	F		G	G		G	F		F	G

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de eintoets context.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G		G	G		F	G		G	G
2	G		G	G		G	G		G	G
3	F		G	F		F	F		G	G
4	F		G	G		F	F		G	G
5	G		G	G		G	G		G	G
6	G		G	G		X	G		G	G
7	F		F	G		F	F		G	G
8	F		X	F		X	F		F	F
9	F		F	G		F	G		G	F
10	F		G	G		X	F		G	X
11	G		F	F		X	F		G	G
12	F		G	G		F	G		G	G
13	F		F	F		X	F		F	G
14	G		G	G		G	G		F	G
15	F		F	F		X	F		G	F
16	F		F	G		F	F		G	G
17	F		G	G		-	G		G	G
18	F		F	G		F	F		G	G
19	F		G	G		G	F		F	G
20										
21	F		F	G		X	G		G	G
22	F		G	G		F	F		F	G

Het niveau (b.120) waarop de leerlingen van de experimentele groep, de opgaven van de eindtoets context hebben opgelost.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1		3	2		3	1		2	1
2	3		3	3		3	3		3	3
3	2		3	1		3	1		1	1
4	2		3	2		3	2		3	3
5	3		3	3		3	1		3	3
6	1		3	3		X	3		3	3
7	2		3	3		3	3		3	3
8	3		X	1		X	1		2	1
9	2		3	2		3	3		3	1
10	2		3	2		X	3		2	X
11	2		2	2		X	1		3	1
12	3		3	3		3	3		3	3
13	2		3	3		X	3		1	3
14	2		2	3		3	3		1	3
15	2		2	1		X	1		2	3
16	3		3	3		3	3		3	3
17	2		3	2		-	3		3	3
18	2		3	2		3	3		2	1
19	2		3	3		3	1		2	1
20										
21	2		3	3		X	3		3	3
22	2		3	3		3	1		2	3

*De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de eindtoets
kaal, als de slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
2	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
3	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
4	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
5		G	G	G	G	G	G	G	G	G
6	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
7	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
8	-	-	G	G	G	-	G	-	G	G
9	G	G	G	G	G	G	G	G	F	G
10	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
11	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
12	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
13	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
14	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
15	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
16	G	G	G	G	G	G	G	G	F	G
17	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
18	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
19	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
20										
21	G	G	G	G	G	G	?	G	G	G
22	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de eindtoets kaal.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G	G	G	F	G	G	G	G	G	G
2	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
3	G	G	G	F	G	G	G	F	G	G
4	G	G	G	G	G	G	F	G	G	F
5	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
6	G	G	G	F	G	G	G	G	G	G
7	G	G	G	F	G	G	G	F	G	G
8	-	-	G	F	F	-	G	-	F	F
9	F	G	G	F	G	G	G	F	F	F
10	F	F	G	G	G	G	G	G	G	G
11	G	G	F	G	G	F	G	G	F	F
12	G	G	G	G	G	G	G	F	G	G
13	F	F	G	G	G	F	G	G	G	F
14	G	F	G	G	G	G	G	G	G	F
15	F	G	G	G	F	G	F	F	G	G
16	G	G	G	G	F	F	F	F	F	G
17	G	G	G	F	G	G	G	G	G	G
18	G	G	G	F	G	F	G	G	G	G
19	F	G	G	F	G	G	F	G	G	G
20										
21	G	G	G	G	G	G	?	F	G	G
22	G	G	G	G	G	G	G	G	G	F

Het niveau (b.120) waarop de leerlingen van de experimentele groep, de opgaven van de eindtoets kaal hebben opgelost.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	1	3	1	1	1	2	2	3	1
2	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3
3	2	3	3	1	1	1	1	2	3	2
4	2	2	3	1	2	1	2	3	3	1
5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
6	1	2	2	1	1	1	3	2	3	1
7	2	2	3	2	1	3	3	2	3	2
8	-	-	2	1	1	-	2	-	2	1
9	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
10	2	3	3	1	2	3	1	1	2	3
11	1	1	2	1	2	1	2	2	2	1
12	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
13	3	2	2	2	2	2	3	3	2	1
14	2	1	2	2	2	3	2	2	3	2
15	2	1	2	1	1	1	1	1	1	1
16	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3
17	2	1	3	1	2	1	1	2	1	1
18	1	1	2	2	2	1	3	3	1	2
19	2	2	3	1	3	1	3	3	3	3
20										
21	3	2	3	3	2	3	?	2	3	3
22	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3

*De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de
eindtoets basisvaardigheden.*

leerlingen	typen											
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	S
1	10	10	7	7	10	8	1	10	8	6	10	2
2	10	10	10	9	10	9	9	10	10	9	9	4
3	10	10	6	8	10	8	8	10	8	10	8	7
4	10	10	8	7	10	4	1	10	8	6	6	4
5	10	10	8	10	10	9	9	10	8	10	8	5
6	10	10	10	9	10	9	9	10	0	9	10	3
7	10	10	6	6	10	6	4	9	7	9	3	1
8	10	7	3	5	9	2	4	10	5	8	8	8
9	10	10	8	9	10	7	7	10	6	9	9	4
10	10	9	4	7	10	6	10	10	4	10	7	2
11	10	10	9	7	9	7	6	8	6	8	9	4
12	10	10	9	7	10	5	10	9	8	6	5	4
13	10	9	5	7	10	7	4	10	5	3	6	3
14	10	8	8	9	10	7	7	10	6	9	8	2
15	10	7	2	6	10	5	8	10	5	8	9	4
16	10	10	9	10	10	8	10	9	0	8	8	3
17	10	8	7	8	8	5	4	10	5	8	7	2
18	10	10	10	9	10	8	9	8	4	9	6	4
19	10	10	6	8	10	7	9	10	9	10	8	3
20												
21	10	10	9	8	10	8	7	10	6	4	7	3
22	10	10	7	7	10	6	8	10	9	9	8	5

8 RUWE DATA VAN DE CONTROLE GROEP.

De scores van de leerlingen van de controle groep op de begintoets context, als de verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G		G		G	G	G		G	G
2	G		G		G	G	F		G	G
3	X		-		G	G	G		G	F
4										
5	G		?		-	?	X		-	X
6	?		?		?	?	?		X	?
7	G		G		G	X	G		G	G
8	G		G		F	G	G		-	-
9	G		G		G	G	G		G	G
10	?		-		-	?	G		G	G
11	G		F		G	F	G		G	-
12	G		G		G	G	X		F	G
13	X		G		G	G	G		G	G
14	G		G		G	G	G		G	G
15	G		G		F	G	G		G	G
16	G		G		G	G	G		G	G
17										
18	G		G		G	G	G		G	G
19	-		-		-	-	-		-	-
20	G		G		G	G	G		G	G
21	G		-		G	G	F		G	F
22	G		-		G	-	X		G	F
23	G		G		G	G	G		G	F
24	X		G		G	G	G		G	G
25	G		G		F	G	G		G	G

