

Leren van evalueren

- de lerende in beeld bij reken-wiskundeonderwijs -

M. van Zanten (red.)



Panama
Flsme, Universiteit Utrecht

Leren van evalueren
- de lerende in beeld bij reken-wiskundeonderwijs -

Leren van evalueren

- de lerende in beeld bij reken-wiskundeonderwijs -

M. van Zanten (red.)

Verslag van de 27^{ste} Panama-conferentie gehouden op
21, 22 & 23 januari 2009 te Noordwijkerhout

Panama
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

eindredactie: M. van Zanten
redactie : B. Heijman & M. Uwland
vormgeving en lay-out: B. Heijman
Illustratie omslag: R. Guiljam
druk: wilco amersfoort

ISBN 978-90-74684-33-0

© 2009 Flsme, Universiteit Utrecht

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de houder van het copyright.

Inhoud

Woord vooraf	7
Rekenen-wiskunde en taal - een didactisch duo - <i>H.A.A. van Eerde</i>	11
Ideeën, handelingen en symbolisering van leerlingen als leerinhouden <i>J.M. Kraemer</i>	31
TIMSS 2007 Nederland <i>M. Meelissen & M. Drent</i>	51
De kwaliteit van rekenen-wiskunde in het Nederlandse basisonderwijs <i>B. Milo & J. de Jonge</i>	57
Ontwikkeling van het protocol ERWD <i>M. van Groenestijn, C.J.G. Borghouts & C.A.M. Janssen</i>	75
Zonder verleden geen toekomst <i>E.W.A. de Moor</i>	85
Evaluatie van de rekenvaardigheid in groep 8 <i>C.M. van Putten & M. Hickendorff</i>	101
Categorieënanalyse bij de LOVS-toetsen rekenen-wiskunde <i>W.P. Janssen & M. Hickendorff</i>	117
Het LOVS rekenen-wiskunde van het Cito <i>M. Hickendorff & W.P. Janssen</i>	131
Twee jaar WISCAT-pabo <i>G.J.J.M. Straetmans & Th.J.H.M. Eggen</i>	139
Serious gaming in de Rekentuין <i>S. Klinkenberg, M. Straatemeier & H. van der Maas</i>	161
Leren van evalueren <i>R. Keijzer & J. ter Heege (red.)</i>	175
Medewerk(st)ers en organisatoren	205

Inhoud

Woord vooraf	7
Rekenen-wiskunde en taal - een didactisch duo - <i>H.A.A. van Eerde</i>	11
Ideeën, handelingen en symbolisering van leerlingen als leerinhouden <i>J.M. Kraemer</i>	31
TIMSS 2007 Nederland <i>M. Meelissen & M. Drent</i>	51
De kwaliteit van rekenen-wiskunde in het Nederlandse basisonderwijs <i>B. Milo & J. de Jonge</i>	57
Ontwikkeling van het protocol ERWD <i>M. van Groenestijn, C.J.G. Borghouts & C.A.M. Janssen</i>	75
Zonder verleden geen toekomst <i>E.W.A. de Moor</i>	85
Evaluatie van de rekenvaardigheid in groep 8 <i>C.M. van Putten & M. Hickendorff</i>	101
Categorieënanalyse bij de LOVS-toetsen rekenen-wiskunde <i>W.P. Janssen & M. Hickendorff</i>	117
Het LOVS rekenen-wiskunde van het Cito <i>M. Hickendorff & W.P. Janssen</i>	131
Twee jaar WISCAT-pabo <i>G.J.J.M. Straetmans & Th.J.H.M. Eggen</i>	139
Serious gaming in de Rekentuin <i>S. Klinkenberg, M. Straatemeier & H. van der Maas</i>	161
Leren van evalueren <i>R. Keijzer & J. ter Heege (red.)</i>	175
Medewerk(st)ers en organisatoren	205

Woord vooraf

Op 21, 22 en 23 januari 2009 werd in Noordwijkerhout de 27^{ste} Panamacerferentie gehouden, onder de titel 'Leren van evalueren - de lerende in beeld bij reken-wiskundeonderwijs'. Evalueren werd nadrukkelijk breed neergezet. Vorderingen bij rekenen-wiskunde werden zowel op het niveau van de leerling(en) bekeken als op systeemniveau. Verschillende perspectieven kwamen in lezingen, werkgroepen en andere bijeenkomsten aan de orde, waarbij vaak ook aandacht was voor de huidige maatschappelijke discussie omtrent opbrengsten en vormgeving van reken-wiskundeonderwijs. Een aantal van de conferentiebijdragen is voor deze conferentiebundel uitgewerkt tot een artikel.

Een voorwaarde voor goed reken-wiskundeonderwijs is dat de onderwijsgevende zicht heeft op de reken-wiskundige ontwikkeling van zijn of haar leerlingen. Daartoe worden voortgang en opbrengsten van het onderwijsleerproces geëvalueerd. Daarbij gaat het niet enkel om het bepalen van toetsresultaten, maar ook om het in beeld krijgen van de lerende in zo breed mogelijke zin. De informatie die dat oplevert kan worden benut om het vervolg van het onderwijsleerproces vorm te geven.

D. van Eerde gaat in het artikel 'Rekenen-wiskunde en taal - een didactisch duo' in op de essentiële rol van taal bij het zicht krijgen op het denken van de leerling. Ook geeft zij aan welke rol taal speelt bij het bevorderen van het leren van rekenen-wiskunde. Van Eerde laat zien dat taal en rekenen-wiskunde in het onderwijsleerproces onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn.

J.M. Kraemer richt zich in zijn bijdrage 'Ideeën, handelingen en symbolisering van leerlingen als leerinhouden' op het progressief mathematiseren van (sbo)leerlingen. Hij pleit voor nauwkeuriger en systematischer observatie en analyse van hoe leerlingen te werk gaan bij het oplossen van opgaven en laat zien welke mogelijkheden dat biedt voor het in beeld krijgen van leerlingvorderingen.

M. Hickendorff en J. Janssen beschouwen het Leerling- en OnderwijsVolg Systeem (LOVS) van het Cito nader in een tweetal artikelen. In de bijdrage 'Categorieënanalyse bij de LOVS-toetsen rekenen-wiskunde' gaan zij in op de in 2008 geïntroduceerde categorieënanalyse, waarmee vorderingen van leerlingen worden gerelateerd aan hun vaardigheidsniveau. Het artikel 'Het LOVS rekenen-wiskunde van Cito - de invloed van contexten in groep 3, 4 en 5' richt zich op de rol van taal bij het oplossen van opgaven, waarbij onder andere de relatie tussen taalvaardigheid en het oplossen van contextopgaven, dan wel 'kale' opgaven wordt onderzocht.

Juist ook voor leerlingen die in ernstige mate problemen hebben bij het leren van rekenen-wiskunde is het van belang dat er goed zicht is op hun reken-wiskundige ontwikkeling. M. van Groenestijn, C. Borghouts en C. Janssen werken in dit verband aan de ontwikkeling van een protocol.¹ Zij doen in hun artikel 'Op weg naar een protocol voor het begeleiden van leerlingen met ernstige reken-wiskundeproblemen en dyscalculie' verslag van de stand van zaken.

Niet alleen op het niveau van de leerling biedt evaluatie zinvolle informatie. Ook om het reken-wiskundeonderwijs op systeemniveau te verbeteren vindt evaluatie plaats. Allerlei onderzoeken bieden informatie die kan worden benut om het reken-wiskundeonderwijs verder te ontwikkelen en verbeteren.

In het artikel 'TIMSS 2007 Nederland - trends in rekenprestaties groep 6 basisonderwijs' presenteren M. Meelissen en M. Drent de hoofdlijnen van de meest recente resultaten van de 'Trends in International Mathematics and Science Study' (TIMSS). Zij plaatsen de Nederlandse resultaten in internationaal perspectief. Daarnaast gaan zij in op de ontwikkeling van de prestaties in Nederland in vergelijking met eerdere afnamejaren.

Binnen Nederland worden rekenprestaties door de jaren heen gevolgd met het Periodieke Peilingsonderzoek van het Cito. Aanvullend onderzoek hierbij geeft gedetailleerde informatie over strategiegebruik door de jaren heen. K. van Putten en M. Hickendorff geven in hun bijdrage 'Evaluatie van de rekenvaardigheid in groep 8 - peilstokken voor Plasterk' een overzicht hiervan bij schriftelijk delen, vermenigvuldigen en aftrekken.

Evaluatie op systeemniveau kent, naast en in samenhang met onderzoek naar rekenprestaties, meerdere invalshoeken. De Onderwijsinspectie houdt zich - conform haar opdracht - bezig met de kwaliteit van het Nederlandse onderwijs. Rekenen-wiskunde heeft daarbij de laatste jaren speciale aandacht. B. Milo en J. de Jonge doen in hun bijdrage 'De kwaliteit van rekenen-wiskunde in het Nederlandse basisonderwijs - een inspectie-onderzoek' verslag van de bevindingen van de Onderwijsinspectie.²

E. de Moor evalueert het reken-wiskundeonderwijs vanuit historisch perspectief. In zijn artikel 'Zonder verleden geen toekomst' geeft hij een overzicht van de ontstaansgeschiedenis van het hedendaagse reken-wiskundeonderwijs en onderliggende motieven van veranderingen in het reken-wiskundeonderwijs in de afgelopen twee eeuwen.

Verder zijn in deze bundel twee artikelen opgenomen die de conferentiethematiek op ietwat andere wijze raken. G. Straetmans en T. van Eggen gaan in het artikel 'Twee jaar WISCAT-pabo - beschrijving, resultaten en ervaringen' onder meer in op de toetsresultaten die de afgelopen jaren zijn

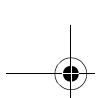
verzameld onder eerstejaars pabo-studenten in relatie tot hun vooropleiding. Zij besteden ook aandacht aan ervaren nadelen van de WISCAT-pabo. In hun bijdrage 'Serious gaming in de Rekentuin - spelenderwijs oefenen en meten' presenteren S. Klinkenberg, M. Straatemeier en H. van der Maas de Rekentuin; een online applicatie waarmee leerlingen zowel adaptief kunnen oefenen als waarmee leerlingvorderingen kunnen worden gevolgd. Als laatste is het conferentieverslag, waaraan door verschillende conferentiegangers is bijgedragen, opgenomen in deze bundel.

De 27^{ste} Panama-conferentie is georganiseerd door Panama, een project van het Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education van de Universiteit Utrecht, in samenwerking met het Nationaal Expertisecentrum voor Leerplanontwikkeling SLO en het Cito, onder auspiciën van de NVORWO. De conferentie was niet mogelijk geweest zonder de bijdragen en medewerking van velen. Bij deze een woord van dank aan hen allen.

noten

- 1 Dit vindt plaats in het kader van het project 'Ernstige Reken-Wiskunde problemen en Dyscalculie' (ERWD) van de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO).
- 2 Door ziekte van de eerste auteur kon de lezing op de conferentie zelf helaas niet plaatsvinden.

Marc van Zanten
Panama / Flsme



Rekenen-wiskunde en taal - een didactisch duo -

- openingslezing van de 27^{ste} Panama-conferentie -

H.A.A. van Eerde
Flsme, Universiteit Utrecht

1 inleiding

Na een oriënterend voorbeeld laat ik eerst zien dat en hoe taal en denken, dus ook rekenen-wiskunde, onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn. Ik bespreek diverse onderzoeken die zijn gedaan naar de rol van taal bij het leren van rekenen-wiskunde en schets de verborgen problematiek van taalzwakke allochtone leerlingen bij het leren van rekenen-wiskunde. In aansluiting hierop wordt ingegaan op de rol van praten en schrijven om meer zicht te krijgen op denkprocessen. Daarna bespreek ik kort de benadering van taalgericht vakonderwijs die geïntegreerd taal- en vakonderwijs beoogt.

In het vervolg van dit artikel beschrijf ik om welke taal het gaat in de reken-wiskundeles en hoe leerlingen deze vakgebonden taal kunnen leren. Vervolgens wordt toegelicht hoe de principes van taalgericht vakonderwijs kunnen worden uitgewerkt voor het reken-wiskundeonderwijs. Aan de hand van voorbeelden uit onderzoek rond prototypische lessen wordt geïllustreerd hoe taalgericht reken-wiskundeonderwijs er in de praktijk uit kan zien. In een afsluitende paragraaf worden enkele stappen beschreven die men kan nemen op weg naar taalgericht reken-wiskundeonderwijs.

2 een voorafje

Wat hebben rekenen-wiskunde en taal met elkaar te maken? Lees ter oriëntatie op dit onderwerp het volgende probleem en probeer het op te lossen alvorens verder te lezen.

Drie vriendinnen drinken wat op een terrasje. De rekening is 25 euro.

Ze betalen elk een tientje.

Van de vijf euro wisselgeld krijgen ze alledrie een losse euro terug en de ober krijgt twee euro fooi.

Ze hebben dus elk negen euro betaald, plus die twee euro fooi, is 29 euro.

Waar is die ene euro gebleven?

Denkt u eerst eens zelf na over de oplossing van dit probleem. Wissel daarna zo mogelijk

eens van gedachten met iemand anders. Vermoedelijk bent u alleen of samen achter de oplossing gekomen. Als u aan concreet geld denkt wordt alles helder. De vriendinnen hebben samen drie tientjes betaald. Ze kregen vijf euro terug. Daarvan hebben ze twee euro fooi gegeven en drie euro onderling verdeeld, ieder een euro. Dus ze hebben elk negen euro betaald. De misleiding zit in de een na laatste zin waarin de fooi van twee euro ten onrechte wordt opgeteld bij de 27 euro die ze betaald hebben, want de fooi zit daar al in.

Als u over dit probleem nadenkt merkt u dat uw denkproces in gedachtenflarden verloopt. U denkt aan getallen en relaties daartussen, woorden en beelden schieten door uw hoofd. Als u uw denkproces en uw oplossing met iemand bespreekt is het nodig om de impliciete, verkorte taal van uw denkproces expliciet voor de ander te formuleren. Mogelijk komt u door het verwoorden van uw eigen denkproces en het luisteren naar de uitleg van een ander tot een beter inzicht in het probleem. Waar het om gaat is dat u in deze situatie zelf kunt ervaren welke rol taal speelt bij het oplossen van problemen.

3 taal en denken

Het voorbeeld in de introductie is bedoeld om te illustreren dat we taal zowel voor ons denken als voor de communicatie met anderen gebruiken. Dit zijn precies de twee functies die de psycholoog Vygotsky (1986) aan taal onderscheidde:

- 1 De sociale functie: Taal als middel voor communicatie en voor samen leren. Communicatie over onze denkprocessen vindt plaats via taal.
- 2 De individuele functie: Taal als middel voor ons denken. Taal is het belangrijkste voertuig voor ons denken.

Natuurlijk beïnvloeden deze twee functies elkaar; ons denken wordt sterk beïnvloed door het praten met en luisteren naar anderen. Taal vervult bovendien vaak tegelijkertijd een sociale en individuele functie, als je met iemand praat denk je ook na.

Vygotsky (1986) beschouwde taal als bron voor het denken en leren van individuen. Hij wees als eerste expliciet op het belang van met name gesproken taal (externe dialoog) voor het leren, dat hij geïnterioriseerde (verinnerlijkte) dialoog noemde. Essentieel is dat veel van onze kennis sociaal geconstrueerd is. Veel kennis ontstaat in interactie met anderen. Discussie, interactie en argumentatie vormen dan ook de basis voor logisch redeneren en reflectie. Kennisontwikkeling is vaak het resultaat van doelgerichte interactie met anderen.

De gedachte dat taal en denken onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn, is niet alleen naar voren gebracht door de psycholoog Vygotsky. Ook vanuit diverse andere disciplines wordt het belang van taal onderstreept. Zo luidt de bekende hypothese van Whorf (1956), die van oorsprong technisch ingenieur was, dat ons denken en onze kennisverwerking bepaald worden door taal. De pedagoog Langeveld drukt het verband tussen taal en denken poëtisch uit met de stelling dat ons denken verloopt in de bedding van de taal (Langeveld,

1956). En de taalkundige Gibbons (2002) stelt dat alle leraren taaldocent zijn, omdat veel onderwijs plaatsvindt door en in taal.

Binnen het vakgebied rekenen-wiskunde formuleert Freudenthal (1984, pag.31) het als volgt:

Als het op taal aankomt - een belangrijk maar niet het enige aspect van school en leven - zou je de vakkencombinatie 'wiskunde-moedertaal' voor de toekomstige leraar ideaal willen noemen.

Gezien de hoeveelheid leerlingen op onze scholen die een andere moedertaal hebben dan het Nederlands, zouden we tegenwoordig 'moedertaal' moeten vervangen door Nederlandse taal.

Kortom, vanuit diverse disciplines is gewezen op het belang van taal voor leren en onderwijzen.

In de internationale literatuur bestaat er consensus over het feit dat wiskunde is ontstaan door interactie tussen mensen en vooral door taal op een bepaalde manier te gebruiken. Het construeren van wiskunde is een communicatieve activiteit die erop gericht is om betekenis te geven aan kwantitatieve, relationele en ruimtelijke aspecten van de wereld. Wiskunde en de daarbij behorende taal ontwikkelen zich samen en beïnvloeden elkaar.

In een recente publicatie stelt Barton (2008) de vraag wat wiskunde is, wat de oorsprong ervan is en of wiskunde voor iedereen hetzelfde is. Hij bestudeert verschillende talen om te laten zien hoe wiskundige ideeën daarin worden uitgedrukt en laat daarmee zien hoezeer taal en wiskunde verstrengeld zijn. Zo worden in veel westerse talen getallen opgevat als een soort bijvoeglijke naamwoorden: 'vijf huizen' of als een soort zelfstandig naamwoord: 'vijf is een oneven getal'. In Maoritaal worden getallen als werkwoorden opgevat. Als Maori's bijvoorbeeld willen zeggen: 'There are two houses in the street', zeggen ze: 'The two-ing are the houses in the street'. (Barton 2008, pag.43). Maori's hebben een andere wiskunde dan wij, omdat ze een andere taal spreken, waarin bepaalde begrippen of manieren van formuleren die wij hebben niet voorkomen. Ze spreken Maoritaal en hebben Maoriwiskunde.

Kortom, zonder taal is er geen wiskunde. Het leren van wiskunde betekent dan ook op een bepaalde manier het met elkaar communiceren in een bepaalde taal. Dit betekent overigens niet dat alle reken-wiskundige denkprocessen talig van aard zijn want ze verlopen deels ook in beelden en deels zo sterk verkort dat er taal noch beelden aan te pas komen.

4 onderzoek naar de rol van taal in reken-wiskundeonderwijs

De belangstelling voor de rol van taal in het reken-wiskundeonderwijs is in het afgelopen decennium sterk toegenomen. Aanleiding hiervoor zijn de achterblijvende resultaten bij rekenen en wiskunde van allochtone en autochtone taalzwakke leerlingen. Uit de resultaten van de Periodieke Peiling van het OnderwijsNiveau (PPON) blijkt dat dit probleem voor

beide groepen nog jaren zal voortduren (Jansen, Van der Schoot & Hemker, 2005). Allochtone leerlingen kiezen ook minder vaak wiskunde in hun pakket en presteren minder goed in wiskunde dan de andere leerlingen.

Van den Boer (2003) heeft vanuit vakdidactisch perspectief onderzoek gedaan naar de mechanismen die ten grondslag liggen aan de achterblijvende prestaties bij wiskunde van allochtone leerlingen. Zij laat zien dat er aan de basis een taalprobleem ligt, maar dat het echte probleem is dat leraren en leerlingen zich niet realiseren dat taalvaardigheid en leerstrategieën van allochtone leerlingen een barrière vormen voor het leren van rekenen-wiskunde. Er blijkt veel miscommunicatie in de klas plaats te vinden. De leerlingen realiseren zich niet dat zij (taal)problemen hebben die hen parten spelen bij wiskunde. Ze hanteren soms ineffectieve strategieën om met onbekende woorden om te gaan, zoals het bedekken van een woord dat ze niet weten. Leraren bespreken sommige woorden slechts terloops en hebben of nemen soms te weinig tijd om contexten te bespreken. De belangrijkste conclusies van haar onderzoek zijn dat leraren en leerlingen zich niet bewust zijn van het probleem, dat de problemen onderschat worden en dat ze mede daardoor grotendeels verborgen blijven.

Leraren hebben nogal eens de neiging taal te vermijden in de reken-wiskundeles, vanuit de gedachte dat dit maar lastig is voor taalzwakke (allochtone) leerlingen (Van den Berg, Van Eerde & Klein, 1993; Hajer, 1996). Maar dit resulteert er alleen in dat de problemen van leerlingen niet manifest worden, ze worden niet opgemerkt maar blijven bestaan. Van den Boer bepleit dan ook interactief onderwijs waarin leraren en leerlingen met elkaar in gesprek komen, zodat leraren mogelijke belemmeringen kunnen proberen te voorkomen of hun leerlingen kunnen ondersteunen om deze tijdig te verhelpen.

Een voorbeeld kan de geschetste problematiek verduidelijken. Een groep leerlingen heeft de opgave: 'Bij welke school is de toename van het aantal leerlingen het grootst?' in figuur 1 gemaakt.

Aantal leerlingen	De Kameleon	Het Anker	De Oversteek	Sancta Maria
In 1996	338	182	220	203
In 1997	273	180	270	227

figuur 1: waar is de toename het grootst?

De meerderheid van de leerlingen heeft bij de opgave een fout antwoord ingevuld; de Kameleon. Om de oorzaak van deze fout te achterhalen is in een gesprek met een aantal leerlingen onderzocht hoe ze aan hun antwoord gekomen zijn. Een van de leerlingen, Jouad, vertelt dat hij heeft opgeteld. Het volgende fragment uit het gesprek met Jouad maakt duidelijk waarom hij dat heeft gedaan.

- O: Waarom tel je juist op?
J: Want ze vragen bij welke school is de toename het grootst, dus ik moet van die vier scholen, moet je het aantal leerlingen in 1996 en 1997, die moet je dan samen optellen, en dan, zeg maar, als je die vier uitkomsten hebt, dan ga je kijken, welke getal het grootst is zeg maar. De Kameleon is het grootst dat schrijf je hier ...

- O: En wat betekent dan bijvoorbeeld toename?
- J: Eh, bij welke school eh ... waar is het grootst, zeg maar, waar is het ... eigenlijk (... niet te verstaan) ... van welke (niet te verstaan) scholen ...
- O: Maar dat, hoe doe je dat? Je leest het en, dan denk je dat zal dit wel zijn en ...
- J: Ja.
- O: Of zeg je, nee, ik weet zeker dat dit toename is.
- J: Soms vergeet ik het. Maar bij deze vraag is het makkelijk, want je hoort al 'het grootst'. Dan hoef je eigenlijk niet naar toename te kijken. Dan moet je kijken bij welke school is het grootst. Dus toename kun je eigenlijk weglaten en dan kun je het gewoon uitspreken.
- (Van den Boer, 2003, pag.210).

In het gesprek met Jouad komt naar voren waarom hij de aantallen opgeteld heeft. Hij weet de betekenis van het begrip 'toename' niet en laat dit woord weg in de vraag. Hij beantwoordt dus de vraag op welke school het aantal leerlingen het grootst is en daarom heeft hij de aantallen leerlingen opgeteld.

Dit voorbeeld illustreert de verborgen problematiek; de leerling laat het voor hem onbekende begrip 'toename' weg en probeert dan de opgave op te lossen. De leerling past een ineffectieve strategie toe. Uit het fragment wordt duidelijk dat Jouad absoluut geen taalprobleem ervaart en zich er zeker niet van bewust is dat dit zijn rekenkundig handelen in de weg staat. Leerlingen horen en lezen regelmatig teksten en begrippen waarvan ze de betekenis niet of niet helemaal begrijpen. Leerlingen zijn niet snel geneigd om hierover vragen te stellen. Ze hebben allerlei strategieën om hiermee om te gaan, zoals het weglaten van bepaalde woorden of het overslaan van hele zinnen. Dit leidt tot onnodige fouten. Dergelijke problemen worden pas duidelijk als we met leerlingen praten en ze laten vertellen hoe ze te werk gaan.

Er is niet alleen vanuit reken-wiskundig, maar ook vanuit taaldidactisch perspectief onderzoek gedaan naar de rol van taal in reken-wiskundeonderwijs. De taalkundige Prenger (2005) onderzocht de rol van taalvaardigheid en tekstbegrip van leerlingen uit het voortgezet onderwijs uit klas 1 en 2 bij het begrijpen en oplossen van wiskundeopgaven.

Uit het onderzoek van Prenger (2005) blijkt dat leerlingen problemen hebben met het begrijpen van teksten in wiskundemethoden. In deze methoden staan veel voor leerlingen onbekende woorden waardoor leerlingen in de problemen komen bij het oplossen van wiskundeopgaven. Ook hebben leerlingen moeite om te begrijpen wat er gezegd wordt door de leraar en medeleerlingen. Nieuwe wiskundige termen worden nauwelijks expliciet geïntroduceerd in het wiskundeboek en krijgen ook geen expliciete aandacht in de wiskundeles. Bovendien hebben ze moeite met het zelf meepraten in de wiskundeles en het formuleren van antwoorden (Prenger, 2005).

De oplossing zoekt Prenger niet in het verminderen van taal, maar in meer aandacht voor de ontwikkeling van de voor wiskundeonderwijs vereiste taalvaardigheden. Ook zij bepleit meer interactief onderwijs waarin de leraar ondersteuning biedt bij het verkennen van teksten en contexten.

Uit de beschreven onderzoeken wordt duidelijk dat er sprake is van een verborgen taalpro-

blematiek. De problemen blijken zich in de volle breedte voor te doen: leerlingen kunnen zowel problemen ondervinden bij het begrijpen van teksten in reken-wiskundemethoden, als bij het begrijpen van wat er gezegd wordt in de les, alsook bij het zelf actief gebruiken van taal in de les.

5 denkprocessen zichtbaar maken en stimuleren

We zagen in het voorgaande dat uit onderzoek duidelijk is gebleken dat interactief onderwijs nodig is om de geconstateerde problemen van taalzwakke leerlingen zichtbaar te maken en aan te pakken. Slechts een klein deel van wat zich afspeelt in een reken-wiskundeles is echter direct waarneembaar. Veel reken-wiskundige activiteiten van kinderen zijn niet waarneembaar, omdat ze plaatsvinden in de vorm van denkprocessen en omdat leerlingen doorgaans alleen antwoorden van opgaven opschrijven. Het is daardoor niet eenvoudig om de reken-wiskundige ontwikkeling van kinderen in beeld te krijgen.

Uit gesprekken tussen leraar en leerlingen en tussen leerlingen onderling wordt het wiskundig denken van leerlingen deels waarneembaar. Uit de taal die kinderen gebruiken is wel iets af te leiden over hun denken. Daarom is het cruciaal om leerlingen te laten praten en schrijven in de rekenwiskundeles. Dit heeft een diagnostische functie: leraren krijgen hierdoor zicht op denkprocessen van leerlingen en kunnen hierdoor mogelijke problemen tijdig signaleren. Maar praten en schrijven in de reken-wiskundeles heeft ook een sterk didactische functie: in wat leerlingen zeggen en schrijven wordt veel zichtbaar over hun denkprocessen en deze bieden aanknopingspunten voor een leraar om aan niveauverhoging te werken.

Kortom, omdat rekenen-wiskunde en taal onlosmakelijk met elkaar verbonden zijn, is aandacht voor taal niet alleen belangrijk bij het tijdig signaleren van problemen in reken-wiskundige leerprocessen maar ook bij het bevorderen van die leerprocessen. Dit geldt zowel voor rekenen als voor de daarmee verbonden taal. Door interactief onderwijs met aandacht voor wat leerlingen zeggen en schrijven kunnen leraren niet alleen mogelijke rekenproblemen maar ook met rekenen verbonden taalproblemen op het spoor komen. Maar om welke taal gaat het eigenlijk?

6 om welke reken-wiskundetaal gaat het?

Zoals we eerder zagen, zijn wiskunde en taal nauw met elkaar verbonden. Het leren van wiskunde betekent op een bepaalde manier met elkaar communiceren in een bepaalde taal. Taalkundigen spreken over een vakregister, waarmee ze doelen op woorden en woordconstructies die in de ontwikkeling van een vak zijn gekozen om over dat vak te communiceren (Halliday, 1978). Elk vak heeft een eigen taal ontwikkeld in de cultuur- historische ontwikkeling van dat vak en elk vak heeft een eigen register. We kennen bijvoorbeeld een wis-

kundig register, een historisch register, een literair register en een muzikaal register. Een vakregister omvat begrippen en betekenissen gerelateerd aan de functie van de taal, inclusief de formuleringen om deze begrippen en betekenissen uit te drukken. Leerlingen moeten het wiskundig register ontwikkelen, leren om de taal van rekenen-wiskunde te begrijpen en te spreken om zo toegang te krijgen tot het vak. Het is van belang hier vroeg mee te beginnen om een basis te leggen waarmee leerlingen later meer geavanceerde rekenen en wiskunde kunnen leren.

Een vakregister omvat woorden (begrippen) en constructies met woorden (formuleringen) om over dat vakgebied te communiceren. Hierbij worden doorgaans vaktaal en schooltaal onderscheiden. Schooltaal is taal die ook bij andere vakken wordt gebruikt. Daarnaast vinden we in methoden begrippen uit contexten die tot de dagelijkse taal behoren. Bij formuleringen gaat het kort samengevat om de vraag: 'Hoe zeggen we dit in de reken-wiskundeles?'. In die formuleringen spelen de vaktaalbegrippen een grote rol. We illustreren dit aan de hand van een paar voorbeelden.

Begrippen

- Vaktaal: delen, ml, kg, breuk, verhouding, tabel, symmetrie-as.
- Schooltaal: toename, patroon, geleidelijk, aflezen.
- Dagelijkse taal: parket, voorrijdkosten, ingrediënten.

Formuleringen:

- Eén op de vier, één per vier, één staat tot vier (bij verhoudingen).
- Als je het ene getal verdubbelt, moet je het andere halveren (bij vermenigvuldigen).
- Om de 3 uur, elke 3 uur (bij tijd).

Een voorbeeld van de diverse soorten begrippen zien we in de opgave in figuur 2.

4 Hoe snel is een pak wasmiddel op?

a Bij elke wasbeurt gebruik je 1 maatbeker waspoeder.
Hoeveel wasbeurten kun je doen met 1 pak waspoeder?

b Als de was heel erg vies is, heb je $1\frac{1}{2}$ maatbeker per keer nodig.
Hoeveel ml is dat?
En hoeveel gram?

c Hoe vaak kun je extra vuile was wassen met 1 pak waspoeder?



= 150 ml = ongeveer 100 g

figuur 2: hoe snel is een pak wasmiddel op? (Uit: 'Alles Telt', 2002, 8A, pag.24)

Laten we eens kijken naar een voorbeeld van het schriftelijk taalaanbod in een rekenmethode. In figuur 2 staat een realistische opgave. Realistisch in de zin van betekenisvol; kinderen kunnen zich er iets bij voorstellen. We zien een combinatie van een tekst, een plaatje van een maatbeker, met relevante wiskundige informatie over de inhoud van het maatbeker, en een pak wasmiddel ter illustratie van de context.

Wat moeten leerlingen hier allemaal begrijpen en wat vinden ze mogelijk lastig? Allereerst

moeten ze de volgende afkortingen en vaktaal kennen: 100 g., 150 ml., 4 kg. Kennen leerlingen deze begrippen en weten ze waar de afkortingen voor staan? Maatbeker zou je een voorbeeld van een schooltaalwoord kunnen noemen. Het woord wordt mogelijk ook bij andere vakken gebruikt. In de opgave staan enkele woorden uit de dagelijkse taal: wasmiddel, waspoeder, wasbeurt, per keer. Het is de vraag of alle leerlingen het woord wasbeurt kennen en begrijpen dat met 'per keer' bedoeld wordt per wasbeurt. En begrijpen alle leerlingen zonder meer dat extra vuil hetzelfde is als erg vies? Verder is de formulering bij vraag c: 'Hoe vaak kun je je extra vuile was wassen?' mogelijk een lastige formulering. Ook is het de vraag of alle leerlingen begrijpen dat met 'extra vuile was' bij vraag c hetzelfde wordt bedoeld als bij vraag b met: 'erg vies'.

Kortom, we zien dat leerlingen dus heel wat taal moeten begrijpen om deze opgave te kunnen oplossen. Leerlingen zouden voor ze gaan rekenen dus eerst moeten nagaan of ze alle woorden of formuleringen inderdaad begrijpen. En iedere leraar weet dat leerlingen dit meestal niet doen. Hier ligt dus een taak voor de leraar om er aandacht aan te besteden en voor de leerlingen om vragen te stellen als ze iets niet begrijpen. Voorwaarde hiervoor is dat leraar en leerlingen zich bewust worden van de rol van taal bij het onderwijzen en leren van rekenen-wiskunde.

Overigens is het natuurlijk niet zo dat taal alleen een rol speelt bij contextopgaven. Ook bij kale rekensommen spelen talige aspecten een rol: leerlingen moeten wiskundige symbolen en schema's kennen, de uitleg van de leraar kunnen volgen, ze moeten de vaktaal in hun boek begrijpen, hun eigen oplossingen in taal kunnen verwoorden en uitleg van andere leerlingen begrijpen.

7 talige aspecten specifiek voor rekenen-wiskunde

Een aantal talige aspecten is heel karakteristiek voor het vak rekenen-wiskunde. Allereerst is een opvallend kenmerk van reken-wiskunde dat er eigenlijk sprake van drie soorten talen:

- teksten, taal in woorden;
- wiskundige modellen en schema's: grafieken, diagrammen, enzovoort;
- wiskundige symbolen (63, +, ×, <, %, _).

Alhoewel ik me in dit artikel beperk tot het eerste soort taal, taal in woorden, spelen de andere twee talen voortdurend een rol bij het leren van rekenen-wiskunde. Vaak worden deze vormen van representatie namelijk in combinatie met elkaar gebruikt. Dit geldt voor de wijze waarop problemen worden aangeboden in reken-wiskundemethoden. Zo worden contextproblemen vaak beschreven in tekst (woorden) in combinatie met een wiskundig schema en of een plaatje. Daarnaast zien we veel kale sommen (wiskundesymbolen) waarbij soms een schema of model staat afgebeeld als ondersteuning van het oplossingsproces. Maar ook bij het oplossen van problemen moeten leerlingen zelf productief gebruik maken van deze 'talen'. Zowel bij het noteren van berekeningen als bij het praten daarover. Leer-

lingen moeten deze representatievormen dus niet alleen begrijpen bij het lezen en interpreteren van een probleem, maar de diverse ‘talen’ ook kunnen gebruiken bij het oplossen van en het redeneren over reken-wiskundige problemen, en tevens de relatie ertussen kunnen leggen.

Een tweede kenmerk betreft de grote informatiedichtheid van teksten in reken-wiskundeboeken. Er staat doorgaans weinig tekst maar wat er staat moet je wel begrijpen als leerling; elk woord telt. Het niet kennen van een woord kan tot een fout leiden, denk maar aan het woord toename in het voorbeeld van Jouad.

Ten derde heeft rekenen-wiskunde een speciale instructietaal: ‘los de vergelijking op’, ‘neem over’. Al deze talige aspecten vragen om aandacht in de reken-wiskundeles.

8 rekenen-wiskunde en taal samen ontwikkelen

De problemen van taalzwakke, tweede-taalleerders waren de aanleiding dat er meer aandacht kwam voor taal in de reken-wiskundeles. Langzamerhand wordt duidelijk dat aandacht voor taal in de reken-wiskundeles noodzakelijk is voor alle taalzwakke leerlingen, en eigenlijk zou je dit kunnen stellen voor alle leerlingen. Maar het is goed ons te realiseren dat tweede-taalleerders voor een extra opgave staan, omdat ze niet alleen de tweede taal nog verder moeten ontwikkelen maar tevens in die taal moeten leren (Gibbons, 2002).

Op school wordt een andere taal gebruikt dan in het dagelijks leven. Die schoolse taal omvat bijvoorbeeld andere woorden dan onze dagelijkse taal, omvat complexere zinsconstructies, de taal op school is abstracter en op school wordt er vanuit een ander perspectief gecommuniceerd dan in het leven buiten school. Taalkundigen duiden deze vormen van taalgebruik en taalvaardigheid aan met de begrippen ‘Dagelijkse Algemene Taalvaardigheid’ (DAT) en ‘Cognitief Abstracte Academische Taalvaardigheid’ (CAT) (Appel, 1984). Het verschil tussen beide is niet absoluut maar relatief. De ontwikkeling verloopt globaal van mondelinge, dagelijkse, informele taal naar schriftelijke, meer formele taal. Leraren moeten hun leerlingen helpen een brug te slaan tussen de informele taal en meer formele taal (Gibbons, 2002).

Hier zien we een parallel tussen rekenen en taal. In beide gevallen ondersteunt de leraar de leerlingen bij de ontwikkeling van een informeel niveau naar een formeel niveau: van informeel, contextgebonden rekenen naar formeel rekenen en van informele dagelijkse taal naar formele wiskundetaal. En deze ontwikkelingen beïnvloeden elkaar wederzijds: wiskunde en taal vormen daarom een didactisch duo.

Deze talige component vormt een nieuw aspect in de reken-wiskundeles. Dit roept de vraag op hoe leraren aandacht moeten geven aan taal in de reken-wiskundeles, want de meeste leraren staan met lege handen om talige aspecten in hun lessen te integreren.

9 taalgericht vakonderwijs

Een kansrijke aanpak voor de geschetste problematiek is taalgericht vakonderwijs. De kerngedachte achter deze aanpak is dat rekenen-wiskunde en taal onlosmakelijk verbonden zijn. Het doel van taalgericht vakonderwijs is taal en vakonderwijs te integreren. Tijdens de vakles krijgen de leerlingen de gelegenheid de taal te ontwikkelen die samenhangt met de vakinhouden die ze nodig hebben om het vak te leren (Hajer & Meestringa, 2009). Taalgericht vakonderwijs wordt gekenmerkt doordat:

- het contextrijk onderwijs is;
- het interactief onderwijs is;
- er taalsteun wordt geboden.

De eerste twee kenmerken van taalgericht vakonderwijs komen overeen met kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs waarin contextrijk, betekenisvol onderwijs centraal staat en dat gekenmerkt wordt door een interactieve didactiek.

Het derde kenmerk, taalsteun, vormt de kern van het talige element. Met taalsteun wordt alle ondersteuning door de leraar bedoeld bij de ontwikkeling van de voor het vak benodigde taal. Het gaat zowel om ondersteuning bij het begrijpen van taal als bij het produceren ervan. Met taal wordt mondelinge, gesproken taal bedoeld: wat een leerling zelf zegt en wat leraar en leerlingen zeggen. Maar ook schriftelijke taal: de taal in de reken-wiskundemethode en in toetsen, en wat een leerling zelf opschrijft.

Taalsteun is erop gericht leerlingen te ondersteunen bij al deze vormen van taal en kan heel uiteenlopende vormen hebben. Een leraar kan bijvoorbeeld taalsteun geven door samen met de klas de betekenis van bepaalde begrippen of formuleringen in het reken-wiskundeboek te verkennen of door ondersteuning te bieden bij het formuleren van een antwoord. Maar ook door het reageren op wat leerlingen zeggen en schrijven, bijvoorbeeld door het geven van feedback op formuleringen, ondersteunen leraren leerlingen in de ontwikkeling van de voor rekenen-wiskunde relevante taal.

10 van taalgericht vakonderwijs naar taalgericht reken-wiskundeonderwijs

Taalgericht vakonderwijs wordt gekenmerkt doordat het contextrijk onderwijs is, interactief onderwijs is en er taalsteun wordt geboden. In taalgericht reken-wiskundeonderwijs ondersteunen leraren hun leerlingen bij de ontwikkeling van de voor rekenen benodigde taal. De principes van taalgericht vakonderwijs zijn algemeen van aard en moeten vakmatig worden uitgewerkt en geconcretiseerd om te kunnen worden toegepast binnen een bepaald vak. Taalgericht vakonderwijs en reken-wiskundeonderwijs blijken bij nadere beschouwing een paar raakpunten te hebben.