De scores van de leerlingen van de controle groep op de begintoets context, als de verwoordingsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G		G		G	G	G		G	G
2	G		G		G	G	F		G	G
3	X		-		G	F	G		G	F
4										
5	G		?		-	?	X		-	X
6	?		?		?	?	?		X	?
7	G		G		G	X	G		F	G
8	G		G		F	G	G		-	-
9	G		G		G	G	G		G	G
10	?		-		-	?	G		F	G
11	G		F		G	F	G		G	-
12	G		G		G	G	X		F	G
13	X		G		G	G	F		G	G
14	G		G		G	G	G		G	G
15	G		G		F	F	G		G	G
16	G		G		G	G	G		G	G
17										
18	G		G		G	G	G		G	G
19	-		-		-	-	-		-	-
20	G		G		G	G	G		G	G
21	G		-		G	G	F		F	F
22	G		-		G	-	X		G	F
23	G		F		G	G	G		G	F
24	X		G		G	G	G		G	G
25	G		G		F	G	G		G	F

De scores van de leerlingen van de controle groep op de begintoets context.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G		F		F	G	G		G	G
2	G		F		G	G	F		G	G
3	X		-		F	F	G		G	F
4										
5	F		?		-	?	X		-	X
6	?		?		?	?	?		X	?
7	F		F		G	X	G		F	F
8	G		F		F	G	G		-	-
9	G		F		G	F	G		G	F
10	?		-		-	?	G		F	F
11	F		F		F	F	G		G	-
12	F		F		G	G	X		F	F
13	X		F		G	G	F		G	G
14	G		F		F	G	G		G	G
15	G		G		F	F	G		G	G
16	G		F		G	G	G		G	F
17										
18	F		F		G	G	G		G	G
19	-		-		-	-	-		-	-
20	G		F		F	G	G		G	G
21	G		-		F	G	F		F	F
22	F		-		F	-	X		G	F
23	G		F		F	G	G		F	F
24	X		F		F	G	F		G	G
25	G		F		F	G	G		G	F

*De scores van de leerlingen van de controle groep op de begintoets
kaal, als de slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		G		F	G	G	G	G		G
2		G		G	G	G	G	G		G
3		G		G	G	G	G	G		G
4										
5		-		-	F	-	-	-		-
6		-		F	F	?	?	-		?
7		G		G	G	G	G	G		F
8		G		G	G	G	G	G		G
9		G		F	G	G	G	G		G
10		G		G	G	F	F	G		G
11		G		G	G	G	G	G		G
12		G		G	G	G	F	G		G
13		G		G	G	G	G	G		G
14		G		G	G	G	F	G		G
15		G		G	G	G	F	G		G
16		G		G	F	G	G	G		F
17										
18		G		G	G	G	G	G		G
19		-		-	-	-	-	-		-
20		G		G	G	G	G	F		G
21		G		G	G	G	F	G		G
22		G		G	G	G	F	F		G
23		G		G	G	G	G	G		G
24		G		F	G	G	G	G		G
25		G		G	G	G	G	G		G

*De scores van de leerlingen van de controle groep op de begintoets
kaal.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		G		F	G	G	G	G		G
2		G		G	G	F	G	G		G
3		G		G	G	F	G	G		G
4										
5		-		-	F	-	-	-		-
6		-		F	F	?	?	-		?
7		G		G	G	G	G	F		F
8		G		G	G	F	G	F		G
9		G		F	G	G	G	G		G
10		G		G	G	F	F	G		G
11		G		G	F	G	G	G		G
12		G		F	G	G	F	F		G
13		G		G	G	G	G	F		G
14		G		G	G	G	F	G		G
15		G		G	G	G	F	G		G
16		G		F	F	G	G	G		F
17										
18		G		G	G	G	F	G		G
19		-		-	-	-	-	-		-
20		G		F	G	G	G	F		G
21		G		F	G	F	F	F		G
22		G		G	G	G	F	F		G
23		G		G	G	G	G	G		G
24		G		F	G	F	F	G		G
25		G		G	G	G	F	G		G

De scores van de leerlingen van de controle groep op de begintoets basisvaardigheden.

leerlingen	typen										
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
1	10	10	7	8	10	3	6	10	9	9	9
2	10	10	6	5	10	2	7	10	9	9	9
3	9	9	5	5	10	4	8	10	9	8	8
4											
5	7	7	4	5	6	5	2	6	7	3	7
6	10	7	0	6	3	2	1	10	6	1	1
7	10	8	5	7	9	3	1	10	7	9	5
8	8	7	4	5	6	0	8	9	6	4	6
9	10	10	10	8	10	9	9	10	9	9	8
10	10	8	5	5	8	1	4	3	5	4	7
11	10	10	7	7	10	2	6	10	9	10	9
12	10	6	3	6	8	4	5	10	7	8	6
13	10	10	10	9	10	3	6	10	10	9	9
14	10	9	8	7	7	0	0	10	10	10	10
15	10	9	10	6	10	2	9	10	10	9	4
16	10	9	5	6	9	1	4	9	8	5	9
17											
18	10	10	6	6	10	3	3	10	7	8	9
19	2	2	1	1	3	0	0	10	0	2	10
20	10	10	8	5	9	6	6	10	10	10	9
21	10	10	7	6	9	4	6	10	9	9	10
22	10	10	6	5	10	4	7	10	9	10	10
23	10	10	7	7	10	4	6	9	10	10	8
24	10	9	5	6	10	3	2	10	8	9	8
25	9	10	10	9	10	6	2	10	8	10	10

De scores van de leerlingen van de controle groep op de eindtoets context, als de verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G		G	G		G	G		G	G
2	G		G	G		G	G		G	G
3	X		G	G		G	G		G	G
4										
5	-		?	?		X	-		X	X
6	?		X	F		X	?		?	?
7	X		F	F		G	X		X	X
8	X		X	G		X	X		G	X
9	G		G	G		X	G		G	G
10	G		G	F		G	G		X	G
11	G		G	G		X	G		G	G
12	G		G	G		G	G		G	G
13	X		X	X		X	X		G	G
14	G		G	G		X	G		G	G
15	G		G	G		G	G		G	G
16	G		F	G		X	G		G	G
17										
18	G		G	G		F	G		G	G
19	X		?	?		?	?		?	?
20	G		G	G		G	G		G	F
21	F		F	X		?	X		F	G
22	G		G	G		G	G		G	G
23	G		G	G		F	G		G	G
24	X		G	X		-	G		G	G
25	F		G	G		G	G		G	G

De scores van de leerlingen van de controle groep op de eindtoets context, als de verwoordingsfouten buiten beschouwing worden gelaten.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	F		G	G		G	G		F	G
2	G		G	G		G	G		G	G
3	X		G	F		G	G		G	F
4										
5	-		?	?		X	-		X	X
6	?		X	F		X	?		?	?
7	X		F	F		F	X		X	X
8	X		X	G		X	X		G	X
9	G		G	G		X	G		G	G
10	G		G	F		G	G		X	G
11	G		G	G		X	G		G	G
12	G		G	G		F	F		F	F
13	X		X	X		X	X		F	F
14	G		G	F		X	G		G	G
15	G		G	G		G	G		G	G
16	G		F	G		X	G		G	G
17										
18	G		G	G		F	G		G	G
19	X		?	?		?	?		?	?
20	G		G	G		G	G		G	F
21	F		F	X		?	X		F	F
22	G		G	G		G	G		G	G
23	G		G	G		F	F		F	G
24	X		G	X		-	G		G	G
25	F		G	G		F	G		G	G

De scores van de leerlingen van de controle groep op de eindtoets context.