De eerste twee kenmerken van taalgericht vakonderwijs, contextrijk onderwijs en interactief onderwijs, komen overeen met kenmerken van realistisch reken-wiskundeonderwijs waarin contextrijk, betekenisvol onderwijs centraal staat en dat gekenmerkt wordt door een interactieve didactiek (Van Eerde, Hajer, Koole & Prenger, 2002). Het derde kenmerk,

taalsteun, vormt de kern van het talige aspect en is een nieuw element in het reken-wiskundeonderwijs. Het toepassen van de principes van taalgericht vakonderwijs op reken-wiskundeonderwijs betekent:

- contexten en teksten begrijpelijk maken;
- mogelijkheden geven voor taalproductie (mondeling en schriftelijk);
- feedback geven op formuleringen van leerlingen.

Leraren moeten in samenspraak met leerlingen teksten en contexten begrijpelijk maken. Hierbij is het niet genoeg dat leerlingen begrippen horen en leren begrijpen. Ze moeten ze zelf ook actief gebruiken. Leerlingen moeten de mogelijkheid krijgen om taal te produceren, voor taalproductie, om nieuwe woorden, begrippen en formuleringen te ontwikkelen en ermee te oefenen. Ten slotte moeten leraren ook reageren, feedback geven op wat leerlingen zeggen en schrijven (Van Eerde, Hajer & Prenger, 2008).

In het volgende geven we enkele voorbeelden hoe deze principes in de praktijk gerealiseerd kunnen worden.

taalgericht reken-wiskundeonderwijs in de praktijk

De principes van taalgericht vakonderwijs zijn zoals gezegd algemeen van aard en niet uitgewerkt voor het reken-wiskundeonderwijs. Daarom vindt op het Freudenthal Instituut onderzoek en ontwikkeling plaats om deze principes in theoretische en praktische zin uit te werken voor het reken-wiskundeonderwijs. Dit heeft onder meer geresulteerd in prototypisch materiaal voor het reken-wiskundeonderwijs in de bovenbouw van het primair onderwijs en klas 1 en 2 van het voortgezet onderwijs. De ideeën van taalgericht vakonderwijs worden onder meer concreet uitgewerkt in de vorm van taalgerichte reken-wiskundelessen en begrippentoetsen.¹ In de volgende paragrafen zal ik aan de hand van voorbeelden uit onderzoek rond deze prototypische materialen illustreren hoe taalgericht reken-wiskundeonderwijs er in de praktijk uit kan zien. Eerst worden de drie principes van taalgericht vakonderwijs geïllustreerd aan de hand van de analyse van een fragment uit een taalgerichte reken-wiskundeles. Daarna ga ik aan de hand van enkele voorbeelden van schrijfoverdrachten in op de functie van schrijven in de reken-wiskundeles.

context, interactie en taalsteun: een taalgerichte reken-wiskundeles

Een leerkracht van groep 7 heeft met enkele door ons ontwikkelde prototypische taalgerichte reken-wiskundelessen gewerkt en probeert nu de principes van taalgericht reken-wiskundeonderwijs toe te passen op een les uit de methode. In het begin van de les verkent ze met de leerlingen de context van een opdracht in het rekenboek over het werken met een schaal op een plattegrond. Nadat de leerkracht het begrip plattegrond heeft verkend gaat ze in op de betekenis van het woord afstand. Het volgende fragment, over het begrip ‘afstand’, laat zien hoe gesprek hierover verloopt.

- L: Als ik het woordje afstand noem waar denken jullie dan aan? Bespreek dat even met je oomgmaatje. (De leerlingen overleggen in duo's met de leerling tegenover zich. Na één minuut vraagt de leerkracht:) Sara, vertel het eens.
- S: Nou als de afstand is hoe lang.
- L: Wat is hoe lang dan?
- S: Nou, de weg.
- L: Ok de weg. Hami?
- H: Juffrouw, bijvoorbeeld een plaats hier en een plaats daar en daartussen is een kilometer afstand.
- L: Ja, goed zo. Jasmina?
- J: Van Utrecht naar Amsterdam wat daar tussen is de afstand.
- L: Ja, heel goed. Dus je hebt bijvoorbeeld twee plekken (tekent twee rondjes met letter A en B en legt uit) je gaat van A naar B de ruimte daartussen is de afstand. En die afstand kan wat Hami net zei in kilometers, wat nog meer?
- (Ll. roepen: centimeters hectometers, meters.)
- L: Dus verschillende maten heb je dan he? Uhm jullie hebben allemaal wel afstanden afgelegd, hele kleine en hele grote afstanden. Noem eens een voorbeeld van een afstand die je hebt afgelegd. (vingers). Abdel.
- A: Ik ben een keertje van mijn huis helemaal naar Kromme Rijn gefietst.
- L: Ja met de fiets ben je geweest?
- A: Ja!
- L: En weet je hoe groot die afstand is?

- A: Een kilometer of twee.
L: Een kilometer of twee. Bercan?
B: We zijn een keertje fietsend naar Kanaleneiland gegaan.
L: Je bent naar Kanaaleiland gegaan en je woont in Zuilen toch?
B: Daar bij het Ondiep.
L: Bij het Ondiep. En weet je hoe groot die afstand is?
B: (schudt nee).
L: (geeft met een hoofdknikje de beurt aan een leerling).
H: Juf, we hebben laatst hier gemeten.
L: Wat hebben jullie gemeten? (een leerling zegt: hier de klas) O, jullie hebben de klas gemeten. En hoeveel was dat?
H: Zes meter.
L: Oh, zes meter.
H: Met stappen.
L: Oh, met stappen, heel goed. Emira?
E: Juffrouw, mijn vader en ik zijn met de auto helemaal van Amsterdam naar Brussel gegaan.
L: Dat is een grote afstand. En weet je hoeveel kilometer dat is? (Leerling schudt nee).
Wie heeft een nóg grotere afstand afgelegd? Madu?
M: Wat denk je van je naar hier Turkije!
L: Van hier naar Turkije. Dat is een hele grote afstand.
B: Juffrouw wat denk je van hier helemaal naar Spanje?
L: Helemaal naar Spanje.
B: Ik heb daar gewoon vakantie gemaakt.
L: OK. (geeft andere leerling een beurt)
N: Van Utrecht naar Italië en van Italië naar Marokko.
L: Eerst naar Italië en toen naar Marokko dat kan ook. (geeft andere leerling een beurt) A?
A: Van Amsterdam naar Egypte ...
L: Van Amsterdam naar Egypte ... (lachend) niet lopend hoop ik.
(De leerlingen lachen.)

analyse lesfragment

Wat zagen we in dit klassikale gesprek? De leerkracht verkent de kernbegrippen uit de context en maakt zo de context begrijpelijk. Doordat ze het begrip afstand verbindt met de eigen ervaringen van de leerlingen krijgt de context nog meer betekenis. Een leerling denkt bij het woord afstand aan 'hoe lang de weg is'. De lerares maakt door een schematisering op het bord duidelijk wat de leerling bedoelt, ze tekent twee denkbeeldige plaatsen *A* en *B* op het bord en verbindt deze door een lijn die de weg symboliseert. De leerkracht stimuleert het gebruik van vaktaal door de leerlingen te vragen in welke eenheden je afstanden kunt uitdrukken en gebruikt zelf ook vaktaal door deze eenheden als 'maten' te benoemen. Daarna verbindt ze het begrip afstand met de eigen ervaringen van de leerlingen. Ook hier legt ze verband met de vaktaal door aan hen te vragen of ze ook weten hoe groot de door hen genoemde afstanden zijn. De leerlingen geven heel uiteenlopende voorbeelden van min of meer kleine afstanden, waarna de lerares vraagt naar voorbeelden van grote afstanden. In het lesfragment krijgen de leerlingen veel kans voor een talige inbreng voor deelname aan het gesprek. Door de veelvuldige bevestigende feedback worden de leerlingen gestimuleerd om mee te praten en te toetsen of hun uiting correct is.

H.A.A. van Eerde

schrijven in de reken-wiskundeles

Naast het stimuleren van mondelinge taal moet ook schriftelijk taalgebruik gestimuleerd worden. Doorgaans krijgen leerlingen wel regelmatig de gelegenheid om mee te praten tijdens klassikale gesprekken of bij het samenwerken. We vinden het taalgebruik van taalzwakke leerlingen vaak begrijpelijk en aanvaardbaar, ook waar dit eigenlijk nog te wensen overlaat. Leraren weten immers vaak wel wat een leerling bedoelt en zijn snel geneigd om te denken dat ze de leerling wel begrijpen. Wanneer we leerlingen echter schrijfp opdrachten laten maken wordt pas goed zichtbaar wat het niveau van hun taalontwikkeling is.

We geven nu een paar voorbeelden van schrijfwerk van leerlingen. In het eerste voorbeeld moesten leerlingen opschrijven hoe ze 25 procent van iets berekenen. De vraag was om het met woorden en/of een plaatje te laten zien.

Ik weet dat een hele 100 procent is en de helft 50 procent. Dan weet ik dat 25 procent de helft van 50 procent is.

Dan doe ik eerste van de helft. Dan neem ongeveer wat meer. Dan een kwartier bijna de helft.

Moet je 25 keer het getal doen.

Een vierde nemen.

Dergelijk schriftelijk werk laat de grote verschillen in een klas zien. Het maakt niet alleen duidelijk wat de leerlingen van rekenen-wiskunde begrijpen maar ook of ze dit in taal kunnen uitdrukken. Het eerste antwoord spreekt voor zich, de andere vragen om nadere toelichting. Dit schrijfwerk kan aanleiding zijn om er met leerlingen over te praten: kan iedereen begrijpen wat er wordt bedoeld? Hoe zou je een formulering kunnen verbeteren zodat het voor iedereen duidelijk is?

Nog een voorbeeld, nu uit het domein van de meetkunde. De leerlingen hadden een paar lessen over meetkundige figuren gehad, waarin speciale aandacht was besteed aan talige aspecten. Aan hen werd nu gevraagd deze figuren in foto's van allerlei gebouwen op te

zoeken en te verwoorden welke figuren ze in de foto's zien (fig.3).

	De koepel van de moskee heeft een vorm van een bol. De palen hebben een cilindrische vorm.
c. Schrijf ook 3 goede zinnen over de vormen in dit gebouw:	
	Het raam van het gebouw heeft een vorm van een cirkel. Aan de bovenkant zie je een 3 hoek
	De moskee heeft op het dak een halve cirkel. Ze hebben palen die een rechthoek hebben.
c. Schrijf ook 3 goede zinnen over de vormen in dit gebouw:	
	Dit gebouw heeft veel ronde vormen (cirkel). Aan de bovenkant zit er een driehoek

figuur 3: schrijfofdracht bij meetkunde

Het schrijfwerk laat zien dat deze leerlingen goed in staat zijn om de wiskundige figuren in de gebouwen te herkennen en benoemen. Het zou nuttig zijn om met leerlingen uit te wisselen wat ze hebben opgeschreven en of iedereen dezelfde wiskundige vormen in de foto's ziet. Het is belangrijk voor de taalontwikkeling van leerlingen om ze ervan bewust te maken dat goede formuleringen en correcte spelling ook in de reken-wiskundeles thuis horen.

Zulke schrijfofdrachten bieden leraren een nuttig evaluatie-instrument en leveren relevante informatie voor hun didactiek. De leraar kan dergelijk schrijfwerk gebruiken bij de planning van vervollessen, maar bijvoorbeeld ook gebruiken om ze met de leerlingen te bespreken en leerlingen van elkaar te laten leren. Leerlingen kunnen veel leren door hun teksten te verbeteren of te herschrijven. Leraren kunnen leerlingen zo op allerlei manieren

ondersteunen om hun geschreven taal verder te ontwikkelen.

11 op weg naar meer aandacht voor taal in de reken-wiskundeles

Het integreren van reken-wiskundeonderwijs en de daarvoor relevante taalontwikkeling is niet eenvoudig. Prototypisch materiaal kan leraren daarbij op een spoor zetten, maar ook professionalisering en begeleiding is onontbeerlijk. Enkele voorwaarden en principes kunnen richting geven om gaandeweg meer aandacht aan taal te geven in de reken-wiskundeles.

Allereerst is het nodig dat leraren en leerlingen zich bewust worden van de rol van taal en het belang om daaraan aandacht te besteden. Voor de meeste leraren is alles zo vanzelfsprekend. Wij kunnen ons, vanuit ons (eigen) perspectief moeilijk voorstellen hoezeer talige aspecten obstakels voor leerlingen kunnen vormen. Het gaat erom dat we leren kijken door de ogen van de leerlingen en leren luisteren door de oren van de leerlingen. We zouden ons niet moeten beperken door vanuit ons eigen perspectief, vanuit een *observer's point of view* te kijken en luisteren. Maar we moeten proberen vanuit een *actor's point of view* te kijken en luisteren: vanuit het perspectief van de leerlingen, zowel bij rekenen als bij taal.

Daarnaast zouden leerlingen bewust moeten worden van de rol van taal bij het leren. Dit kan door duidelijk te maken dat taal ertoe doet, door taaldoelen te stellen en expliciet met leerlingen te praten over woorden en formuleringen die ze leren. Verder door het stimuleren van mondeling en schriftelijk taalgebruik, en door in te gaan op de talige inbreng van leerlingen en daarbij taalsteun te geven. Het gaat erom dat leerlingen beseffen dat taal ertoe doet. Deze bewustwording kan ook gevoed worden door met een taalbril naar schriftelijk lesmateriaal te kijken op zoek naar mogelijke taalhobbels. Zijn er woorden die de leerlingen mogelijk niet kennen? Of lastige formuleringen die om bespreking vragen?

Leerlingen kunnen op allerlei manieren gestimuleerd worden tot mondelinge taalproductie: via opdrachten in duo's of groepjes. Via interactieve gesprekken, eerst in duo's en dan klassikaal, kan men met leerlingen samen de betekenis van relevante woorden en formuleringen verkennen, zoals in het lesfragment over het begrip 'afstand'. Of door leerlingen een woordspin te laten maken rond een bepaald begrip en deze klassikaal te bespreken. Ook het laten verwoorden van oplossingen door leerlingen biedt zicht op hun denkproces en taalvaardigheid en de mogelijkheid om hierover te praten. Stimuleer leerlingen om hun oplossingswijzen te noteren en gebruik deze om ze daarover te laten praten. Eenvoudige schrijfopdrachten kan men zelf ontwerpen door leerlingen kernbegrippen uit een les zowel in taal (woorden) te laten beschrijven als wiskundig te laten representeren via een schema of model.

Posterpresentaties zijn een rijk middel om zowel schriftelijk als mondeling taalgebruik te stimuleren. Men kan leerlingen oplossingen van een rijk probleem op een poster laten noteren en presenteren of enkele kernbegrippen uit een les of hoofdstuk zowel in taal als wis-

kundig laten weergeven en laten presenteren. Laat de leerlingen hierbij zelf vragen van medeleerlingen beantwoorden en met hen in discussie gaan.

Na vele jaren onderzoek en ontwikkeling waarin ik alleen gericht was op de vakdidactische aspecten in reken-wiskundeonderwijs, heb ik zelf ervaren dat het tijd kost om ook door een 'taalbril' te leren kijken. Literatuurstudie opent nieuwe theoretische perspectieven, maar daarnaast heb ik vooral veel geleerd van gesprekken met (taalzwakke) leerlingen, van het ontwerpen, observeren en analyseren van taalgerichte reken-wiskundelessen en de samenwerking met taaldidactici met deskundigheid op het gebied van (tweede) taalverwerving. Aandacht voor taal in de reken-wiskundeles vergt tijd en vereist nieuwe kennis en vaardigheden. Maar het loont de moeite want het vergroot de kwaliteit van ons reken-wiskundeonderwijs en draagt bij aan de optimalisering van inzichtelijke leerprocessen van alle leerlingen en in het bijzonder van taalzwakke leerlingen.

noot

- 1 Zie <http://www.fi.uu.nl/wisbaak/docent>).

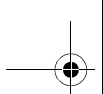
literatuur

- Appel, R. (1984). *Immigrant children learning Dutch*. Dordrecht: Foris.
- Barton, B. (2008). *The language of mathematics. Telling mathematical tales*. New York: Springer.
- Berg, W. van den, H.A.A. van Eerde & T. Klein (1993). *Proef op de som. Praktijk en resultaten van reken/wiskundeonderwijs aan allochtone leerlingen op de basisschool*. Rotterdam: Risbo/Erasmus Universiteit.
- Boer, C. van den (2003). *Als je begrijpt wat ik bedoel. Een zoektocht naar verklaringen voor achterblijvende prestaties van allochtone leerlingen in het wiskundeonderwijs*. Utrecht: CD-β Press (proefschrift).
- Boer, C. van den & D. van Eerde (2006). De verborgen wiskundeproblematiek van taalzwakke leerlingen. *Euclides. Vakblad voor de wiskundeleraar*, 81(6), 292-296.
- Buijs, K. (2008). *Leren vermenigvuldigen met meercijferig getallen*. Utrecht: Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education (proefschrift).
- Eerde, D. van, M. Hajer, T. Koole & J. Prenger, J. (2002). Betekenisconstructie in de wiskundeles. De samenhang tussen interactief wiskunde- en taalonderwijs. *Pedagogiek*, 22(2), 134-147.
- Eerde, H.A.A. van, M. Hajer & J. Prenger (2008). Promoting mathematics and language learning in interaction. In: J. Deen, M. Hajer & T. Koole (eds.). *Interaction in two multicultural mathematics classrooms. Processes of Inclusion and Exclusion*. Amsterdam: Aksant, 31-69.
- Freudenthal, H. (1984). *Appels en peren / wiskunde en psychologie. Gebundelde opstellen*. Apeldoorn: Van Walraven B.V.
- Gibbons, P. (2002). *Scaffolding language, scaffolding learning*. Portsmouth: Heinemann.
- Hajer, M. (1996). *Leren in een tweede taal. Interactie in een meertalige mavo-klas*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Hajer, M. & T. Meestringa (2009). *Handboek taalgericht vakonderwijs*. Bussum: Coutinho.
- Halliday, M.A.K. (1978). *Language as social semiotic*. London: Arnold.
- Jansen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito
- Langeveld, M.J. (1934). *Taal en denken*. Groningen: Wolters.
- Prenger, J. (2005). *Taal telt! Een onderzoek naar de rol van taalvaardigheid en tekstbegrip in het realistisch wiskundeonderwijs*. Groningen: Dissertations in Linguistics. (Den Haag: Textcetera)



H.A.A. van Eerde

- Sweers W., J. Boerema & B. Krol (2002). *Alles Telt*. Utrecht/Zutphen: ThiemeMeulenhoff.
- Vygotsky, L.S. (1986). *Thought and language*. Newly revised. Cambridge, MA: MIT Press (oorspronkelijk gepubliceerd in het Russisch in 1934).
- Whorf, B. (1956). Languages and logic. In: J. Carroll (ed.) *Language, Thought and Reality: Selected writings by Benjamin, Lee Whorf*. Cambridge MA: MIT press.



Ideeën, handelingen en symboliserings van leerlingen als leerinhouden

Jean-Marie Kraemer¹
Cito, Arnhem

1 inleiding

Dit artikel is een bewerking van de plenaire lezing die op de Panama-conferentie van 2009 is gehouden.² Het idee om het betoog in deze vorm te bewerken is ingegeven door lopende werkzaamheden van de unit ‘Ontwikkeling & Onderzoek Rekenen-Wiskunde Primair Onderwijs’ van het Cito die in een eerdere bijdrage in het tijdschrift ‘Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk’ zijn beschreven (Kraemer, 2009a). Een van de ondernomen vernieuwingen betreft de afstemming van de toetsen van het Leerling- en onderwijsvolgsysteem (LOVS) op de behoeften van de verschillende groepen ‘speciale’ leerlingen en de ontwikkeling van een aanvullende evaluatieomgeving voor de groep zeer moeilijke lerende kinderen (Visser, 2008). De opdracht om aan te sluiten bij de specifieke behoeften van leerlingen en leraren uit het speciaal (basis)onderwijs en tegelijkertijd te proberen de voortgang van deze leerlingen met die van het reguliere onderwijs te vergelijken, verscherpt de meer algemene vragen die ik in mijn lezing heb aangestipt. Ze komen in deze bewerking in de bredere context van het primair onderwijs en meer in samenhang met elkaar aan de orde:

- Wat is de primaire functie van toetsen, of het nu om het LOVS gaat of de voortgangstoetsen van de gebruikte rekenmethoden?
- Wie bepaalt de norm bij het stellen van referentieniveaus, indicatieniveaus, minimumdoelen, en dergelijke?
- Wat leren we nu van toetsen? En: wat zouden van evalueren kunnen leren?
- In hoeverre belemmeren actuele onderwijspolitieke ontwikkelingen, denkbeelden over de omgang met verschillen, en belemmeren lokale onderwijstheorieën en vormkenmerken van de gebruikte onderwijsmethoden veranderingen die de leercondities zouden kunnen verbeteren?

Deze bewerking van de gehouden lezing is als volgt gestructureerd.

In paragraaf 2 richt ik de aandacht op wat we als kern van leren (hoofd)rekenen kunnen beschouwen, wat Gravemeijer (2005) het ‘mathematiseren van de eigen wiskundige acti-

viteit' noemt. In het verlengde hiervan geef ik beknopt aan hoe we het voortschrijden in kennis en bekwaamheid in de loop van dit proces met het instrumentarium van het LOVS in kaart proberen te brengen en expliciteer onze bedoelingen daarbij (paragraaf 3). Dit geeft aanleiding om stil te staan bij de kwestie van de normen bij het stellen van referentieniveaus en minimumdoelen (paragraaf 4). Dan komen de vijf uitdagingen aan de orde die zich aandienen als we ons, op alle fronten, meer door de denkbeelden, handelingswijzen en symbolisering van leerlingen laten leiden (paragraaf 5). In een korte terugblik wordt het geheel tenslotte binnen het thema van de 27^{ste} Panama-conferentie geplaatst.

2 mathematiseren van de eigen wiskundige activiteit

Evenals in de lezing, beperk ik mijn reflectie tot leren en onderwijzen in het domein van de gehele getallen en de operaties en zal vooral de aftrekhandelingen als voorbeeld nemen. In de woorden van Freudenthal (1984b), 'dienen de getallen en bewerkingen en het tellen er allereerst toe, zekere verschijnselen, die met hoeveelheden te maken hebben, te ordenen'.³ Dit duidt het mathematiseren aan, de organiserende activiteit die wiskunde zo typisch maakt. Ik grijp terug op de reflectie van Gravemeijer en Buijs over deze kwestie, naar aanleiding van de honderdste geboortedag van Freudenthal om te expliciteren waar het, vanuit deze organiserende activiteit bekeken, bij leren (hoofd)rekenen in de kern om gaat. Onderstaand citaat is Freudenthals bekendste typering van de wiskunde als activiteit:

It's an activity of solving problems, of looking for problems, but it is also an activity of organizing subject matter. This can be matter from reality which has to be organized according to mathematical patterns if problems from reality have to be solved. It can also be a mathematical matter, new or old results, of your own or of others, which have to be organized according to new ideas, to be better understood, in a broader context, or by an axiomatic approach. (Freudenthal, 1971, pag.413-414)

In zijn onderwijstheorie maakt Treffers (1987), vanuit deze typering, onderscheid tussen horizontaal en verticaal mathematiseren:

De horizontale mathematisering bestaat uit het zodanig schematiseren van het gebied, dat het probleemveld met mathematische middelen aangepakt kan worden. De vervolgv activiteiten die betrekking hebben op de mathematische verwerking, de probleemoplossing, de generalisatie van de oplossing en de verdergaande formalisering, worden met de termen verticale mathematisering aangeduid. (Treffers, 1987, 79, cursief in het origineel)

Hierover nadenkend stelt Gravemeijer (2005) nu voor om de verticale component in tweeën te splitsen, om zo meer recht te doen aan de organisatie van *mathematical matter*, het wiskundig organiseren van de eigen wiskundige activiteit. Dit leidt dan tot de volgende driedeling:

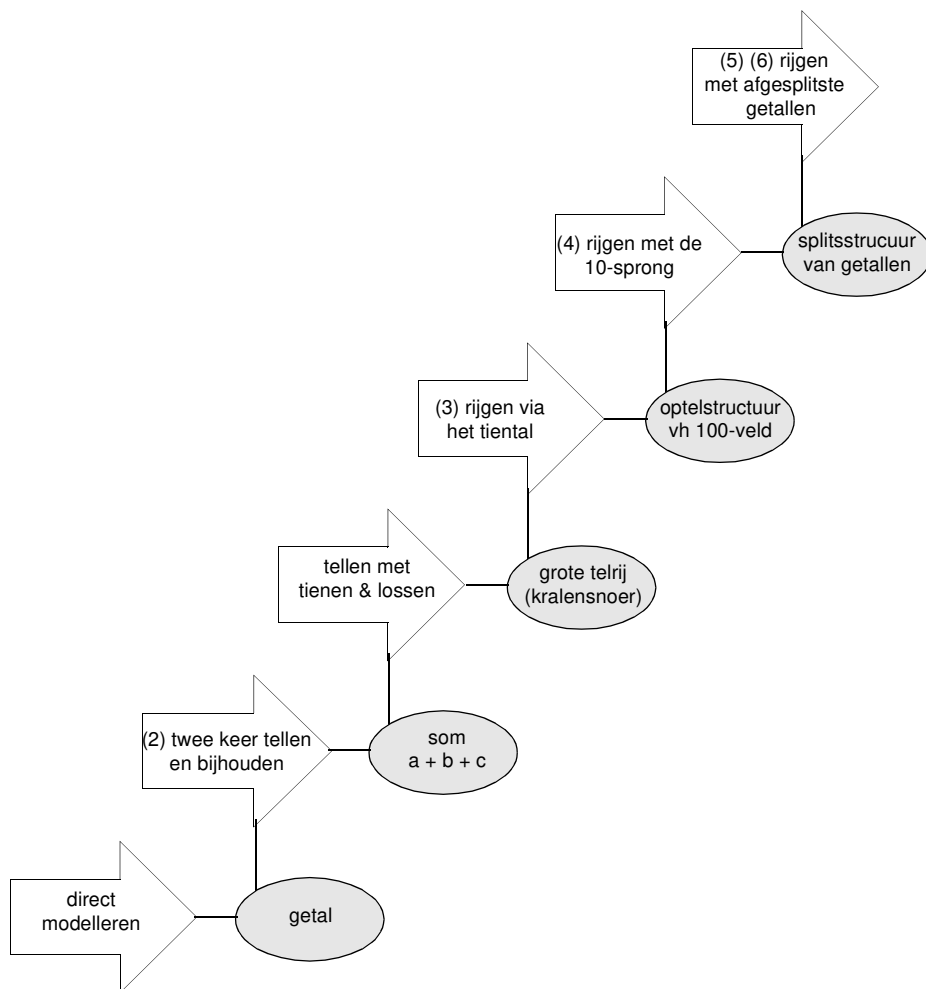
- het horizontaal mathematiseren als het schematiseren van een probleem uit de reële wereld om het wiskundig te kunnen oplossen;

- het uitvoeren van wiskundige bewerkingen dat tot de oplossing leidt;
- het verticaal mathematiseren in engere zin van *‘organizing the own or others mathematical matter’*.

Dit verticaal mathematiseren, door de leerlingen zelf en onder leiding van hun leraar, van wat er in de groep wordt gedacht en uitgevonden, is in mijn ogen nu datgene waar het in de kern bij leren (hoofd)rekenen over zou moeten gaan. Buijs (2005) legt in zijn reflectie de vinger op wat we nog niet scherp kunnen waarnemen, omdat we daar nog zo weinig van weten: de verhouding tussen het voortschrijdend inzicht in de getallen, bewerkingen, tellen en de progressieve schematisering van de handelingen bij het steeds verder verkorten, formaliseren en generaliseren van de rekenhandelingen.

In Freudenthals visie behoren leerlingen de getallen, de bewerkingen en tellen te heruitvinden en steeds verder te organiseren, zoals deze objecten en handelingen als zodanig tot stand zijn gekomen. Hij duidt dit proces aan als een ‘wisselspel tussen vorm en inhoud’ dat ‘steeds beter georganiseerd gezond verstand’ teweegbrengt. Uitgaande van de beschrijving van Freudenthal,⁴ heb ik voor deze bewerking van de lezing geprobeerd dit wisselspel aan de hand van geobserveerde oplossingswijzen van leerlingen in kaart te brengen. Het resultaat van figuur 1 geeft mijns inziens de wisselwerking weer waar Buijs op doelt, tussen het begripsaspect van de operaties aan de ene kant en het handelingsaspect aan de andere kant. Dit laat zich mijns inziens als volgt beschrijven:

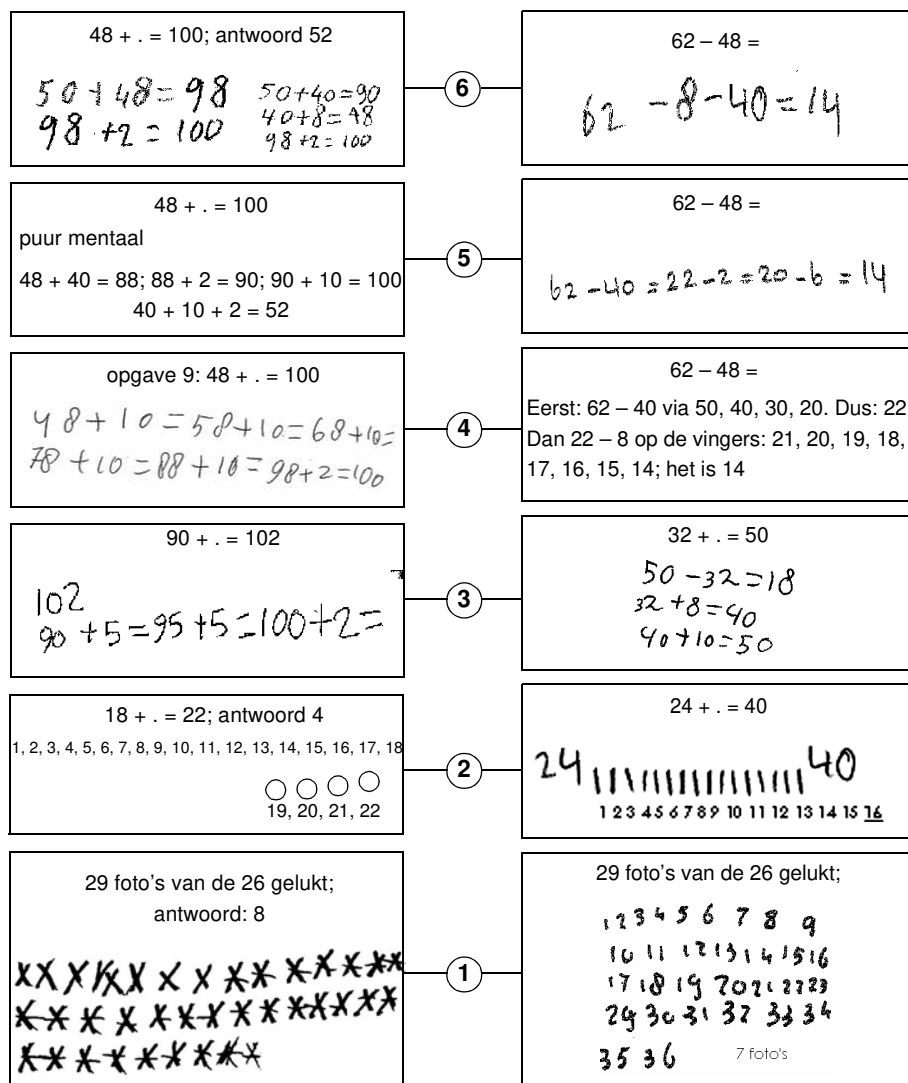
- Het uitbeelden van optel- en aftrekproblemen met verzamelingen objecten levert het mentale object ‘getal’ op, als product van tellen met één. Dit vinden we terug in de oplossingen van zorgleerlingen die de totale hoeveelheid van een probleem met opeenvolgende teltallen symboliseren, zoals in oplossing 1 van figuur 2. Er is een fundamenteel verschil met direct modelleren, zoals kleuters en leerlingen van groep 3 dat aanvankelijk doen: zorgleerlingen die zo handelen weten wel dat de opgave gaat over twee deelhoeveelheden die samen een overkoepelende hoeveelheid vormen. Ze structureren daarom één reeks turven of teltallen, terwijl leerlingen aanvankelijk drie hoeveelheden moeten maken en tellen.
- Dit besef van deel-geheel-relatie brengt de leerling op het idee om direct, vanaf de bekende term van de opgave (als mentaal aantal) door te tellen (oplossingen 2). Het mentale object ‘som’ is het product van de reflectie. Het besef dat elk natuurlijk getal (behalve 1) de som is van twee andere getallen verklaart waarom doortellen werkt zoals het werkt en geeft de garantie dat deze nieuwe rekenvorm wiskundig correct en be-



figuur 1: wisselspel tussen vorm en inhoud als progressieve conceptua-
lisering en schematisering van aftrekken als mentale handeling

trouwbaar is.

Ideeën, handelingen en symboliseren van leerlingen als leerinhouden



figuur 2: geobserveerde oplossingswijzen van negen- en twaalfjarige BaO- en BSO-leerlingen⁵

- Van hieruit neemt de mathematisering een nieuwe wending, afhankelijk van de nieuwe wiskundige structuren die de leerling, onder leiding van de leraar, uitvindt en leert gebruiken. Zo komt in Nederland eerst het rijgen in het vizier, via het leren tellen met tien en lossen, het uitbeelden van de uitkomsten van denkbeeldige tellingen met het kralensnoer en de symbolisering van tellingen en telresultaten met sprongen op een lege getallenlijn. Op basis van deze nieuwe denkbeelden over teltallen en aantallen,

- transformeren kinderen doortellen en terugtellen tot verder springen en terugspringen in de grote telrij (oplossingen 3).
- Door bijvoorbeeld in geldcontexten nader te onderzoeken hoe samenstellen en verdeelen met tien en lossen werkt en bedragen in reeksen van tien euromunten te representeren, ontdekken kinderen de decimale optelstructuur van samengestelde getallen: $48 + 10 = 58$, zoals $62 + 10 = 72$ en $95 - 10 = 85$. Dit inzicht leidt tot het idee om samengestelde getallen direct aan elkaar te knopen, waardoor het springen in de telrij flexibeler en efficiënter wordt (oplossingen 4).
 - de reflectie op de oplossingen met de tiensprong om van het uitbeelden op de getallenlijn af te komen, verlegt de aandacht van de lineaire relatie tussen de getallen naar de kardinale relaties, dat wil zeggen naar hoe elk willekeurig getal kan worden ‘gemaakt’ en ‘afgebroken’. Naarmate de leerling meer inzicht in deze splitsstructuren verwerft, wordt de band met tellen en rijgen afgesneden en wordt rijgen veranderd tot afsplitsend optellen en aftrekken (oplossingen 5). Dit leidt, langs dit spoor, uiteindelijk tot de kortste vormen van rijgen (oplossingen 6), als de leerling alle voorwaardelijke basisoptellingen en aftrekkingen heeft geautomatiseerd.

Deze hiërarchische organisatie van opeenvolgende manieren van aftrekken laat zien wat de leerling behoudt en wat hij transformeert, als hij een ‘lagere’ tot de eerstvolgende ‘hogere’ vorm transformeert, gebruikmakend van een hogere, meer overkoepelende representatie van ‘getal’ als mentaal object en ‘aftrekking’ als mentale handeling. Paradigmatisch voor dit aspect van de niveauverhoging is de overgang van lineair, sprongsgewijs aftrekken naar structurerend aftrekken met afgesplitste getallen. De leerling verlaat dan het sequentieel rekenen, maar blijft met gehele getallen rekenen, gebruikmakend van hun dubbel- en vijfstructuur, de splitsingen van 100 en de machten van tien en teruggrijpend op de redeneringen en het gebruik van rekeneigenschappen die eerder in het getalgebied tot 10 en 20 zijn uitgevonden. In die zin vormen de progressieve conceptualisering en schematisering van ‘getal’, ‘optellen’, ‘aftrekken’, ‘vermenigvuldigen’ en ‘delen’, in mijn visie, de kern van leren rekenen.

3 evalueren om te anticiperen en aan te sturen

Met deze progressieve mathematisering van de wiskundige activiteit in gedachten, duidt Freudenthal ‘leren’ aan als ‘voortschrijden in kennis en bekwaamheid’. De ontwikkeling van het LOVS van het Cito sluit hier naadloos op aan. De ontworpen toetsen zijn bedoeld om vast te stellen in welke mate de leerling, van de ene afname naar de andere, meer inzicht in tientaligheid heeft verworven, de getallen verder heeft georganiseerd en efficiënter (c.q. formeler) met deze getallen kan opereren.

In het verlengde van de schriftelijke of digitale toetsing proberen we ook, via systematisch opgezette diagnostische activiteiten, vast te stellen hoe leerlingen de gebeurtenissen of relaties, die in de voorgelegde opgaven zijn beschreven, wiskundig interpreteren (schemati-

sering als horizontale mathematisering), met welke combinatie van strategie en hoofdrekenmethode ze het onbekende gegeven uitrekenen (bewerking van de numerieke gegevens) en vanuit welke voortschrijdende inzichten in de getallen, tellen en de bewerkingen ze een verworven vorm van rekenen verder (op een hoger niveau van gezond verstand) perfectioneren. Deze tweezijdige evaluatie is gericht op drie doelen:

- beter begrijpen hoe leerlingen hun eigen wiskunde construeren, organiseren en toepassen;
- de ontwikkeling van een empirisch gefundeerd systeem van referenties dat aangeeft welke vormen en inhouden de leerlingen achtereenvolgens uitvinden en leren gebruiken;
- het uitwerken van een ontwikkelingsgerichte manier van plannen, uitgaande van het verworven niveau van gezond verstand en van de inhouden die aan de orde moeten worden gesteld om de eerstvolgende drempel te kunnen nemen.

Evalueren is in die zin primair didactisch bedoeld, om te anticiperen op wat de leerling in principe zou kunnen leren en om zijn leerproces in die richting aan te sturen.

4 wat een leerling inzichtelijk kan leren als onderwijsnorm

De kernvraag bij de planning en sturing van het leerproces is wat de leraar als referentie moet nemen. In de huidige onderwijspolitieke context worden leraren aangespoord om zich op referentieniveaus en minimumdoelen te richten, die door onderwijsexperts worden geformuleerd. In mijn opvatting kleven er twee belangrijke bezwaren aan deze benadering van de normering - in Nederland nog meer dan in de ons omringende landen- dit als gevolg van de autonomie van de scholen. Ik licht dit kort toe.

Het eerste bezwaar is dat men wenselijke kennis en bekwaamheid van de groep zorgleerlingen omschrijft, terwijl we op basis van de meest gangbare evaluatieprocedures vooral de kwantiteit kennis en bekwaamheid en slechts sporadisch en indirect de kwaliteit van het denken en van de reken-wiskundige handelingen meten. Het is dan ook uitermate moeilijk en riskant om voorspellingen te doen over wat subgroepen zorgleerlingen kunnen leren, laat staan over wat het aan inspanning kost om een gewenste niveauperhoging te behalen. Het tweede bezwaar is dat de wenselijke kennis en bekwaamheid die groepen zorgleerlingen binnen de gekozen termijnen moeten verwerven, los van de behandeling van de leerstof worden geformuleerd om de autonomie van de scholen te kunnen garanderen. Dit is tegenstrijdig met de meest recente inzichten over wat er bij leren en onderwijzen werkt: namelijk niet een specifiek aanbod, een speciale leeromgeving of typische aanpak, maar meer hoe de leraar de behandeling van de leerstof onder de betreffende condities feitelijk initieert, aanstuurt en ondersteunt (Stein et al., 2007).