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	F		G	G		G	F		F	G
2	G		G	G		G	G		F	G
3	X		G	F		F	G		G	F
4										
5	-		?	?		X	-		X	X
6	?		X	F		X	?		?	?
7	X		F	F		F	X		X	X
8	X		X	F		X	X		F	X
9	F		F	G		X	F		G	G
10	F		G	F		F	F		X	G
11	F		G	F		X	F		F	G
12	G		G	F		F	F		F	F
13	X		X	X		X	X		F	F
14	F		G	F		X	G		G	G
15	F		G	G		F	F		G	G
16	F		F	G		X	F		G	G
17										
18	F		G	G		F	G		G	G
19	-		-	-		-	-		-	-
20	G		G	G		G	G		G	F
21	F		F	X		?	X		F	F
22	F		F	F		F	F		F	G
23	G		G	G		F	F		F	G
24	X		G	X		-	G		G	G
25	F		G	G		F	F		F	G

*De score van de leerlingen van de controle groep op de eindtoets kaal,
als de slordigheidsfouten buiten beschouwing worden gelaten.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	G	F	G	G	G	G	G	F	G	G
2	G	F	G	G	G	G	G	F	G	G
3	G	F	G	G	G	G	G	G	G	G
4										
5	F	?	F	?	F	?	?	?	G	?
6	F	F	F	F	X	X	X	X	F	?
7	G	F	F	G	F	G	G	F	G	G
8	G	F	G	G	G	F	G	F	G	F
9	G	F	F	G	F	G	G	F	G	F
10	G	-	G	F	F	G	F	F	G	F
11	G	F	G	G	F	G	G	G	G	G
12	G	G	G	G	F	G	G	G	G	F
13	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G
14	G	F	G	G	G	G	G	F	G	G
15	G	F	G	G	G	F	G	F	G	G
16	G	G	F	G	F	F	G	F	G	G
17										
18	G	F	G	G	G	G	G	G	G	G
19	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
20	G	F	F	G	G	G	G	F	G	G
21	F	F	G	G	G	G	G	F	G	G
22	G	G	F	G	G	G	F	F	G	G
23	G	F	G	G	G	G	G	F	G	G
24	F	F	G	G	G	G	G	F	F	G
25	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G

*De scores van de leerlingen van de controle groep op de eindtoets
kaal.*

leerlingen	opgaven									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	F	F	G	G	G	G	F	F	G	F
2	G	F	G	G	G	F	G	F	G	G
3	G	F	G	F	G	G	G	G	G	F
4										
5	F	?	F	?	F	?	?	?	F	?
6	F	F	F	F	X	X	X	X	F	?
7	F	F	F	F	F	F	G	F	G	F
8	G	F	G	G	F	F	G	F	G	F
9	G	F	F	G	F	G	G	F	F	F
10	G	-	F	F	F	G	F	F	G	F
11	G	F	G	G	F	G	G	G	G	G
12	G	F	G	G	F	G	G	G	G	F
13	G	G	G	G	G	G	G	G	F	F
14	G	F	G	G	G	G	G	F	G	G
15	G	F	G	G	G	F	G	F	G	F
16	G	F	F	F	F	F	G	F	G	F
17										
18	G	F	G	G	G	F	G	G	G	G
19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	G	F	F	G	G	G	F	F	G	G
21	F	F	G	F	G	G	G	F	G	F
22	G	F	F	G	G	F	F	F	G	G
23	G	F	G	G	G	G	G	F	G	G
24	F	F	G	F	F	F	G	F	F	G
25	G	F	G	G	G	G	G	G	G	F

De scores van de leerlingen van de controle groep op de eindtoets basisvaardigheden.

leerlingen	typen											
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	S
1	10	10	10	9	10	6	9	10	10	10	9	5
2	10	10	10	6	10	5	9	10	7	10	8	5
3	10	10	9	9	10	5	7	10	8	10	8	5
4												
5	10	8	6	6	9	5	2	8	5	5	4	7
6	10	8	2	3	5	5	2	10	3	0	1	4
7	10	8	7	8	9	2	4	10	5	8	4	5
8	10	10	10	6	9	5	3	10	7	8	7	4
9	10	10	10	8	10	9	8	10	9	5	4	2
10	10	9	9	6	7	5	7	10	7	3	4	2
11	10	10	9	8	10	8	5	10	8	10	7	3
12	10	9	8	7	10	5	6	10	2	6	6	5
13	10	10	10	9	10	8	7	10	6	10	5	4
14	10	10	9	8	10	6	8	10	9	10	9	4
15	10	10	10	8	10	4	9	10	7	6	8	8
16	10	9	8	9	9	3	4	10	6	0	4	3
17												
18	10	10	9	8	10	8	6	10	8	8	9	5
19	8	3	2	1	3	0	1	9	0	1	0	1
20	10	10	10	8	10	8	7	9	8	10	7	4
21	10	10	9	0	10	8	5	10	6	10	8	5
22	10	10	5	8	10	4	7	10	8	10	7	6
23	10	10	10	9	10	7	9	10	8	10	10	6
24	10	10	9	7	10	3	8	10	6	10	6	4
25	10	10	10	10	10	10	7	10	8	10	9	8

9 BEREKENING VAN DE T - WAARDEN.

De berekeningen van de t - waarden van de beginttoets context.

-. X en ? buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{3.6253078^2}{21} + \frac{1.1126973^2}{23} = 0.6796805$$

$$t = \frac{10.857142 - 17.714285}{0.8244273} = - 8.3174623 *$$

verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{3.4503277^2}{21} + \frac{1.2909944^2}{23} = 0.639357$$

$$t = \frac{9.2857142 - 16}{0.799598} = - 8.3970767 *$$

verwoordingsfouten buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{2.8199966^2}{21} + \frac{1.3451854^2}{23} = 0.4573597$$

$$t = \frac{7.5714285 - 14.857142}{0.6762837} = - 10.773161 *$$

goed

$$s^2 = \frac{3.5050983^2}{21} + \frac{4.7509397^2}{23} = 1.5664004$$

$$t = \frac{4.4285714 - 9.7142857}{1.2515591} = - 4.2233037 *$$

De berekeningen van de t - waarden van de beginttoets kaal.