In elke rekenmethode bakenen minimumdoelen af wat zorgleerlingen minimaal moeten weten en kunnen om de geplande voortgang in de methode te kunnen volgen. Deze

beoogde kennis en vaardigheid wordt in de toetsen van de methode gecontroleerd en komt in de diagnostische gesprekken van de methode aan de orde om vast te kunnen stellen welke begrips- en handelingsaspecten van een bepaalde bewerking de voortgang bij rekenen belemmeren of blokkeren. De leraar kan dan de daarvoor ontworpen remediërende activiteiten inzetten om de leerling te helpen meer in de pas van de auteurs van de methode te lopen.

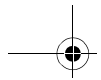
De problemen die zich op SBO-scholen voordoen, met zeer grote verschillen in ontwikkelingsniveau tussen leerlingen van eenzelfde leeftijdsgroep en de nog complexere differentieproblematiek in de scholen waar ZML-leerlingen worden opgevangen, laten de beperkte didactische waarde van minimumdoelen zien. Deze omschrijvingen lossen het probleem van de leraren niet op, omdat er altijd leerlingen zijn die de omschreven verwachtingen niet kunnen waarmaken.

In mijn ogen missen leraren die onder deze omstandigheden werken, in eerste instantie betrouwbare referenties en in tweede instantie voorbeelden van niveauverhogende groepsactiviteiten. Wat het eerste betreft, doel ik op kwantitatieve en kwalitatieve data van het ontwikkelingsproces tussen vier en twaalf jaar in het domein van de getallen en de operaties. De bedoelde voorbeeldactiviteiten zouden zichtbaar en begrijpelijk moeten maken hoe de betrokken leerlingen zichzelf naar een hoger niveau van gezond verstand tillen door samen na te denken over (zokuist) uitgevonden vormen van rekenen en/of aspecten van getallen en operaties. Dit is de reden waarom het Cito zoveel in de observatie en analyse van oplossingswijzen investeert, ter aanvulling van de evaluatie van voortschrijdende kennis en bekwaamheid via de methodeonafhankelijke toetsing van de leerresultaten. Vanuit deze benadering van leren en evalueren geven de verschillende groepen zorgleerlingen zelf aan wat voor hen de norm is, door in toetsen te tonen wat ze weten en kunnen, in gesprekken zichtbaar te maken hoe ze denken en rekenen en, al doende, aan te geven op welk ontwikkelingsniveau ze hun plafond van gezond verstand hebben bereikt.

5 Vijf uitdagingen ter verbetering van progressief mathematiseren

In deze paragraaf laat ik de vijf uitdagingen de revue passeren die tijdens mijn lezing zijn gepresenteerd. Ze worden hier toegespitst op het hoofdthema van de progressieve mathematisering van de eigen wiskundige activiteit en de omgang met verschillen tussen de subgroepen binnen de populatie basisschoolleerlingen. Het gaat om de volgende vijf kwesties:

- evalueren op basis van onderwijsdocumenten en geobserveerde wiskundige producties van leerlingen;
- benaderen van zorgleerlingen als uitvinders;
- stellen van doelen voor de (zorg)leerling die hem op zijn verantwoordelijkheid aanspreken;
- plannen als anticiperen op het effect van activiteiten op de actuele denkbelden en handelingswijzen van de leerling;



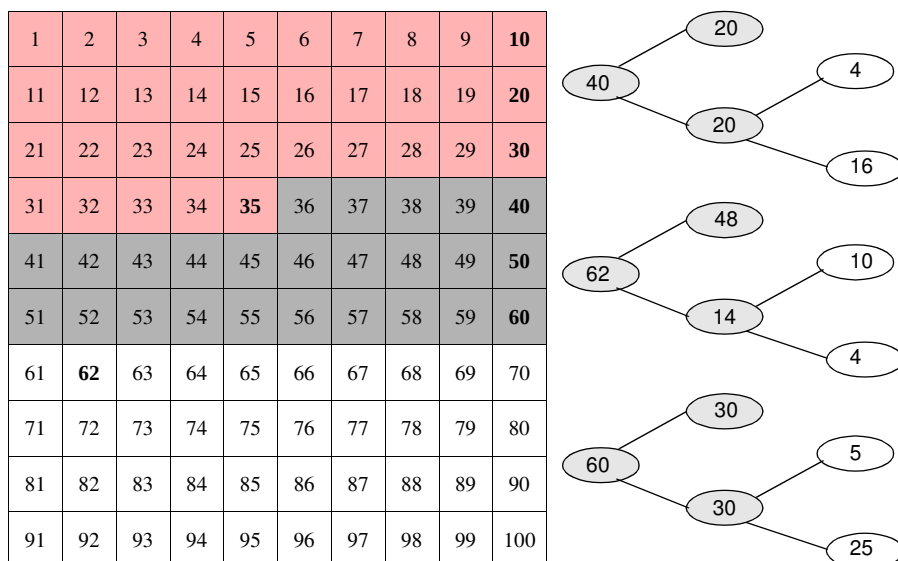
- uitbeelden van relaties, redeneringen en herleidingen als middel om bruggen tussen de leerlingen te slaan.

evalueren op basis van onderwijsdocumenten en wiskundige producten van leerlingen

Omdat het Cito methodeonafhankelijke toetsen moet maken, gebruiken we hoofdzakelijk curriculumdocumenten en het aanbod van de rekenmethode als bron om de te meten kennis en bekwaamheid in concrete toetsbare leerstofinhouden te expliciteren. Deze referenties zijn, wat het curriculum betreft, gekleurd door onderwijspolitieke verwachtingen en, wat de rekenmethode betreft, door het beleid van de uitgever en de eigen invulling van de aangestelde auteursgroep, vanuit de aangehangen visie op en ervaring met het ontwerpen en inrichten van doorgaande lijnen en dwarsverbindingen. Deze referenties bieden, door hun aard, geen garantie dat de beschikbare kennis en bekwaamheid van de leerling wordt getoetst. Zeker niet in het geval van de groepen leerlingen die (extreem) laag en (extreem) hoog op de rekenschaal scoren, omdat deze leerlingen zelden op hun werkelijk niveau van begrip en vaardigheid worden aangesproken en getoetst. Daarom gebruiken we, ter aanvulling, eigen constructies en producties van leerlingen.

Het gaat aan de ene kant om de (geïllustreerde) aantekeningen die leerlingen in hun toetsboekjes maken in het kader van de LOVS- en PPON-onderzoeken en aan de andere kant om de uitspraken, redeneringen, tekeningen en mondelinge en schriftelijke herleidingen die kinderen maken tijdens de afgenomen diagnostische interviews die we houden om een brug tussen toetsen en plannen te kunnen slaan (Kraemer, 2008).

Zorgleerlingen die het tempo van de methode niet kunnen volgen, verschijnen in die context als de ‘klokkenluiders’ van de basisschool. Wat ze uitvinden om zich te redden, toont de gaten en grijze vlekken in de doorgaande lijn van de methoden en/of de inadequate sturing en ondersteuning van de leraar. De oplossingen van figuur 3 illustreren wat ik hiermee bedoel. Wat opvalt, is dat het probleem in alle gevallen correct in kaart is gebracht. De handeling van de opgave en/of de relatie tussen de hoeveelheden (c.q. grootheden, getallen) van de opgaven, zijn met gezond verstand geschematiseerd. De zwakte van deze schematiseringen en van de bewerking van de getallen zit in de discrepantie tussen het verworven begrip van de getallen en aftrekken en de toegepaste vorm van aftrekken.



figuur 4: aftrekken via afsplitsen op basis van getalstructuren en de optelstructuur van het honderdveld

Oplossingen 5 en 6 van figuur 3 zijn paradigmatisch. In beide gevallen weet de leerling meer en begrijpt hij meer van ‘getal’ en ‘aftrekken’ dan wat de uitgevoerde handelingen tot uitdrukking brengen. De samengestelde getallen worden opgevat als $nx10 + nx1$ en geassocieerd met de tweedimensionale ordening van objecten in reeksen van tien (zie het honderdveld in figuur 4). Dit weerspiegelt een hoog begripsniveau van tientalligheid dat het mogelijk maakt om het verschil in aantal of prijs via de afsplitsing van de getallen uit

Jean-Marie Kraemer

te rekenen, in plaats van tellend met tientallen. Als 60 evenveel is als 6×10 en 35 evenveel als $3 \times 10 + 5$, dan kan $60 - 35$ niets anders zijn dan 30 en 5 eraf. Daar is geen tekening voor nodig, maar een afbeelding die laat zien hoe 60 met 30 en 35 wordt gemaakt, zoals 40 met 20 en 24 (oplossing 6) en 62 met 48 en 14 (oplossing 7) (zie splitsnotatie in figuur 4).

Maak 65 zoals 85, 25, 45 en 105 zijn gemaakt

85	=	40 + 45
25	=	15 + 10
45	=	25 + 20
105	=	50 + 55
65	=	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Jane heeft $100 - 48$ zo uitgerekend:

$100 - 40 = 60$
 $60 - 8 = 52$

$60 - 1 = 59$
 $59 - 1 = 58$
 $58 - 1 = 57$
 $57 - 1 = 56$
 $56 - 1 = 55$
 $55 - 1 = 54$
 $54 - 1 = 53$

Ze komt uit op 53.
Laat met sprongen op een getallenlijn zien dat 52 het juiste antwoord is en niet 53.

Vijfenvijftig is vijf keer tien en vijf keer één erbij
 $55 = 5 \times 10 + 5 \times 1$
Teken een cirkel rond dit getal.
Teken ook een cirkel rond deze drie getallen:
1^e getal $9 \times 10 + 9 \times 1$
2^e getal $7 \times 10 + 3 \times 1$
3^e getal $4 \times 10 + 7 \times 1$

66	88	99
50	16	38
55	50	77
5	50	50
	27	

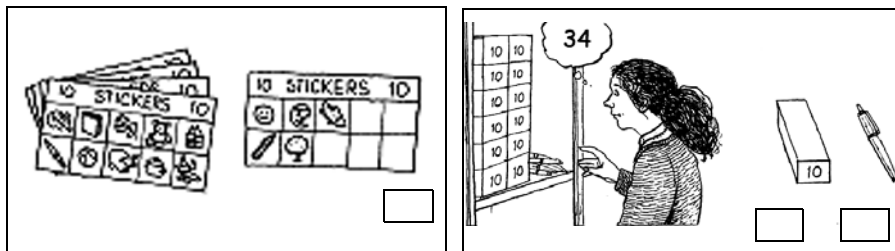
figuur 5: drempelopgaven op basis van eigen constructies van leerlingen

Deze oplossingen maken in die zin de inhouden zichtbaar die een lagere vorm van aftrekken verklaren (in dit geval springen in de telrij, gebruikmakend van de rekenkundige reeksen van het honderdveld als optelstructuur in het getalgebied tot 100) en die de leerlingen op het spoor zetten van een nieuwe, hogere vorm van aftrekken: in dit geval via handig ‘maken’ of ‘breken’ van de getallen van de opgave. Van dergelijke oplossingen kunnen we dan leren ‘drempelopgaven’ te ontwerpen die letterlijk aansluiten bij ‘voortschrijden in kennis en bekwaamheid’, zoals bedoeld door Freudenthal (fig.5).

benaderen van zorgleerlingen als uitvinders

Elke leerling kan zijn gezond verstand tot een bepaald plafond aanscherpen. Leerlingen bepalen in die zin de inspanningsnorm voor de leraar: het hoogst haalbare niveau van kennis en bekwaamheid dat de leerling op eigen kracht kan bereiken. Naarmate we het wisselspel tussen vorm en inhoud, via de constructies en producties van de leerlingen, beter begrijpen, sequentieel ordenen en empirisch valideren, neemt de mogelijkheid toe om de zorgleerlingen scherper vanuit hun eigen denkbeelden, handelingen en symboliseringsmiddelen van het ene niveau van gezond verstand naar het andere te leiden.

In dit perspectief heb ik er eerder voor gepleit om afstand te nemen van het ‘medische’ model van de leerlingenzorg: het benaderen van de leerling als patiënt die volgens een bepaald protocol moet worden behandeld nadat de oorzaak van de kwaal is vastgesteld. De voorbeelden van figuur 2 en 4 tonen ondubbelzinnig aan dat we structureel anders met zorgleerlingen moeten omgaan: zij doen niet zomaar iets, maar zij schematiseren, redeneren, tellen of rekenen juist vaak met gezond verstand, hoe laag dit niveau van horizontaal en verticaal mathematiseren ook mag zijn. Leerlingen die achterlopen, zijn in die zin geen patiënt maar uitvinders, die in hun eigen uitvindingen zijn vastgelopen, omdat methodeschrijvers (laat staan hun leraren) zich onvoldoende hebben ingeleefd in de problemen die zij kunnen ondervinden langs de rekenweg van de gebruikte methode.



figuur 6: diagnostische opgaven die Sahar heeft opgelost

Sahar, een achtjarige ZML-leerling, is zo’n klokkenluidster. Volgens haar leerkracht kan ze in het getalgebied tot vijftig rekenen. Ze zou dan, zonder hulp, de linker opgave van figuur 6 correct moeten kunnen oplossen. Het tellen loopt anders dan verwacht, maar Sahar komt eerder over als een verstandige leerling die, met een goede begeleiding, zichzelf op een hoger niveau kan tillen, dan als patiënt die voor een telaandoening moet worden behandeld. Op de afbeelding staan de stickers die de juf in haar lade heeft. Hoeveel zijn het er?

Sahar zegt eerst: Tien en tien is twintig; twintig en tien is ... vijftien...dertig...Oh nee! Dan roept ze: Oh! ... Ze komt op het idee om de vellen te tellen. Ze wijst achter elkaar de vier opgestapelde vellen stickers en telt synchroon 1, 2, 3, 4 en telt door 50, 60, 70, 80, 90, wijzend naar de zegels van het vijfde vel dat ernaast is getekend.

Ik tel na om van Sahar te horen of ik precies kan tellen zoals zij het doet. Mijn (foutieve) telling wordt goedgekeurd.

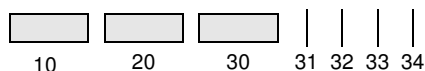
Ik zeg dan dat ik dacht dat het, na veertig, anders ging. Ik leg mijn telwijze voor, wijzend

naar de getelde dingen, terwijl Sahar nauwlettend mijn telhandelingen volgt:
 ‘eerst de vellen, zoals jij: 1, 2, 3, 4 vellen’;
 ‘dan de zegels: na 40 komt eenenveertig, dan tweeënveertig, dan’
 Als ik klaar ben, zegt Sahar op eigen initiatief:
 Er zijn twee manieren: 10, 20, 30, 40... en 10, 20, 30, 40 en 1, 2, 3, ...
 Op mijn vraag welke van de twee manieren in dit geval het juiste antwoord geeft, reageert Sahar zonder aarzeling: die van jou!

stellen van doelen voor de (zorg)leerling die hem op zijn verantwoordelijkheid aanspreken

Een cruciaal verschil met de traditionele benadering van zorgleerlingen is dat we, op grond van de voorlopige ontwikkelingsreferenties, doelen voor hen kunnen stellen die ze op hun eigen verantwoordelijkheid aanspreken. Sahar weet blijkbaar dat er twee manieren van tellen zijn en kan deze telwijzen met getalpatronen aanduiden: 10, 20, 30 ... als tellen met groepen van tien en 10, 20, 30 ... 1, 2, 3 ... als tellen met tientallen en eenheden. Aansluitend op het tellen van de stickers, leg ik haar het tweede probleem van figuur 6 voor. Ze moet nu demonstreren hoe ze 34 potloden uit de afgebeelde voorraadkast zou halen. Nu blijkt hoe instrumenteel ze met tientallen en eenheden omgaat. Ze analyseert 34 als 3×10 en 4×10 , telt 30 bij 40 op en komt op 70 uit en realiseert zich pas bij het uitspreken van 69 dat ze 34 ‘moest hebben’. Ik herinner haar aan de telling van de stickers en laat haar opnieuw met tien tellen, terwijl ik de dozen symboliseer: 10, 20, 30. Sahar telt, na 30, door met tien (40, 50) en gaat pas de eenheden doortellen, nadat ik haar vraag om de losse potloden die erbij komen te symboliseren (fig.7).

De misconcepties en onjuiste telhandelingen van Sahar wijzen erop dat ze het grote geheim van het positiesysteem aan het ontrafelen is. Ze heeft zich op haar manier het principe van het bundelen eigen gemaakt, weet hoe tellen met groepen van tien gaat en kan zelfs tienvouden in de vorm van een product symboliseren (30 als 3×10). Haar analyse van 34 als $3 \times 10 + 4 \times 10$ toont aan dat ze nog niet heeft begrepen hoe tweecijferige getallen worden samengesteld, wat tellen daarmee te maken heeft, laat staan hoe de eenheden van dergelijke getallen zich tot de tientallen verhouden (positionele orde).



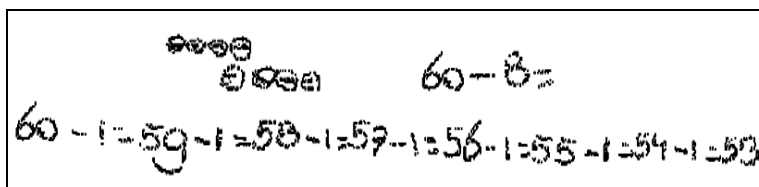
figuur 7

Omdat het haar direct aangaat, gaat Sahar telkens direct in op de initiatieven die ik neem om haar door de valkuilen van haar eigen getallenwereld te helpen. Ze blijft betrokken, denkt constructief mee en aanvaardt in die zin het doel van de opgaven en de verantwoordelijkheden die ik in mijn vragen kenbaar maak.

anticiperen op het effect van een wiskundige activiteit

Alle omslachtige correcte en onjuiste oplossingen van zorgleerlingen maken de inhouden

zichtbaar die, voor de betreffende leerling, te snel en meestal op een te formeel niveau onder de aandacht zijn gebracht. Dit geldt zowel voor de misconcepties van Sahar als voor de leerling van onderstaande oplossing, die bij de aftrekking $62 - 48$, zestig eraf acht ($60 - 8$) terugtellend uitrekent en de telstappen met twee keer 4 rondjes bijhoudt (en zich desondanks vergist) (fig.8).



figuur 8

De inhouden waarover beide leerlingen struikelen, zijn verbonden met wat Freudenthal de ‘constitutie’ van tientalligheid noemt in relatie tot de constitutie van aftrekken als mentale handeling. Sahar moet er, via het tellen van grote hoeveelheden, achter zien te komen hoe tweecijferige getallen (kunnen) worden ‘gemaakt’, ‘gebroken’ en ‘geordend’, hoe het volmaken en leegmaken van een interval werkt en wat dat voor aftrekken vanaf een tiental betekent.

Een groepsles uit het pakket ‘Diagnosticeren en plannen’ (Kraemer, 2008) illustreert wat anticiperen op het effect van een activiteit inhoudt, een didactische vaardigheid die cruciaal is voor het plannen van adequate mathematiseringsactiviteiten voor verschillende groepen zorgleerlingen. Het principe is ontleend aan Simons visie op het ontwerpen van leerlijnen (1995; 2001) en komt overeen met Freudenthals idee van gedachte-experiment (1984a): zich in gedachten voorstellen hoe de communicatie tussen en met de leerlingen, onder de eigen regie, tijdens een specifieke opdracht zou kunnen verlopen.

Het probleem dat wordt aangekaart is de voorbereiding van een gecombineerde verjaardag. Rita en haar moeder zijn op dezelfde dag jarig. Rita wordt dit jaar tien en moeder 35. Ze mag geheel zelfstandig beide taarten versieren en koopt hiervoor pakjes met tien kaarsjes erin. Hoe kan nu het denkbeeldig kopen van de kaarsjes en het symboliseren van beide leeftijden het verworven begrip van tweecijferige getallen de actuele manier van tellen en aftrekken beïnvloeden? Dit is de sleutelvraag bij het plannen.

Vermoedelijk zal het kopen en symboliseren van de gekochte dozen geen probleem opleveren, omdat het principe van bundelen in tien bekend is. De symbolisering met sprongen op een getallenlijn kan als belangrijk effect hebben dat leerlingen bewuster gaan nadenken over de relatie tussen de hoeveelheid (één doos van 10 is $1 \times 10 = 10$, twee dozen van 10 is $2 \times 10 = 20$, ...) en de plaats van 10, 20 ... op de zelf getekende getallenlijn.

De cruciale vraag voor beide leerlingen dient zich aan bij de uitbreiding van de symbolisering in het interval van 40, om 35 jaar op de lijn te markeren. Zal Sahar in die context inzien dat ze de eenheden met 30 moet combineren? Hoe zal de leerling die met telstappen terugtelt met dit probleem aan de slag gaan? Zal hij, voor hij begint te tekenen, beseffen

dat hij vijf kaarsjes zal overhouden omdat hij vijf stuks van de vierde doos gaat gebruiken? Zal hij, vanuit dit besef, 35 in het midden tussen 30 en 40 op zijn lijn plaatsen? Hoe zal hij reageren op de opdracht om 52 en 67 op zijn lijn te plaatsen, denkend aan het uitpakken en prikken van de kaarsjes? Zal hij, door de context, de gekozen getallen en de manier van afbeelden, uit zichzelf op het idee komen om de splitsingen van tien gebruiken? En: hoever zal hij dan nog verwijderd zijn van aftrekken met de vriendjes van tien in plaats van met telstappen, bijvoorbeeld zo:

- 52 is 2 meer dan 50, dus 8 minder dan 60, omdat $50 + 10 = 60$ en $2 + 8 = 10$;
- 67 is 7 meer dan 60, dus 3 minder dan 70, omdat $60 + 10 = 70$ en $7 + 3 = 10$.

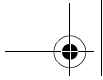
bruggen slaan via uitbeelden

Figuur 1 en 3 tonen verschillende oplossingen waarin de bedenker de rekenrelatie van de opgave op een meer informele manier representeert dan het merendeel van de groepsgenoten. Zorgleerlingen en ook groepsgenoten die niet zeker van zichzelf zijn, bedenken deze afbeeldingen ‘stiekem’. Ze gummen ook vaak dergelijke representaties uit als ze de antwoorden hebben gevonden, wetend dat ze niet handelen zoals hun leraar dat verwacht. Ze zouden in mijn ogen om twee redenen juist open en bloot en hardop denkend op deze manier de opgaven moeten modelleren, zoals ze tegenwoordig open en bloot hun vingerbeelden op een intelligente manier mogen gebruiken. Op de eerste plaats, omdat deze representaties voor hen en voor gelijkdenkenden betekenis hebben. Op de tweede plaats, omdat ze zelf deze rekenvormen op een hoger niveau kunnen tillen door, onder leiding van hun leraar, de wiskundige inhouden te onderzoeken die achter hun symbolisering schuilgaat:

- de ‘som’ als optelrelatie, achter de reeks turfjes of teltallen die de totale hoeveelheid representeert;
- de tientallen als ‘lineaire knooppunten’, achter een lange sliert getallen waarin de tientallen zijn gemarkeerd;
- de ‘optelstructuur’ van de getallen tot 100, achter de tweedimensionale representatie van hoeveelheden;
- de ‘splitsstructuren’ van meercijferige getallen, achter de reconstructie van ‘sommen’ en ‘verschillen’ met bekende rekenfeiten (oplossing 6 van figuur 2).

Ontwerpers van onderwijsleermaterialen zouden moeten onderzoeken hoe ze deze typen afbeeldingen in hun leergangen kunnen integreren, opdat zorgleerlingen meer kans krijgen om in hun eigen tempo en op eigen kracht de rekenvormen uit te vinden en de inhouden te onderzoeken die hen op het hoogst haalbare niveau van gezond verstand kunnen brengen. In die zin kunnen we zelf uitgevonden representaties gebruiken om bruggen tussen leerlingen te slaan.

Leerlingen die een vergelijkbaar niveau van gezond verstand hebben bereikt, herkennen de gebruikte wiskundige structuur en symbolen, hoe verschillend ze ook mogen symboliseren. Groepsgenoten die één niveau hoger denken en rekenen, kunnen met hun iets abstrac-



Ideeën, handelingen en symbolisering van leerlingen als leerinhouden

tere uitbeeldingen, hen een polsstok⁶ aanreiken (Gravemeijer, 1996; 1999) om, al was het maar in die context, kennis te maken met hun manier van kijken en denken.

6 conclusie

‘Leren van evalueren - de lerende in beeld bij reken-wiskundeonderwijs’, zo luidde de titel van de 27^{ste} Panama-conferentie. De strekking van mijn reflectie was dat we meer van de leerling kunnen leren dan we tot nu toe doen en dat we hiertoe nauwkeuriger en systematischer moeten (leren) observeren en analyseren wat hij zegt en doet bij zijn schematisering en oplossing van opgaven die we in verschillende contexten voorleggen.

In deze bewerking heb ik dit pleidooi toegespitst op de kwestie van de progressieve mathematisering bij leren aftrekken, omdat voorbeelden die we hebben verzameld over hoe leerlingen in die context wiskundig denken zo treffend aangeven wat we kunnen doen om de huidige leer- en onderwijscondities te verbeteren.

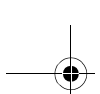
Realistisch rekenen ligt op dit moment onder vuur. Ik zie in mijn onderzoeksgegevens echter geen aanleiding om de gemaakte keuze voor realistisch, probleemgericht, interactief rekenen ter discussie te stellen. We moeten wel, in een open en constructief debat, serieus nadenken over hoe de huidige tekortkomingen met betrekking tot vlot formeel rekenen kunnen worden opvangen door (1) meer te ‘luisteren’ naar wat verstandige (zorg)leerlingen ons hierover zeggen (Van den Heuvel-Panhuizen, 2005) en (2) een betere balans te vinden in de aandacht voor de conceptuele en procedurele aspecten van leren rekenen om de wisselwerking te bevorderen tussen het uitvinden van handelingsvormen en het verklaren van hun efficiency via de reconstructie van de wiskundige structuur waarin ze verankerd zijn. Er staat ons gelukkig nog veel te doen!

noten

- 1 Met dank aan Tessa Kraemer en Marc van Zanten voor hun redactionele hulp.
- 2 Beelden van leerlingen als onderwijshouden.
- 3 Zie hoofdstuk 4: Natuurlijke getallen, pagina 92.
- 4 Zie pagina 13 van de tweede bijdrage van het drieluik ‘Wiskunde fenomenologisch’, dat in de achtste jaargang van het ‘Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs’ is verschenen als Nederlandse bewerking van het eerste hoofdstuk van ‘Mathematics Education Revisited’.
- 5 Deze oplossingen zijn in het kader van drie onderzoeken geobserveerd: de eerste rekenpeilingen in de voormalige LOM-en MLK-scholen (Kraemer, 1995; 1996), de vierde rekenpeiling halverwege de basisschool (Kraemer, 2009c) en de eerste rekenpeiling in de speciale scholen van de basisschool (Kraemer, 2009b).
- 6 Gravemeijer heeft dit begrip voor het eerst op de Panama-voorjaarsdag van 1996 gebruikt. Raadpleeg Gravemeijer (2002) voor meer informatie hierover.

literatuur

- Buijs K. (2005). Wiskunde leren - een kwestie van gezond verstand -. In: H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (red.). *Freudenthal 100 (Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 24(3) / Nieuwe Wiskrant, 25(1)*. Utrecht: Freudenthal Instituut, 98-105.
- Freudenthal (1971). Geometry between the Devil and the Deep Sea. *Educational Studies in Mathematics, 3*, 413-435.
- Freudenthal, H. (1984a). *Appels en peren / wiskunde en psychologie*. Apeldoorn: Van Walraven.
- Freudenthal, H. (1984b). *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren*. Utrecht: OW&OC.
- Freudenthal, H. (1990). Wiskundig fenomenologisch; aflevering 2. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 8(2)*, 11-20.
- Gravemeijer, K. (1996). *Polstok of prothese*. Paper gepresenteerd op de Panama voorjaarsdag 1996.
- Gravemeijer, K. (1999). Van concreet naar formeel. In: W. Faes & W. Oonk (red.). *Van Rekenend Nederland voor Fred Goffree. 65/2 Onderwijsverhalen voor pabostudenten*. Groningen: Wolters Noordhof, 62-64.
- Gravemeijer, K. (2002). Didactisch gebruik van de lege getallenlijn – een persoonlijk perspectief -. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 21(2)*, 11-23
- Gravemeijer, K. (2005). Revisiting 'Mathematics education revisited'. In: H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (red.). *Freudenthal 100 (Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 24(3) / Nieuwe Wiskrant, 25(1)*. Utrecht: Freudenthal Instituut, 106-113.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (2005). Twee 'didacticikids' over de lege getallenlijn. In: H. ter Heege, T. Goris, R. Keijzer & L. Wesker (red.). *Freudenthal 100 (Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 24(3) / Nieuwe Wiskrant, 25(1)*. Utrecht: Freudenthal Instituut, 82-89.
- Kraemer, J.M. (1995; 1996). Aanknopingspunten voor de versterking van het aanvankelijk rekenen in LOM- en MLK-scholen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs. 14(2)*, 3-16 en *14(3)*, 3-16.
- Kraemer, J.M. (2008). *Diagnosticeren en plannen in de onderbouw. Leerling- en onderwijsvolgsysteem*. Arnhem: Cito.
- Kraemer, J.M. (2009a). Drempelverleggend leren en onderwijzen met LOVS. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk. 27(3/4)*, 88-103.
- Kraemer, J.M. (2009b). *Balans (40) van het reken-wiskundeonderwijs in het speciale basisonderwijs 3*. Arnhem: Cito.
- Kraemer, J.M. (2009c). *Balans (41) van de strategieën en procedures bij het hoofdrekenen halverwege de basisschool. Uitkomsten van de peiling in 2005*. Arnhem: Cito.
- Kraemer, J.M., J. Vos & F. Scheltens (2009). *Laat eens zien wat je ziet. Ontwerpspecificatie van een evaluatieomgeving voor leerlingen van cluster 3*. Interne nota SO.2009.001.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26(2)*, 114-145.
- Simon, M. (2001). De rol van de leerkracht in het bevorderen van begripontwikkeling. In: R. Keizer & W. Uittenbogaard. *Uit de lengte of uit de breedte - de kwaliteit van het meetonderwijs -*. Utrecht: Panama / Freudenthal Instituut, 71-82.
- Stein, M.K., J. Remillard & M.S. Smith (2007). How curriculum influences student learning. In: F. Lester (ed.). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Visser, J. (2008). *Rapportage oriëntatiefase LOVS speciaal (basis)onderwijs*. Interne nota SO.2008.003.



TIMSS 2007 Nederland

- trends in rekenprestaties groep 6 basisonderwijs -

Martina Meelissen & Marjolein Drent
Vakgroep Onderwijsorganisatie en -management, Universiteit Twente

1 inleiding

Onder de titels 'Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen' (Van de Craats, 2008) en 'De gelukkige rekenles' (Braams & Milikowski, 2008) verschenen het afgelopen jaar zeer kritische analyses van het huidige reken-wiskundeonderwijs. Uit het internationale onderzoek 'Trends in International Mathematics and Science Study' (TIMSS-2007) blijkt dat vaardigheden van leerlingen in rekenen-wiskunde in groep 6 in de periode 1995-2007 inderdaad achteruit zijn gegaan. Toch lijkt een zwartboek over het Nederlandse reken-wiskundeonderwijs nog iets te voorbarig. De daling in prestaties is namelijk beperkt en doet zich niet alleen voor in het reken-wiskundeonderwijs. Bovendien doen Nederlandse groep 6 leerlingen het in internationaal perspectief nog steeds goed. Wel is er reden voor zeer grote zorg over de rekenprestaties van allochtone meisjes.

2 daling Nederlands onderwijspeil

De gemiddelde toetsscore van een land wordt in TIMSS uitgedrukt op een schaal met een gemiddelde van 500 en een standaarddeviatie van 100. Deze schaal is gebaseerd op de toetsscores van het eerste TIMSS-project in 1995. Nederland zit ruim boven dit gemiddelde: in 1995 haalden de leerlingen van groep 6 een gemiddelde score van 549, in 2003 van 540 en in 2007 van 535. Dit betekent dat de prestaties van Nederlandse leerlingen ten opzichte van 1995 erop achteruit zijn gegaan, maar deze daling is licht en in de periode 2003-2007 niet significant. De daling in prestaties lijkt niet alleen voor rekenen-wiskunde in het basisonderwijs te gelden. Hoewel niet significant, laat TIMSS sinds 1995 ook een hele kleine achteruitgang zien in de prestaties voor natuuronderwijs. De resultaten van andere internationale studies ondersteunen eveneens de stelling dat de daling van Nederlandse onderwijspeil breder is dan alleen rekenen-wiskunde in het basisonderwijs. Zo blijkt uit 'Progress in International Reading Literacy Study 2006' (PIRLS), dat de Nederlandse leesprestaties in 2006 ten opzichte van 2001 in groep 6 significant gedaald zijn (Mullis, Martin, Kennedy & Foy, 2007). Voor het voortgezet onderwijs (vijftienjarigen) toont het internationaal vergelijkend onderzoek uit het 'Programme for International Student Assessment' (PISA) aan dat de prestaties van Nederlandse leerlingen in 2006 lager uitvallen dan in 2003 (Knecht-

van Eekelen, Gille & Van Rijn, 2007). Voor leesvaardigheid is deze afname net niet significant, voor wiskunde wel.

3 internationale positie nauwelijks veranderd

Nederlandse leerlingen van groep 6 nemen in de internationale ranglijst van TIMSS-2007 voor rekenen-wiskunde de negende plaats in (Mullis, Martin, & Foy, 2008). De betekenis van een dergelijke ranglijst is beperkt omdat niet alle landen die net boven of onder ons in de ranglijst staan, ook significant beter of slechter gepresteerd hebben. Vaak zijn de verschillen tussen landen zo klein dat deze ook op toeval kunnen berusten. Evenals in 1995 en 2003, zijn alleen de leerlingen in de Aziatische landen in 2007 significant betere rekenaars dan de Nederlandse leerlingen. Met andere woorden, de internationale positie van Nederland is in vergelijking tot 1995 en 2003 nauwelijks veranderd. Sommige (buur)landen zijn er wel op vooruit gegaan. Onder andere Engeland en de Verenigde Staten hebben in 2007 hetzelfde niveau als Nederland gehaald. Andere westerse landen zoals Duitsland, Denemarken, Italië, Oostenrijk en Zweden hebben een significant lagere score gehaald, maar zitten nog wel boven het TIMSS-gemiddelde van 500. Dit laatste geldt niet voor Schotland en Noorwegen, zij scoren onder dit gemiddelde. Leerlingen uit Jemen staan onderaan de ranglijst met slechts 224 punten. Dit is een groot verschil met het hoogst scorende land, Hong Kong, met een gemiddelde score van 607.

4 weinig verschillen tussen leerlingen

In internationale studies zoals PISA, PRILS en TIMSS valt op dat de verschillen in prestaties tussen Nederlandse leerlingen onderling klein zijn. In de internationale tabellen van TIMSS-2007 valt dit onder andere af te lezen aan de relatief lage *standard errors* (Mullis, Martin & Foy, 2008). Maar dit wordt ook duidelijk als gekeken wordt naar het percentage leerlingen dat het laagste en het hoogste 'TIMSS-niveau' haalt. Binnen TIMSS worden vijf referentiepunten onderscheiden om verschillen in prestaties van leerlingen beter te kunnen duiden. Voor rekenen haalt slechts 2 procent van de Nederlandse leerlingen het laagste niveau, het basisniveau niet. In bijna alle landen liggen deze percentages hoger. In Jemen haalt zelfs 94 procent van de getoetste leerlingen het basisniveau voor rekenen niet. Daar staat tegenover dat relatief weinig Nederlandse leerlingen het hoogste, geavanceerde niveau halen; voor rekenen is dit 7 procent. In Singapore haalt 41 procent van de leerlingen het geavanceerde rekenniveau. In Engeland en de Verenigde Staten is dit 16 respectievelijk 10 procent. Met andere woorden, Nederland heeft nauwelijks leerlingen onder het basisniveau, maar lijkt anderzijds hele goede rekenaars weinig uit te dagen tot topprestaties.

5 verschillen tussen jongens en meisjes

Ten opzichte van 2003 zijn de sekseverschillen in rekenen in Nederland enigszins toegenomen. De gemiddelde rekenscore van Nederlandse jongens ligt in 2007 tien punten boven die van meisjes. Voor het domein getallen is het verschil zelfs vijftien punten. Internationaal gezien is rekenen zeker geen jongensvak. Weliswaar hebben in ruim een kwart van de TIMSS-landen meisjes een lagere rekenscore dan jongens, maar daar staat tegenover dat in bijna net zoveel landen de meisjes in het voordeel zijn. De resterende landen die aan TIMSS hebben meegedaan, kennen onder tienjarigen helemaal geen sekseverschillen in rekenprestaties. Bijna 16 procent van de leerlingen die in Nederland de TIMSS-toets heeft gemaakt, is allochtoon. De prestaties van allochtone meisjes zijn het hardst achteruit gegaan ten opzichte van 2003. Zo hebben allochtone meisjes maar liefst 32 punten lager gescoord dan allochtone jongens op het inhoudsdomein getallen. Dit is opmerkelijk, omdat het verschil tussen allochtone meisjes en allochtone jongens in 2003 nog verwaarloosbaar was.

6 geschiktheid toets

De toets bestaat voor 52 procent uit opgaven over het inhoudsdomein getallen, 34 procent uit opgaven over geometrische vormen en meten en 14 procent uit opgaven over gegevensweergave. De toets is gebaseerd op het zogenoemde TIMSS-curriculum, dat in eerste instantie door onafhankelijke internationale experts is ingevuld en vervolgens aan alle deelnemende landen is voorgelegd (Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan, Arora & Erberber, 2005). Een dergelijk internationaal curriculum kan uiteraard nooit voor elk land een even goede representatie zijn van het eigen nationale curriculum. De dekkinggraad van de TIMSS-rekentoets is voor Nederland redelijk goed. Weliswaar is nog maar 60 procent van alle leerstofonderdelen uit het TIMSS-curriculum in groep 6 onderwezen, maar doordat sommige leerstofonderdelen (zoals het domein getallen) sterker in de toets zijn vertegenwoordigd dan andere, is toch zo'n 80 procent van de toetsopgaven passend voor het Nederlandse onderwijs. In een aantal hoogscorende landen, zoals Hong Kong en Chinees Tapei, is dit percentage lager. Bovendien wordt in het internationale TIMSS-rapport voor elk land berekend wat de positie van dat land zou zijn, als alleen de scores op geschikte toetsopgaven meegenomen zouden worden. Deze *Test-Curriculum Matching Analysis* laat (evenals in 1995 en 2003) zien dat dit niet tot significante veranderingen in de internationale ranglijsten leidt (Mullis et al., 2008). De verschillen in scores met en zonder de niet-passende opgaven zijn namelijk klein. Voor Nederland bijvoorbeeld is het gemiddelde percentage correct voor de gehele rekentoets 59 procent. Het gemiddelde percentage correct is exclusief de niet-passende opgaven 62 procent. Nederlandse leerlingen doen het internationaal goed in de inhoudsdomeinen getallen en gegevensweergave, maar minder goed in geometrische vormen en meten. Aan dit laatste domein wordt in Nederland in groep 6 ook veel minder aandacht besteed. Van de cognitieve domeinen, namelijk weten, toepas-

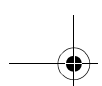
sen en redeneren, hebben de Nederlandse leerlingen de meeste moeite met de toepassingsopgaven. Helaas kunnen voor de verschillende inhouds- en cognitieve domeinen, de resultaten van 1995, 2003 en 2007 niet vergeleken worden (Olson, Martin & Mullis, 2008).