-, X en ? buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{3.4086724^2}{21} + \frac{0.7867958^2}{23} = 0.5802031$$

$$t = \frac{15.571428 - 20.428571}{0.7617106} = - 6.3766251 *$$

slordigheidsfouten buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{3.3594217^2}{21} + \frac{1.95180001^2}{23} = 0.7030463$$

$$t = \frac{12.428571 - 17.857142}{0.8384785} = - 6.4743115 *$$

goed

$$s^2 = \frac{3.8729833^2}{21} + \frac{3.3523268^2}{23} = 1.2028985$$

$$t = \frac{10 - 15.285714}{1.0967672} = - 4.8193582 *$$

De berekeningen van de t - waarden van de begintoets basisvaardigheden.

a

$$s^2 = \frac{0.30007926^2}{21} + \frac{1.7737657^2}{23} = 0.1411016$$

$$t = \frac{9.9047619 - 9.347826}{0.3756349} = 1.4826521$$

b

$$s^2 = \frac{2.0493901^2}{21} + \frac{1.9172609^2}{23} = 0.3598212$$

$$t = \frac{8 - 8.6956521}{0.5998509} = - 1.1597083$$

c

$$s^2 = \frac{2.7628487^2}{21} + \frac{2.6879911^2}{23} = 0.6776353$$

$$t = \frac{3.3333333 - 6.0434782}{0.823186} = - 3.2922631 *$$

d

$$s^2 = \frac{1.1791845^2}{21} + \frac{1.6763879^2}{23} = 0.1888399$$

$$t = \frac{5.9047619 - 6.0869565}{0.4340495} = - 0.4197553$$

e

$$s^2 = \frac{2.197401^2}{21} + \frac{21705903^2}{23} = 0.4347781$$

$$t = \frac{8.1428571 - 8.5652173}{0.659377} = - 0.6405443$$

f

$$s^2 = \frac{2.9325756^2}{21} + \frac{2.1513852^2}{23} = 0.6107611$$

$$t = \frac{3 - 3.0869565}{0.781512} = - 0.111267$$

g

$$s^2 = \frac{3.0752467^2}{21} + \frac{2.8354057^2}{23} = 0.7998846$$

$$t = \frac{2.5714285 - 4.6956521}{0.8943626} = - 2.3751257 *$$

h

$$s^2 = \frac{0.4023739^2}{21} + \frac{1.6442497^2}{23} = 0.1252557$$

$$t = \frac{9.8095238 - 9.3913043}{0.3539148} = 1.1816954$$

i

$$s^2 = \frac{2.358369^2}{21} + \frac{2.2545518^2}{23} = 0.4858527$$

$$t = \frac{6.5238095 - 7.9130434}{0.6970313} = - 1.9930724$$

j

$$s^2 = \frac{2.5476413^2}{21} + \frac{2.8562392^2}{23} = 0.6637703$$

$$t = \frac{6.095238 - 7.6086956}{0.8147209} = - 1.8576393$$

k

$$s^2 = \frac{3.1539846^2}{21} + \frac{2.2422461^2}{23} = 0.6922903$$

$$t = \frac{6.047619 - 7.8695652}{0.8320398} = - 2.1897344 *$$

De berekeningen van de t - waarden van de eindtoets context.

-, X en ? buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{2.9358214^2}{21} + \frac{2.2990681^2}{23} = 0.6402444$$

$$t = \frac{19.571428 - 16.428571}{0.8001527} = 3.9278215 *$$

verwoordings- en slordigheidsfouten buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{2.8702082^2}{21} + \frac{2.4976179^2}{23} = 0.6635117$$

$$t = \frac{19.285714 - 14.714285}{0.8145622} = 5.61213 *$$

verwoordingsfouten buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{2.9439202^2}{21} + \frac{2.5727509^2}{23} = 0.700483$$

$$t = \frac{15 - 12.428571}{0.8369486} = 3.0723858 *$$

goed

$$s^2 = \frac{5.2235729^2}{21} + \frac{4^2}{23} = 1.9949718$$

$$t = \frac{11.428571 - 8}{1.4124347} = 2.4274191 *$$

De berekeningen van de t - waarden van de eindtoets kaal.

-, X en ? buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{0.5270462^2}{21} + \frac{0.9189365^2}{23} = 0.0499424$$

$$t = \frac{20.5 - 20.8}{0.2234779} = - 1.3424146$$

slordigheidsfouten buiten beschouwing

$$s^2 = \frac{0.6749485^2}{21} + \frac{5.2238768^2}{23} = 1.2081665$$

$$t = \frac{20.3 - 14.8}{1.0991662} = 5.0037928 *$$

goed

$$s^2 = \frac{2.3944379^2}{21} + \frac{5.1251016^2}{23} = 1.4150448$$

$$t = \frac{15.8 - 11.6}{1.1895565} = 3.5307276 *$$

De berekeningen van de t - waarden van de eindtoets basisvaardigheden.