7 verklaringen

De informatie uit de TIMSS leerling-, leerkracht- school- en curriculumvragenlijst kan worden gebruikt om mogelijke verklaringen te vinden voor verschillen tussen landen, tussen groepen leerlingen en tussen toetsjaren. Op de data van TIMSS-2007 zijn dergelijke analyses nog niet afgerond. Wel valt op dat in de afgelopen jaren in meer klassen het beperkt gebruik van de rekenmachine wordt toegestaan, de leerkrachten minder huiswerk zijn gaan geven, minder leerkrachten na- of bijscholing in rekenen-wiskunde hebben gevolgd en het onderwijs iets meer een ‘leerlinggeoriënteerd’ karakter heeft gekregen. Dit laatste betekent onder andere dat leerlingen minder vaak op hetzelfde moment met dezelfde leerstof bezig zijn, vaker samenwerken, zelf hun eigen werk of die van hun klasgenootjes nakijken en vaker vakoverstijgende taken uitvoeren. Daar staat tegenover dat de gemiddelde tijd die aan rekenen-wiskunde wordt besteed in de afgelopen twaalf jaar gelijk is gebleven. Deze ontwikkelingen zeggen uiteraard nog niets over waarom het Nederlandse rekenpeil, en dan met name dat van allochtone meisjes, is afgenomen. Dat zal nader onderzoek moeten uitwijzen.

literatuur

- Braams, T. & M. Milikowski (2008). *De gelukkige rekenklas*. Amsterdam: Uitgeverij Boon.
- Craats, J. van de (2008). *Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen*. Zwartboek rekenonderwijs. Verkregen op 20 april van <http://staff.science.uva.nl/~craats/zwartboek.pdf>.
- Knecht-van Eekelen, A. de, G. Gille & P. Rijn (2007). *Resultaten Pisa-2006: Praktische kennis en vaardigheden van 15-jarigen*. Arnhem: Cito.
- Meelissen, M.R.M. & M. Drent (2008). *TIMSS-2007 Nederland. Trends in leerprestaties in exacte vakken in het basisonderwijs*. Enschede: Universiteit Twente.
- Mullis, I.V.S., M.O. Martin & P. Foy (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report. Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Boston: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Mullis, I.V.S., M.O. Martin, A.M. Kennedy & F. Foy (2007). *IEA's Progress in International Reading Literacy Study in Primary School in 40 Countries*. Boston: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Mullis, I.V.S., M.O. Martin, G.J. Ruddock, C. O'Sullivan, A. Arora & E. Erberber (2005). *TIMSS 2007 Assessment Frameworks*. Boston: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Olson, J.F., M.O. Martin & I.V.S. Mullis (2008). *TIMSS 2007 Technical Report*. Boston: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.



De kwaliteit van rekenen-wiskunde in het Nederlandse basisonderwijs

- een inspectieonderzoek -

Bauke Milo & Jaap de Jonge
Inspectie van het Onderwijs

1 inleiding

In september 2008 bracht de inspectie het rapport 'Basisvaardigheden rekenen-wiskunde in het basisonderwijs' uit (Inspectie van het Onderwijs, 2008a). In dit rapport wordt het onderzoek beschreven dat de inspectie uitvoerde naar de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs op basisscholen. In deze bijdrage beschrijven we de hoofdlijnen van het onderzoek door achtereenvolgens de aanleiding (paragraaf 2) en het onderzoek (paragraaf 3) te beschrijven. Vervolgens vindt in paragraaf 4 een discussie plaats naar aanleiding van de bevindingen, waarbij ook de resultaten van het inspectieonderzoek naar basisvaardigheden taal (Inspectie van het Onderwijs, 2008b) betrokken worden.

2 aanleiding

Gedurende een relatief lange periode vonden diverse ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs plaats, zonder al te veel kritische geluiden. De meeste basisscholen maken al jaren gebruik van een zogenaamde realistische methode, het algemene beeld van de rekenprestaties in het basisonderwijs is positief (Kraemer, Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005; Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005) en Nederlandse leerlingen scoren in internationaal vergelijkend onderzoek goed (Mullis, Martin, Gonzalez & Chrostowski, 2004; Organisation for Economic Co-operation and Development, 2004, 2007).

Eind 2005 kwam er, naar aanleiding van een onderzoek van het Cito, een verontrustend signaal over het lage rekenniveau van studenten van de pabo (Straetmans & Eggen, 2005). Ruim de helft van de instromende pabo-studenten bleek slechter te rekenen dan de beste leerlingen van groep 8 van de basisschool. Recent werd een aanzienlijk deel van deze studenten niet toegelaten tot het tweede studiejaar vanwege slechte prestaties op de taal- en/of rekentoets (HBO-raad, 2007). Alle studenten die in september 2006 begonnen met de

pabo, moesten in studiejaar 2006-2007 verplicht een taal- en rekentoets afleggen. Als zij daarvoor zakten, mochten zij maximaal twee keer herkansen. Als zij ook na drie keer nog niet geslaagd waren, mochten zij niet door naar het tweede jaar van de opleiding. De rekentoets werd afgenomen op het niveau van de beste twintig procent leerlingen van groep 8 van het basisonderwijs. Aan het einde van het studiejaar bleek 76 procent van de studenten te zijn geslaagd voor de rekentoets. Na de eerste toets lag dat deel nog op 50 procent. Van de studenten met een vwo-vooropleiding slaagde 95 procent. Onder havisten lag dit percentage lager: 84 procent. Van alle studenten die tot de pabo werden toegelaten op basis van een mbo-diploma, slaagde uiteindelijk 61 procent voor de rekentoets.

Een ander kritisch geluid over de ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs is afkomstig van wetenschappelijk onderzoek naar prestaties bij rekenen-wiskunde. Uit de periodieke peilingen van het Cito blijkt dat sinds zogenaamde realistische methoden op grote schaal worden gebruikt, weliswaar de prestaties bij het 'schattend rekenen' en 'hoofdrekenen' (optellen /aftrekken) sterk vooruit zijn gegaan, maar dat er ook een duidelijke achteruitgang te constateren valt op de onderdelen 'bewerkingen' (optellen/aftrekken/vermenigvuldigen/delen) en 'samengestelde bewerkingen' (Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2004; Van Putten, 2008). Als belangrijkste oorzaak voor de achteruitgang wordt aangegeven dat leerlingen deze opgaven ten onrechte niet op papier uitrekenen, maar 'uit het hoofd' oplossen (Buijs, 2008; Van Putten, 2008). Daarnaast wordt door Van der Schoot (2008) als verklaring gegeven dat nieuwe algoritmische oplossingsstrategieën (de zogenaamde kolomsgewijze algoritmen voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) minder vaak leiden tot een correct antwoord dan traditionele strategieën.

De eerdergenoemde internationale vergelijkende onderzoeken laten zien dat Nederland tot de internationale top behoort, maar dat het niveau ten opzichte van andere landen daalt en dat de wiskundige geletterdheid van vijftienjarigen te wensen overlaat.

Vergelijkend onderzoek waarin is nagegaan in hoeverre zwakke rekenaars profijt hebben van klassikale interactie die aansluit bij de inbreng van de individuele leerlingen - in vergelijking tot het aanleren van één oplossingsstrategie - wijst erop dat zwakkere leerlingen meer baat hebben bij het aanleren van één oplossingsstrategie (Milo, 2003; Timmermans, 2005). Analyses op de gehanteerde procedures bij de Eindtoets van het Cito (Hickendorf, Heiser, Van Putten & Verhelst, 2009), laten zien dat:

- het noteren van de tussenstappen bij zowel traditionele cijferalgoritmen als realistische kolomsgewijze aanpakken leidt tot het hoogste percentage goede antwoorden (vooral voor de zwakke en gemiddelde leerlingen);
- traditionele algoritmen tot het hoogste percentage goede antwoorden leiden voor de zwakke en sterke leerlingen; voor gemiddelde leerlingen betreft dit juist de realistische aanpakken.

Ook internationaal vergelijkend onderzoek wijst erop dat vooral zwakkere leerlingen minder profijt hebben van een 'innovatieve aanpak', waarbij aangesloten wordt bij de informele procedures die de leerlingen hanteren (Woodward, Monroe & Baxter, 2001). In de

laatste PPON-studie over het reken-wiskundeonderwijs halverwege het basisonderwijs werd onder meer geconcludeerd dat verschillen tussen betere en zwakkere leerlingen zijn toegenomen en dat leraren veel moeite hebben met differentiatie bij de instructie (Janssen e.a., 2005). Uit de gegevens van de inspectie blijkt dat het omgaan met verschillen veel problemen oplevert. De afgelopen jaren werd dit in ongeveer de helft van de geobserveerde lessen als onvoldoende beoordeeld. Voor het aanleren van denk- en leerstrategieën geldt dit in de schooljaren 2003-2004, 2004-2005 en 2005-2006 voor ongeveer een derde van de geobserveerde lessen (Inspectie van het Onderwijs, 2007). Een aantal deskundigen op het gebied van rekenen-wiskunde signaleert risico's voor wat betreft de effectiviteit van het huidige reken-wiskundeonderwijs (Gelderblom, 2007, 2008; Van de Craats, 2007). De kritiek richt zich met name op het overaccentueren van inzicht, strategieën en interactie. Daardoor wordt volgens hen voorbij gegaan aan het gegeven dat een deel van de leerlingen meer baat heeft bij het gestructureerd aanleren van één efficiënte en aangetoond effectieve oplossingsprocedure. Ook het gebruik van contextopgaven zou volgens de deskundigen een te groot beroep doen op vaardigheden die niet direct met rekenen-wiskunde te maken hebben. Er wordt op basis hiervan gepleit voor meer *evidence-based* reken-wiskundeonderwijs.

Een aantal andere deskundigen noemt deze kritiek in belangrijke mate ongefundeerd en wijst op publicaties waarin de positieve bijdrage van een realistische aanpak benadrukt wordt. Zo boeken leerlingen aan de hand van een oefenprogramma dat gebaseerd is op realistische principes een sterke vooruitgang (Menne, 2001) en ontwikkelt Buijs (2008) een onderwijsleertraject voor meercijferig vermenigvuldigen, gebaseerd op realistische principes, om te komen tot efficiënt strategiegebruik.

De discussie die de laatste tijd gevoerd wordt betreft de wetenschappelijke onderbouwing van het realistische onderwijs en vergelijkend onderzoek naar de meerwaarde ervan ten opzichte van meer traditioneel rekenonderwijs. Volgens een aantal betrokkenen ontbreekt de wetenschappelijke onderbouwing en is de meerwaarde onvoldoende aangetoond. Tegelijkertijd wordt door aanhangers van het realistische gedachtegoed gesteld dat deze kritiek juist onvoldoende gefundeerd is. Een en ander zorgt ervoor dat er sprake lijkt te zijn van twee visies die lijnrecht tegenover elkaar staan.

Aansluitend op het door het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap ingezette beleid (Ministerie van OCW, 2007) en de signalen uit het onderzoeksveld over de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs, is de Inspectie van het Onderwijs gevraagd de stand van zaken te onderzoeken rond rekenen-wiskunde in het basisonderwijs. De bovengenoemde onderzoeken leveren interessante bevindingen op, maar er wordt geen relatie gelegd tussen de kwaliteit van het onderwijs en de resultaten ervan. De meerwaarde van dit inspectieonderzoek moet met name op dit vlak gezocht worden.

3 onderzoek

onderzoeksvragen

Om de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs na te gaan, richt het onderzoek zich op de volgende drie vragen:

- 1 Hoe presteren Nederlandse basisscholen voor rekenen-wiskunde aan het einde van de schoolperiode?
- 2 Wat is de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs op het gebied van didactisch handelen, afstemming en zorg en begeleiding?
- 3 Wat zijn mogelijke verklaringen voor verschillen tussen scholen in reken-wiskunde-prestaties?

opzet

Om de onderzoeksvragen te beantwoorden, zijn twee wegen bewandeld. In de eerste plaats zijn bij de inspectie aanwezige gegevens geanalyseerd. Deze gegevens, die gebaseerd zijn op de kwaliteitsonderzoeken in de schooljaren 2003-2004, 2004-2005 en 2005-2006, betreffen ruim 4500 scholen. Daarnaast is in de periode mei 2007 tot september 2007 op een representatieve steekproef van 191 scholen een gericht onderzoek uitgevoerd naar de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs.

Hiervoor zijn lesbezoeken uitgevoerd, documenten geanalyseerd en gesprekken gevoerd met directie, interne begeleider(s) en/of eventuele rekencoördinatoren/-deskundigen op school.

De kwaliteit van rekenen-wiskunde in het Nederlandse basisonderwijs

Kwaliteitszorg	
Kwaliteitsaspect 1 - De school zorgt systematisch voor behoud en verbetering van de kwaliteit van haar onderwijs.	
1.1	De school heeft inzicht in de verschillen in onderwijsbehoeften van haar leerlingenpopulatie op het gebied van rekenen-wiskunde.
1.2	De school evalueert jaarlijks systematisch de kwaliteit van haar opbrengsten van rekenen-wiskunde.
1.3	De school evalueert regelmatig het leren en onderwijzen in rekenen-wiskunde.
1.4	De school werkt planmatig aan verbeteractiviteiten voor rekenen-wiskunde.
1.5	De school borgt de kwaliteit van het leren en onderwijzen in rekenen-wiskunde.
1.6	De school rapporteert aan belanghebbenden inzichtelijk over de gerealiseerde kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs.
Kwaliteitsaspect 2 - De voorwaarden voor zorg voor kwaliteit zijn aanwezig.	
2.2	De kwaliteitszorg is verbonden met de visie op rekenen-wiskunde, zoals geformuleerd in het schoolplan.
Aanbod	
Kwaliteitsaspect 3 - Het leerstofaanbod bereidt de leerlingen voor op het vervolgonderwijs.	
3.1	De aangeboden leerinhouden voor rekenen-wiskunde zijn dekkend voor de kerndoelen.
3.4	De leerinhouden voor rekenen-wiskunde worden aan voldoende leerlingen aangeboden tot en met het niveau van leerjaar 8.
3.5	De leerinhouden voor rekenen-wiskunde in de verschillende leerjaren sluiten op elkaar aan.
3.6	De leerinhouden voor rekenen-wiskunde zijn afgestemd op de onderwijsbehoeften van individuele leerlingen.
Tijd	
Kwaliteitsaspect 4 - De leerlingen krijgen voldoende tijd om zich de leerinhouden eigen te maken.	
4.4	De leraren maken efficiënt gebruik van de geplande onderwijstijd voor rekenen-wiskunde.
4.5	De school stemt de hoeveelheid tijd voor leren en onderwijzen bij rekenen-wiskunde af op de onderwijsbehoeften van leerlingen.
Didactisch handelen van leraren	
Kwaliteitsaspect 6 - Het didactisch handelen van de leraren ondersteunt het leren van de leerlingen.	
6.1	De leraren realiseren een taakgerichte werksfeer tijdens de lessen rekenen-wiskunde.
6.3	De leraren leggen bij rekenen-wiskunde duidelijk uit.
6.5	De leraren bevorderen strategisch denken.
6.9	De leraren dragen met behulp van leer- en hulpmiddelen bij aan een ondersteunende leeromgeving.
Afstemming op de onderwijsbehoeften van leerlingen	
Kwaliteitsaspect 7 - De leraren stemmen het onderwijsleerproces af op de onderwijsbehoeften van hun leerlingen.	
7.1	De leraren volgen de vorderingen van hun leerlingen in rekenen-wiskunde systematisch.
7.2	De leraren analyseren de vorderingen van de leerlingen om vast te stellen wat bij rekenen-wiskunde de aanpassingen van het aanbod en/of het onderwijsleerproces moeten zijn voor de groep.
7.3	De leraren stemmen de instructie en verwerking bij rekenen-wiskunde af op de verschillen in ontwikkeling tussen de leerlingen.

Actieve en zelfstandige rol van leerlingen	
Kwaliteitsaspect 8 - De leerlingen spelen een actieve en zelfstandige rol binnen de onderwijsactiviteiten.	
8.1	De leerlingen zijn actief betrokken bij de onderwijsactiviteiten in het kader van rekenen-wiskunde.
Zorg en begeleiding, inclusief toetsinstrumenten	
Kwaliteitsaspect 10 - De begeleiding is erop gericht dat de leerlingen zich naar hun mogelijkheden ontwikkelen.	
10.1	De school gebruikt een samenhangend systeem van instrumenten en procedures voor het volgen van de prestaties en de ontwikkeling van de leerlingen met betrekking tot rekenen-wiskunde.
Kwaliteitsaspect 11 - De leerlingen met specifieke onderwijsbehoeften krijgen passende zorg.	
11.2	Op basis van een analyse van de verzamelde gegevens met betrekking tot rekenen-wiskunde, bepaalt de school de aard van de zorg voor de zorgleerlingen.
11.3	De school voert de zorg planmatig uit.
11.4	De school gaat de effecten van de zorg na.
Opbrengsten, resultaten van leerlingen en hun voortgang in de ontwikkeling	
Kwaliteitsaspect 12 - De resultaten van de leerlingen voor rekenen-wiskunde liggen ten minste op het niveau dat mag worden verwacht.	
12.1	De resultaten van de leerlingen voor rekenen-wiskunde liggen aan het eind van de schoolperiode ten minste op het niveau dat op grond van de kenmerken van de leerlingenpopulatie mag worden verwacht.
Kwaliteitsaspect 13 - De leerlingen ontwikkelen zich op het gebied van rekenen-wiskunde naar verwachting.	
13.1	De resultaten van de leerlingen voor rekenen-wiskunde tijdens de schoolperiode liggen ten minste op het niveau dat op grond van de kenmerken van de leerlingenpopulatie mag worden verwacht.

figuur 1: Het waarderingskader voor het themaonderzoek
rekenen-wiskunde

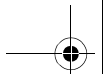
Het gerichte onderzoek op de steekproef van 191 scholen heeft plaatsgevonden aan de hand van een aangepaste versie van het reguliere inspectiekader. Dit kader is in de loop van 2007 ontwikkeld en voor de start van het onderzoek besproken met een aantal rekendes-kundigen van binnen en buiten de inspectie. De aspecten en onderliggende indicatoren uit het gehanteerde kader staan in figuur 1.

resultaten en conclusies

Onderzoeksvraag 1: Hoe presteren Nederlandse basisscholen voor rekenen-wiskunde aan het einde van de schoolperiode?

In figuur 2 worden de resultaten gedurende en aan het einde van de schoolperiode weergegeven. De resultaten gedurende de schoolperiode zijn gebaseerd op de score op een methode-onafhankelijke toets voor rekenen-wiskunde in groep 2, 4 en 6. De resultaten aan het einde van de schoolperiode zijn gebaseerd op de score op het onderdeel rekenen van de Eindtoets van het Cito gedurende de laatste drie jaar.

Het verschil tussen de beoordeling van de resultaten gedurende de schoolperiode en aan het einde ervan is het gevolg van de beoordelingsprocedure die de inspectie voor dit onderzoek heeft gehanteerd. De criteria voor een voldoende waren bij de resultaten gedurende de schoolperiode minder soepel dan bij de resultaten aan het einde van de schoolperiode



(twee van de drie beoordeelde toetsen voldoende tegenover een van de drie toetsen).

	Gedurende schoolperiode	Einde schoolperiode
Voldoende	73 %	87 %
Onvoldoende	23 %	9 %
Geen waardering	4 %	4 %

figuur 2: resultaten gedurende en aan het einde
van de schoolperiode ($n = 191$)

Onderzoeksvraag 2: Wat is de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs op het gebied van didactisch handelen, afstemming en zorg en begeleiding?

Over de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs op de aspecten en onderliggende indicatoren uit het gehanteerde kader concludeert de inspectie dat het leerstofaanbod van voldoende kwaliteit is en dat er, vanaf groep 5, vijf uur per week aan rekenen-wiskunde wordt besteed. De kwaliteit van de lessen is op de meeste onderdelen op bijna alle scholen voldoende. Onderdelen die vaker als onvoldoende worden beoordeeld, hebben betrekking op het geven van uitleg, het bevorderen van strategisch denken, het analyseren van de voorde- ringen en het vervolgens aanpassen van de inhoud en aanpak van de onderwijsactiviteiten en het omgaan met verschillen. Voor de zorg en begeleiding geldt dat de voorwaarden om risicoleerlingen te signaleren op de meeste scholen in voldoende mate aanwezig zijn. De verdere uitwerking - een nadere analyse van het probleem en meer gerichte hulp op basis van deze analyse - moet echter op relatief veel scholen verbeterd worden om ervoor te kun- nen zorgen dat belemmeringen in het leerproces daadwerkelijk worden weggenomen.

Onderzoeksvraag 3: Wat zijn mogelijke verklaringen voor verschillen tussen scholen in reken-wiskundeprestaties?

Om verklaringen te vinden voor verschillen tussen scholen heeft de inspectie op basis van de resultaten aan het einde van de schoolperiode een indeling gemaakt naar rekenzwakke, gemiddelde en rekensterke scholen. Hierbij dient te worden bedacht dat het percentage rekenzwakke, gemiddelde en rekensterke scholen afhankelijk is van het gehanteerde crite- rium van een halve standaarddeviatie van het gemiddelde.

De indeling leidt tot de verdeling zoals die in figuur 3 wordt weergegeven.

Categorie	Percentage scholen (aantal scholen)
1. rekenzwak (% goed beantwoorde vragen twee of meer jaren meer dan een $\frac{1}{2}$ SD onder het landelijk gemiddelde van de schoolgroep)	23 (1.046)

2. gemiddeld (op verwachte niveau) (% goed beantwoorde vragen twee of meer jaren rond het landelijk gemiddelde van de schoolgroep)	50 (2.248)
3. rekensterk (% goed beantwoorde vragen twee of meer jaren meer dan een $\frac{1}{2}$ SD boven het landelijk gemiddelde van de schoolgroep)	27 (1.242)
Totaal aantal scholen	4.536

figuur 3: indeling scholen in drie categorieën:
rekenzwak, gemiddeld en rekensterk (2004-2007)

Vervolgens is nagegaan op welke onderdelen de rekenzwakke, gemiddelde en rekensterke scholen betekenisvol verschillen. Deze onderdelen worden weergegeven in figuur 4. In deze figuur wordt gebruik gemaakt van z-scores. Om inzicht te krijgen in de grootte van de verschillen zijn de scores gestandaardiseerd, zodat de gemiddelde score steeds nul is (de zogenaamde z-scores). Verschillen kleiner dan 0.20 zijn klein, verschillen van 0.50 zijn middelmatig en verschillen van 0.80 of meer zijn groot. Effectgroottes van 0.20 of meer worden als relevant gezien.

Rekenzwakke scholen blijven achter bij rekensterke scholen op onderdelen van de kwaliteitszorg, het leerstofaanbod, het didactisch handelen, zorg en begeleiding, de actieve en zelfstandige rol van de leerling en ten slotte op de opbrengsten.

kwaliteitszorg

Rekenzwakke scholen krijgen een lagere beoordeling voor de kwaliteitszorg dan de gemiddelde of rekensterke scholen. Dit betekent dat rekenzwakke scholen minder energie steken in het behoud of verbeteren van hun kwaliteit dan gemiddelde of rekensterke scholen. Significant zijn de verschillen tussen rekenzwakke en rekensterke scholen betreffende de jaarlijkse systematische analyse van de opbrengsten (0,23) en de borging van de kwaliteit van het leren en onderwijzen (0,23).

De kwaliteit van rekenen-wiskunde in het Nederlandse basisonderwijs

	rekenzwak	gemiddeld	rekensterk
Kwaliteitszorg			
De school evalueert jaarlijks systematisch de kwaliteit van haar opbrengsten	-0,10	0,04	0,13
De school borgt de kwaliteit van het leren en onderwijzen	-0,08	0,01	0,15
Leerstofaanbod			
De leerinhouden voor Nederlandse taal en voor rekenen-wiskunde worden aan voldoende leerlingen aangeboden tot en met het niveau van leerjaar 8	-0,21	0,04	0,18
Didactisch handelen			
De leraren realiseren een taakgerichte werksfeer	-0,17	0,05	0,18
De leraren leggen duidelijk uit	-0,13	0,07	0,18
Actieve en zelfstandige rol leerlingen			
De leerlingen zijn actief betrokken bij de onderwijsactiviteiten	-0,11	0,00	0,14
Zorg, begeleiding, inclusief toetsinstrumenten			
De school voert de zorg planmatig uit	-0,15	0,03	0,17
De school gaat de effecten van de zorg na	-0,13	0,02	0,09
Opbrengsten - ontwikkeling			
De resultaten van de leerlingen aan het eind van de schoolperiode liggen ten minste op het niveau dat op grond van de kenmerken van de leerlingenpopulatie mag worden verwacht	-0,51	0,00	0,68
De resultaten van de leerlingen voor Nederlandse taal en voor rekenen-wiskunde tijdens de schoolperiode liggen ten minste op het niveau dat op grond van de kenmerken van de leerlingenpopulatie mag worden verwacht	-0,26	0,07	0,23
De leerlingen doorlopen in beginsel de school binnen de verwachte periode van 8 jaar	-0,14	-0,03	0,12

figuur 4: oordelen 'voldoende' op kwaliteitsindicatoren PKO 2005 (z-scores)

leerstofaanbod

Rekenzwakke scholen bieden de leerstof vaker voor veel leerlingen niet aan tot en met het niveau van groep 8. Het verschil in z-score met gemiddelde scholen is 0,25 en met rekensterke scholen 0,39.

didactisch handelen

Op rekenzwakke scholen scoort het didactisch handelen van leraren beduidend lager dan op de gemiddelde en rekensterke scholen. Rekenzwakke scholen realiseren minder vaak een taakgerichte werksfeer dan gemiddelde rekenscholen (0,22) en rekensterke scholen (0,35). Op deze scholen leggen leraren minder duidelijk uit dan op de andere scholen (0,20 en 0,31).

actieve en zelfstandige rol van leerlingen

Op rekenzwakke scholen zijn leerlingen minder actief betrokken bij de onderwijsactiviteiten dan op rekensterke scholen (0,25).

zorg en begeleiding

De zorg op de rekenzwakke scholen is minder goed ontwikkeld. De zorg wordt minder planmatig uitgevoerd dan op rekensterke scholen (0,32) en de effecten van de zorg worden minder goed nagegaan (0,22).

opbrengstenontwikkeling

De verschillen voor de eindopbrengsten hangen samen met de definitie van rekenzwakke, gemiddelde en rekensterke scholen. De rekensterke en rekenzwakke scholen verschillen ook met betrekking tot de tussentijdse opbrengsten (0,49) en het doorlopen van de school binnen de verwachte periode van acht jaar (0,26).

onderwijstijd

Bij de 191 scholen is ook nagegaan of er een relatie is tussen de voor rekenen-wiskunde geplande onderwijstijd en de tussentijdse resultaten.

Scholen die in geen enkel leerjaar minder onderwijstijd hebben gepland dan gemiddeld, blijken significant hoger te scoren op de opbrengsten dan scholen die in minimaal een van de leerjaren minder onderwijstijd hebben gepland dan gemiddeld.

In figuur 5 wordt de gemiddelde onderwijstijd weergegeven voor scholen met onvoldoende tussentijdse opbrengsten en voor scholen met voldoende tussentijdse opbrengsten. Hierbij worden de verschillende leerjaren onderscheiden. Het valt op dat scholen die onvoldoende tussenopbrengsten laten zien, in de groepen 1 tot en met 4 ruim twintig minuten en in de groepen 5 tot en met 8 ruim dertig minuten per week minder onderwijstijd voor rekenen-wiskunde plannen dan het gemiddelde voor alle scholen. Ook is gekeken of er contextkenmerken zijn die een relatie laten zien met de rekenprestaties van scholen. Contextkenmerken zijn kenmerken die scholen niet direct kunnen beïnvloeden maar eerder een gegeven zijn. Bij de analyse zijn de volgende contextkenmerken betrokken: schoolgrootte, denominatie, regionale spreiding (provincie, de vier grote steden) en kenmerken van het lerarenteam (leeftijd, geslacht). Regressieanalyse laat één significant effect zien.

	gemiddelde geplande onderwijstijd	tussenopbrengsten onvoldoende	tussenopbrengsten voldoende
--	--------------------------------------	----------------------------------	--------------------------------

Groep 1	109	85	117
Groep 2	114	90	121
Groep 3	257	239	263
Groep 4	275	251	280
Groep 5	300	267	307
Groep 6	300	268	305
Groep 7	300	260	308
Groep 8	299	268	305

figuur 5: de gemiddelde geplande onderwijstijd voor rekenen-wiskunde (in minuten) van scholen met voldoende en onvoldoende tussentijdse resultaten per leerjaar.

Regionale verschillen blijken betekenisvol. In de provincies Friesland, Groningen, Drenthe en Flevoland bevinden zich relatief veel rekenzwakke scholen. In de provincies Noord-Brabant en Limburg zijn juist relatief veel rekensterke scholen.

4 discussie

In figuur 6 wordt weergegeven hoe de verdeling is tussen zwakke, gemiddelde en sterke scholen op het gebied van rekenen-wiskunde en taal. Het blijkt dat 23 procent van de scholen wordt beoordeeld als rekenzwak. Wanneer dit wordt vergeleken met de uitkomsten van het onderzoek naar de kwaliteit van het taalonderwijs (Inspectie van het Onderwijs, 2008b), valt op dat slechts 12 procent van de scholen als taalzwak is beoordeeld. Ook is er sprake van 27 procent rekensterke scholen, terwijl 18 procent van de scholen als taalsterk wordt beoordeeld.

Geconcludeerd kan worden dat de verschillen tussen scholen bij rekenen-wiskunde groter zijn dan bij taal.

	Rekenen	Taal
Categorie	Percentage scholen (aantal scholen)	Percentage scholen (aantal scholen)
1. zwak (% goed beantwoorde vragen twee of meer jaren meer dan een $\frac{1}{2}$ SD onder het landelijk gemiddelde van de schoolgroep)	23 (1.046)	12 (577)
2. gemiddeld (op verwachte niveau) (% goed beantwoorde vragen twee of meer jaren rond het landelijk gemiddelde van de schoolgroep)	50 (2.248)	70 (3.348)
3. sterk (% goed beantwoorde vragen twee of meer jaren meer dan een $\frac{1}{2}$ SD boven het landelijk gemiddelde van de schoolgroep)	27 (1.242)	18 (862)
Totaal aantal scholen	4.536	4.787

figuur 6: indeling scholen in drie categorieën: zwak, gemiddeld en sterk (2004-2006)

N = 4.178		Taal				Totaal
		0 jaar onvol- doende	1 jaar onvol- doende	2 jaar onvol- doende	3 jaar onvol- doende	
Reke- nen	0 jaar onvoldoende	43,5%	3,8%	0,3%	0	47,7%
	1 jaar onvoldoende	16,6%	10,1%	1,9%	0,3%	29,0%
	2 jaar onvoldoende	5,2%	5,9%	4,0%	0,6%	15,8%
	3 jaar onvoldoende	1,1%	2,3%	2,4%	1,7%	7,6%
Totaal		66,4%	22,2%	8,5%	2,6%	100%

figuur 7: percentage scholen dat een of meerdere jaren onvoldoende scoort voor rekenen-wiskunde en/of taal in de periode 2003-2004 en 2005-2006

De opbrengsten van scholen gedurende drie jaar (2003-2004 tot en met 2005-2006) vertonen bovendien voor rekenen-wiskunde en taal een aantal belangrijke verschillen. Het percentage scholen dat een van de drie jaar onder de ondergrens¹ van de schoolgroep scoort is bij rekenen hoger. Ook is het percentage scholen dat deze drie jaar geen enkele keer een onvoldoende had bij rekenen veel kleiner dan bij taal. Tegelijkertijd is er een relatief grotere groep scholen die langdurig zwak blijft (het percentage scholen dat drie jaar lang een onvoldoende heeft). Deze verschillen worden gepresenteerd in figuur 7. Uit de figuur blijkt bovendien dat 8,7 procent van de basisscholen zowel taal- als rekenzwak is. Dit gegeven is toch wel verontrustend te noemen.

Hieronder bediscussiëren wij twee mogelijke verklaringen voor de verschillen tussen rekenen-wiskunde en taal. De eerste is dat de vakdidactiek voor rekenen-wiskunde de laatste decennia andere ontwikkelingen heeft doorgemaakt dan die voor het taalonderwijs. In de eerste plaats is de vakdidactiek voor rekenen-wiskunde veranderd in de zin dat er andere accenten in het leerstofaanbod zijn gelegd. Zo is bijvoorbeeld de aandacht voor schattend rekenen toegenomen en ligt er minder nadruk op automatiseren en standaardprocedures. Ook worden rekenopgaven niet standaard aangeboden in formulevorm, maar wordt gebruikgemaakt van contexten. In de tweede plaats is de rol van de leraar sterk veranderd, omdat deze nu minder - passend bij het realistisch rekenen - geacht wordt kennis over te dragen via sturende instructie. Realistisch rekenen vraagt van leraren dat ze kennis van leerlingen inventariseren, deze kennis vervolgens via interactieve discussie ter discussie laten stellen en via reflectieve vragen de leerlingen tot inzicht in de efficiëntie en effectiviteit van hun procedure laten komen. Tot slot is er voor leerlingen veel veranderd: er wordt een actieve rol van ze verwacht, waarbij uitleg, luisteren en reflecteren belangrijke onderdelen zijn geworden.

Ofschoon de vakdidactische veranderingen nogal ingrijpend zijn, moet worden geconstateerd dat deze niet op alle basisscholen in dezelfde mate zijn doorgevoerd. Aanwijzingen hiervoor zijn de verschillen die de inspectie tussen scholen constateert in de mate waarin procesindicatoren worden gerealiseerd die samenhangen met didactiek. Zo zijn er relatief veel scholen die de indicator voor het aanleren van denk- en leerstrategieën en de indicator voor het geven van verantwoordelijkheid aan de leerlingen voor hun eigen leerproces als onvoldoende beoordeeld krijgen (Inspectie van het Onderwijs, 2008a, 2007a, 2006, 2005). Ook in wetenschappelijke publicaties wordt gewezen op een onderscheid tussen leraren die 'traditioneler' en 'realistischer' lesgeven (zie bijvoorbeeld Milo, 2003; Van den Heuvel-Panhuizen & Vermeer, 1999).

De tweede verklaring voor de verschillen tussen taal en rekenen-wiskunde betreft de aandacht die scholen zelf hebben voor de verbetering van hun taal- en reken-wiskundeonderwijs. Uit een analyse van schoolplannen voor de periode 2007-2011 blijkt dat scholen meer aandacht besteden aan verbeteractiviteiten op het gebied van taal dan aan verbeteractiviteiten op het gebied van rekenen-wiskunde. In een steekproef van de schoolplannen van vijftig basisscholen blijken gemiddeld 2,94 verbeteractiviteiten voor taal opgenomen, terwijl voor rekenen-wiskunde 0,86 verbeteractiviteiten zijn gevonden. Van de vijftig scholen

hadden er 41 meer verbeteractiviteiten gepland voor taal dan voor rekenen-wiskunde, terwijl dit andersom maar voor twee scholen het geval was. Hoewel vanwege het beperkte aantal schoolplannen dat is geanalyseerd, niet teveel waarde aan de uitkomsten mag worden gehecht, geven ze wel een signaal dat er minder aandacht voor de verbetering van reken-wiskundeonderwijs is.

Navraag bij twee onderwijsbegeleidingsdiensten bevestigt dat duidelijk meer uren door de scholen ingekocht worden voor taal dan voor rekenen-wiskunde (begeleidingsdienst A: 96 procent taal - 4 procent rekenen-wiskunde in 2006, 92 procent taal - 8 procent rekenen-wiskunde in 2007 en 78 procent taal - 22 procent rekenen wiskunde in 2008 en begeleidingsdienst B: 86 procent taal - 14 procent rekenen-wiskunde in 2006 en 92 procent taal - 8 procent rekenen-wiskunde in 2007). Ook hieruit kan worden afgeleid dat verbeteren van rekenen-wiskunde bij scholen een lagere prioriteit heeft (gehad) dan taal.

Overigens zijn het niet alleen de scholen zelf die meer aandacht hebben voor de verbetering van het taalonderwijs dan voor rekenen-wiskunde; ook het onderwijsbeleid en het onderwijsonderzoek hebben de laatste jaren meer belangstelling getoond voor de verbetering van het taalonderwijs dan van rekenen-wiskunde. Hierin is recent met het verschijnen van de Kwaliteitsagenda PO (Ministerie van OCW, 2007) verandering gekomen.

Dat de veranderingen in het reken-wiskundeonderwijs door scholen in verschillende mate zijn doorgevoerd, hangt mogelijk samen met het ontbreken van een eenduidige visie op wat goed rekenonderwijs nu eigenlijk inhoudt. Aan de ene kant worden kanttekeningen geplaatst bij de ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs. Zo worden aan de resultaten van nationaal (vergelijk Van der Schoot, 2008; Van Putten, 2008) en internationaal peilingsonderzoek (vergelijk Vos, 2008) kritische opmerkingen verbonden. De recentelijk verschenen TIMSS-studie (Gonzales, Williams, Jocelyn, Roey, Kastberg & Brenwald, 2008) wijst op een teruggang van Nederland ten opzichte van andere landen. In de rapportage van de Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen (2008) wordt gesteld dat 'rekenzwakke leerlingen juist meer baat hebben bij traditionele lesmethoden' (pag.112). In de bijlage bij het rapport 'Over de drempels met rekenen' (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen, 2008) stelt Harskamp:

Kinderen verschillende strategieën naar keuze door elkaar te laten gebruiken, zoals de realistische didactiek dat voorstaat, is niet aan te raden.
(pag.104).

Aan de andere kant wordt er door diverse betrokkenen gewezen op de positieve ontwikkelingen die de afgelopen decennia in het reken-wiskundeonderwijs hebben plaatsgevonden. Naast de eerdergenoemde onderzoeken van Buijs (2008) en Menne (2001) geldt dit bijvoorbeeld voor Klein (1998), die laat zien dat leerlingen positieve resultaten behalen met interactieve instructie aan de hand van de getallenlijn. Ook Gelderblom (2007, 2008) wijst op de meerwaarde van betekenisvolle contexten, het onder woorden brengen van gebruikte oplossingsprocedures en het gebruik van modellen.

Bovenstaande signalen wijzen op het belang van reflectie op wat goed reken-wiskundeon-

derwijs nu eigenlijk inhoudt. In navolging van Gelderblom (2007, 2008) en Van Putten (2008) pleit de inspectie voor meer *evidence-based* reken-wiskundeonderwijs. De discussies van de laatste tijd laten zien dat de huidige stand van zaken veel ruimte laat voor interpretatie van de ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs gedurende de laatste decennia.