a

$$s^2 = \frac{0^2}{21} + \frac{0.4170288^2}{23} = 0.00756143$$

$$t = \frac{10 - 9.9130434}{0.0869564} = 1.0000023$$

b

$$s^2 = \frac{1.0281745^2}{21} + \frac{1.5502135^2}{23} = 0.1548254$$

$$t = \frac{9.4285714 - 9.3043478}{0.3934785} = 0.3164686$$

c

$$s^2 = \frac{2.2719825^2}{21} + \frac{2.4014159^2}{23} = 0.4965353$$

$$t = \frac{7.1904761 - 8.3043478}{0.7046526} = - 1.5807387$$

d

$$s^2 = \frac{1.3380867^2}{21} + \frac{2.5405797^2}{23} = 0.3658931$$

$$t = \frac{7.7619047 - 7}{0.6048909} = 1.2595737$$

e

$$s^2 = \frac{0.5117663^2}{21} + \frac{1.8003073^2}{23} = 0.1533893$$

$$t = \frac{9.8095238 - 9.173913}{0.3916494} = 1.6229076$$

f

$$s^2 = \frac{1.7928429^2}{21} + \frac{2.4071697^2}{23} = 0.4049945$$

$$t = \frac{6.7142857 - 5.6086956}{0.6363917} = 1.7372792$$

g

$$s^2 = \frac{2.8157719^2}{21} + \frac{2.4292356^2}{23} = 0.6341243$$

$$t = \frac{6.8571428 - 6.0869565}{0.7963192} = 0.9671828$$

h

$$s^2 = \frac{0.6582806^2}{21} + \frac{0.4910261^2}{23} = 0.0311178$$

$$t = \frac{9.6666666 - 9.8260869}{0.1764023} = -0.9037314$$

i

$$s^2 = \frac{2.6358336^2}{21} + \frac{2.3515195^2}{23} = 0.5712582$$

$$t = \frac{6.047619 - 6.5652173}{0.7558162} = -0.6848203$$

j

$$s^2 = \frac{1.9493588^2}{21} + \frac{3.4868471^2}{23} = 0.7095655$$

$$t = \frac{8 - 7.3913043}{0.8423571} = 0.72261$$

k

$$s^2 = \frac{1.6903085^2}{21} + \frac{2.6322715^2}{23} = 0.4373089$$

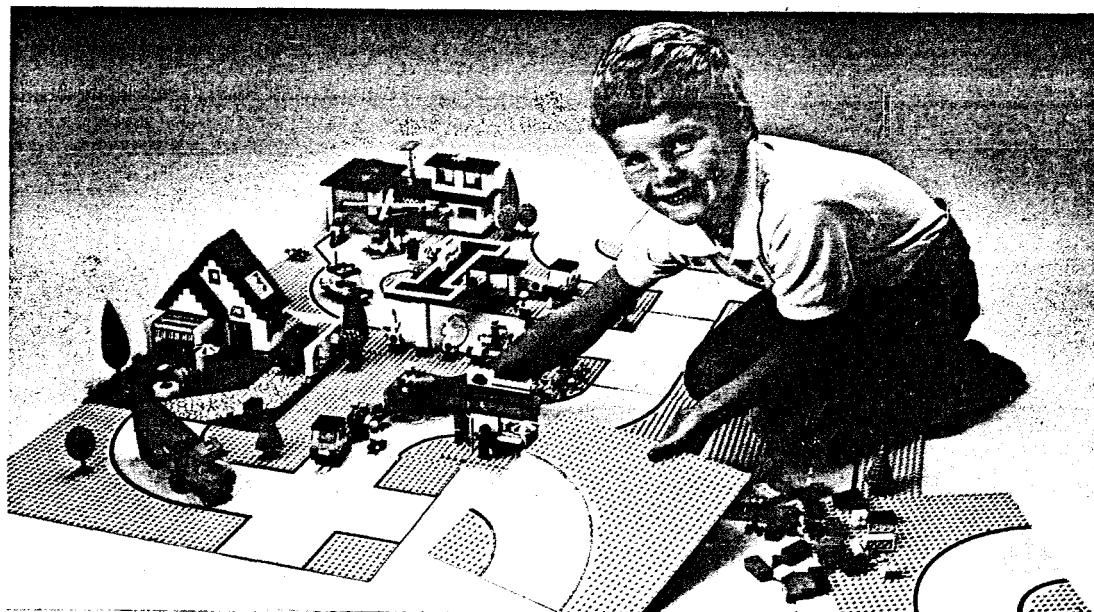
$$t = \frac{7.5714285 - 6.2608695}{0.6612933} = 1.981812$$

s

$$s^2 = \frac{1.6532795^2}{21} + \frac{1.7535959^2}{23} = 0.2638586$$

$$t = \frac{3.6666666 - 4.5652173}{0.5136716} = 0.5136716$$

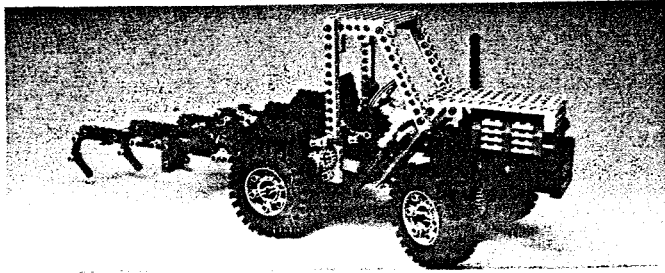
10 EXTRA TOETS.



Voor- en achternaam:

.....

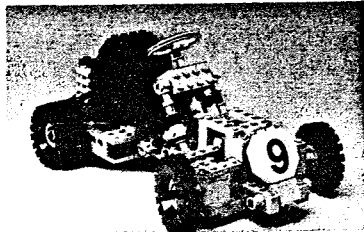
1



Achter deze trekker zitten
3 ploegen. Als de boer
400 voren wil maken, hoe
vaak moet hij dan rijden?

Som:

2



Marina doet mee aan kart-races. Ze heeft een
model '83 gekocht voor f 5670,-. Voor haar
oude kart kreeg ze f 2790,- terug. Hoeveel
moest ze bij betalen?

Som:

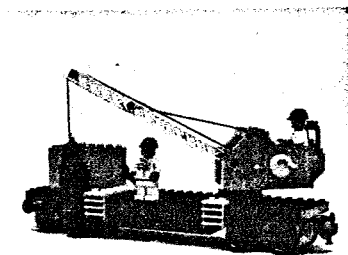
3



Het wegslepen van een auto kost f 45,-.
Jasper heeft deze week 38 auto's gesleept.
Hoeveel heeft hij gebeurd?

Som:

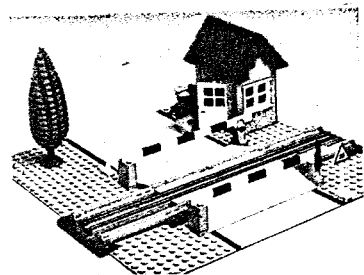
4



Deze wagon kan 5.000 kg dragen. De eerste
container staat er al op. Hij weegt
1437 kg. De andere twee containers wegen
samen 2998 kg. Hoeveel staat er straks op?

Som:

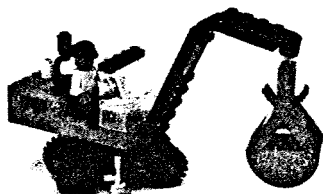
5



Aan de ene kant van de overweg staan 15 auto's
te wachten en aan de andere kant 27. Hoeveel
auto's staan er voor de overweg?

Som:

6



Deze graafmachine maakt deze grondkieper in 4 happen vol. Als de graafmachine 100 keer hapt, hoe vaak moet de grondkieper dan rijden?



Som:

7



Bertus en Tinus doen mee aan lange afstands racen. Om de twee uur wisselen ze elkaar af. In Le Mans reden ze in 24 uur 3843 km. Hoeveel reed ieder ongeveer?

Som:

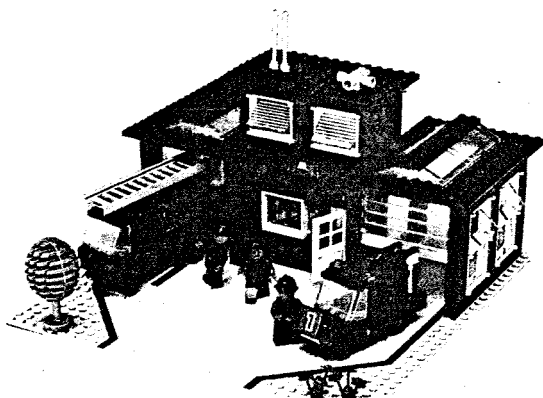
8



De ploeg van Sjors werkt aan een stuk weg van 5 km. Ze hebben 100 kegels bij zich om neer te zetten. Hoeveel kegels staan er op 1 km?