Omdat er tot nu toe in Nederland weinig onderzoek is uitgevoerd naar de relatie tussen de kwaliteit van onderwijsprocessen en de kwaliteit van de opbrengsten, geeft het onderhavige onderzoek aanleiding tot het doen van vervolgonderzoek naar het reken-wiskundeonderwijs. Het onderzoek dat het Ministerie van OCW momenteel laat uitvoeren door de ‘Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen’ naar effectieve methoden en/of aanpakken is hier een mooi voorbeeld van. De inspectie hoopt hierdoor aan vervolgonderzoek naar bijvoorbeeld het automatiseren van basiskennis - dat in 2009-2010 uitgevoerd zal worden - ook een bijdrage te kunnen leveren.

noot

- 1 De ondergrens is gelijk aan een $\frac{1}{2}$ standaarddeviatie onder het landelijk gemiddelde van de schoolgroepen.

literatuur

- Buijs, K. (2008). *Leren vermenigvuldigen met meercijferige getallen*. Utrecht: Universiteit Utrecht.
- Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen (2008). *Tijd voor onderwijs. Eindrapport*. Den Haag: Sdu uitgevers.
- Craats, J. van de (2007). Waarom Daan en Sanne niet kunnen rekenen. *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 5(8), 132-136.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen. Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen. Onderdeel van de eindrapportage van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen.
- Gelderblom, G. (2007). *Effectief omgaan met verschillen in het rekenonderwijs*. Amersfoort: CPS.
- Gelderblom, G. (2008). *Effectief omgaan met zwakke rekenaars*. Amersfoort: CPS.
- HBO-raad (2007). Uitval onder eerstejaars pabostudenten gestegen met 7,5%. *Nieuwsbericht* 2-10-2007.
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004*. Arnhem: Cito (PPON-reeks nummer 32).
- Gonzales, P., T. Williams, L. Jocelyn, S. Roey, S., Kastberg & S. Brenwald (2008). *Highlights From TIMSS 2007: Mathematics and Science Achievement of U.S. Fourth- and Eighth-Grade Students in an International Context* (NCES 2009-001). Washington, DC: National Center for Education Statistics, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den & H. Vermeer (1999). *Versillen tussen meisjes en jongens bij het vak rekenen-wiskunde op de basisschool. Eindrapport MOOJ-onderzoek*. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Hickendorff, M., W.J. Heiser, C.M. van Putten & N.D. Verhelst (2009). Solution strategies and achievement in Dutch complex arithmetic: Latent variable modeling of change. Dit artikel wordt gepubliceerd in *Psychometrika*, 74(2). DOI: 10.1007/S11336-008-9074-Z (www.springerlink.com/content/j66j04535373562t/fulltext.pdf)

- Inspectie van het Onderwijs (2007). *De staat van het onderwijs. Onderwijsverslag 2005/2006*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Inspectie van het Onderwijs (2008a). *Basisvaardigheden rekenen-wiskunde in het basisonderwijs. Een onderzoek naar het niveau van rekenen-wiskunde in het basisonderwijs en naar verschillen tussen scholen met lage, gemiddelde en goede reken-wiskunderesultaten*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Inspectie van het Onderwijs (2008b). *Basisvaardigheden taal in het basisonderwijs. Een onderzoek naar het niveau van de taalvaardigheden in het basisonderwijs en naar verschillen tussen scholen met lage, gemiddelde en goede taalresultaten*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Klein, A.S. (1998). *Flexibilization of mental arithmetic strategies on a different knowledge base. The empty number in a realistic versus gradual program design*. Leiden: Universiteit Leiden (proefschrift).
- Kraemer, J.M., J. Janssen, F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans van het reken-wiskunde-onderwijs halverwege de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2003*. Arnhem: Cito (PPON-reeks nummer 31).
- Menne, J.J.M. (2001). *Met Sprongen Vooruit: Een productief oefenprogramma voor zwakke rekeners in het getalengebied tot 100*. Utrecht: Universiteit Utrecht (proefschrift).
- Milo, B.F. (2003). *Mathematics instruction for special-needs students. Effects of instructional variants in addition and subtraction up to 100*. Leiden: Universiteit Leiden (proefschrift).
- Ministerie van OCW (2007). *Scholen voor morgen. Samen op weg naar duurzame kwaliteit in het primair onderwijs*.
- Mullis, I.V.S., M.O. Martin, E.J. González & S.J. Chrostowski, (2004). *TIMSS 2003 International Mathematics Report: Findings From IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Eighth and Fourth Grades*. Chestnut Hill, MA: Boston College.
- Organisation for Economic Co-ordination and Development (2004). *Learning for tomorrow's world. First Results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- Organisation for Economic Co-ordination and Development (2007). *PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World*. Paris: OECD. Paris: OECD.
- Putten, C.M. van (2008). De onmiskenbare daling van het prestatiepeil bij de bewerkingen sinds 1987 - een reactie. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 27(1), 35-40.
- Ruijsenaars, A.J.J.M., J.E.H. van Luit & E.C.D.M. van Lieshout (2004). *Rekenproblemen en dyscalculie: theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Schoot, F. van der (2008). *Onderwijs op peil? Een samenvattend overzicht van 20 jaar PPON*. Arnhem: Cito.
- Timmermans, R. (2005). *Addition and subtraction strategies: assessment and instruction*. Nijmegen: Radboud Universiteit Nijmegen (proefschrift).
- Woodward, J., K. Monroe & J. Baxter (2001). Enhancing student achievement on performance assessments in mathematics. *Learning Disabilities Quarterly*, 24, 33-46.



Ontwikkeling van het protocol ERWD

Mieke van Groenestijn, Ceciel Borghouts & Christien Janssen
Projectteam ERWD

1 inleiding

In opdracht van het Ministerie van OCW werkt de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken/Wiskundeonderwijs (NVORWO) aan de ontwikkeling van een landelijk protocol voor preventie van rekenproblemen en het begeleiden van leerlingen met ernstige reken-wiskunde problemen en dyscalculie (Protocol ERWD). Het protocol is bedoeld voor leerlingen in primair en voortgezet onderwijs. Het project loopt van 1 maart 2008 tot 1 april 2010. Een team van deskundigen werkt aan de uitvoering van dit project. Het project is het vervolg op de publicatie 'Dyscalculie in discussie' (Dolk & Van Groenestijn, 2006) waarin experts hun visie geven op dyscalculie.

In 2008 verscheen het verslag van de eerste resonansconferentie in 'Dyscalculie in discussie, deel 2' (Van Groenestijn & Vedder, 2008) en in het tijdschrift 'Remediaal' (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2007).

Momenteel circuleren vele protocollen voor rekenproblemen en dyscalculie in Nederland, op basis waarvan al of niet dyscalculieverklaringen worden uitgereikt. Deze protocollen bieden vaak steun op regionaal niveau, maar in de landelijke praktijk is geen eenduidigheid over wanneer nu welke hulp moet worden geboden en wanneer er sprake kan zijn van dyscalculie. Wanneer kan er nu wel en wanneer niet een dyscalculieverklaring worden uitgereikt? Welke criteria bepalen dat er sprake is van dyscalculie? En wat dan? Effecten van geboden hulp zijn niet bekend. Over het diagnostisch proces en het daarbij gebruikte instrumentarium om de problematiek te analyseren en te verhelderen is eveneens geen eenduidigheid.

Een landelijk protocol moet deze situatie verbeteren. Er is behoefte aan een eenduidige procedure met heldere stappen op basis waarvan leraren en begeleiders in primair en voortgezet onderwijs beslissingen kunnen nemen. Ook moet duidelijk zijn wanneer en op grond waarvan een dyscalculieverklaring kan worden uitgereikt. Daarbij moet dan tevens worden beschreven welke stappen vervolgens worden genomen om de leerling zo goed mogelijk te begeleiden. Met dit landelijk protocol beogen wij reeds bestaande protocollen voor rekenproblemen en dyscalculie te stroomlijnen en de twijfels en verwarring rondom deze problematiek te verhelderen. Hiertoe stellen wij eerst enkele uitgangspunten en maken wij

keuzen uit bestaande theorieën en opvattingen over onderwijs, leren, leerproblemen en leerstoornissen met betrekking tot rekenen-wiskunde. De keuzen zijn bedoeld om te komen tot eenduidigheid van het handelen in de praktijk. Wij beschrijven procedures en stellen criteria voor professioneel handelen en daarbij gebruikte materialen. Ook bieden wij aanknopingspunten hoe geboden hulp kan worden geëvalueerd. Dit kan leiden tot *evidence-based* onderwijs.

2 doel van het protocol

Het protocol beoogt een leidraad te zijn voor:

- het ontwikkelen van goed reken-wiskundeonderwijs;
- het afstemmen van het onderwijs op de ontwikkeling van kinderen;
- het voorkomen van reken-wiskundeproblemen;
- het gericht begeleiden van leerlingen met reken-wiskundeproblemen en dyscalculie;
- het ontwikkelen van rekenbeleid;
- het ontwikkelen van zorgbeleid.

Het belangrijkste doel is het bieden van kansen aan kinderen om zich optimaal te kunnen ontplooiën op het gebied van rekenen-wiskunde. Daar waar kinderen problemen ervaren bij rekenen-wiskunde dient het onderwijs te worden afgestemd op de problematiek van de leerling: elke leerling een jas die past. Veel problemen kunnen worden voorkomen door te beginnen met goed onderwijs, vroegtijdig signaleren en adequaat handelen. Dit doet een groot beroep op met name leraren in de onderbouw van het primair onderwijs.

Het landelijk protocol ERWD wordt ontwikkeld in het kader van ‘Passend Onderwijs’. Dat betekent: alle kinderen onderwijs op maat, bij voorkeur binnen het reguliere onderwijs. ‘Passend Onderwijs’ gaat uit van goed georganiseerd groepsonderwijs met daarbinnen gerichte hulp voor kinderen die dat nodig hebben door bekwame leraren.

3 uitgangspunten

Bij het schrijven van het protocol hebben we ons laten leiden door een aantal uitgangspunten. Deze worden in dit artikel beschreven.

uitgangspunt 1: effectief omgaan met verschillen

Er zijn natuurlijke verschillen in ontwikkeling en leren tussen kinderen. Elk kind ontwikkelt zich globaal langs ongeveer dezelfde mijlpalen maar in eigen tempo en met verschil in diepgang en verfijning. In het huidige onderwijs wordt ons denken nog steeds sterk bepaald door het jaarklassensysteem en leerstoflijnen in methoden. Hierbij is de voortgang

van de gemiddelde leerling bepalend voor het tempo in het onderwijs. Hierdoor krijgen andere kinderen een voorsprong of een achterstand. Vervolgens richt het systeem zich op de leerlingen die achterblijven en worden allerlei pogingen ondernomen deze leerlingen weer op het tempo van de gemiddelde groep te krijgen. Op het moment dat de achterstand niet meer in te halen is, heeft het kind een probleem en haakt af. In het voortgezet onderwijs is de situatie vergelijkbaar. Ook daar bepalen jaarklassensysteem en methode het tempo. Beide zijn in het voortgezet onderwijs nog dwingender dan in het basisonderwijs.

Bij passend onderwijs wordt gepoogd de inhoud en de organisatie optimaal af te stemmen op de individuele onderwijsbehoeften van de leerling. Dat kan onder andere door:

- meer leertijd te creëren voor leerlingen die dat nodig hebben;
- de leerstof van de methode flexibeler af te stemmen op de onderwijsbehoeften van individuele leerlingen;
- instructie te differentiëren;
- alle leerlingen actief te betrekken door een passend gebruik van coöperatieve werkvormen;
- flexibeler om te gaan met groepsindelingen en jaarklassensysteem, met name in het voortgezet onderwijs.

uitgangspunt 2: het leren van rekenen-wiskunde is een actief proces dat verloopt van informeel naar formeel handelen

Jonge kinderen leren op basis van ervaringen en door informeel handelen. Naarmate kinderen ouder worden kunnen zij ook meer op voorstellings- en symbolisch niveau denken en handelen. Zij kunnen daarbij gebruikmaken van denkmodellen en leren werken met formele reken-wiskundige notaties en procedures. Kinderen leren door zich actief procedures en strategieën eigen te maken die ze begrijpen en waarvan ze merken dat ze effectief zijn. Op deze manier ontwikkelen zij reken-wiskundige kennis en vaardigheden. Zij zijn hierbij cognitief, emotioneel en sociaal betrokken.

Een professionele leraar kan leerlingen stimuleren om zelf actief te leren. Kinderen leren ook van strategieën die aan hen worden aangereikt en hoeven niet alles zelf te ontdekken. De leraar is in staat om koppelingen te maken tussen het informele leren van de leerling, het leren met behulp van denkmodellen en het formele leren. Juist het kunnen nemen van deze stappen en het schakelen tussen deze niveaus is cruciaal in het leerproces. Leerlingen leren daardoor zien dat het formele rekenen altijd iets te maken heeft met het informele rekenen uit het dagelijkse leven.

In het protocol gaan wij uit van handelingstheorie en van probleemoplossend leren als middelen om het leren van leerlingen te stimuleren, te observeren en te analyseren. Dit biedt aanknopingspunten voor het voorkomen van reken-wiskundeproblemen en voor het begeleiden van leerlingen met reken-wiskundeproblemen. Voorbeelden hiervan worden beschreven in het protocol.

uitgangspunt 3: het leren van rekenen-wiskunde is een interactief pro-

ces tussen leerlingen en leraren waarbij het omgaan met getallen centraal staat. De leraar heeft hierbij een cruciale rol

Bij het leren van rekenen-wiskunde spelen vier factoren een rol: de leerling, de leraar, de leerstof en de methode. De leerling is de actief lerende persoon. De leerstof is meestal uitgewerkt in een leerstoflijn en wordt aangeboden via een methode. Methode-ontwikkelaars maken keuzen in grootte en volgorde van de stappen en voor de werkwijze. Zij bepalen op basis van hun visie welke instructie wordt geboden en bieden oefenstof aan. De leraar is de professionele bemiddelaar tussen leerling, leerstof en methode. Daar waar een leerling de stappen en werkwijze in een methode goed begrijpt en kan volgen, geeft het leren meestal geen of weinig problemen. Daar waar de methode niet goed is afgestemd op de leerling of helemaal niet past bij de leerling, zal de leraar moeten ingrijpen en de methode moeten afstemmen op de ontwikkeling van de leerling. Daarvoor is het noodzakelijk dat de leraar methodeoverstijgend kan denken en werken. Hij kent de leerstof en kan alternatieve stappen, werkvormen en oefenvormen bedenken om passend onderwijs te kunnen bieden aan de leerling en om leerlingen op elkaar te betrekken. Daarbij zal de leraar altijd rekening moeten houden met de individuele mogelijkheden van de leerling. Dit doet een groot beroep op de professionaliteit van de leraar.

uitgangspunt 4: het doel van goed reken-wiskundeonderwijs is functionele gecijferdheid

Functionele gecijferdheid is meer dan technische rekenvaardigheid. Het gaat om probleemoplossend kunnen werken en het kunnen gebruiken van reken-wiskundige kennis en vaardigheden uit het dagelijks leven. Technische rekenvaardigheid vormt daar een onderdeel van. Bij reken-wiskundeproblemen is het dan ook nodig om breder te kijken dan alleen naar het ontwikkelen van technische rekenvaardigheid en het automatiseren en memoriseren daarvan. Het reken-wiskundeonderwijs heeft als taak om vooral bruikbare kennis en vaardigheden te ontwikkelen voor het heden en voor de toekomst. Daarnaast is het van belang dat kinderen kennis en vaardigheden opdoen om hun opleiding te vervolgen. Ook het leren waarderen van het vak rekenen-wiskunde als basis voor verdere ontwikkelingen in de maatschappij is van belang.

uitgangspunt 5: leerproblemen zijn afstemmingsproblemen van de leerstoflijn op de ontwikkelingslijn van de individuele leerling. Er kan sprake zijn van *leerstoornissen* bij aantoonbare neuro-biologische afwijkingen bij leerlingen met een IQ van 70 of hoger en als *leerbaarheid* een rol speelt

Leerproblemen, onder andere (ernstige) reken-wiskundeproblemen, zijn in feite ‘afstemmingsproblemen’ van de leerstoflijn op het eigenlijke leren en het tempo van de individuele leerling. De leraar is verantwoordelijk voor de afstemming van de leerstoflijn van de methode en het leren van de leerling. Problemen worden vaak pas (h)erkend op het formele niveau van benoemen en analyseren van getallen, inzicht in de structuur van getallen en bij het uitvoeren van de basisbewerkingen tellen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en

delen. Het is echter ook mogelijk dat leerlingen op het formele niveau goede antwoorden geven en toch problemen ervaren in de onderliggende niveaus. In beide situaties is het van belang om alle niveaus in kaart te brengen. Hoe handelt de leerling op informeel niveau? Kan hij de koppeling maken tussen het informele handelen en het formele rekenen?

De effectiviteit van de afstemming is afhankelijk van de professionaliteit van de leraar. Hoe goed kan de leraar de leerstof in de methode afstemmen op de wijze van leren en het tempo van de leerling? Kan de leraar de leerling voldoende uitdagen? Kan de leraar door middel van het stellen van vragen en het voeren van rekengesprekken met (individuele) leerlingen bepalen wat de onderwijsbehoefte is van de leerlingen (diagnosticerend onderwijzen)? Kan de leraar hiermee een negatieve spiraal doorbreken of misschien zelfs voorkomen? Vroegtijdige signalering van problemen is hierbij van cruciaal belang. Naarmate de leraar beter in staat is instructie, leerstof en tempo af te stemmen op de ontwikkeling van individuele leerlingen, kunnen leerproblemen worden voorkomen of beperkt. De leraar overlegt hierbij met de interne begeleider en/of remedial teacher. Factoren die leerproblemen kunnen veroorzaken zijn te vinden in zowel het onderwijs als in het kind, maar met een juiste afstemming kunnen deze worden geminimaliseerd of zelfs verholpen. Er zijn wel grenzen aan de afstemming. Als na aantoonbare inspanning van de leraar en de interne begeleider de verschillen tussen de leerling en de groep toch te groot worden, of als er sprake is van ernstige problemen die niet meer op groepsniveau kunnen worden verholpen, spreken we van ernstige reken-wiskundeproblemen en is externe hulp van experts noodzakelijk.

Bij leerstoornissen, onder andere dyscalculie, hebben we hoofdzakelijk te maken met specifiek belemmerende kindfactoren. Leerstoornissen worden ons inziens vastgesteld op basis van aantoonbare neuro-biologische verschijnselen of op basis van leerbaarheid. Een achterstand van twee jaar of meer en didactische resistentie zijn onvoldoende indicatie om een leerstoornis vast te stellen. Ook het feit dat kinderen onvoldoende automatiseren wil nog niet direct zeggen dat er sprake is van leerstoornissen. Oefenen en automatiseren kan op verschillende manieren. Bij leerlingen waarbij het automatiseren problemen geeft, bijvoorbeeld bij het leren van de tafels, kan gezocht worden naar andere manieren van oefenen en automatiseren.

Leerbaarheid kan wel aanknopingspunten bieden voor het onderkennen van leerstoornissen en is gebaseerd op kindkenmerken. Er zijn kindkenmerken die het leren bevorderen, maar er zijn er ook die het leren kunnen belemmeren. In bepaalde omstandigheden kunnen deze tot specifieke problemen leiden. Soms kan het leren hierdoor zelfs stagneren. In veel situaties kunnen echter, met een juiste begeleiding en met behulp van specifieke programma's, toch alternatieve routes worden uitgelijnd waardoor kinderen weer wel gaan leren. Juist bij deze leerlingen speelt de professionele leraar een belangrijke rol. Vroegtijdig ingrijpen kan erger voorkomen en zorgvuldig uitgelijnde, alternatieve routes kunnen weer kansen bieden.

Onderzoek naar dyscalculie heeft voorsnog weinig duidelijkheid opgeleverd. Evenals bij

dyslexie gaat men in het onderwijs uit van een beschrijvende definiëring op basis van verschijnselen (Ruijsenaars, Van Luit & Van Lieshout, 2004). De verschijnselen zijn met name hardnekkige problemen bij het formele rekenen, bij het automatiseren van basisvaardigheden, zoals optellen, aftrekken, splitsen tot 10, 20 en tot 100 en bij het automatiseren en memoriseren van de tafels. Hierbij speelt het geheugen een belangrijke rol. Men denkt dan ook dat het opslaan van informatie in het geheugen een belangrijke factor is bij zowel dyslexie als dyscalculie. Binnen het onderwijs wordt het automatiseren en memoriseren echter nog altijd op vrij traditionele manier uitgevoerd, denk bijvoorbeeld aan het oefenen, automatiseren en memoriseren van de tafels. Er is nog weinig kennis over alternatieve manieren van oefenen, automatiseren en memoriseren. Er is ook weinig bekend over effecten van geboden hulp in de sector remedial teaching. Daarnaast komen vanuit de neuropsychologische wetenschap tegenstrijdige berichten over de ontwikkeling van de hersenen. Van de ene kant zoekt men naar aantoonbare afwijkingen die de oorzaak kunnen zijn van dyscalculie (zie onder andere Van Loosbroek, 2006; Dehaene et al., 2004; Butterworth, 1999), van de andere kant heeft men aangetoond dat het brein erg flexibel is en zich gedurende de eerste twintig levensjaren op verschillende manieren kan ontwikkelen, afhankelijk van omgevingsfactoren en van de geboden stimuli (Jolles et al., 2005; Sitskoorn, 2006). Dat betekent dat als jonge kinderen de juiste stimuli aangeboden krijgen zij niet per definitie dyscalculie hoeven te ontwikkelen. Bijvoorbeeld: in het onderwijs zijn wij gewend om in VVE en vanaf groep 1 veel taal- en telspelletjes en rekenversjes op auditiële wijze aan te leren. Kinderen die auditief zwak zijn hebben daarnaast echter juist veel visuele stimuli nodig, zoals het koppelen van rekenliedjes aan concrete handelingen met (telbare) voorwerpen en het oefenen met visuele structuren.

Tot op heden is er geen overeenstemming over welke specifieke kindfactoren belemmend zijn voor de reken-wiskundige ontwikkeling. Daarom is dyscalculie op dit moment niet eenduidig vast te stellen. De huidige onderzoeken en onderzoeksmiddelen bieden beperkte aanknopingspunten. Het is mogelijk dat er zich in de nabije toekomst op dit gebied nieuwe ontwikkelingen voordoen.

Voor dit landelijk protocol hebben wij gekozen voor een twee-fasenplan. Leerlingen, waarbij de afstemming is vastgelopen of vast dreigt te lopen, na aantoonbare deskundige inzet van de school volgens de richtlijnen in het protocol, komen in aanmerking voor extern onderzoek. Daarbij wacht men niet totdat de leerling twee jaar achterstand heeft opgelopen. Zodra problemen zichtbaar worden heeft de school de taak direct in te grijpen in het leerproces. Dit is niet alleen de verantwoordelijkheid van de toevallige groepsleraar. De groepsleraar heeft wel de taak nauwkeurig de ontwikkeling van elke leerling te volgen, te analyseren en eventuele problemen direct te melden, zodat tijdig deskundige hulp kan worden geboden.

Bij extern onderzoek wordt onderzocht welke problemen er zijn. Hiervan wordt een inhoudelijk verslag geschreven met advies voor begeleiding. Criteria hiervoor worden beschreven in het protocol.

In eerste instantie kan de leerling in aanmerking komen voor een ERW-verklaring. Dit geeft

recht op extra facilitering gedurende twee jaar. De school draagt de verantwoordelijkheid om het begeleidingsadvies optimaal uit te voeren. Blijkt vervolgens na twee jaar dat de leerling weinig vorderingen maakt en dat de problemen nog steeds erg hardnekkig zijn, dan komt de leerling in aanmerking voor een ERW/D-verklaring, waarin wordt vermeld dat er een vermoeden van dyscalculie aanwezig is. Deze verklaring is geldig gedurende de schoolloopbaan. Faciliteiten worden in het protocol beschreven.

uitgangspunt 6: het landelijk protocol is een transparant document dat richtlijnen en adviezen biedt voor het handelen in de praktijk van het reken-wiskundeonderwijs bij het ontwerpen van leerprocessen en bij gerichte begeleiding van leerlingen waarbij het leren van rekenen-wiskunde niet optimaal verloopt of zelfs stagneert

Kenmerken van het protocol zijn:

- een heldere transparante leidraad voor handelen in de praktijk;
- stimuleren van goed onderwijs;
- richtlijnen en adviezen voor gerichte begeleiding van leerlingen in de school;
- richtlijnen en adviezen voor gerichte begeleiding door externe hulpverleners;
- passend in het kader van passend onderwijs.

Het landelijk protocol sluit aan bij de ontwikkelingen naar leerstandaarden en doorlopende leerlijnen, zoals geformuleerd door de commissie Meijerink. Dit betekent dat wij streven naar een hoger percentage leerlingen dat op een hoger niveau het primair onderwijs verlaat en daardoor beter kan presteren in het voortgezet onderwijs. Ook betekent het dat wij ervan uitgaan dat in het voortgezet onderwijs systematisch aandacht wordt besteed aan het verder ontwikkelen, oefenen en consolideren van rekenkennis en rekenvaardigheden en het toegepast rekenen in andere vakken naast het huidige programma voor wiskunde. Met name in de vakoverstijgende leergebieden is expliciete aandacht voor rekenen, en ook voor taal, zeer gewenst. Dit kan worden bereikt door intensieve aandacht voor het ontwikkelen van goede leerprocessen op groepsniveau, de bijbehorende professionaliteit van de leraar en het zoeken naar effectieve werkvormen, met name voor zwakkere leerlingen.

Daarnaast pleiten wij voor het ontwikkelen van rekenbeleid in de scholen en voor teamdeskundigheid, zowel in primair als in voortgezet onderwijs. Het landelijk protocol biedt daarvoor aanknopingspunten. Tevens sluiten wij ons aan bij de ontwikkelingen omtrent de ‘1-zorgroute’, die leiden tot eenduidige stappen als specifieke zorg voor leerlingen is gewenst. Dit is met name voor ouders een gewenste ontwikkeling.

Het landelijk protocol biedt mogelijkheden het reken-wiskundeonderwijs kwalitatief te verbeteren. Het rendement van het onderwijs moet omhoog. Er stromen nog steeds teveel kinderen uit op een te laag niveau.

Preventie van rekenproblemen begint bij goed onderwijs en bij het volgen van de ontwikkeling van kinderen vanaf de kleuterleeftijd. Hoe eerder signalen worden opgepakt voor mogelijke problemen, des te sneller kan worden ingegrepen. Dit doet een groot beroep op de professionaliteit van leraren in de onderbouw van het primair onderwijs. Meestal is in het eerste halfjaar van groep 3 al duidelijk welke leerlingen moeite hebben of problemen kunnen gaan krijgen met rekenen. Snel en adequaat handelen is dan noodzaak om grotere problemen te voorkomen.

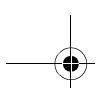
Met het ontwikkelen van het landelijk protocol voor het begeleiden van leerlingen met ernstige reken-wiskunde problemen en dyscalculie (Protocol ERWD) streven wij naar:

- ontwikkeling van goed reken-wiskundeonderwijs;
- minder uitval van leerlingen bij rekenen-wiskunde;
- meer aandacht voor de professionaliteit van leraren;
- meer teamdeskundigheid;
- rekenbeleid in primair en voortgezet onderwijs;
- zorgbeleid, dat wil zeggen uitgelijnde zorg en gerichte begeleiding voor leerlingen die dat nodig hebben;
- ondersteuning van ouders.

Onze speciale aandacht gaat uit naar leerlingen die veel problemen ondervinden bij het leren van rekenen-wiskunde. Met name voor hen hopen wij goede procedures te beschrijven waardoor zij beter kunnen presteren en plezier hebben in het leren van rekenen-wiskunde. Op deze wijze hopen wij dat meer kinderen hun dromen kunnen verwezenlijken.

literatuur

- Butterworth, B. (1999). *What counts, How Every Brain is Hardwired for Math*. New York: The Free Press.
- Dehaene, S., N. Molko, L. Cohen & A. Wilson (2004). Arithmetic and the Brain, *Current. Opinion in Neurobiology*, 14, 218-224 (pdf).
- Dolk, M. & M. van Groenestijn (red) (2006). *Dyscalculie in discussie*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Groenestijn, M. van & J. Vedder (red). (2008). *Dyscalculie in discussie, deel 2*. Assen: Koninklijke Van Gorcum.
- Groenestijn, M. van, C. Borghouts & C. Janssen. (2007). Verslag werkconferentie 'Ernstige rekenproblemen en dyscalculie' (5 juni 2007). *Remediaal, tijdschrift voor leer- en gedragsproblemen in het vo/bve* 7(6), 24-26.
- Jolles, J., R. de Groot, J. van Benthem, H. Dekkers, C. de Gloppe, H. Uijlings & A. Wolff-Albers (2005). *Leer het brein kennen. Over een 'New Learning Science' op het kruispunt van neurowetenschap, cognitiewetenschap en onderwijswetenschap: resultaat van een invitational conference georganiseerd door NWO op 5 februari 2004*.
- Paternotte, A. (2006). Echt passend onderwijs. Met nieuwe kennis en inzichten uit de hersenwetenschap (interview met hoogleraar Jelle Jolles). *Balans Magazine*, september 2006.
- Ruijsenaars, A.J.J.M., J.E.H. van Luit & E.C.D.M. van Lieshout (2004). *Rekenproblemen en Dyscalculie. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Sitskoorn, M. (2006). *Leer het brein kennen*. Amsterdam: Bert Bakker.



Zonder verleden geen toekomst

Ed de Moor
Panama/NVORWO

1 inleiding

Je kunt de staartdeling niet goed uitleggen als je die zelf niet vlot kunt uitvoeren, als je niet begrijpt hoe dat algoritme in elkaar zit, als je niet weet hoe delen samenhangt met de andere bewerkingen en welke verschijningsvormen er van die operatie bestaan. Een goede leraar - in ieder geval een opleider van leraren- dient mijns inziens ook iets van de historie van de ontstaanswijze van de staartdeling te weten. Wie een vak onderwijst dient boven de stof te staan. Niet alleen moet de leraar de inhoud en de technieken beheersen, hij of zij moet tevens over een behoorlijk didactisch repertoire beschikken en ook in die zin boven de stof staan. Om te kunnen deelnemen aan een discussie of de staartdeling in verband met de huidige maatschappelijke veranderingen nog onderwezen zou moeten worden en zo ja, op welke wijze, is het van belang dat men enig inzicht heeft in de historische ontwikkeling van ons rekenonderwijs. Dat is de reden dat ik op de Panama-conferentie van 2009 een kort overzicht van die ontwikkelingen in Nederland heb gegeven. Enkele mijlpalen daarvan uit de negentiende en twintigste eeuw zet ik in dit artikel nog eens globaal op een rij.

2 historische ontwikkeling rekenonderwijs

de periode 1800 -1875

Dit is de tijd van de 'Verlichting'. Nederland is het eerste land dat een onderwijswet (Van der Palm, 1801) invoert. Interessant is dat de overheid zich daarbij expliciet met de inrichting en doelen van het onderwijs gaat bezighouden. Zo wordt het klassikaal onderwijs verplicht gesteld en komt er een inspectie die dit gaat controleren. Er wordt een eerste leerplan opgesteld, waarin ook rekenen als vak van onderwijs wordt opgenomen. De overheid stelt zelfs een boekenlijst samen (Boekholt & De Booy, 1987). Zo verschijnen ook de eerste rekenboekjes voor de lagere school. Onder invloed van het denken en doen van de Zwitserse pedagoog Pestalozzi wordt aanschouwelijkheid het leidende principe van de didactiek, toen de 'methodiek van mededelen' genoemd. Het doel van het onderwijs was de verstandelijke ontwikkeling van het jonge kind, alsmede opvoeding tot een goed burger door middel van het bijbrengen van de christelijke waarden en normen. Deelname aan het onderwijs nam wel toe, maar bleef nog gering; ongeveer 50 procent rond 1870. Toonaangevende onderwijsmannen als Prinsen, Rijkens en Brugsma leverden belangrijke bijdragen

Ed de Moor

aan zowel de pedagogiek, alsook specifiek aan het rekenonderwijs en de zogenaamde vormleer, een soort meetkunde. Het rekenpeil was, voorzover valt na te gaan, laag. Er lag een fikse nadruk op het schriftelijke cijferen. Het hoofdrekenen had een aparte status, kende nog nauwelijks een didactische vorm en werd vooral aanbevolen als training van het geheugen. Het rekenen was weinig praktisch en had vooral de vormende waarde als algemeen doel. Rond 1875 werden vooral de rekenboekjes van Hemkes veel gebruikt (Leen, 1961) (fig.1).

H E M K E S'		
VIJF CENTS REKENBOEKJES:		
I. Eerste Rekenb.	<i>De hoofdr. in geheele getallen . f</i>	0-05.
II. Tweede dito,	<i>De hoofdr. in tiendeelige breuken .</i>	0-05.
III. Derde dito,	<i>Munten, malen en gewigten . . .</i>	0-05.
IV. Vierde dito,	<i>Regel van drieën</i>	0-05.
V. Vijfde dito,	<i>Gewone breuken</i>	0-05.
VI. Zesde dito,	<i>Uitbreiding v. den regel v. drieën .</i>	0-05.
VII. Zevende dito,	<i>Verdere uitbreiding en toepassing' van den regel van drieën . . .</i>	0-05.
VIII. Achtste dito,	<i>Herhaling en uitbreiding</i>	0-05.
ANTWOORDEN op de Acht Rekenb. in één stukje à		

figuur 1: een hele rekenmethode voor veertig cent

de periode 1875-1920

Door de industriële revolutie verandert de maatschappij. Ook het onderwijs wordt daarvoor beïnvloed. De deelname aan het onderwijs groeit tot zo'n 90 procent. Er komen nieuwe onderwijswetten en schoolplicht. Het aantal kweek- en normaalscholen groeit en de kwaliteit van de opleiding neemt toe. Het rekenen krijgt een meer toepassingsgericht karakter en er wordt in die tijd ook wel enige meetkunde gedaan. Het is Jan Versluys (fig.2), die met een aantal geschriften de basis legt voor het ontstaan van een serieuze didactiek voor rekenen-wiskunde. De belangrijkste didactische principes van Versluys zijn: heuristische werkwijze (geleide heruitvinding), aanschouwelijkheid, beperking van de leerstof, inzichtelijkheid, belang van zinvol oefenen. Zeer belangrijk achtte hij ook het inzichtelijke hoofdrekenen (Versluys, 1875).

Versluys heeft talrijke navolgers gehad. Hij putte zijn ideeën uit zowel de Franse als de Duitse scholen, maar stond ook onder invloed van de Engelse ontwikkelingen op het

gebied van de filosofie (John Stuart Mill) (De Moor, 1994).



figuur 2: Jan Versluys (1845-1920), invloedrijk reken- en wiskundendidacticus

Op het Nederlands rekenonderwijs hadden vooral de Duitsers Grube en Diesterweg invloed, terwijl voor de algemene methode van onderwijs met name Herbart werd nagevolgd. De meest vooruitstrevende ideeën over de opvoeding en het schoolwezen vinden we in de Reformpedagogiek, welke beweging zich aan het eind van de negentiende eeuw manifesteerde. Vrijwel alle pedagogen en rekendidactici blijven hameren op het belang van inzichtelijk onderwijs, aanschouwing, hoofdrekenen, praktische toepassingen en op beperking van gekunstelde denksommen (Leen, 1961). Men kan in de negentiende eeuw al voorbeelden vinden van wat tegenwoordig kolomsgewijs rekenen wordt genoemd. Het algemene doel voor rekenen verschuift van de vormende naar de praktische waarde. Hoewel Theo Thijssen niet erg van didactiek houdt, pleit hij wel voor bij de kinderen passend rekenonderwijs. Bouman en Van Zelm (1918) keren zich in hun theoretische opvattingen, gebaseerd op de filosofie van Bolland, af van het principe ‘van concreet naar abstract’ en willen getallen als ‘logische denkbareheden’ zien en behandelen (Treffers, 1985). Deze zienswijze is echter niet in overeenstemming met hun rekenboekjes, die een mechanistische rekenaanpak vertonen. Hun methode heeft jarenlang een grote verspreiding gehad, waarschijnlijk vanwege de sommetjes per soort, waardoor een didactiek van ‘voordoen en nadoen’ in de hand werd gewerkt. Internationaal ontstaat er zowel in de sociale wetenschappen als bij de beroepswiskundigen interesse voor didactiek van de wiskunde en het rekenen.

de periode 1920-1960

In Duitsland ontstaat de denkpsychologie, die ook in Nederland navolgers krijgt, zoals Phi-

lip Kohnstamm. Er zijn veel klachten over de slechte rekenvaardigheid van leerlingen in de eerste klassen van het vervolgonderwijs. Kohnstamm en zijn medewerkers van het Nutsseminarium doen onderzoek en publiceren over de aansluitingsproblematiek tussen het lager en middelbaar onderwijs (Veen & Kohnstamm, 1928). Kohnstamm pleit voor een rekenonderwijs dat de kinderen analytisch leert denken en beveelt lees-rekenopgaven aan in plaats van de stereotype denksommen. Er komt nu ook meer aandacht voor de ontwikkelingen in Groot Brittannië en de Verenigde Staten, waar Dewey dezelfde ideeën blijkt te hebben als Ligthart in Nederland.



figuur 3: P.A. Diels (1879-1938), auteur van 'Fundamenteel Rekenen'

Kohnstamm en Diels (fig.3) bezoeken Engeland waar Ballard aan een praktisch toegepast eenvoudig rekenonderwijs werkt. Diels schrijft daarna samen met Nauta de methode 'Fundamenteel Rekenen', die gebaseerd is op dat werk van Ballard. Hierin wordt grote aandacht besteed aan het hoofdrekenen (De Moor, 2005).

De psychologen Revesz en Luning Prak komen in die jaren met *scholastic tests*: korte inzichtelijke testvragen. Bovendien wijst Prak in verband met de aansluiting op het belang

van IQ-tests.



figuur 4: frater Sigebertus Rombouts alias Govert Grazer (1883-1962)

Ene Kellinga (frater Reijnders) wil sterke vereenvoudiging en vooral praktisch rekenonderwijs, wat tot de methode 'Noodig Rekenen' leidt. Ook Govert Grazer (frater Rombouts) (fig.4) houdt een krachtig pleidooi voor drastische veranderingen: hij wil geen vakmatig-logische opbouw, maar aansluiten bij de psychologische ontwikkeling van het kind (Grazer, z.j.; De Moor, 2008b). Na de oorlog geeft hij deze ideeën vorm in de methode 'Geef Acht'. De Wiskunde Werkgroep van mevrouw Ehrenfest, die zich voornamelijk met het voortgezet onderwijs bezighield, mengt zich vanaf de jaren dertig ook in deze discussie. In 1940 gaat circa 5 procent van de leerlingen naar het Voorbereidend Hoger en Middelbaar Onderwijs (VHMO). Slechts de helft daarvan haalt het eindexamen.

Enkele onderzoeken uit die tijd laten zien dat de rekenvaardigheid van de kinderen op het VHMO zeer slecht is. Na de oorlog gebeurt er niet veel aan de inhoud van het rekenonderwijs. Wel ontstaat behoefte aan zelfstandig werken. Dit komt tot uiting in rekenmethoden als 'Naar Aanleg en Tempo' en 'Naar Zelfstandig Rekenen'. Andere titels uit de jaren vijftig zijn 'De Grondslag', 'Ik Reken', 'Uitkomst' en 'Boeiend Rekenen'. Er wordt wat minder nadruk gelegd op het hoofdrekenen, behalve in de methode 'Functioneel Rekenen', waar dit onderdeel juist tot de kern van het rekenonderwijs verheven wordt.

de periode 1960-1970

Er is een toenemende vraag naar differentiatie en individualisering van het rekenonderwijs. Dit krijgt met name gestalte in de methode 'Niveau Cursus Rekenen', waardoor de leraar meer de rol van controleur dan van explicateur krijgt. Hierdoor raakt vooral het hoofdrekenen op de achtergrond. Internationaal komt de zogenoemde *New Math* beweging op.

Ed de Moor

Hierin wil men van abstract naar concreet en van meet af aan met verzamelingen en logica werken. Het is een zuiver wiskundige aanpak, waarbij het praktische getalbegrip en het vaardig rekenen worden verwaarloosd. Aanvankelijk bestond ook in Nederland voor deze ontwikkeling enige belangstelling, vooral in het voortgezet onderwijs. Er zijn zelfs enige basisschoolmethoden in deze trant verschenen (Treffers, 1985). Via de eerste Wiskobas-conferenties (Wiskunde Op de Basisschool) is deze zogenaamde moderne wiskunde op de basisschool tegengehouden. Dat is te danken aan Wijdeveld, Goffree en Treffers, die de bekende Wiskobas-beweging in gang hebben gezet. Dat nu resulteerde in 1971 weer tot de oprichting van het Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (IOWO), thans het Freudenthal Instituut. Freudenthal werd de eerste hoogleraar-directeur van het IOWO. Hij draagt het werk, dat zich met het wiskundeonderwijs van vier- tot achttienjarigen bezighield, internationaal uit. In die tijd wordt door de inspanningen van A.D de Groot het Centraal Instituut Toets Ontwikkeling (Cito) opgericht (De Moor, 2008a).

de periode 1970-1980

Leerplanontwikkeling, opleiding, heroriëntering (nascholing) en onderzoek van het rekenonderwijs worden met groot enthousiasme door het Wiskobas-team (fig.5) van het IOWO ter hand genomen.