Som:

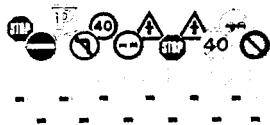
9



De brandweer rukt 1.032 keer per jaar uit. Hoe vaak is dat (gemiddeld) per dag?

Som:

10



Op elk kruispunt komen 4 verkeersborden. Stel je eens voor, dat er 17 kruispunten zijn. Hoeveel verkeersborden heb je dan nodig?

Som:

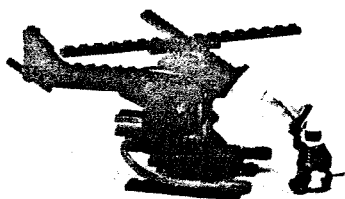
11



De brandweerauto kan 900 liter water per minuut spuiten. Hoeveel is dat per uur?

Som:

12

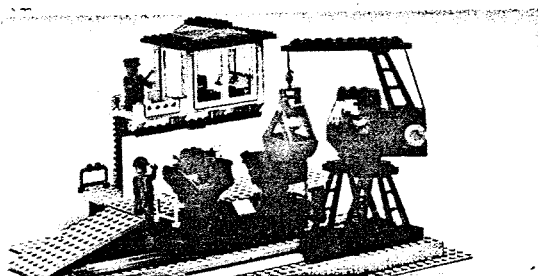


In het natuurpark zijn op 3 plaatsen bos- en heidebranden uitgebroken. Er zijn 1021 brandweerlieden en vrijwilligers ingezet om de branden te bestrijden. Hoeveel mensen kan de brandmeester naar elke brandhaard sturen?



Som:

13



Met het zeeschip de "Poolster" is zojuist 80.000 ton ijzererts binnen gebracht. Het wordt per spoor verder vervoerd. In één wagon kan 6 ton. Hoeveel wagons zijn er nodig?

Som:

14



Herman heeft eerst de heenreis betaald en nu weer de terugreis. Dat kostte hem samen f 43,17. Elsje kocht een retourtje. Dat kostte haar f 36,49. Hoeveel heeft ze bespaard?

Som:

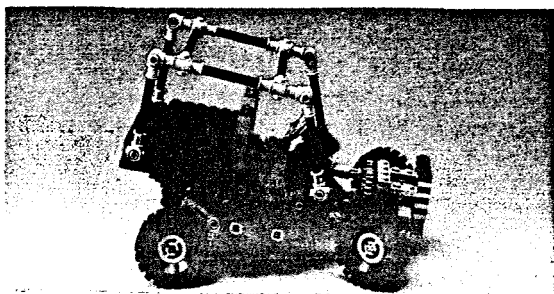
15



In Deventer wonen ongeveer 70.000 mensen. Er zijn 6 wijkagenten. Voor hoeveel mensen zorgt één wijkagent ongeveer?

Som:

16



Je doet mee aan de Parijs-Dakar rally van 2477 km. De eerste dag leg je 412 km. af. Hoe ver moet je nog?

Som:

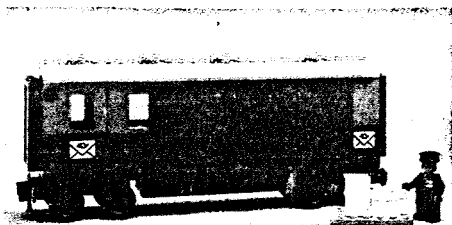
17



Jullie gaan met een paar vijfde en zesde klassen op een werkweek. In het bungalowpark staan 16 zomerhuisjes voor elk 9 personen. Hoeveel leerlingen kunnen er in dat park terecht?

Som:

18



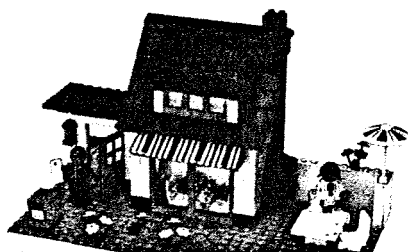
In de postauto zitten 30 postzakken; in de posttrein kan 6 keer



zoveel. Hoeveel postzakken kunnen er in de trein?

Som:

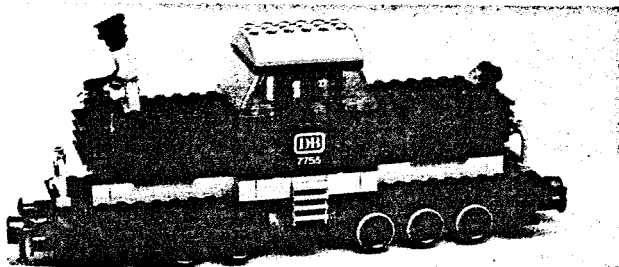
19



In onze stad zijn 15.448 woningen beschikbaar. In de nieuwe wijk "Groenebaan" worden 7.267 woningen gebouwd. Hoeveel woningen zijn er dan?

Som:

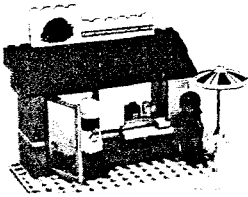
20



Er zijn 9000 wagons nodig om het ijzererts te vervoeren. Deze locomotief kan 60 wagons trekken. Hoe vaak moet hij rijden?

Som:

21

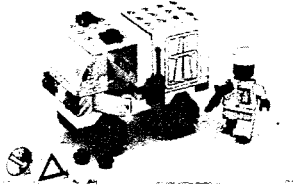


Iedereen wil patat met.
Dat kost f 1,65. Hoeveel
moet het meisje betalen?



Som:

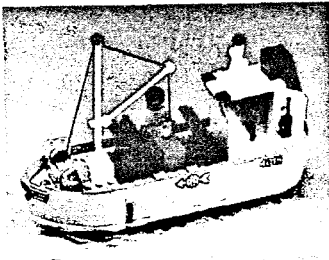
22



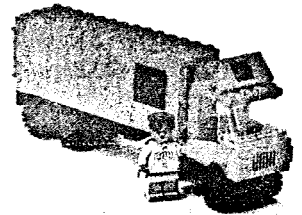
Deze kantonnier maakt in 1 uur 75 m. berm schoon.
Hij werkt 40 uur per week. Hoeveel meter ruimt hij
dus per week op?