Van meet af aan wordt het onderwijsveld daarbij betrokken. Elk jaar zijn er meerdere conferenties en cursussen voor docenten aan pedagogische academies, schoolbegeleiders, onderzoekers, inspectie en leraren. De nascholingsbehoefte bij de basisscholen is echter niet erg groot. Het uitgangspunt was om geen ondoordachte veranderingen in het rekenonderwijs aan te brengen, maar eerst experimenten in de praktijk uit te voeren. Daaruit ontstaat een enorme hoeveelheid aan materialen, zowel inhoudelijk als didactisch van aard. In het begin van de jaren zeventig is het sleutelwoord verlevendiging van het rekenonderwijs door middel van onderwijs-TV-producties, Wiskobas-bulletins en bijvoorbeeld de 'KIEN'-rekenboeken van Ger Jansen. Er blijft aandacht voor hoofdrekenen, maar in vernieuwde stijl: niet uit maar mèt het hoofd (Scholten, Nieland & De Moor).



figuur 5: Wiskobasteam anno 1974: van links naar rechts: Edu Wijdeveld, Louis Gilissen († 1990), Fred Goffree, Henk Meijer, Jan van den Brink, Ed de Moor, Ineke Hoozeveen, Adri Treffers, Johan van Bruggen, Hans Freudenthal († 1990), Huub Jansen, Rob de Jong, Hans ter Heege, Leen Streefland († 1998) (niet op de foto: Betty Heijman & Ada Ritzer)

Treffers onderzoekt en beschrijft de verschillende stromingen en opvattingen in het rekenonderwijs en publiceert een fundamenteel proefschrift (1978) over de doelstellingen voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, later het realistisch reken-wiskundeonderwijs genoemd. In die jaren wordt ook onderzoek gedaan naar mogelijke verbeteringen van het cijferen. Dit leidt tot een alternatieve aanpak, het zogenoemde kolomsgewijze rekenen.

Publicaties van het Wiskobas-werk krijgen grote invloed op nieuwe reken-wiskundemethoden. Aan het eind van de jaren zeventig worden alle reken-wiskundemethoden geanalyseerd (Wiskobas-team, 1980). De opkomst van de computer heeft dan nog weinig invloed op de basisschool. Het gebruik van de rekenmachine wordt onderzocht, maar vooralsnog ontraden voor de basisschool. Aan het eind van de jaren zeventig wordt de Stichting Leerplan Ontwikkeling (SLO) opgericht, waardoor het werk van het IOWO sterk beknot wordt.

de periode 1980-1990

Panama (PA(bo) NAScholing Mathematische Activiteiten) wordt opgericht. Dit project geeft vervolg aan oude Wiskobas-activiteiten en start ook nieuwe activiteiten in samenwerking met de vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en Onderwijs Computercentrum (OW&OC), de opvolger van IOWO, het latere Freudenthal Instituut, Cito, SLO, de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) en andere instanties en personen. Het tijdschrift 'Panama-Post' met praktische en wetenschappelijke artikelen over het rekenonderwijs verschijnt. Elk jaar vond - en vindt ook nu nog - de grote Panama-conferentie te Noordwijkerhout plaats. Met de oprichting van de NVORWO ontstaat een officiële vereniging van reken-wiskundendidactici. Deze vereniging geeft thans het tijdschrift 'Volgens Bartjens...' (voorheen 'Willem Bartjens') uit.

Er volgen in de jaren tachtig nadere onderzoeken over cijferen. Ook verschijnen er realistische reken-wiskundemethoden op de markt. Reken-wiskundemethoden worden weer geanalyseerd (De Jong e.a., 1984; Feijs e.a., 1987). Ook verschijnt het proefschrift 'Wiskobas in methoden' van R. de Jong (1986). Op de pabo worden hoofdzakelijk de 'Wiskunde & Didactiek'-boeken van Goffree (1982, 1983, 1985) gebruikt.

Er is in die jaren een enorme terugloop van studenten aan de pabo, waardoor veel bevoegde reken-wiskundedocenten worden ontslagen. Waarschuwingen van de NVORWO aan de inspectie en de politiek over het niveau van de pabo worden niet gehoord. De politiek en de overheid zetten het plan voor een nieuwe basisschool (vier tot twaalf jaar) door. Ook de opleiding wordt hieraan gekoppeld door samenvoeging van de oude Kleuter Opleidingscholen (KLOS) en de toenmalige Pedagogische Academies. Pogingen van Panama en de NVORWO om een landelijke bijscholing rekenen te realiseren lukken niet. Er worden voor-

stellen gedaan tot het aanstellen van een rekenspecialist (coördinator) op elke school. Verder vindt een veldraadpleging plaats over doelen en eindtermen voor rekenen-wiskunde in de basisvorming. Hieraan is de publicatie '10 voor de basisvorming' gewijd (Cadot & Vroegindewij, 1986a, 1986b). Dit onderzoek leidt tot de 'Proeve van een nationaal programma reken-wiskundeonderwijs op de basisschool' (Treffers, De Moor & Feijs, 1989; Treffers & De Moor, 1990). En deze 'Proeve ...' vormt de aanleiding tot de officiële kerndoelen voor rekenen-wiskunde. De leerstof wordt uitgebreid met schattend rekenen, meten en meetkunde. Speciale aandacht voor basisvaardigheden wordt besteed in deel 2 van de 'Proeve ...'. Het cijferen blijft gehandhaafd, maar met gedifferentieerde einddoelen (vgl. De Moor, 2004). Het leren van de tafels en andere basisvaardigheden blijven een hoofddoel, maar er wordt een inzichtelijke didactiek en methodiek aanbevolen. Hoofdrekenen dient volgens de 'Proeve ...' de basis voor het cijferen te zijn.

Aparte aandacht wordt aanbevolen voor het schattend rekenen als belangrijke voorwaarde voor een zekere mate van gecijferdheid. Oefenen blijft een belangrijk onderdeel van de methodiek, maar ook daarbij wordt een inzichtelijke aanpak aanbevolen. Zo'n oefenprogramma zou gevarieerd moeten zijn naast het immer mogelijke inzicht in het getalsysteem. Contexten worden aanbevolen als bron voor inzicht. In die jaren start op verzoek van de overheid het Cito met de 'Periodieke Peilingsonderzoeken van het OnderwijsNiveau' (PPON) (Wijnstra, 1988).

de periode 1990-2000

Steeds meer scholen maken gebruik van het Leerlingvolgsysteem van het Cito. Men werkt daardoor vaak van toets naar toets. De vraag naar zelfwerkzaamheid groeit, waardoor steeds minder klassikaal les wordt gegeven. Een aantal rekendidactici benadrukt juist het belang van groepsgericht interactief rekenonderwijs. Dit betekent dat de leraar regelmatig (hoofd)rekenlessen zou moeten organiseren. Tegelijk verschijnen er artikelen waarin sommige onderzoekers het socio-constructivisme propageren, wat een ultieme vorm van zelfontdekkend leren is. Deze twee opvattingen zijn nogal strijdig met elkaar.

In de praktijk werkt men met de nieuwste schoolboeken, zoals 'De wereld in getallen', 'Pluspunt' en 'Wis en Reken'. De toelatingseisen voor de pabo worden steeds lager. Vooral de instroom via het mbo levert studenten die met rekenen vaak al op de basisschool zijn afgehaakt. Er komen vrijwel geen mannelijke studenten naar de pabo. Het aantal contacturen voor rekenen-wiskunde op de pabo bedraagt soms maar enkele tientallen uren. Nascholing op het gebied van rekenen vindt nauwelijks plaats. Her en der wordt wel gepleit voor splitsing van de pabo in een onderbouw- en een bovenbouw-variant. Ondanks dit alles blijft Nederland goed scoren in de internationaal vergelijkende onderzoeken. Anno 2000 gaat zo'n 35 procent van de leerlingen naar havo of vwo, waarvan slechts de helft het eindexamen haalt.

de periode 2000-2009

In september 1999 stuurt de NVORWO een speciale uitgave van het tijdschrift 'Willem Barjens' over cijferen en kolomsgewijs rekenen naar alle basisscholen met de vraag hun

mening hierover te geven. De respons op deze enquête is vrijwel nihil. Op verzoek van de overheid wordt het project ‘Tussendoelen Annex Leerlijnen’ (TAL) gestart. Dit levert vijf brochures op (TAL-team, 1999, 2001, 2004, 2005, 2007). Deze boeken vinden een enorme aftrek. Ze bieden richtlijnen over te bereiken (tussen)doelen. Ook de didactiek van het cijferen, schattend rekenen, hoofdrekenen, oefenen en gebruik van de rekenmachine komen in deze boeken aan de orde. Het internationale onderzoek ‘Trends in International Mathematics and Science Study’ (TIMSS) wijst uit dat Nederland enige plaatsen gezakt is in de top tien (Meelissen & Drent, 2008).

Uit het PPON-onderzoek blijkt dat de prestaties voor cijferen achteruitgaan (Janssen e.a., 2005). Hoofdrekenen en schattend rekenen gaan vooruit. De vereniging ‘Beter Onderwijs Nederland’ (BON) wordt opgericht. Deze groep heeft harde kritiek op onder meer het ‘Nieuwe Leren’, waarin teveel aan de leerling wordt overgelaten, en op de management-cultuur in het onderwijs. Binnen BON ontstaat een groep, die zich sterk keert tegen het realistisch rekenen, met name tegen het kolomsgewijze rekenen. Enige adepten van deze groep staan een mechanistische cijferaanpak voor en wijzen inzichtelijk hoofdrekenen af. Vanuit deze groep wordt de ‘Stichting Goed Rekenonderwijs’ (SGR) opgericht die een op deze inzichten gebaseerde nieuwe methode bij Noordhoff gaat uitbrengen. Het rapport van de ‘Expertgroep Doorlopende Leerlijnen’ (2008) beveelt meer gestructureerd oefenen aan. Ondersteund door de overheid wordt het project de ‘Nationale OEFen Impuls’ (ZOEfi) gestart. Op verzoek van de overheid wordt door een commissie van de Koninklijke Nederlandse Academie voor Wetenschappen onderzoek gedaan naar de vraag welke didactiek - realistisch rekenen of een conservatieve didactiek - het meest geschikt is voor welke leerling. Hiervan zijn op dit moment nog geen resultaten bekend.

3 reflectie

Het voorgaande is een uiterst summiere opsomming van feiten en gebeurtenissen uit de laatste twee eeuwen van het rekenonderwijs in Nederland. Ze zijn niet beschreven volgens een historische ontwikkelingslijn van het onderwijs, noch in verband gebracht met de politieke, economische, wetenschappelijke, maatschappelijke en culturele veranderingen, die zich in dit tijdsbestek hebben voltrokken. Het zou alleszins de moeite waard zijn om hieraan een gedegen studie, zeker voor de laatste halve eeuw, te wijden. Toch kan er op grond van deze markeringspunten wel iets gezegd worden over de veranderingen in inhoud, doelen en didactiek gedurende de laatste tweehonderd jaar.

De inhoud van het vak rekenen is altijd toegespitst geweest op het onderwijzen van de vier hoofdbewerkingen met gehele getallen, gewone en decimale breuken en het kunnen toepassen daarvan. Het laatste betekent dat ook procenten, verhoudingen, iets over oppervlakte en inhoud en het metrieke stelsel tot de constante inhoud van het rekenonderwijs behoren. Het is in feite de erfenis van het oude koopmansrekenen zoals we dat al sinds Willem Bartjens kennen. Lange tijd zijn ook de zogenaamde denksommen onderdeel van het

programma geweest, maar deze hebben het veld moeten ruimen. Ook de ‘Grootste Gemene Deler’ en het ‘Kleinste Gemene Veelvoud’ komen niet meer voor. In de negentiende eeuw is er naast het rekenen ook enige tijd aandacht geweest voor meetkunde, voortkomend uit het vak vormleer. Pas sinds de vaststelling van de kerndoelen is er weer enige aandacht voor meetkunde. In de kerndoelen wordt ook verstandig gebruik van de zakrekenmachine genoemd, maar deze noviteit heeft de kern van de te onderwijzen stof niet aangetast. Steeds was de vraag hoe ver men met de stof moest gaan, ook al in verband met het niveau waarvoor men de kinderen opleidde. Bestudering van schoolboeken leert dat dit per periode sterk verschilt.

Is men het in het grote lijnen altijd wel eens geweest over wat kinderen moeten leren, over het waarom zijn de opvattingen nog al eens veranderd. Was het in de eerste helft van de negentiende eeuw vooral de vormende waarde (leren denken), waarmee het rekenonderwijs werd gelegitimeerd, in de tweede helft van die eeuw was het juist de praktische waarde (kunnen toepassen) die overheerste. Deze voorkeuren zijn gedeeltelijk te verklaren uit de maatschappelijke veranderingen van die perioden; eerst het streven naar een school voor algemene vorming, en daarna, ten tijde van de industriële revolutie, een meer praktische opleiding. In de twintigste eeuw zien we een zekere herhaling van deze perioden. Of men in de praktijk diep over deze waarom-vraag nadacht (en nadenkt) valt te betwijfelen, de stof werd (en wordt) immers door de boekjes bepaald. De Duitse pedagoog en rekendidacticus Ernst Hentschel verwoordde anderhalve eeuw geleden al deze twee doelen als volgt:

Der Schüler soll denkend rechnen und rechnend denken lernen, das ist das eine: er soll neben der Einsicht auch diejenige Fertigkeit gewinnen, welche das Leben verlangt, das ist das andere.

(Lehrbuch des Rechenunterrichts in Volksschulen, 1842)

Bezien we de legitimeringsvraag vanuit een huidig perspectief, dan is deze uitspraak nog altijd waardevol. Er vindt over de legitimeringsvraag van doelstellingen van het reken-wiskundeonderwijs anno 2009 echter nauwelijks een werkelijk diepgaande discussie plaats. Wel wordt het inhoudelijke aspect (de stof) bij voortduring aan de orde gesteld. Met name in verband met de zogenoemde voorbereidende waarde, waarmee men vooral de noodzakelijke kennis en vaardigheden bedoelt voor het leren van wiskunde, natuurkunde en andere vakken waarbij gerekend wordt. Opvallend is dat er zich thans een neoconservatieve stroming manifesteert, die een sterke hang heeft naar het aloude cijferen met grote getallen. Dit is een curieuze ontwikkeling in een tijd waar het schriftelijke rekenen in de maatschappij en wetenschap geheel verdrongen is door het gebruik van computers en (zak)rekenmachines. Het is een reactie op de teruglopende resultaten op het onderdeel cijferen.

Zoals de geschiedenis leert, ijlt het onderwijs altijd na op ingrijpende maatschappelijke en wetenschappelijke ontwikkelingen. Een herbezinning op de doelen van het rekenonderwijs, in het bijzonder die van het cijferen, lijkt daarom noodzakelijk.

Naast het wat en waarom blijft het hoe (de didactiek) van het rekenonderwijs door de eeu-

wen heen de aandacht eisen. Vele pedagogen, psychologen, filosofen, wiskundigen en knappe schoolmeesters hebben zich hiermee zowel theoretisch als praktisch ingelaten. Zeker sinds zo'n honderdvijftig jaar zijn vrijwel alle vooraanstaande didactici de opvatting toegedaan dat het, naast vaardigheid, uiteindelijk om inzicht in het getalsysteem en in de operaties gaat. Over de wijze hoe dit te bereiken zien we in de historie nogal eens verschillende opvattingen. Bijvoorbeeld bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging: stampt men eerst de rekenfeiten mechanisch in en komt men later terug op de samenhang daarvan of maakt men juist gebruik van die samenhang bij het aanleren van de tafels? Een ander voorbeeld is het gebruik van concrete situaties als uitgangspunt of een meer abstracte aanpak.

Een constante in het rekenonderwijs is het hoofdrekenen, dat door alle didactici steeds als een kernpunt onderschreven wordt. Wel verschuift dit onderdeel vaak naar de achtergrond bij een organisatie van individueel schriftelijk rekenen. Wonderlijk is de opvatting van de eerdergenoemde neoconservatieven dat hoofdrekenen afgeschaft zou moeten worden. Dit is een volstrekt uniek standpunt in de geschiedenis van ons rekenonderwijs.

Oefenen wordt door vrijwel allen als een belangrijk aandachtspunt aanbevolen, maar ook in dit opzicht ziet men een diversiteit aan uitvoeringsvormen, variërend van rijtjes van dezelfde sommen tot speelse oefeningen.

4 tot slot

Kunnen we in verband met de huidige discussies over het rekenonderwijs iets leren van de hier geschetste historische ontwikkelingen? Ik meen van wel en ik wil proberen dit aan de hand van één onderdeel van het rekenen, dat thans ter discussie staat, te laten zien. Het gaat om de traditionele staartdeling. Voor het realistische reken-wiskundeonderwijs zijn daarvan in een TAL-brochure (2001) het wat, waarom en hoe uit de doeken gedaan. Dit algoritme wordt daar beschreven als herhaalde aftrekking van de deler van het deeltal. Het is een inzichtelijke methode, die al sinds de negentiende eeuw door verschillende didactici van naam is gepropageerd. Deze methode hoeft volgens de TAL-brochure, maar ook volgens de officiële kerndoelen niet voor alle leerlingen tot het traditionele standaardalgoritme te leiden. Vandaar dat er gedifferentieerde einddoelen van beheersing mogelijk zijn. Het blijkt dat slechts een klein aantal scholen het oude standaardalgoritme nastreeft. Beheersing ervan in die vorm wordt ook niet gevraagd in de Eindtoets Basisonderwijs van het Cito. Dit is de reden dat velen denken dat de staartdeling is afgeschaft, hetgeen dus niet juist is. Wel ligt in de realistische aanpak de nadruk op inzicht in het delingsalgoritme. Maar beheersing van de procedure in eenvoudige gevallen wordt ook nagestreefd. Waar het bij de realistische benadering om gaat, is dat de kinderen leren beslissen hoe ze een deling in een toepassingssituatie uitvoeren: schattend, met potlood en papier, met een rekenmachine of via een mengvorm van deze werkwijzen. Men zou toch denken dat dit streven ieder weldenkende burger zal aanspreken, maar als we de media mogen geloven

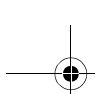
lijkt het merendeel van de Nederlanders te schreeuwen om terugkeer van de oude staartdeling. Mogelijk is dit verschijnsel inherent aan de tijdgeest, waarin op allerlei gebieden een verlangen naar oude waarden kan worden gesignaleerd. In het onderwijs is het gebruik van de rekenmachine voor worteltrekking, logaritmisch rekenen en statistische berekeningen inmiddels volledig geaccepteerd (een halve eeuw geleden werd dergelijk rekenwerk nog met potlood en papier gedaan), maar met de staartdeling ligt het kennelijk anders. In persoonlijke gesprekken heb ik vaak bemerkt dat bijna alle volwassenen met een zekere nostalgie aan de staartdeling terugdenken; in veel gevallen blijkt dat ze - en dit zijn vaak ook nog mensen met een academische opleiding - de staartdeling als het hoogst haalbare van het rekenen hebben ervaren (met breuken gaat het al meteen mis). Het is net zoiets als het rijtje van de Duitse voorzetsels opdreunen; het geeft kennelijk een prettig gevoel dat je dat nog kunt.

Vanuit wiskundig standpunt bezien is het zinvol om een leergang cijferen als een volledig systeem te bestuderen, waarin de samenhang van alle vier de hoofdbewerkingen tot uiting komt. Tevens ligt het dan voor de hand om voor elk van die bewerkingen een eenduidig algoritme te geven. Zijn dit echter voldoende redenen om terug te keren tot een rekenonderwijs van een halve eeuw geleden? Voor mij niet. Daarom zou ik willen voorstellen om net als in het verleden is gebeurd deze kwestie breed te bespreken en geen overhaaste stappen te nemen. Ik ben ervan overtuigd dat men ook dan weer tot een zekere consensus zal komen - en niet alleen over de staartdeling.

literatuur

- Boekholt, P.Th.F.M. & E.P. De Booy (1987). *Geschiedenis van de School in Nederland*. Assen-Maastricht: Van Gorcum.
- Bouman, P.J. & J.C. van Zelm (1918). *De rekenkundige denkbaarheden in logischen samenhang met - als proeve van toegepaste logica - een rekenmethode voor de lagere school*. Amsterdam: W. Versluys.
- Cadot, J. & D. Vroegindewey (1986a). Een 10 voor de basisvorming? In: E. Feijs & E. de Moor (red.) *Panama Cursusboek 4. Reken/wiskundeonderwijs - nascholing een nood-zaak*. Utrecht: SOL/OW&OC, Rijksuniversiteit Utrecht.
- Cadot, J. & D. Vroegindewey (1986b). *10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde onderzocht*. Utrecht: vakgroep OW&OC, Rijksuniversiteit Utrecht.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen.
- Feijs, E., R. de Jong, E. de Moor, L. Streefland & A. Treffers (1987). *Almanak reken-wiskundemethoden 1987*. Utrecht: vakgroep OW&OC, Universiteit Utrecht.
- Goffree, F. (1982, 1983, 1985). *Wiskunde & didactiek*. Eerste deel, Tweede deel, Derde deel. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Grazer, G. (z.j.). Rekenmetodiek en moderne psychologie. *Opvoedkundige Brochurenreeks nr 68*. Tilburg: Drukkerij van het R.K. Jongensweeshuis.
- Hentschel, E. (1842). *Lehrbuch des Rechenunterrichts in Volksschulen*.
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau. Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito.
- Jong, R. de, E. de Moor, L. Streefland & A. Treffers (1984). *Almanak reken/wiskundemethoden 1984*. Utrecht: vakgroep OW&OC, Universiteit Utrecht.

- Jong, R. de (1986). *Wiskobas in methoden*. Utrecht: OW&OC, Rijksuniversiteit Utrecht (proefschrift).
- Leen, A. (1961). *De ontwikkeling van het rekenonderwijs op de lagere school in de 19-de en het begin van de 20-ste eeuw*. Groningen: J.B. Wolters (proefschrift).
- Meelissen, M. & M. Drent (2008). *TIMSS 2007. Trends in leerprestaties in exacte vakken in het basisonderwijs*. Enschede: Universiteit Twente.
- Moor, E. de (1994). Jan Versluys en het ontstaan van de vakdidactiek. *Nieuwe Wiskrant*, 14(1), 8-13.
- Moor, E. de (2004). De moordenaars van de staartdeling. *Willem Bartjens*, 23(4), 33.
- Moor, E. de (2005). Antiek realisme. *Volgens Bartjens*, 25(2), 25.
- Moor, E. de (2008a). Toetsen en schoolsucces. *Volgens Bartjens*, 27(5), 29.
- Moor, E. de (2008b). Govert Grazer. *Volgens Bartjens*, 28(2), 29.
- Palm, J.H. van der (1801). *Publicatie van het uitvoerend bewind der Bataafse Republike, houdende verordeningen omtrent het onderwys in de lagere scholen. Gearresteerd den 15 Juny 1801, het zevende jaar der Bataafsche vryheid*.
- TAL-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- TAL-team (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- TAL-team (2004). *Jonge kinderen leren meten en meetkunde. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Meten en meetkunde onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- TAL-team (2005). *Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen. Tussendoelen Annex Leerlijnen Bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- TAL-team (2007). *Meten en meetkunde in de bovenbouw. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht*. Utrecht: IOWO, Rijksuniversiteit Utrecht (proefschrift).
- Treffers, A. (1985). Reken/wiskunde didactiek in historisch perspectief. In: E. de Moor (red.) *Reken/wiskundeonderwijs anno 1984. Panama cursusboek 3*. Utrecht: SOL/vakgroep OW&OC.
- Treffers, A., E. de Moor & E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 1 Overzicht Einddoelen*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A. & E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2 Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijsen.
- Veen, G. van & Ph. Kohnstamm (1928). *De Aaneensluiting tusschen Lager en Middelbaar (Gymnasiaal) onderwijs*. Amsterdam: Mededeling van het Nutsseminarium no. 3.
- Versluys, J. (1875). *Handleiding bij het rekenonderwijs*. Groningen: W. Versluys.
- Wijnstra, J.M. (red.) (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. Arnhem: Instituut voor toetsontwikkeling.
- Wiskobas-team (1980). *Rapportboekje 3. Overzicht rekenmethoden anno 1980*. Utrecht: Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs.



Evaluatie van de rekenvaardigheid in groep 8¹

- peilstokken voor Plasterk -

Kees van Putten & Marian Hickendorff
Universiteit Leiden

1 inleiding

In het eindrapport van de ‘Commissie Dijsselbloem’ wordt een scherp onderscheid gemaakt tussen de taken van de overheid en die van het onderwijs. De overheid bepaalt de doelen van het onderwijs en bewaakt de kwaliteit: het wát. Het onderwijs bepaalt de didactiek: het hòe. Dijsselbloem verwijt de overheid dat zij:

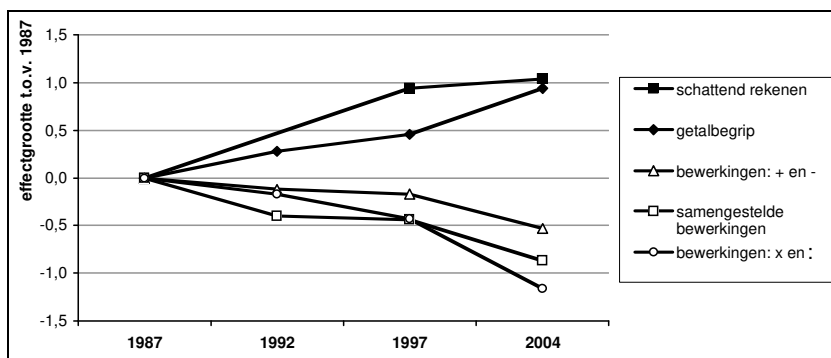
... zich, soms tot in het klaslokaal, (heeft) bemoeid met de didactiek en tegelijkertijd de invulling van de onderwijsdoelen in hoge mate aan anderen (heeft) overgelaten en (heeft) nagelaten voldoende toezicht te houden op de onderwijsresultaten.
(Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen, 2008, pag.187).

Om de onderwijskwaliteit te bewaken, zou de overheid moeten beschikken over internationale vergelijkingen en over nationale peilingen. De Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau (PPON) wordt in de beschouwing betrokken als middel om de onderwijskwaliteit in de gaten te houden (Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen, 2008, pag.116-117). De conclusies van de parlementaire commissie volgen uit haar onderzoek naar vernieuwingen in het voortgezet onderwijs, maar zijn naar onze mening in grote lijnen ook toepasbaar op het basisonderwijs.

In het basis- en speciaal onderwijs wordt al sinds 1987 het PPON-onderzoek uitgevoerd door het Cito (Van der Schoot, 2008) voor verschillende leerstofgebieden, zoals Nederlandse taal, rekenen-wiskunde, wereldoriëntatie, verkeer, Engels en lichamelijke opvoeding. Voor het reken-wiskundeonderwijs zijn inmiddels vier peilingen uitgevoerd, in 1987, 1992, 1997 en 2003/2004, steeds in groep 5 en 8 van de basisschool. Wij beperken ons in het vervolg tot de rekenpeilingen in groep 8.

PPON 2004 omvatte de rekenvaardigheid van de leerlingen bij 22 onderwerpen. Bij getallen en bewerkingen zijn er tien onderwerpen (waaronder basisoperaties, hoofdrekenen, schattend rekenen, bewerkingen die op papier uitgerekend mogen worden, en zakrekenmachine); verhoudingen, breuken en procenten telt vier onderwerpen en meten en meetkunde acht. Bij de meeste van deze onderwerpen is het prestatiepeil de afgelopen twintig jaar vrij stabiel gebleven met slechts kleine fluctuaties naar boven en/of beneden. Bij een vijftal

onderwerpen hebben zich matige tot (zeer) grote veranderingen in de rekenvaardigheid voorgedaan (fig.1). Prestaties op het gebied van getalbegrip en schattend rekenen zijn sterk vooruitgegaan, terwijl die van bewerkingen bij grotere getallen en kommagetallen (vroeger cijferend rekenen genoemd) sterk achteruit zijn gegaan, het meest bij vermenigvuldigen en delen. Bij hoofdrekenend optellen en aftrekken en bij rekenen met procenten is er sprake van een matig grote verbetering; bij hoofdrekenend vermenigvuldigen en delen lijkt eerder sprake van een klein negatief effect (Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005, pag.231-235).



figuur 1: verandering rekenpeil in groep 8 van 1987 tot 2004
(PPON 2004, Cito)

Het rekenonderzoek aan de Universiteit Leiden richt zich vooral op de verschillende manieren waarop leerlingen tegenwoordig rekenen: hoe lossen zij een probleem op, hoe komen zij aan het antwoord op een rekensom? Wij richten ons daarbij op het domein van de bewerkingen, waarbij we proberen per leerling en per opgave te achterhalen welke strategieën er gebruikt zijn. Deze strategieën vallen uiteen in traditionele procedures (zoals de staartdeling) en diverse strategieën die afkomstig zijn uit het realistisch reken-wiskunde-onderwijs, zoals de happendeling, het splitsen van de getallen en het rekenen met compensatie ($+ 99 = + 100 - 1$). Van elke strategie gaan we vervolgens na wat de kans is op een goed antwoord en of het gebruik van een strategie is toe- of afgenomen bij vergelijking van PPON 1997 en 2004. Dit onderzoek naar strategiegebruik is gestart bij de deelsommen uit de bewerkingen in PPON 1997 (Rademakers, Van Putten, Beishuizen & Janssen, 2004). Daarna zijn de deelsommen uit PPON 2004 aan bod gekomen (Van Putten, 2005; Van Putten & Hickendorff, 2006; Hickendorff, Heiser, Van Putten & Verhelst, 2009). Inmiddels is een begin gemaakt met de analyse van vermenigvuldigen uit PPON 1997 en 2004 (Van Putten & Hickendorff, 2007) en aftrekken uit PPON 2004 (Van Schie, 2008). In deze volgorde zullen wij de resultaten van ons onderzoek presenteren.

In het vervolg van dit artikel concentreren wij ons op de vraag waarom het peil gedaald is bij de bewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) op grotere getallen en op kommagetallen. Kan deze daling aan de hand van empirisch onderzoeksmateriaal ver-

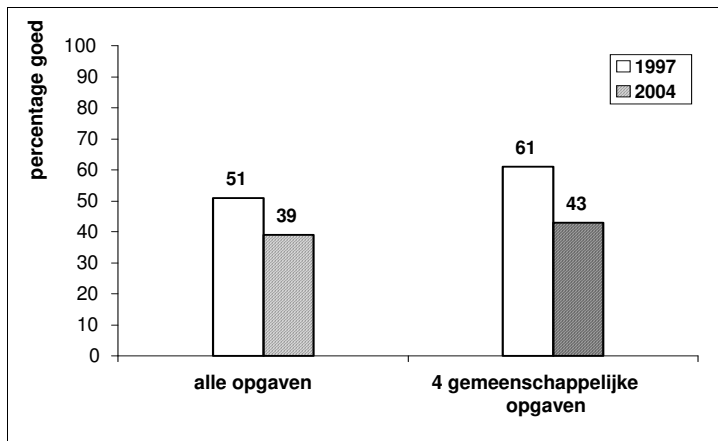
klaard worden? De rapporten van PPON geven immers gedetailleerde informatie over het peil van de rekenvaardigheid aan het einde van de basisschool en over de verandering daarvan in de tijd, maar bevatten tegelijkertijd nauwelijks verklaringsgronden voor de gerapporteerde daling bij de bewerkingen. Zo is de totale onderwijstijd voor rekenen al die tijd constant gebleven (Janssen e.a., 2005, pag.41-42), zijn de door de leerkracht voorgestane oplossingsprocedures voor de bewerkingen tot nu toe alleen bij de peiling in 2004 achterhaald (pag.43-45) en weten we dus niet of en hoe de geïmplementeerde didactiek veranderd is. Verder lijkt het gebruik op school van nieuwe reken-wiskundemethoden voor de bewerkingen slechts een klein positief effect te hebben, echter niet voor de bewerkingen vermenigvuldigen en delen (geen effect of een klein negatief effect (pag.236-237)). Bij onze poging te achterhalen waarom de prestaties op de bewerkingen gedaald zijn, zullen we ook nagaan of er differentiële veranderingen tussen sterke en zwakke rekenaars optreden en of er sekseverschillen bestaan in de rekenvaardigheden.

2 veranderingen in strategiegebruik bij deelsommen

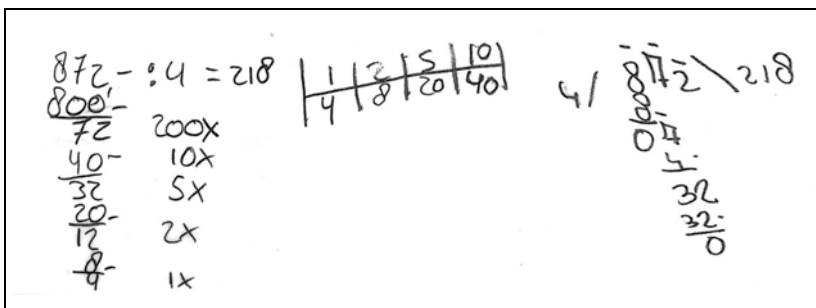
In PPON 1997 hebben 574 leerlingen van 219 scholen ieder tien deelsommen gemaakt (5740 waarnemingen) en in PPON 2004 hebben 1044 leerlingen van 127 scholen vier tot acht deelsommen gemaakt uit een aantal van veertien opgaven (5704 waarnemingen). Vier opgaven kwamen in beide peilingen voor. Figuur 2 geeft de percentages goed beantwoorde opgaven en laat een duidelijke daling zien van 12 procentpunten (over alle opgaven) respectievelijk 18 procentpunten (over alleen de vier gemeenschappelijke opgaven) tussen 1997 en 2004.

Figuur 3 laat links een oplossing van een deelsom zien volgens het realistische 'happen-schema' waarin veelvouden (bijvoorbeeld $200 \times$) van de deler (4) worden afgetrokken van het deeltal (872); herhaald aftrekken dus. De eerste twee aftrekkingen zijn van een hoog niveau: 200×4 eraf en 10×4 eraf. De resterende oplossing gebeurt in vrij kleine stapjes (bij een tussendeeltal van 32: $5 \times$, $2 \times$ en $1 \times$) en is misschien wel gestuurd door het hulp-tabelletje met $1 \times$, $2 \times$ en $5 \times$. Bij gebruik van een realistische strategie vinden we dit hap-

penschema, meestal van een hoog niveau, soms met een hulptabel.



figuur 2: percentage goed beantwoorde deelopgaven in PPON 1997 en 2004

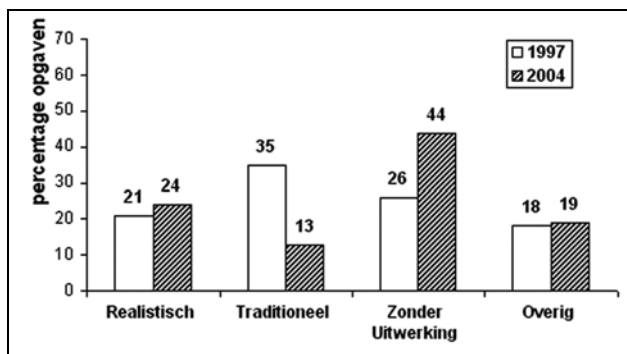


figuur 3: voorbeelden van realistisch (links) en traditioneel (rechts) strategiegebruik

Rechts een staartdeling die alleen in drie stappen (honderdtallen, tientallen en eenheden verdelen) tot een goed antwoord kan leiden. Merk op dat het verdelen van de 32 eenheden hier op papier in één stap gebeurt, wat overigens niet uitsluit dat het in het hoofd van de leerling in meerdere stappen gaat.

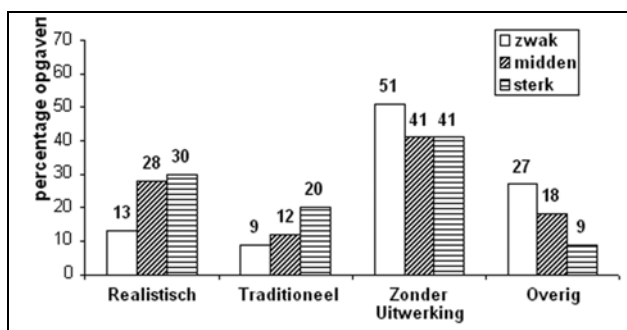
Het uitpluizen van de 574 toetsboekjes van PPON 1997 leverde drie verrassingen op. Ten eerste het grote aantal staartdelingen, in 1997 kennelijk nog de dominante strategie in groep 8. Ten tweede het geringe aantal schriftelijke realistische strategieën, verrassend gezien het feit dat 74 procent van de scholen toen een realistische rekenmethode gebruikte in groep 6 tot en met 8 (Janssen, Van der Schoot, Hemker & Verhelst, 1999). En ten derde het grote aantal antwoorden zonder een berekening of kladnotitie. Dit laatste was echt een volkomen onverwacht nieuw resultaat, door niemand vooraf voorspeld, ook niet door

onderzoekers van het Freudenthal Instituut.



figuur 4: percentage opgaven naar strategiegebruik in PPON 1997 en 2004.
De categorie overig bestaat vooral uit overgeslagen opgaven

Figuur 4 geeft het strategiegebruik bij de deelsommen in PPON 1997 en 2004. Twee veranderingen springen in het oog: de sterke afname in het gebruik van de staartdeling en de sterke toename van het antwoord geven zonder enige schriftelijke uitwerking. Opvallend is dat het gebruik van schriftelijke realistische strategieën maar heel weinig is toegenomen, ook al gebruikten anno 2004 bijna alle scholen een realistisch rekenboek (Janssen e.a., 2005).

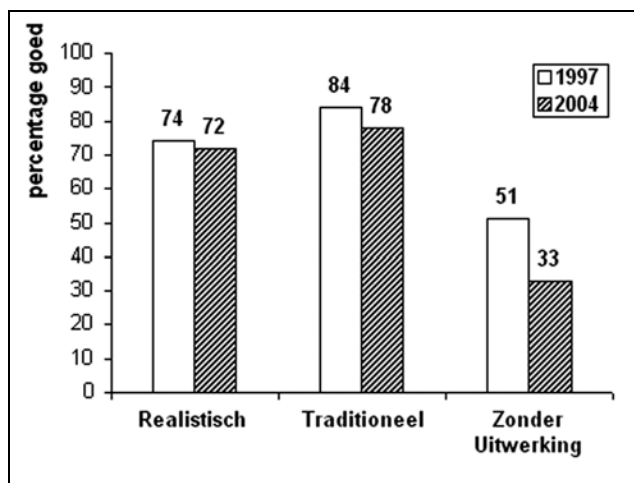


figuur 5: strategiegebruik bij delen (percentage van de opgaven)
per rekenniveau in PPON 2004

In figuur 5 wordt het strategiegebruik in 2004 nog eens uitgesplitst naar het algemene rekenniveau van de leerlingen (een driedeling: laag - gemiddeld - hoog niveau). Zwakke rekenaars hebben vaker een antwoord gegeven zonder een schriftelijke uitwerking (bij 51 procent van de opgaven) dan de gemiddelde en sterke rekenaars (bij 41 procent). Jongens gaven in beide PPON-jaren vaker antwoord zonder een schriftelijke uitwerking dan meisjes. Nadere analyses laten zien dat de toename van dit verschijnsel tussen 1997 en 2004 grotendeels op het conto komt van de jongens (Hickendorff e.a., 2009).

3 zijn alle strategieën even succesvol?

In figuur 6 is van elke gebruikte strategie het percentage goede antwoorden weergegeven. Om PPON 1997 en 2004 in dit opzicht zo goed mogelijk te kunnen vergelijken beperken we ons hier tot de vier gemeenschappelijke deelsommen.

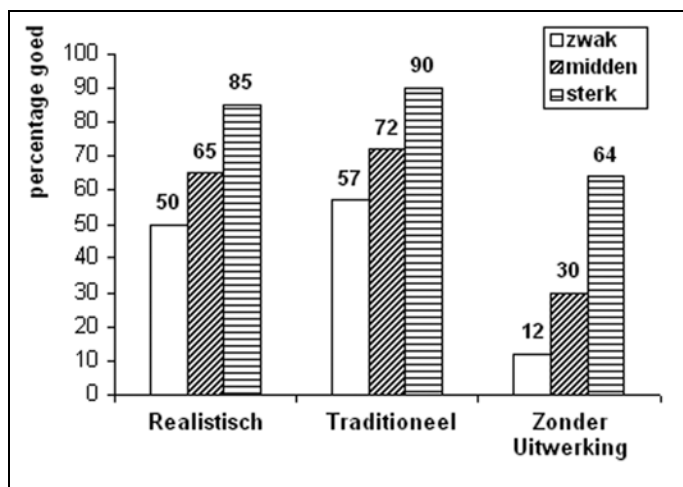


figuur 6: percentage goede antwoorden per gebruikte strategie op de vier gemeenschappelijke deelsommen van PPON 1997 en 2004

Opvallend is dat gebruik van de ‘schriftelijke’ strategieën (realistisch en traditioneel) tot een veel hogere mate van succes heeft geleid dan het antwoorden zonder schriftelijke uitwerking. Omdat het gebruik van deze laatste ‘riskante’ strategie sterk is toegenomen, ten koste van de relatief succesvolle staartdeling, is het prestatiepeil gedaald. Een tweede verklaring voor de daling is dat elke afzonderlijke strategie in 2004 minder succesvol was dan in 1997, zoals in figuur 6 ook te zien is. Nadere statistische analyses (Hickendorff e.a., 2009) bevestigen deze trends, zij het dat de succesdaling van realistische strategieën minder groot is dan die van ‘zonder uitwerking’.

In figuur 7 is voor PPON 2004 het strategiesucces uitgesplitst naar het algemeen rekenniveau van de leerlingen, omdat het waarschijnlijk is dat dit algemeen rekenniveau zowel de

strategiekeuze als de prestatie beïnvloedt.



figuur 7: percentage goede antwoorden per gebruikte strategie naar algemeen rekenniveau op de vier gemeenschappelijke deelsommen van PPON 2004

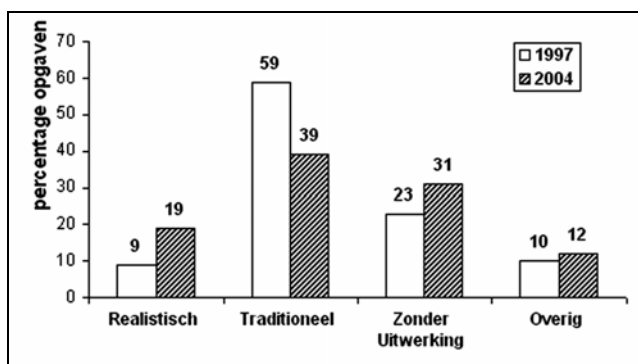
Maar het patroon uit figuur 6 (zonder schriftelijke uitwerking rekenen was veel minder succesvol dan het schriftelijk rekenen) keert ook binnen elk rekenniveau terug. De enige uitzondering vormen de sterke rekenaars die ook zonder schriftelijke uitwerking enigszins succesvol zijn. De staartdeling en de realistische deelstrategieën lijken elkaar in succes niet veel te ontfopen. Uit nadere statistische analyses (Hickendorff e.a., 2009) blijkt dat de mid-dengroep (een derde van de leerlingen) het significant beter doet met de staartdeling dan met het happendelen, maar het gaat niet om een erg groot verschil. Dit betekent dus dat de zwakke rekenaars even (weinig) succesvol zijn met realistische deelstrategieën als met de staartdeling. Dat is een opmerkelijke uitkomst, want de staande opvatting onder realis-tische rekendidactici is dat zwakke rekenaars niet in staat zijn om staartdelen te leren en dat realistische strategieën voor hen soelaas bieden. Het eerste deel van deze opvatting spoort wel met onze resultaten, maar het tweede deel niet. Zwakke rekenaars maakten met beide strategieën maar de helft van de deelopgaven goed.

4 veranderingen in strategiegebruik bij vermenigvuldigen

PPON 1997 bevatte bij de bewerkingen elf vermenigvuldigopgaven (6061 observaties bij 551 leerlingen) en PPON 2004 bevatte tien vermenigvuldigopgaven (3852 observaties bij 995 leerlingen); vijf opgaven daarvan kwamen in beide peilingen voor. Tussen 1997 en 2004 daalde het percentage goed gemaakte opgaven met 15 procentpunten (van 63 naar 48 procent over alle opgaven) respectievelijk 12 procentpunten (van 59 naar 47 procent over

de vijf gemeenschappelijke opgaven).

Ook bij vermenigvuldigen met grotere getallen en kommagetallen (bijvoorbeeld 24 kinderen die elk € 37,50 moeten betalen) vonden we naast de traditionele cijferprocedure (onder elkaar vermenigvuldigen) diverse realistische strategieën zoals splitsen (eerst $20 \times 37,50$ daarna $4 \times 37,50$), vereenvoudigen (12×75), compenseren (24×40 min $24 \times 2,50$) en het zogenaamde ‘kolomsgewijs’ vermenigvuldigen. Figuur 8 geeft het strategiegebruik in PPON 1997 en 2004.

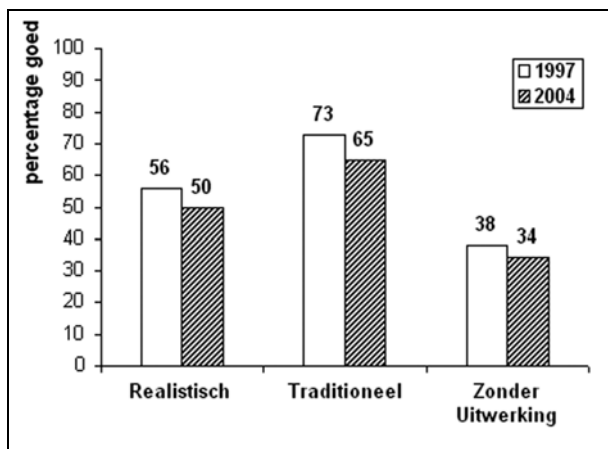


figuur 8: percentage opgaven per gebruikte strategie bij vermenigvuldigen in PPON 1997 en 2004

In beide peilingsjaren werd het traditionele algoritme het meest gebruikt, hoewel het gebruik daalde met 20 procentpunten. Het aandeel van de realistische strategieën steeg van 9 procent in 1997 naar 19 procent met splitsen als de meest gebruikte strategie (van 6 procent in 1997 naar 12 procent in 2004). Het antwoord geven op de sommen zonder een schriftelijke berekening of kladnotitie steeg van 23 naar 31 procent. Op de vijf gemeenschappelijke opgaven is hetzelfde patroon te zien, al werd er daarbij in beide jaren meer gebruik gemaakt van het traditionele algoritme (van 65 procent in 1997 naar 45 procent in 2004) en minder van het antwoorden zonder uitwerking (van 17 naar 26 procent).

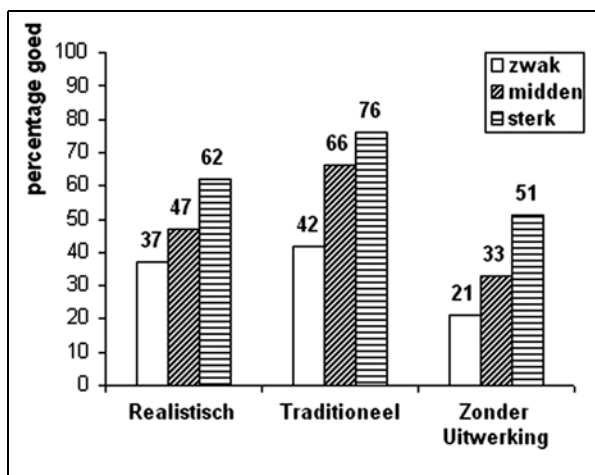
Figuur 9 geeft het succes van de gebruikte strategieën in percentage goede antwoorden. Het traditionele algoritme voor vermenigvuldigen lijkt in beide jaren tot meer succes te hebben geleid dan de realistische strategieën, die het weer beter lijken te doen dan het ant-

woorden zonder uitwerking.



figuur 9: percentage goed gemaakt opgaven bij vermenigvuldigen per gebruikte strategie voor de vijf gemeenschappelijke vermenigvuldigopgaven van PPON 1997 en 2004

Van alle strategieën lijkt het succes in 2004 minder dan in 1997. Beide bevindingen zouden de daling van het prestatiepeil bij vermenigvuldigen kunnen verklaren:

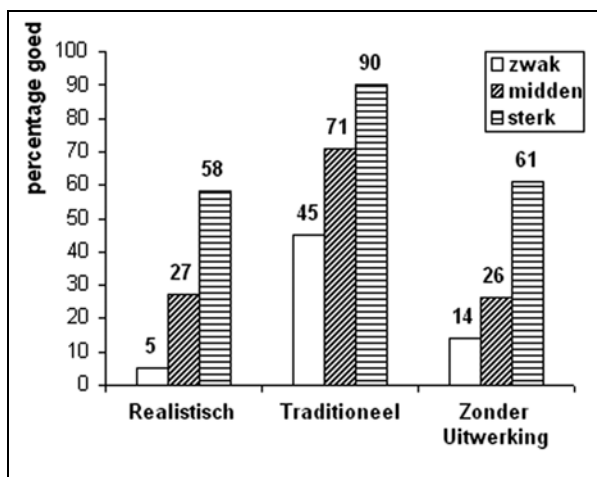


figuur 10: percentage goede antwoorden per strategie uitgesplitst naar algemeen rekenniveau voor de vijf gemeenschappelijke vermenigvuldigopgaven in PPON 2004

(a) de verschuiving in het gebruik van succesvolle naar minder succesvolle en zelfs risikante strategieën; (b) het minder succesvol worden van elke afzonderlijke strategie. Deze verklaring komt in grote lijnen overeen met de verklaring voor de peildaling bij de deel-

sommen.

Opnieuw splitsen we in figuur 10 strategiesucces uit naar het algemeen rekenniveau van de leerlingen om na te gaan of het bovengenoemde verband tussen strategiegebruik en succes vertekend is door deze ‘derde factor’ (rekenniveau). De zwakke rekenaars lijken minder te profiteren van het traditionele algoritme vergeleken met een realistische strategie (een verschil van 5 procentpunten), terwijl bij de middengroep het profijt juist groter lijkt (een verschil van 19 procentpunten). De sterke rekenaars lijken minder nadeel te hebben van antwoorden zonder uitwerking vergeleken met een realistische strategie (11 procentpunten minder succes) dan de andere leerlingen (16 procentpunten minder).



figuur 11: percentage leerlingen met een goed antwoord op de som (99×99) per gebruikte strategie uitgesplitst naar rekenniveau in PPON 2004

In figuur 11 zoomen we in op de opgave 99×99 (‘kale’ getalsopgave uit PPON 2004) omdat deze zich goed lijkt te lenen voor inzichtelijke aanpak met behulp van een realistische strategie. Bij deze opgave vonden we een hoger aandeel van antwoorden zonder uitwerking (39 procent) en een lager aandeel van het traditionele algoritme (31 procent) vergeleken met de overige opgaven. Deze opgave werd door 43 procent van de 371 leerlingen goed beantwoord, maar een goed antwoord was sterk afhankelijk van de combinatie van gebruikte strategie en rekenniveau. Figuur 11 laat zien dat sterke rekenaars het er met alle strategieën aardig tot zeer goed vanaf brengen, maar dat zwakke en gemiddelde rekenaars alleen een redelijke tot goede kans op een goed antwoord hebben als zij gebruikmaakten van het traditionele algoritme. Bij zwakke en gemiddelde rekenaars leidde het gebruik van een realistische strategie zelfs tot een lagere of gelijke kans op een goed antwoord dan het rekenen zonder uitwerking; met beide strategieën waren deze twee groepen ‘kansloos’ op deze opgave.

Bij de gebruikte realistische strategieën domineerde het compenseren: de som (99×99) zou dan goed kunnen worden opgelost met $((100 \times 99) - 99 = 9801)$, met $((100 \times 100) -$

$100 - 99 = 9801$) of met $((100 \times 100) - 200 + 1 = 9801)$.

Wat ging er mis? Zowel in de realistische uitwerkingen als in de antwoorden zonder uitwerking waren vaak de volgende fouten terug te vinden of te herkennen:

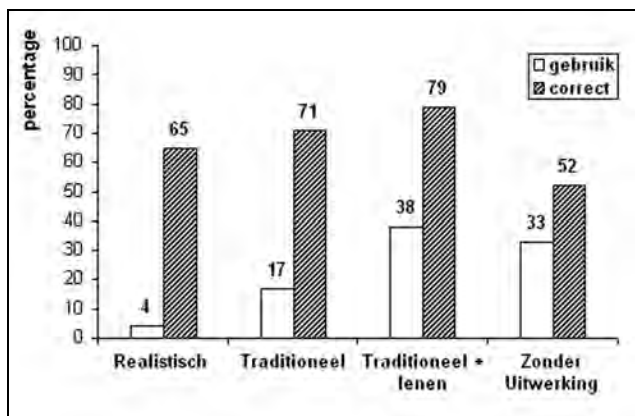
- uitgaande van (100×99) : een verkeerd uitgangspunt berekenen (990); compenseren met 100 of met 9 in plaats van 99;
- uitgaande van (100×100) : een verkeerd uitgangspunt berekenen (1000, 2000, 100.000 of 1.000.000 in plaats van 10.000); compenseren met 99, 198, 18, 1, of 2 in plaats van 199;
- gevallen van ‘verkeerd splitsen’ (Buijs, 2008): $((90 \times 90) + (9 \times 9) = 8181)$ of $(810 + 81 = 891)$.

5 strategiegebruik bij aftrekken in PPON 2004

Voor het onderdeel aftrekken (bewerkingen met grotere getallen en kommagetallen) beschikken we alleen over PPON-toetsboekjes uit 2004; die van PPON 1997 zijn vernietigd, omdat het Cito niet voldoende archiefruimte heeft. Dat geldt ook voor de eerdere peilingen van 1987 en 1992. Bij PPON 2004 hebben 1040 leerlingen van 122 scholen drie tot vijf aftreksommen gekregen uit een totaal van tien opgaven (zes met en vier zonder context). Er zijn in totaal 3983 observaties (leerlingen keer opgaven) waarvan de gebruikte aftrekstrategie is geïnventariseerd. Wij onderscheiden daarbij het traditionele cijferalgoritme (onder elkaar aftrekken, werkend van rechts naar links), met en zonder notatie van het lenen, verschillende realistische strategieën (‘kolomsgewijs’ aftrekken van links naar rechts met volledige getallen, aftrekken door aanvullen van de aftrekker, splitsen van de aftrekker) en het beantwoorden van de opgave zonder een schriftelijke uitwerking. Van de realistische strategieën werd het aanvullen het meest gebruikt, de andere kwamen nauwelijks voor in het materiaal van PPON 2004.

Figuur 12 laat zowel het strategiegebruik als het succes ervan zien. Het traditionele algoritme van onder elkaar aftrekken kwam het meeste voor (55 procent), vooral met notatie van het lenen (38 procent). Antwoorden zonder uitwerking kwam in 33 procent van de gevallen voor. Realistische strategieën maar in 4 procent van de gevallen. Dat valt ook te verwachten, omdat de leerlijn in veel van de reken-wiskundemethoden (lesboeken) in de bovenbouw met een realistische aanpak begint en in groep 7 en 8 naar de traditionele aan-

pak overstapt.



figuur 12: percentage opgaven naar gebruikte strategie en percentage goede antwoorden per strategie bij aftrekopgaven in PPON 2004

Van de aftrekopgaven is 63 procent goed beantwoord. Het percentage correct lijkt het hoogst bij gebruik van een traditionele strategie (71 procent zonder notatie van lenen respectievelijk 79 procent met notatie van lenen) en het laagst bij antwoorden zonder schriftelijke uitwerking (52 procent). Realistisch strategiegebruik lijkt hier qua succes tussenin te liggen (65 procent), maar het geringere aantal waarnemingen (4 procent) en het feit dat er nog geen uitsplitsing naar algemeen rekenniveau heeft plaatsgevonden, nopen hier tot enige voorzichtigheid (met dank aan Marjolein Kool die erop wees dat wellicht de zwakke rekenaars nog niet waren overgestapt van realistisch naar traditioneel aftrekken).

Bij dit onderdeel presteerden de meisjes (67 procent correct) beter dan de jongens (58 procent correct). Er waren ook aanzienlijke verschillen in strategiegebruik tussen de beide seksen: op de traditionele strategie met notatie van lenen (door 50 procent van de meisjes tegen 27 procent van de jongens) en op het antwoorden zonder uitwerking (door 21 procent van de meisjes tegen 45 procent van de jongens). Gezien het verschil in succes van beide strategieën kan het strategiegebruik het grootste deel van het prestatieverschil tussen meisjes en jongens verklaren, maar niet alles. Meisjes waren op elke afzonderlijke strategie net iets beter dan jongens (Van Schie, 2008).

6 conclusie

Het prestatiepeil bij de bewerkingen op grotere getallen en kommagetallen daalt sinds 1987, zo blijkt uit het periodieke peilingonderzoek dat het Cito al meer dan twintig jaar voor de overheid verricht. Dat we deze daling terug zien in dit artikel is logisch, want we baseren ons op het toetsmateriaal van PPON 1997 en 2004 voor de bewerkingen delen en

vermenigvuldigen. Op beide onderdelen kan een groot deel van deze daling verklaard worden door een verschuiving in het strategiegebruik: leerlingen gebruikten in toenemende mate de weinig succesvolle strategie van het beantwoorden van de opgave zonder een schriftelijke berekening of een kladnotitie. Het gebruik van de meer succesvolle traditionele strategieën, zoals de staartdeling, is afgenomen. Er valt slechts een geringe toename te constateren in het gebruik van geschreven realistische strategieën bij delen en vermenigvuldigen. Dit laatste is jammer want in veel gevallen is een dergelijke realistische aanpak ook succesvol. Alleen bij de middengroep qua algemeen rekenniveau (in dit onderzoek een derde van de leerlingen) doet de traditionele strategie het beter dan een realistische, zowel bij delen als bij vermenigvuldigen. Wij weten ook dat de ‘zonder uitwerking’ strategie meer voorkomt bij zwakke rekenaars en bij jongens. Wellicht dat hierdoor de jongens het bij de bewerkingen relatief minder goed doen dan bij vele andere onderdelen van rekenen, waar over het algemeen een consistent sekseverschil optreedt in het voordeel van de jongens.

Bij de bewerkingen delen en vermenigvuldigen is er (zonder correctie voor strategiegebruik) sprake van een klein prestatieverschil naar sekse in het voordeel van de meisjes (Janssen e.a., 2005, pag.235). Na correctie voor algemeen rekenniveau en voor verschillen in strategiegebruik bij delen (Hickendorff e.a., 2009) blijkt het verschil in prestatie tussen jongens en meisjes niet meer significant. Ook bij de bewerking aftrekken lijkt een verschil in strategiegebruik de prestaties van de jongens te benadelen door hun frequente keuze voor het afzien van schriftelijke berekeningen. Voor alle leerlingen, maar wat extra voor zwakke leerlingen en jongens, zou het didactische adagium daarom moeten zijn dat opschrijven helpt om tot een goed antwoord te komen. Er zou meer aandacht in de klas moeten komen voor het leren maken van kernachtige en overzichtelijke notaties en berekeningen bij het maken van rekenopgaven (Buijs, 2008).

Een tweede aspect van de daling van het prestatiepeil is minder grijpbaar: binnen elke strategie voor delen en vermenigvuldigen waren de prestaties in 1997 beter dan in 2004. Het beschikbare PPON-materiaal biedt geen aangrijpingspunten om deze daling te verklaren. Een dergelijke generieke daling wijst op algemenere oorzaken als bijvoorbeeld onvoldoende oefenmogelijkheden in de nieuwe reken-wiskundemethoden, geringere aandacht voor het oefenen op school, veranderde prioriteiten vertaald in minder onderwijstijd voor de bewerkingen, toegenomen verwarring bij leerlingen door de veelheid aan oplossingsstrategieën (Van der Schoot, 2008) en gebrek aan metacognitieve vaardigheden bij het kiezen tussen verschillende strategieën, zoals hoofdrekenen en op papier rekenen. Nader onderzoek naar de implementatie van het realistisch (of juist weer traditioneel) rekenonderwijs in relatie tot de prestaties lijkt geboden.

noten

- 1 Deze tekst is, op enkele kleine wijzigingen na, reeds verschenen als artikel in het ‘Tijdschrift voor Orthopedagogiek’ (2009). Het is een verdere uitwerking van overeenkomstige presentaties gehouden tijdens de bijeenkomst Beter Rekenonderwijs Nederland (Driebergen, 22 november

2008) en de Panama-conferentie (Noordwijkerhout, 22 januari 2009).

literatuur

- Buijs, K. (2008). *Leren vermenigvuldigen met meercijferige getallen*. Utrecht: Freudenthal Instituut (proefschrift).
- Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen (2008). *Tijd voor onderwijs. Eindrapport*. Den Haag: Sdu Uitgevers.
- Hickendorff, M., W.J. Heiser, C.M. van Putten & N.D. Verhelst (2009). Solution strategies and achievement in Dutch complex arithmetic: Latent variable modeling of change. *Psychometrika*, 74, 331-350, DOI: 10.1007/s11336-008-9074-z.
- Janssen, J., F. van der Schoot, B. Hemker & N. Verhelst (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3. Uitkomsten van de derde peiling in 1997*. PPON-reeks nummer 13. Arnhem: Cito.
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004*. PPON-reeks nummer 32. Arnhem: Cito.
- Putten, C.M. van (2005). Strategiegebruik bij het oplossen van deelsommen. In: J. Janssen, F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004* (125-131). Arnhem: Cito.
- Putten, C.M. van & M. Hickendorff (2006). Strategieën van leerlingen bij het beantwoorden van deelopgaven in de periodieke peilingen aan het eind van de basisschool van 2004 en 1997. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(2), 16-25.
- Putten, C.M. van & M. Hickendorff (2007). Strategiegebruik en prestaties bij vermenigvuldigen in groep 8 in PPON 1997 en 2004. *OnderwijsResearchdagen*, 6 juni 2007, Groningen.
- Rademakers, G., C.M. van Putten, M. Beishuizen & J. Janssen (2004). Traditionele en realistische algoritmen bij het oplossen van deelsommen in groep 8: een nadere analyse van PPON-materiaal uit 1997. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 23 (4), 9-13.

Schie, C. van (2008). *Strategiegebruik en prestatie in groep 8 van de basisschool voor de bewerking aftrekken in 2004. Verschillen tussen jongens en meisjes, allochtonen en autochtonen, context- en getalsopgaven*. Leiden: Universiteit Leiden (bachelorscriptie psychologie).

Schoot, F. van der (2008). *Onderwijs op peil? Een samenvattend overzicht van 20 jaar PPON*. Arnhem: Cito.
http://www.cito.nl/po/ppon/alg/Cito_PPON_20_jaar.pdf



Categorieënanalyse bij de LOVS-toetsen rekenen-wiskunde

Jan Janssen & Marian Hickendorff
Cito, Arnhem / Universiteit Leiden

1 inleiding

In 2008 is voor het onderdeel Rekenen-Wiskunde een nieuwe rapportagevorm geïntroduceerd, de zogenaamde 'categorieënanalyse'. Met een categorieënanalyse kan worden nagegaan of leerlingen op een bepaald onderdeel van de reken-wiskundetoets meer (of minder) fouten maken dan op grond van hun algemene vaardigheidsniveau verwacht mag worden. Met behulp van de score van een leerling op de totale toets krijgen we een indicatie van zijn of haar rekenvaardigheidsniveau. Op basis van dit algemene niveau verwachten we dat een leerling op bijvoorbeeld het onderdeel meten een bepaald aantal opgaven goed maakt. Bij een categorieënanalyse wordt nagegaan of het verwachte aantal goed gemaakte opgaven per onderdeel overeenkomt met het aantal opgaven dat hij of zij daadwerkelijk goed maakt per onderdeel. Bij de rapportage van het verschil (tussen waargenomen en verwachte scores) wordt aangegeven of dat een klein verschil is dat aan toeval kan worden toegeschreven of dat het een betekenisvol verschil is.

Bij categorieënanalyse wordt gebruikt gemaakt van specifieke eigenschappen van het IRT-metmodel dat aan de ontwikkeling van de LOVS Rekenen-Wiskunde toetsen ten grondslag ligt. Daarom starten we met het beschrijven van de kenmerken van dit meetmodel alvorens we ingaan op het analyseren van de vaardigheid op categorieniveau.

2 ontwikkeling van het LOVS

Bij de ontwikkeling van de LOVS-toetsen brengen we allereerst de doelen in kaart die men bij het reken-wiskundeonderwijs wil realiseren. Dat gebeurt onder andere op basis van het bestuderen van reken-wiskundemethoden, onderzoek- en toetsgegevens. Vervolgens worden opgaven geconstrueerd die voorgelegd worden aan leerlingen. Op basis van de antwoorden van de leerlingen wordt een schaal geconstrueerd die als uitgangspunt bij het rapporteren en interpreteren van de toetsresultaten gebruikt kan worden.

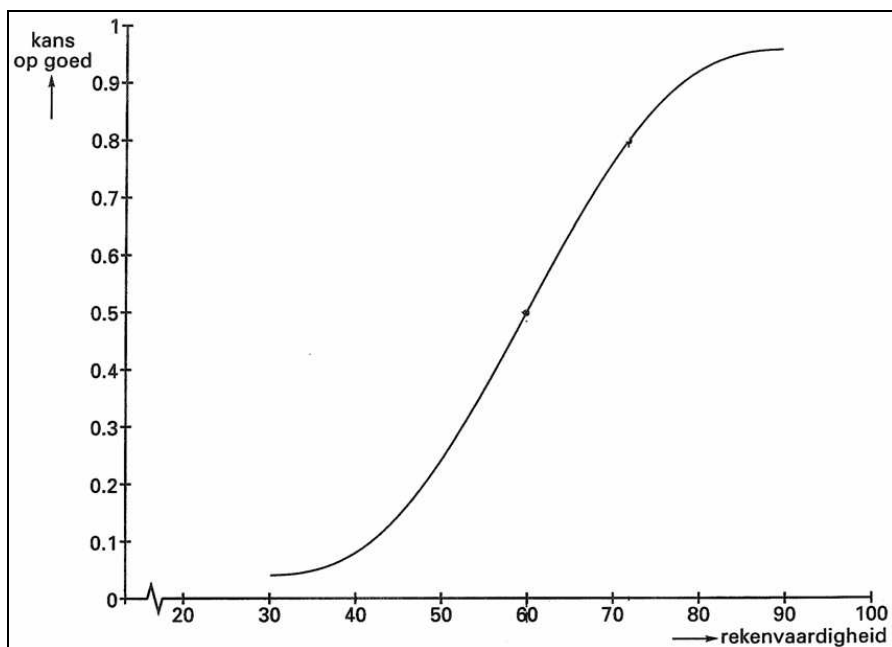
We gaan nu eerst in op de schaalconstructie en het model dat bij het construeren van de reken-wiskundeschaal gebruikt wordt. Kennis van het achterliggende model is nodig om de categorieënanalyse goed te begrijpen.

3 Item Respons Theorie

Bij de Item Respons Theorie (IRT) wordt ervan uitgegaan dat het antwoord van een leerling op een opgave (met andere woorden de respons op een item) wordt bepaald door:

- het vaardigheidsniveau van de leerling op het moment van de meting;
- de moeilijkheid van de opgave.

Met behulp van statistische formules kan bepaald worden welke kans een leerling met een bepaalde vaardigheid heeft om een opgave met een bepaalde moeilijkheid goed op te lossen. Grafisch kan deze relatie als volgt worden weergegeven (fig.1).



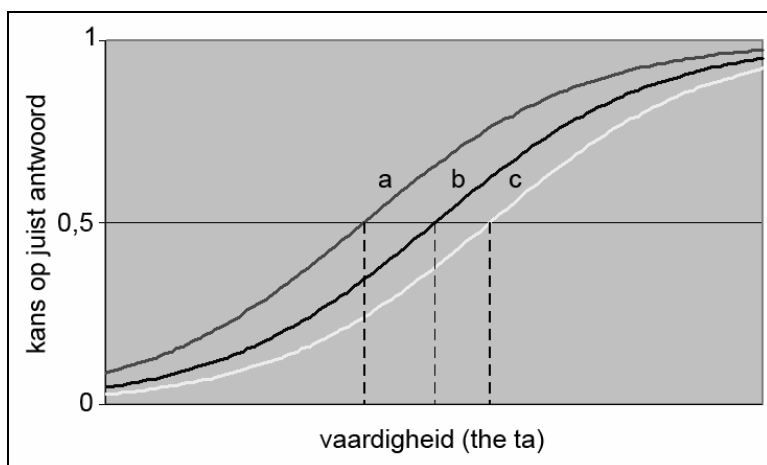
figuur 1: model Item Respons Theorie voor één item

Hiermee hebben we de elementen die van belang zijn voor het rapporteren met behulp van een itemresponsmodel gehad. Dat zijn dus:

- de vaardigheid van een persoon die op de schaal van laag naar hoog kan worden aangegeven;
- de moeilijkheid van de opgaven die van gemakkelijk naar moeilijk kan worden aangegeven;
- de kans dat een leerling met een bepaalde vaardigheid een opgave met een bepaalde moeilijkheid goed maakt.

4 de moeilijkheid van opgaven

De moeilijkheid van een opgave wordt gedefinieerd als de vaardigheid die nodig is om een item met een kans van 50 procent goed op te lossen. In figuur 2 staan de curves van drie items die verschillen in moeilijkheidsgraad. De *a*-curve representeert het gemakkelijkste item en de *c*-curve (de witte curve) is het moeilijkste item van deze drie.



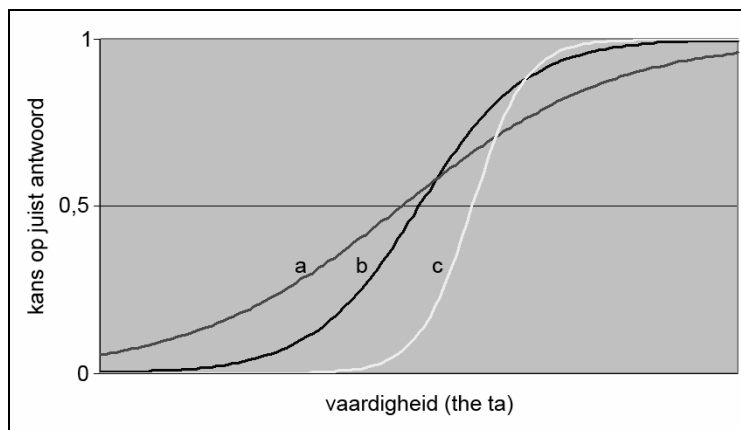
figuur 2: de moeilijkheidsparameter in het IRT-model

5 het discriminerend vermogen van opgaven

De curves, die items representeren, hebben niet allemaal dezelfde vorm. Er zijn relatief steile curves (zie bijvoorbeeld curve *c* in figuur 3) waarbij de kans op succes snel toeneemt, terwijl het niveau op de vaardigheidsschaal slechts weinig toeneemt. Maar er zijn ook relatief vlakke curves waarbij de kans op succes slechts heel geleidelijk toeneemt naarmate het niveau op de vaardigheidsschaal stijgt. De steilheid van de curve vertelt ons iets over het discriminerend vermogen van het item.

In figuur 3 discrimineert item *a* het slechtst en item *c* discrimineert het best. Dat betekent dat item *c* beter onderscheid maakt tussen vaardige en minder vaardige leerlingen dan item

a en b.



figuur 3: de discriminatieparameter

Aan het discriminerend vermogen wordt een getal toegekend dat normaal varieert van ongeveer 1 tot 6. Een discriminerend vermogen van 1 betekent dat het item niet discrimineert en een discriminerend vermogen van 6 dat je te maken hebt met een item dat heel goed onderscheid maakt tussen vaardige en minder vaardige leerlingen. De discriminatieparameter wordt gebruikt bij het bepalen van de gewogen score. Als een leerling een opgave met een discriminatieparameter van 3 goed oplost krijgt hij drie punten. Gewogen scores worden overigens alleen gebruikt als het computerprogramma de score van de leerling bepaalt. In andere gevallen wordt er gewerkt met ongewogen scores. Werken met gewogen scores heeft een grotere betrouwbaarheid als voordeel.

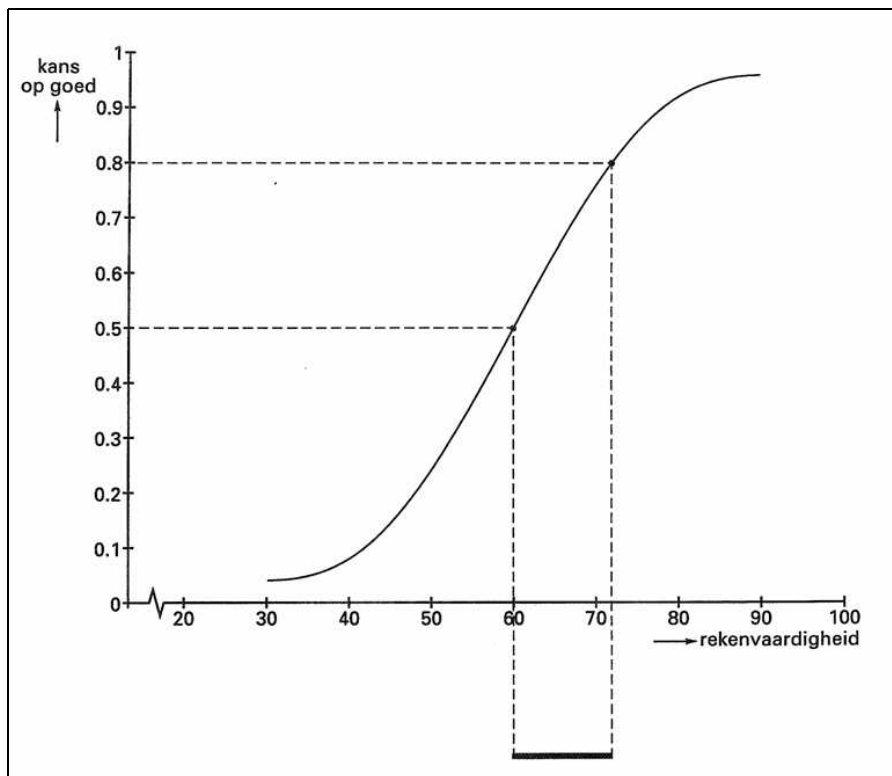
6 representatie van opgaven en het vaardigheidsniveau op de schaal

Van elke opgave kunnen we zo'n curve maken. Alleen, als je met al die curves moet werken, verlies je snel het overzicht over het totaal. Daarom hebben we voor de rapportage de informatie gereduceerd tot balkjes of lijnen die opgaven representeren. De linkerkant van het balkje geeft het p_{50} kanspunt van het item aan en de rechterkant van het balkje het p_{80} kanspunt van de opgave. Dat leidt tot een driedeling:

- Heb je meer dan 80 procent kans op een goed antwoord, dan beheers je die opgave goed.
- Heb je 50 tot 80 procent kans op een goed antwoord, dan beheers je de opgave matig tot goed.
- Heb je minder dan 50 procent kans op een goed antwoord, dan beheers je de opgave

onvoldoende.

In figuur 4 is aangegeven hoe we vanuit een curve tot zo'n balkje komen.



figuur 4: $p50$ - en $p80$ kanspunt van een item

In figuur 5 (afkomstig uit de inhoudsverantwoording van de LOVS-toetsen voor groep 4) zijn de balkjes die opgaven representeren niet horizontaal, maar verticaal afgebeeld en staat ook de vaardigheidsschaal van laag naar hoog verticaal weergegeven. Kenmerkend voor de schaal is dat er opgaven op afgebeeld kunnen worden (hier het $p50$ en $p80$ kanspunt van de opgave) en dat de vaardigheid van individuele leerlingen, of zoals hier de vaardigheidsverdeling van groepen leerlingen, op verschillende tijdstippen erop kan worden afge-

7 van traditionele foutenanalyse naar categorieënanalyse

Bij traditionele foutenanalyses wordt er per leerling een overzicht van het aantal foute antwoorden per categorie gemaakt. Op basis van die overzichten neemt men beslissingen over de extra te besteden aandacht aan categorieën bij leerlingen.

Traditionele foutenanalyses komen in tal van varianten voor. Van overzichten met een indeling in enkele hoofdcategorieën tot zeer gedetailleerde overzichten met veel categorieën die slechts enkele opgaven tellen. De meeste varianten hebben als gemeenschappelijk kenmerk dat een absoluut criterium als uitgangspunt wordt genomen.

In het voorbeeld van figuur 6 zien we dat leerling 1 van de tien opgaven over getallen er zes goed heeft gemaakt. Daarmee voldoet deze leerling niet aan het gestelde criterium (zeven opgaven goed maken). Bij het onderdeel vermenigvuldigen en delen heeft de leerling ook minder opgaven goed gemaakt dan het gestelde criterium. Uit deze informatie wordt dan afgeleid dat extra aandacht moet worden besteed aan de onderdelen getallen en vermenigvuldigen en delen.

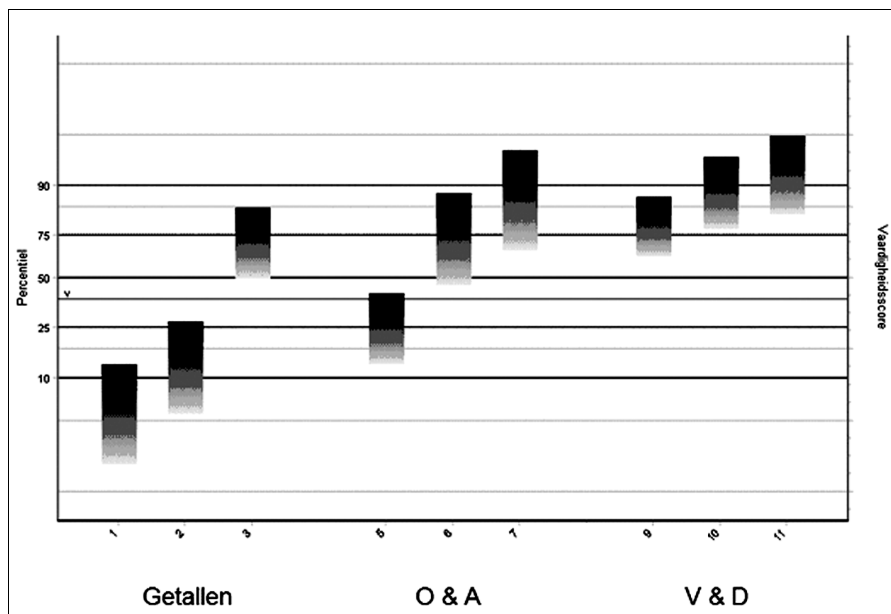
	Aantal opgaven in toets	Criterium	Leerling 1	Leerling 2	Leerling 3
Getallen	10	7	6*		
+ en – 12	12	8	8		
× en :	10	7	5*		
Meten	8	5	5		

figuur 6: traditionele foutenanalyse

Met deze benadering is het niet mogelijk een goede diagnose te maken. Er wordt immers geen rekening gehouden met het vaardigheidsniveau van de leerling en de moeilijkheidsgraad van de opgaven. Daarom hebben we een alternatief ontwikkeld dat met behulp van de computer uitgevoerd kan worden en dat categorieënanalyse wordt genoemd.