Som:

23

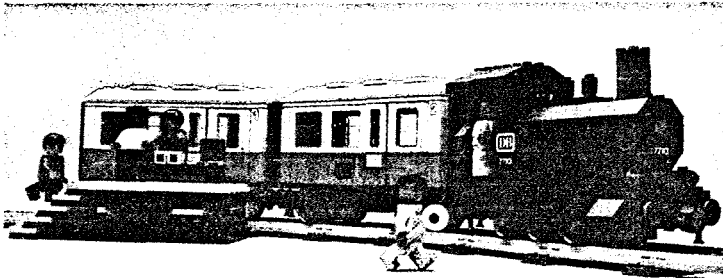


In de vrachtwagen zitten
48 kisten; in het schip kunnen
er 590. Hoe vaak moet er worden
gereden voor het schip vol is?



Som:

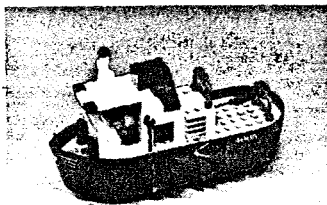
24



De hele school (164 personen)
gaat op reis. In 1 wagon
kunnen 24 passagiers.
Hoeveel wagons moeten er
achter de locomotief worden
gekoppeld?

Som:

25



De bemanning van de "Zwarte Zee" had een booreiland
naar Indonesië gesleept. Ze hebben daar 127 dagen
over gedaan. De terugreis verliep sneller: 115 dagen.
Hoe lang zijn ze van huis geweest?

Som:

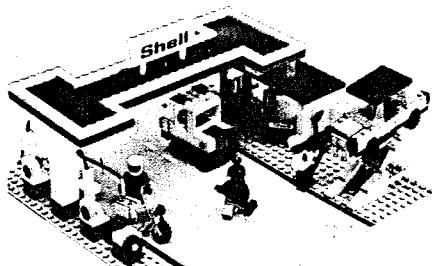
26



Op dit postkantoor worden per dag ongeveer 400.000 poststukken verwerkt. Er wonen 35.000 mensen in dit dorp. Hoeveel poststukken zijn dat gemiddeld per inwoner?

Som:

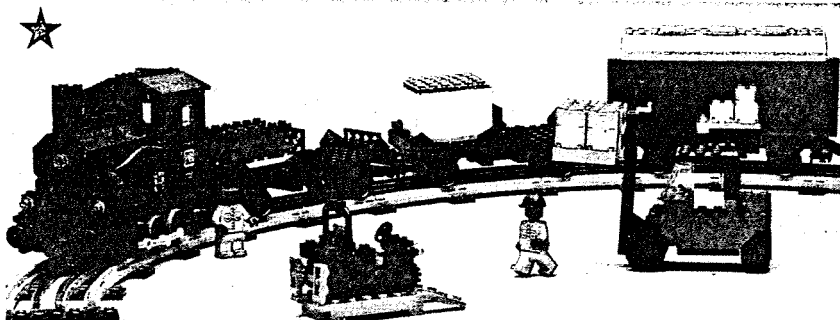
27



Jeanette heeft deze week al 42.398 l. benzine verkocht. In de tank die in de grond zit kan 60.000 l. Hoeveel liter heeft ze nog in voorraad?

Som:

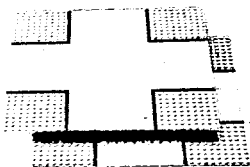
28



De hele trein weegt 247 ton en de locomotief 79 ton. Hoeveel wegen de wagons?

Som:

29



Je legt 6 wegen van noord naar zuid en 3 wegen van oost naar west. Hoeveel kruispunten heb je dan nodig?

Som:

30



Aan de linkerkant van de straat staan 284 lichtmasten; aan de rechterkant 172. Hoeveel lichtmasten staan er langs die weg?

Som:

11 RESULTATEN EXTRA TOETS.

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de extra toets.

leerlingen	type														
	x	x	h	h	h	x	v	+	h	+	x	v	x	-	-
	som														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1								F							
2							F								
3							F	F							
4								F		F	F				
5															
6															
7							F	F			F	F			
8				F		F	F	F	F					F	
9						F	F								
10			F	F			F		F	F	F			F	
11															
12							F							F	
13															
14							F								
15							F				F				
16				F			F				F				
17							F								
18							F								
19							F	F							
20							F			F					
21				F			F	F							
22							F	F							
totaal	0	0	1	4	0	2	16	8	2	3	5	1	0	3	0

De scores van de leerlingen van de experimentele groep op de extra toets. (vervolg)

leerlingen	typen														
	v	x	x	-	-	+	v	-	+	+	h	h	v	v	v
	som														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1												F		F	
2															
3														F	
4	F													F	
5															
6															
7				F											F
8	F				F				F		F	F			
9											F		F		
10	F	F	F				F	F		F		F	F	F	
11															
12													F		
13															
14	F										F		F		
15													F		F
16										F			F		
17		F											F		
18			F								F				
19															
20	F														
21		F											F	F	
22			F								F				
totaal	5	3	3	1	-1	0	1	1	1	2	5	3	8	5	2

De scores van de leerlingen van de controle groep op de extra toets.

leerlingen	type														
	x	x	h	h	h	x	v	+	h	+	x	v	x	-	-
	som														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2		F		F											
3															
4				F			F		F			F	F		
5	F				F	F	F		F	F			F		
6	F		F		F	F	F	F	F		F	F		F	
7		F	F		F		F		F		F			F	
8		F							F						
9	F			F											
10	F			F	F	F	F	F				F	F	F	
11			F	F		F	F	F	F	F					
12								F							
13	F					F	F	F	F			F			
14						F	F				F				
15						F	F	F							
16							F		F				F		
17															
18							F		F				F		
19		F	F			F	F		F	F	F	F	F	F	F
20							F								
21	F				F	F	F	F	F			F		F	
22							F								
23				F											
24	F						F			F					
25															
totaal	7	4	4	6	5	9	16	7	11	4	4	6	4	7	1

*De scores van de leerlingen van de controle groep op de extra toets.
(vervolg)*

leerlingen	type														
	v	x	x	-	-	+	v	-	+	+	h	h	v	v	v
	som														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1										F			F		
2														F	
3												F			
4												F	F	F	
5		F			F		F	F	F		F	F		F	F
6	F	F	F	F		F	F			F	F	F	F	F	
7	F						F	F		F	F	F	F	F	
8				F								F			
9													F		
10	F				F			F			F	F	F		
11								F					F	F	
12												F			
13								F			F			F	
14												F	F		
15													F	F	
16											F	F			
17															
18											F			F	
19	F	F			F		F	F	F	F	F	F	F	F	F
20								F							
21					F			F				F	F	F	F
22	F												F		
23				F											
24	F														
25	F														
totaal	7	3	1	3	4	1	4	8	2	4	8	12	12	11	3

De scores van de leerlingen van de pilot groep op de extra toets.

leerlingen	type														
	x	x	h	h	h	x	v	+	h	+	x	v	x	-	-
	som														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1															
2								F							
3				F	F										
4															
5								F							
6						F									
7				F											
8								F							
9				F	F			F							
10				F											
11				F			F								
12				F											
13									F						
14				F		F									
15				F				F							
16															
17						F	F	F	F						
18							F	F							F
19															
20													F		
21	F					F			F				F	F	F
22	F														
23				F		F	F								
totaal	2	0	0	9	2	5	4	7	3	0	0	0	2	1	2

De scores van de leerlingen van de pilot groep op de extra toets.
(vervolg)

leerlingen	type														
	v	x	x	-	-	+	v	-	+	+	h	h	v	v	v
	som														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1															
2															
3													F		
4															
5												F			
6															
7															
8															
9															
10														F	
11											F				
12														F	
13				F	F			F	F				F		F
14								F	F			F	F		F
15												F			
16													F	F	
17															
18					F			F	F		F				
19															
20					F						F				
21	F			F	F						F				
22												F			
23															
totaal	1	0	0	2	4	0	0	3	3	0	4	4	4	3	2

De scores van de leerlingen van de extra groep op de extra toets.

leerlingen	type														
	x	x	h	h	h	x	v	+	h	+	x	v	x	-	-
	som														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1							F					F			
2															
3						F	F								
4						F	F		F						F
5									F						
6															
7				F		F	F				F	F		F	
8															
9															
10															
11									F						
12						F									
13															
14															
15							F			F					
16						F		F	F						
17						F	F	F	F			F			
18							F								
19									F						
20				F											
21															
22											F				
23						F	F	F	F			F	F		F
24						F	F								
25						F	F								
26							F		F		F	F			
27				F		F								F	
28							F								
29															
totaal	0	0	0	3	0	10	12	3	8	1	3	5	2	1	2

De scores van de leerlingen van de extra groep op de extra toets.
(vervolg)

leerlingen	type														
	v	x	x	-	-	+	v	-	+	+	h	h	v	v	v
	som														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1															F
2															
3															
4	F	F									F		F	F	
5	F														
6												F	F		
7					F			F			F		F		
8															
9			F										F		
10													F		
11															
12															
13			F									F			
14															
15		F			F			F			F	F	F		
16															
17				F	F			F				F	F		
18															F
19															
20													F	F	
21											F		F	F	
22												F	F	F	
23	F		F	F	F			F	F			F	F		F
24													F		
25										F		F			
26											F	F	F		
27	F							F	F	F		F	F	F	F
28														F	
29															
totaal	4	2	3	2	4	0	0	5	2	2	5	9	14	8	2

Absolute - en relatieve aantal goede antwoorden van elke groep per som.

type	nummer	som	absoluut				relatief				
			n	19	24	23	27	e	c	p	x
				e	c	p	x				
vermenigvuldiging	3	38 x 45		18	20	23	29	18	16	19	19
	10	17 x 4		16	20	23	28	16	16	19	18
	11	60 x 900		14	20	23	26	14	16	19	17
	17	16 x 9		16	21	23	27	16	17	19	18
	18	6 x 30		16	23	23	26	16	18	19	17
	21	7 x 165		19	23	23	29	19	18	19	19
	22	40 x 75		18	20	23	29	18	16	19	19
	29	6 x 3		14	13	20	21	14	10	17	14
verdelingsdeling	7	3843 : 2		3	8	19	17	3	6	16	11
	8	100 : 5		11	17	16	26	11	13	13	17
	9	1032 : 365		17	13	20	21	17	10	17	14
	12	1021 : 3		18	18	23	24	18	14	19	16
	15	70000 : 6		19	23	21	27	19	18	17	18
	26	400000 : 35000		14	16	19	24	14	13	16	16
verhoudingsdeling	1	400 : 3		19	17	21	29	19	13	17	19
	6	100 : 4		17	15	18	19	17	12	15	12
	13	80000 : 6		19	20	21	27	19	16	17	18
	20	9000 : 60		18	20	19	25	18	16	16	16
	23	590 : 48		18	16	20	24	18	13	17	16
	24	164 : 24		18	22	20	27	18	17	17	18
optelling	4	1437 + 2998		15	18	14	26	15	14	12	17
	5	15 + 27		19	19	21	29	19	15	17	19
	19	15448 + 7267		18	21	21	27	18	17	17	18
	25	127 + 115		17	20	23	27	17	16	19	18
	30	284 + 172		17	21	21	27	17	17	17	18
aftrekking	2	5670 - 2790		19	20	23	29	19	16	19	19
	14	4317 - 3649		16	17	22	28	16	13	18	18
	16	2477 - 412		14	17	22	25	14	13	18	16
	27	60000 - 42398		16	12	19	20	16	9	16	13
	28	247 - 79		11	12	19	15	11	9	16	10

. 12 STATISTISCHE BEWERKING RESULTATEN EXTRA TOETS.

De berekeningen van de t - waarden van de extra toets m.b.t. de experimentele - en de controle groep.

x

$$s^2 = \frac{1.8468119^2 + 2.4674465^2}{8} = 1.1873758$$

$$t = \frac{16.375 - 15.833331}{1.0896677} = 0.4970955$$

v

$$s^2 = \frac{5.9888785^2 + 3.9872548^2}{6} = 8.6274778$$

$$t = \frac{13.666666 - 12.53472}{2.9372568} = 0.3853752$$

h

$$s^2 = \frac{0.7527727^2 + 2.163245^2}{6} = 0.8743826$$

$$t = \frac{18.166666 - 14.513887}{0.9350842} = 3.9063637$$

$+$

$$s^2 = \frac{1.4832396^2 + 1.0322071^2}{5} = 0.6530902$$

$$t = \frac{17.2 - 15.674998}{0.8081399} = 1.8870519$$

$-$

$$s^2 = \frac{2.9495762^2 + 2.776482^2}{5} = 3.2817704$$

$$t = \frac{15.2 - 12.349998}{1.8115657} = 1.5732258$$

De berekeningen van de t -waarden van de extra toets m.b.t. de pilot- en de extra groep.

x

$$s^2 = \frac{0.8761973^2 + 1.7662767^2}{8} = 0.4859318$$

$$t = \frac{18.773343 - 17.607757}{0.697088} = 1.6720787$$

v

$$s^2 = \frac{1.9314656^2 + 2.3953399^2}{6} = 1.5780354$$

$$t = \frac{16.921875 - 15.17816}{1.2561987} = 1.3880885$$

h

$$s^2 = \frac{0.9657324^2 + 2.2852903^2}{6} = 1.0258651$$

$$t = \frac{17.119791 - 16.488504}{1.0128499} = 0.6232779$$

$+$

$$s^2 = \frac{2.8616488^2 + 0.7177053^2}{5} = 1.7408269$$

$$t = \frac{17.21875 - 17.820688}{1.3194039} = -0.4562196$$

$-$

$$s^2 = \frac{1.5454666^2 + 3.8370957^2}{5} = 3.422354$$

$$t = \frac{17.8125 - 15.331034}{1.8499605} = 1.3413616$$