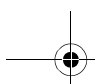
Uitgaande van figuur 7 verduidelijken we het principe achter de categorieënanalyse. In deze figuur zijn van elk van de categorieën Getallen, Optellen en aftrekken (O&A) en Ver-

menigvuldigen en delen (v&d) drie items met hun $p50$ - en $p80$ -kanspunten afgebeeld.



figuur 7: vaardigheidsniveau in relatie tot categorieën

Van een leerling met een vaardigheidsniveau dat in figuur 7 is aangeduid met v hebben we over zijn score op de drie items van het onderdeel getallen een andere verwachting dan over zijn score op de drie items van het onderdeel vermenigvuldigen en delen. Bij het onderdeel getallen heeft een leerling immers bij twee van de drie opgaven een kans groter dan 80 procent om die goed op te lossen en bij het onderdeel vermenigvuldigen en delen heeft deze leerling bij alle drie de items minder dan 50 procent kans op een goed antwoord. Uit het psychometrisch model waarmee binnen het LOVS wordt gewerkt, kan worden berekend wat de verwachte score is op elk van de categorieën, gegeven de totaalscore op de toets. Deze verwachte score kan weer worden omgezet in een percentage van de maximale score op elk van de categorieën.



8 functie van categorieënanalyse en de categorieën bij de toetsen

De functie van categorieënanalyse is nagaan of het niveau van een leerling op onderdelen significant afwijkt van het niveau dat bij de verschillende onderdelen op basis van het algemene vaardigheidsniveau van de leerling wordt verwacht. Uit de vaardigheidsscore die de leerling op de toets behaalt en het daarbij behorende vaardigheidsniveau weten we of we met een sterke of zwakke leerling te doen hebben. Met behulp van de categorieënanalyse kunnen we nagaan of een leerling, gegeven zijn algemene niveau, evenwichtig presteert op de verschillende categorieën van de toets.

In figuur 8 wordt een overzicht gegeven van de categorieën die we bij de verschillende LOVS-toetsen Rekenen-Wiskunde onderscheiden.

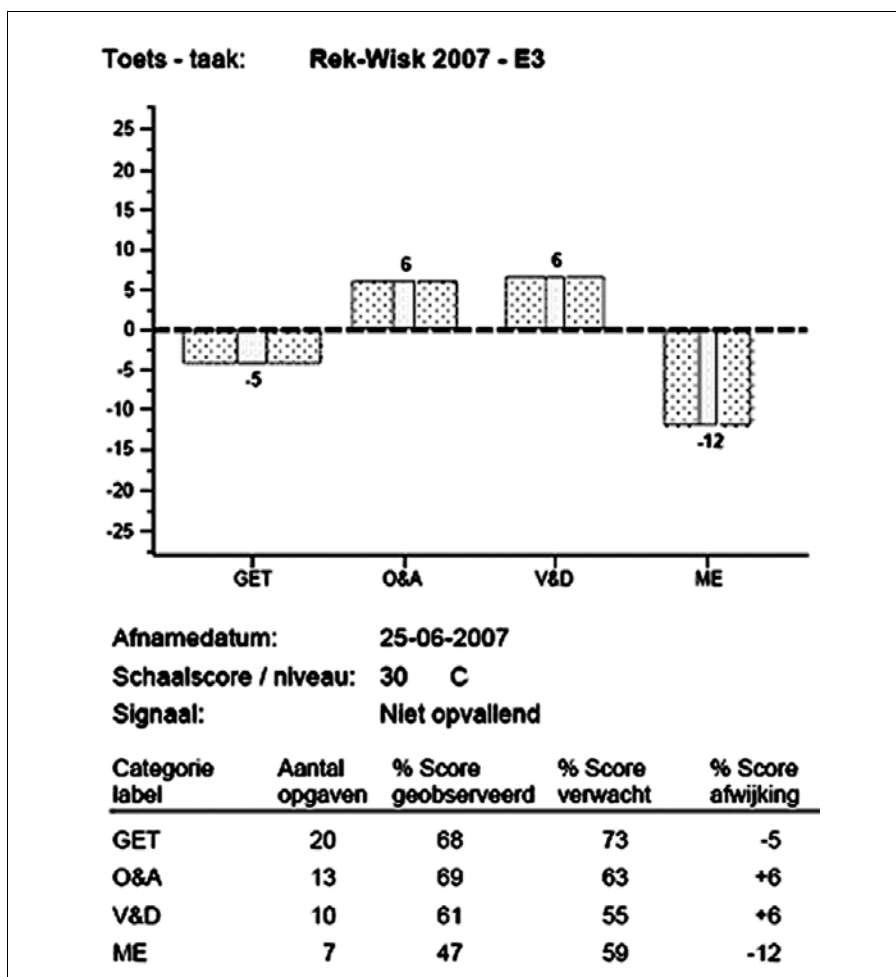
	M3	M3	M4	E4	M5	E5	M6	E6	M7	E7
Getallen										
Optellen en aftrekken										
Vermenigvuldigen en delen										
Hoofdrekenen										
Bewerkingen met papier										
Meten, Tijd en Geld										
Meten										
Tijd en Geld										
Verhoudingen, Breuken en Procenten										
Aantal categorieën	4	4	4	4	5	5	6	6	6	6

figuur 8: overzicht categorieën bij de toetsen

9 categorieënanalyse

Bij de categorieënanalyse wordt met behulp van statistische formules (Chi-kwadraat) een afstandsmaat bepaald. Elke categorie levert een eigen bijdrage aan de afstandsmaat. De bijdrage hangt af van het verschil tussen de geobserveerde en de verwachte score en van het aantal items dat de betreffende categorie telt. De bijdrage is groter naarmate het aantal items en/of het verschil geobserveerd-verwacht toeneemt. De gegevens over het aantal items dat de categorie telt en het verschil geobserveerde-verwachte score, worden in de tabel van een profielweergave vermeld (fig.9). In de grafiek van deze figuur (een scoreprofiel van een leerling met niveau C) geeft de hoogte van de kolom het verschil aan tussen

geobserveerde en verwachte score. De oppervlakte (het egale gedeelte) van de kolommen komt overeen met de bijdrage van elke categorie aan de afstandsmaat. Hoe groter de oppervlakte, des te groter de bijdrage. Op basis van de grootte van de afstandsmaat zijn er drie mogelijkheden: het signaal 'niet opvallend', 'opvallend' of 'zeer opvallend' kan worden gegeven.



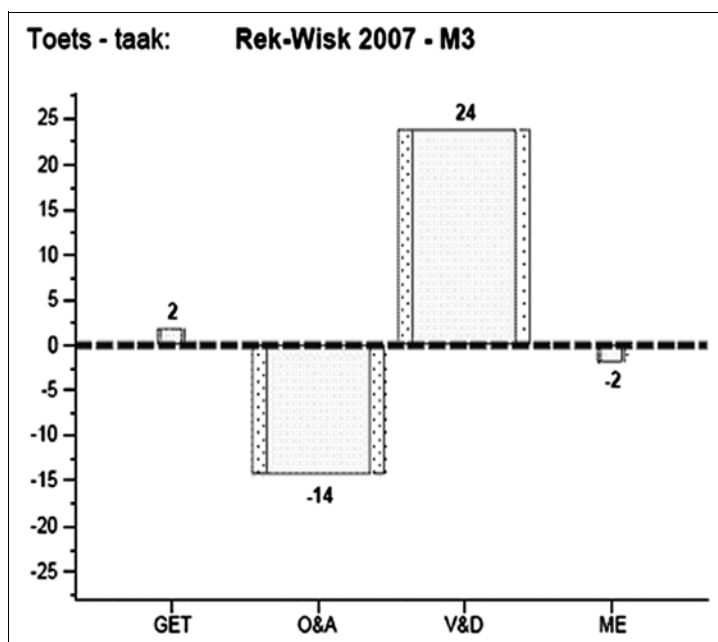
figuur 9: voorbeeld: niet opvallend profiel

Voor de beste 10 procent en de zwakste 10 procent van de leerlingen genereert het programma geen profiel. Categorieënanalyse is daar niet zinvol, omdat de 10 procent beste leerlingen nauwelijks fouten maken en voor de 10 procent zwakste leerlingen geldt dat zij zoveel fouten maken dat we moeten concluderen dat zij, gezien hun vaardigheid, beter een toets van een vorig afnamemoment kunnen maken.

Uit analyses is gebleken dat 10 procent van de leerlingen een ‘opvallend’ of ‘zeer opvallend’ profiel heeft. Bij een ‘opvallend’ profiel behoort het profiel tot de hoogste 10 procent afstandsmaten, maar niet tot de 5 procent hoogste. Met een ‘zeer opvallend’ profiel hebben we te maken als het profiel behoort tot de 5 procent hoogste afstandsmaten.

In figuur 9 geeft het gestippelde gedeelte in de kolommen aan hoe ver de leerling van een ‘opvallend’ profiel afzit. In deze figuur is het gestippelde deel van de staven groot in vergelijking met het egaal gekleurde deel. Dit betekent dat bij deze leerling de afstandsmaat erg klein is en nog behoorlijk ver af ligt van het kritische punt waarbij we van een ‘opvallend’ profiel gaan spreken.

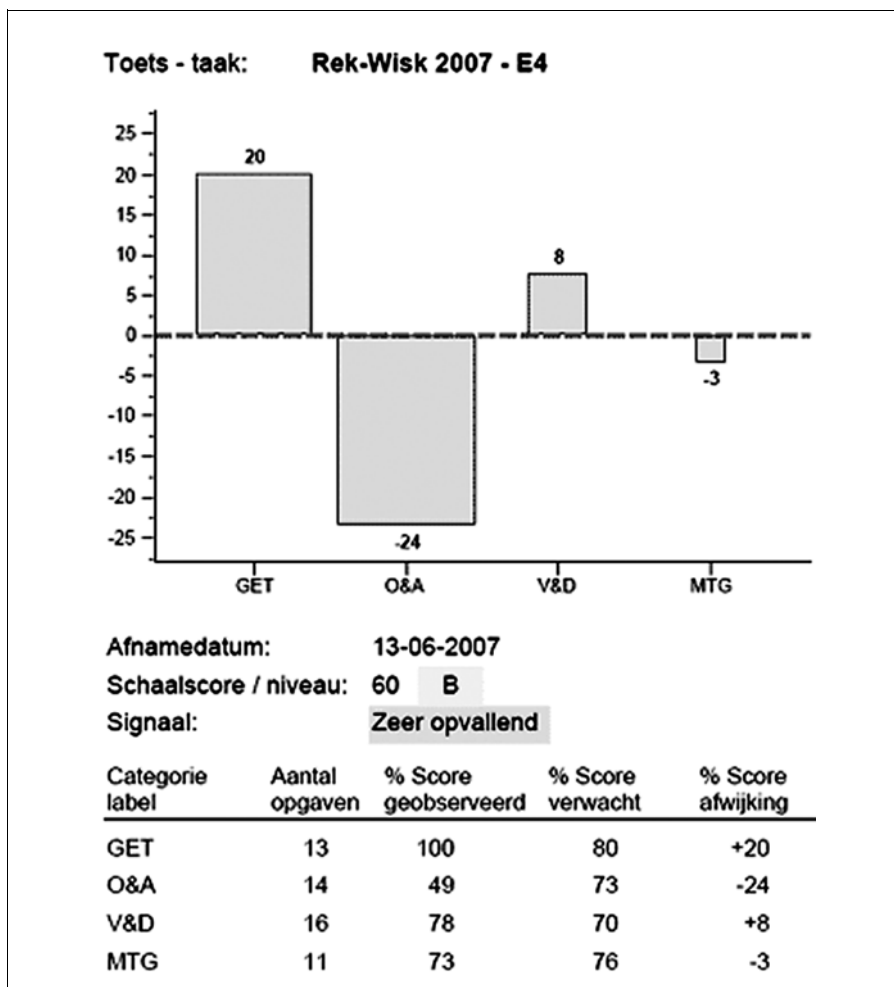
In het profiel van de leerling in figuur 10 zijn de gestippelde stroken relatief klein in vergelijking met het egaal gekleurde deel van de staven. Dit betekent dat we het profiel nog steeds als niet opvallend aanmerken, maar dat de afstandsmaat bij deze leerling behoorlijk dicht in de buurt komt bij de kritische grens waarbij we van een ‘opvallend’ profiel spreken.



figuur 10: voorbeeld: niet opvallend profiel -2-

In figuur 11 staat een voorbeeld van een ‘zeer opvallend’ profiel. Het profiel wordt ‘zeer opvallend’ genoemd omdat de afstandsmaat (die verder niet in de figuur wordt vermeld)

behoort tot de 5 procent hoogste afstandsmaten.



figuur 11: voorbeeld: zeer opvallend profiel

Aan de oppervlakte van de staven zien we dat de afstandsmaat vooral bepaald is door de categorieën 'Getallen' (GET) en 'Optellen en aftrekken' (O&A). Het gaat om een relatief goede leerling (niveau B), die op de categorie 'Getallen' behoorlijk beter presteert dan op grond van zijn prestatie op de toets als geheel kan worden verwacht. Maar op de categorie 'Optellen en aftrekken' presteert de leerling in belangrijke mate onder de verwachting. Bij de categorie 'Vermenigvuldigen en delen' en 'Meten' presteert de leerling conform verwachting.

Bij de interpretatie moeten we voorzichtig zijn: het zou kunnen zijn dat bij deze leerling

het inzicht in en het begrip van optellen en aftrekken is achtergebleven. Het zou echter ook zo kunnen zijn dat de leerling bijvoorbeeld bij de aftrekopgaven steeds eenzelfde fout maakt en dat aandacht voor dit aspect snel een vooruitgang voor die leerling zou betekenen. Uit de figuur kunnen we onmogelijk aflezen wat de juiste interpretatie is. De functie van de profielanalyse is het signaleren van een opvallende of zeer opvallende onevenwichtigheid in het profiel die om nadere analyse vraagt.

De classificaties ‘opvallend’ en ‘zeer opvallend’ zijn puur beschrijvend en zijn op theoretisch-statistische gronden bepaald. Normaal gesproken kan voor ongeveer 10 procent van de leerlingen zo’n beschrijving verwacht worden. Zijn er in een klas echter veel meer dan 10 procent opvallende en zeer opvallende profielen dan is het aan te bevelen de profielen samen te bekijken. Als bijvoorbeeld alle opvallende profielen een onderprestatie laten zien op de categorie ‘Meten’ kan dit erop wijzen dat dit onderdeel in het onderwijs niet erg goed is overgekomen.

Zo kan categorieënanalyse zowel onevenwichtige prestaties op individueel niveau als op groepsniveau aan het licht brengen.

literatuur

Computerprogramma LOVS. Arnhem: Cito.

Handleiding Computerprogramma LOVS. Arnhem: Cito.

Janssen, J., F. Scheltens & J.M. Kraemer (2004-2009). *LOVS Rekenen-Wiskunde, Inhoudsverantwoording bij de toetspakketten voor groep 3 tot en met 7*. Arnhem: Cito.

Verhelst, N. (2007). *Profielanalyse met Item Respons Theorie*. Arnhem: Cito.



Het LOVS rekenen-wiskunde van het Cito

- de invloed van contexten in groep 3, 4 en 5 -

Marian Hickendorff & Jan Janssen
Universiteit Leiden / Cito Arnhem

1 inleiding en methode

De LOVS-toetsen rekenen-wiskunde bevatten naast ‘kale’ rekenopgaven ook veel contextopgaven. Dit roept de vraag op naar de rol die taal en begrijpend lezen spelen bij het oplossen van de rekenopgaven. Specifiek kan men zich afvragen of de rekenprestaties van taalzwakke en van allochtone leerlingen wellicht onderschat worden. Zo kopte ‘de Volkskrant’ (29-9-2008) met een uitspraak van de staatssecretaris van Onderwijs Dijkzma: ‘Als je slecht kunt lezen, ga je nat in de rekenles’.

Hiertoe heeft het Cito een onderzoek opgezet in groep 3, 4 en 5. Het doel was ten eerste om na te gaan in welke mate leerlingen verschillen in hun vaardigheid wat betreft het oplossen van kale sommen in vergelijking met hun vaardigheid in het toepassen van de geleerde procedures in contextopgaven. Het tweede doel was analyseren of eventuele gevonden verschillen in de verwachte richting samenhangen met het taalniveau van de leerling (thuis taal en niveau van begrijpend lezen).

In juni 2008 zijn per jaargroep (3, 4 en 5) ongeveer zeshonderdvijftig tot zevenhonderd leerlingen onderzocht. De steekproef van 30 tot 35 verschillende scholen bestond vooral uit scholen met relatief veel leerlingen met een grote taalachterstand en/of veel allochtone leerlingen. De onderzoeksopzet was dat leerlingen naast de reguliere LOVS-taken rekenen-wiskunde een extra rekentaak maakten die alleen uit ‘kale’ getalopgaven bestond. De kale opgaven kwamen uit het domein ‘getallen en bewerkingen’. Daarom zijn ook slechts de opgaven met betrekking tot ‘getallen en bewerkingen’ uit de reguliere LOVS-taken in de analyses opgenomen.

Om relevante verschillen tussen leerlingen naar taalniveau te kunnen onderzoeken waren onder andere achtergrondgegevens over de thuis taal van de leerling en zijn/haar niveau op de LOVS-toets voor Begrijpend Lezen verzameld, ingedeeld in A (beste 25 procent: percentiel 75-100), B (percentiel 50-75), C (percentiel 25-50) en D+E (de zwakste 25 procent: percentiel 0-25). In figuur 1 zijn de aantallen leerlingen en aantallen opgaven per jaargroep

weergegeven.

	aantal opgaven			aantal leerlingen		
	context	kaal	totaal	thuis taal Nederlands	thuis taal niet-Nederlands	totaal
groep 3	42	31	73	430	215	645
groep 4	37	34	71	514	216	730
groep 5	40	39	79	458	204	662

figuur 1: aantal opgaven en aantal leerlingen per jaargroep

2 resultaten

De patronen voor groep 3, 4 en 5 waren grotendeels vergelijkbaar. In alle drie de jaargroepen lieten verschillende analyses zien dat prestaties op contextopgaven en prestaties op de kale opgaven niet zonder problemen als één construct ‘rekenvaardigheid’ gezien konden worden. De correlaties tussen de prestaties op de contextopgaven en de kale opgaven waren 0,74 voor groep 3; 0,72 voor groep 4 en 0,79 voor groep 5. Deze samenhang is weliswaar hoog, maar verre van perfect. Dat blijkt ook als we op basis van de prestaties op de contextopgaven en de prestaties op de kale opgaven apart een indeling in kwartielen maken, en de samenhang hiertussen bekijken. Voor de leerlingen van groep 3 staat in een kruistabel deze samenhang tussen de twee kwartielindelingen weergegeven in figuur 2.

kwartiel prestaties op kale opgaven						
kwartiel prestaties op contextopgaven		A	B	C	D+E	totaal
	A	101	49	19	5	174
	B	40	65	45	7	157
	C	22	36	59	44	161
	D+E	5	14	32	102	153
	totaal	168	164	155	158	645

figuur 2: kruistabel van behaalde kwartiel van prestaties op de contextopgaven en behaalde kwartiel van prestaties op de kale opgaven.
Aantallen leerlingen in groep 3.

Hieruit blijkt dat slechts 51 procent van de leerlingen op beide rekenvaardigheden in hetzelfde kwartiel ingedeeld was (de schuingedrukte aantallen in figuur 2). Dit percentage was ook 51 procent van de leerlingen uit groep 4, en 56 procent van de leerlingen uit groep 5. Het samennemen van de prestaties op de kale en op de contextopgaven om één reken-

vaardigheidschaal te construeren is dus niet zonder problemen, en houdt hoe dan ook een verlies van informatie over de prestaties op beide componenten in.

Vervolgens is onderzocht in hoeverre gevonden verschillen tussen prestaties op kale opgaven en prestaties op contextopgaven samenhangen met de thuistaal van de leerling (Nederlands of niet-Nederlands) (fig.3).

	thuistaal leerling	minstens 1 kwartiel hoger op contextopgaven	zelfde kwartiel	minstens 1 kwartiel hoger op kale opgaven	totaal
groep 3	Nederlands niet-Ned	134 (31%) 35 (16%)	218 (51%) 109 (51%)	78 (18%) 71 (33%)	430 (100%) 215 (100%)
groep 4	Nederlands niet-Ned	150 (29%) 33 (15%)	264 (51%) 110 (51%)	100 (19%) 73 (34%)	514 (100%) 216 (100%)
groep 5	Nederlands niet-Ned	112 (24%) 40 (20%)	261 (57%) 106 (52%)	86 (19%) 58(284%)	458 (100%) 204 (100%)

figuur 3: kruistabel van thuistaal van de leerling en afwijking tussen behaalde kwartiel prestaties op kale opgaven en behaalde kwartiel prestaties op contextopgaven.

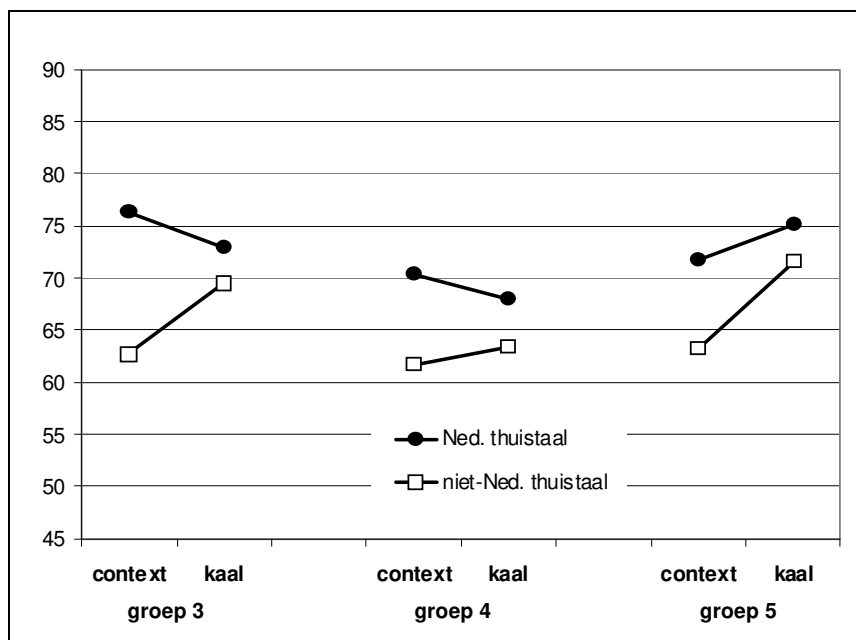
Van elke leerling is vastgesteld of hij/zij op beide prestaties in hetzelfde kwartiel werd ingedeeld, minstens één kwartiel hoger op de contextopgaven of minstens één kwartiel hoger op de kale opgaven. Hieruit blijkt dat in alle drie de jaargroepen de Nederlandstalige leerlingen relatief vaker in een hogere prestatiegroep op de contextopgaven werden ingedeeld dan in een hogere prestatiegroep op de kale opgaven. Voor leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal was dit patroon precies andersom.

Deze verschillen zijn significant: in groep 3 ($\chi^2 = 25.9$, $df = 2$, $p < .001$), groep 4 ($\chi^2 = 24.9$, $df = 2$, $p < .001$) en in groep 5 ($\chi^2 = 8.0$, $df = 2$, $p = .02$). Het effect van thuistaal lijkt overigens groter te zijn in groep 3 en 4 dan in groep 5.

Ook voor het niveau van ‘Begrijpend Lezen’ bleek een soortgelijk significant verband in de verwachte richting aanwezig in alle drie de jaargroepen. Leerlingen met de laagste niveaus van ‘Begrijpend Lezen’ (D en E) behaalden relatief vaker een hoger prestatiekwartiel op de kale opgaven dan op de contextopgaven; voor leerlingen met het hoogste niveau van Begrijpend Lezen (A) was dit patroon precies andersom.

Tot nu toe zijn de verschillen in prestaties op kale en contextopgaven op een redelijk kwalitatieve manier vastgesteld door leerlingen in te delen in kwartielen. Nu gaan we over op een meer kwantitatieve benadering door gemiddelde percentages goed te rapporteren. Hierbij moet wel rekening gehouden worden met het feit dat de contextopgaven en de kale opgaven verschillend waren qua getalskenmerken, dus dat over de vergelijking van de

absolute moeilijkheidsgraad van beide typen taken weinig te zeggen valt.



figuur 4: gemiddelde prestaties op de contextopgaven en op de kale opgaven voor leerlingen met een Nederlandse of niet-Nederlandse thuistaal, per jaargroep

Figuur 4 laat het volgende patroon zien. De leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal presteren lager dan leerlingen die thuis Nederlands spreken, in alle drie de jaargroepen en op beide typen opgaven. Dit verschil is echter kleiner op de kale opgaven (4 procentpunten in groep 3, 4 en 5) dan op de contextopgaven (respectievelijk 14, 9 en 9 procentpunten). Leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal hebben dus minder achterstand ten opzichte van Nederlandstalige leerlingen in hun gemiddelde prestaties op de kale opgaven dan op de contextopgaven.

Een relevante vervolgvraag is in hoeverre deze verschillen naar thuistaal bepaald worden door eventuele niveauverschillen in begrijpend lezen.

In figuur 5 zijn daarom de prestaties op de kale en op de contextopgaven zowel naar thuistaal als naar het niveau van begrijpend lezen uitgesplitst. We bespreken de patronen uit figuur 5 die na statistische toetsing relevant bleken. De effecten voor groep 3 en 4 zijn vergelijkbaar, en laten zich als volgt beschrijven.

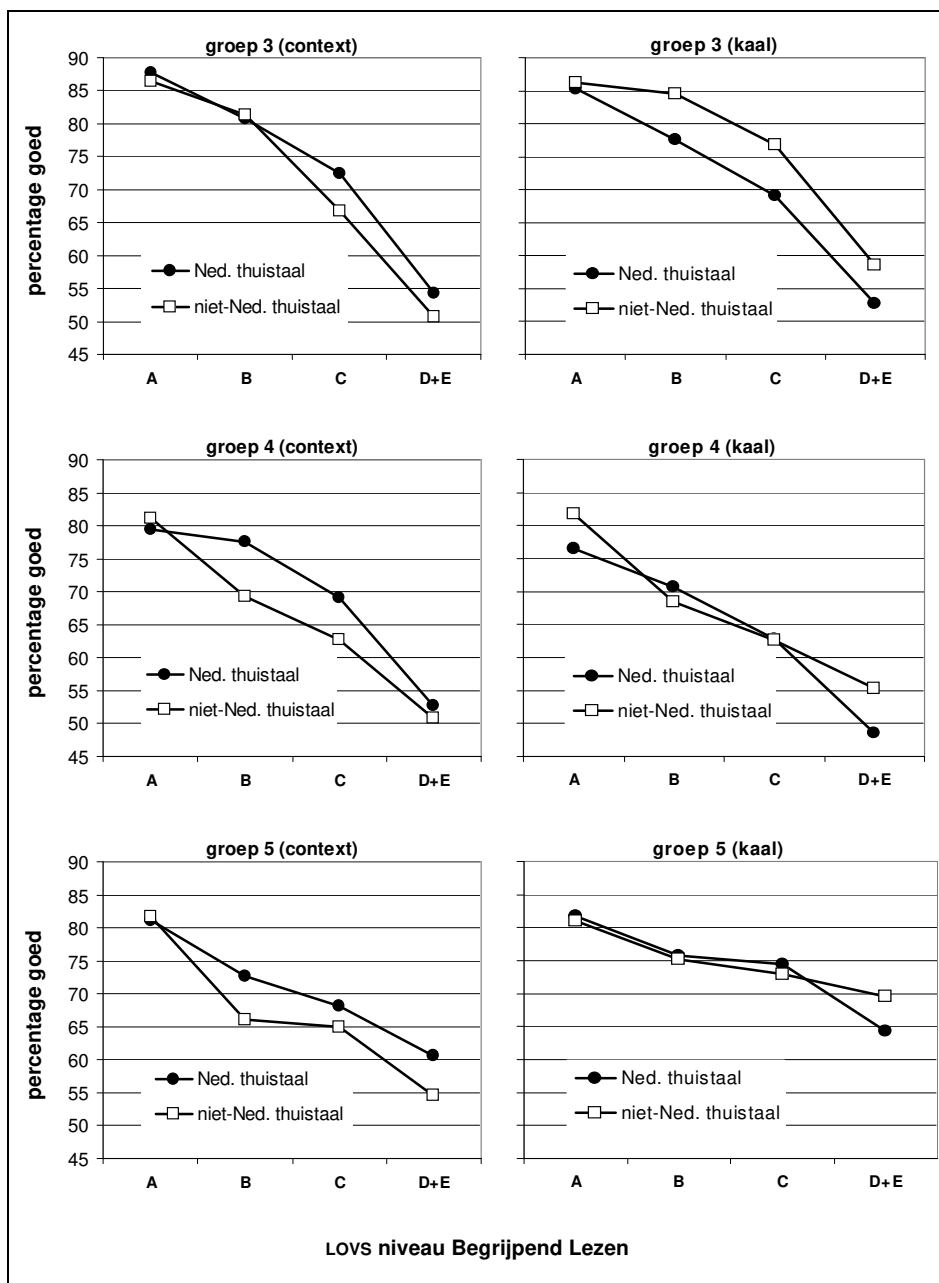
(1) Leesniveau hangt samen met rekenniveau: slechtere lezers zijn ook slechtere rekenaars, ongeacht thuistaal van de leerling. (2) Het verband tussen leesniveau en rekenprestaties is iets sterker voor de contextopgaven dan voor de kale opgaven, ongeacht thuistaal. (3) Leer-

lingen met een niet-Nederlandse thuistaal hebben een lager leesniveau dan leerlingen die thuis Nederlands spreken (niet zichtbaar in figuur 5).

Effecten (1), (2) en (3) gecombineerd leveren het beeld dat leerlingen die thuis geen Nederlands spreken slechter presteren op rekenen dan leerlingen die Nederlands wel als thuistaal hebben, en dat deze achterstand groter is op de contextopgaven dan op de kale opgaven. Rekening houdend met het leesniveau van de leerling hebben de leerlingen met niet-Nederlandse thuistaal nog wel een achterstand in prestaties op de contextopgaven, maar geen achterstand of zelfs een voorsprong in prestaties op de kale opgaven.

De resultaten voor groep 3 en 4 samenvattend: leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal lezen slechter en rekenen slechter. Omdat leesniveau ook blijkt samen te hangen met rekenprestaties op kale opgaven is het niet waarschijnlijk dat een leesachterstand de rekenachterstand heeft veroorzaakt, maar eerder dat leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal in het algemeen slechter scoren op schoolse cognitieve vaardigheden. Wel is het zo dat de rekenachterstand op de contextopgaven wat groter is, omdat leesniveau daar een iets grotere rol speelt dan op de kale opgaven.

De resultaten voor groep 5 zijn nog wat complexer. (1) Leesniveau hangt samen met rekenniveau: slechtere lezers zijn ook slechtere rekenaars. (2) Voor de leerlingen met Nederlands als thuistaal is dit verband tussen leesniveau en rekenprestaties iets sterker voor de contextopgaven dan voor de kale opgaven. (3) Voor de leerlingen die thuis geen Nederlands spreken is dit verband tussen leesniveau en rekenprestaties een stuk sterker voor de contextopgaven dan voor de kale opgaven. (4) Leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal hebben een lager leesniveau dan leerlingen die thuis Nederlands spreken (niet zichtbaar in figuur 5). Effecten (1) tot en met (4) gecombineerd leveren het volgende beeld. Leerlingen die Nederlands niet als thuistaal hebben presteren slechter op rekenen dan leerlingen die thuis wel Nederlands spreken, en deze achterstand is groter op de contextopgaven dan op de kale opgaven.



figuur 5: gemiddelde prestaties op de contextopgaven en op de kale opgaven voor leerlingen met een verschillend niveau van begrijpend lezen, uitgesplitst naar jaargroep

Op de kale opgaven speelt de achterstand in leesniveau leerlingen die thuis geen Nederlands spreken minder parten dan op de contextopgaven, terwijl dat voor de leerlingen die thuis wel Nederlands spreken niet uitmaakt.

De resultaten voor groep 5 samenvattend: leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal lezen slechter en rekenen ook slechter, vooral tot uiting komend op de contextopgaven. Omdat leesniveau hier ook samenhangt met rekenprestaties op kale opgaven is het ook voor groep 5 waarschijnlijk dat (een deel van) de rekenachterstand verklaard wordt door het feit dat leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal in het algemeen slechter scoren op schoolse cognitieve vaardigheden. Wel is het zo dat op de kale opgaven de effecten van leesniveau groter zijn voor leerlingen met Nederlands als thuistaal dan voor leerlingen met een andere thuistaal. Vooral de zwakke lezers die thuis geen Nederlands spreken lijken een flink deel van hun rekenachterstand in te lopen op de kale opgaven.

3 discussie

Het huidige onderzoek levert twee belangrijke conclusies op. De eerste conclusie is dat 'toepassings-' en 'kale' rekenvaardigheid twee verschillende, maar samenhangende constructen lijken te zijn. De tweede conclusie is dat leerlingen, die thuis geen Nederlands spreken, een prestatieachterstand hebben ten opzichte van leerlingen die thuis wel Nederlands spreken, wat deels samenhangt met het feit dat het ook slechtere lezers zijn. Omdat leesniveau een grotere rol blijkt te spelen bij rekenprestaties op contextopgaven dan op kale opgaven, is de prestatieachterstand van niet-Nederlandstalige leerlingen groter op de contextopgaven dan op de kale opgaven. In groep 5 is er nog wat extra's aan de hand: leesniveau blijkt een veel minder grote rol te spelen bij prestaties op de kale opgaven dan op de contextopgaven, maar alleen voor leerlingen met een niet-Nederlandse thuistaal. Er is dus meer aan de hand dan alleen een effect van leesniveau op rekenprestaties: er is nog iets anders wat de leerlingen in groep 5 die thuis geen Nederlands spreken parten speelt. Wat dat is, is nu slechts speculeren, en verdient nader onderzoek. Wat mee zou kunnen spelen is dat in groep 5 de leerlingen de rekenopgaven zelfstandig lezen en maken, en in groep 3 en 4 nog niet. Er is overigens geen bezwaar om voor leerlingen in groep 5 die moeite hebben met het lezen en begrijpen, de teksten via een geleide afname met de leerlingen te lezen.

De bevindingen roept een aantal vragen op over de onderwijs- en toetspraktijk. De voorname vraag is: wat is rekenen? Zou rekenvaardigheid vooral onderwezen en getoetst moeten worden aan de hand van toepassingssituaties, of zou er meer ruimte ingebouwd moeten worden voor het kaal oplossen van getalsopgaven? Hieraan gerelateerd is de vraag wat de implicaties zijn van de gevonden verschillen tussen leerlingen die al dan niet thuis Nederlands spreken en de grotere invloed van leesvaardigheid op contextopgaven dan op kale opgaven. Als we van mening zijn dat rekenvaardigheid voor een groot deel bestaat uit



Marian Hickendorff & Jan Janssen

het toepassen ervan, dan kunnen we concluderen dat op de huidige toetsing hiervan met contextopgaven zwakkere lezers slechter presteren dan sterkere lezers, waarschijnlijk onder meer omdat ze bij de toepassingsopgaven worden gehinderd door hun lagere leesvaardigheid. Het zou aanbeveling verdienen uit te zoeken welke (mate van) taligheid in contexten vooral een beroep doen op de leesvaardigheid. Als we echter van mening zijn dat rekenvaardigheid, naast het toepassen, ook of vooral bestaat uit het kaal oplossen van getalsopgaven, dan zouden rekenvaardigheidstoetsen van het LOVS met meer kale opgaven de prestaties van leerlingen die het Nederlands niet goed machtig zijn, beter kunnen weer-
geven.

Twee jaar WISCAT-pabo

- beschrijving, resultaten en ervaringen -

Gerard Straetmans
Cito Arnhem/Saxion Hogescholen
Theo Eggen
Cito Arnhem/Universiteit Twente

1 inleiding

Zo'n dertig jaar geleden studeerde de eerste auteur van dit artikel aan een pedagogische academie. Hij tekende de volgende herinnering op:

De opleiding telde toen geen vier maar drie studiejaren met in het laatste jaar ruimte voor een specialisatie. Ik koos voor rekenen, omdat me dat een tamelijk belangrijke vaardigheid leek voor een onderwijzer. Ik herinner me hoe verwonderd ik toen was dat maar zo weinig studenten dezelfde keuze maakten, temeer omdat bij plenaire besprekingen van praktijkervaringen steeds opnieuw bleek dat studenten bij het geven van rekenlessen in de problemen kwamen door gebrek aan eigen rekenvaardigheid.

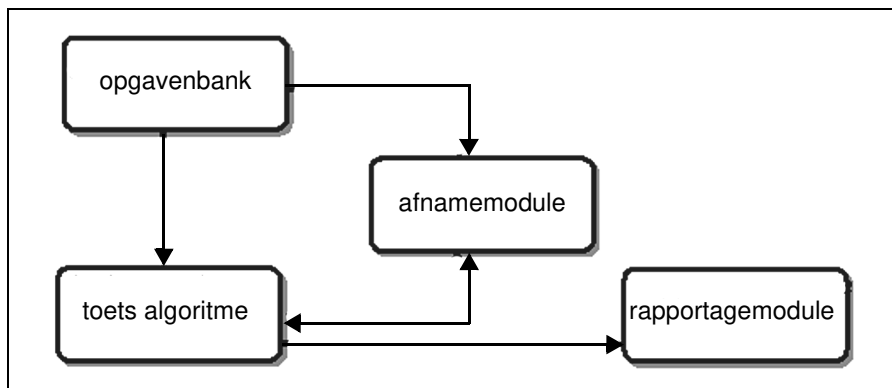
In de decennia daarna werd de problematiek van de tekortschietende rekenvaardigheid ook buiten de opleidingen opgemerkt en werden van overheidswege steeds nieuwe maatregelen opgelegd om die te bestrijden. Sinds begin 2006 weten we meer gefundeerd dat die maatregelen niet echt geholpen hebben, want toen de onderzoeksresultaten werden gepubliceerd bleek dat meer dan de helft van de eerstejaars pabo-studenten onvoldoende rekenvaardig bezat (Straetmans & Eggen, 2005). De landelijke discussie die daarop volgde, aangewakkerd door vaak ongenuanceerde krantenkoppen die suggereerden dat er niet alleen iets mis was met de rekenvaardigheid van pabo-studenten, maar met het hele Nederlandse onderwijs, leidde tot grotere daadkracht bij de besluitvormers. De HBO-raad besloot tot de ontwikkeling en verplichte afname van een gestandaardiseerde rekenvaardigheidstoets en de minister van onderwijs gelastte een onderzoek naar de oorzaken van de tekortschietende rekenvaardigheid bij eerstejaars pabo-studenten teneinde een definitieve oplossing te kunnen bereiken.

Het Cito verwierf de opdracht om een landelijk toetspakket te ontwikkelen waarmee de rekenvaardigheid van eerstejaars pabo-studenten kon worden vastgesteld. In dit artikel krijgt de lezer een indruk van de wijze waarop dit - inmiddels operationele - toetspakket functioneert. Daarbij wordt hoofdzakelijk ingegaan op de toetsinhoudelijke aspecten en niet of nauwelijks op de geautomatiseerde administratieve procedures die nodig zijn om het toetspakket te laten functioneren. Eerst worden globaal de componenten van het toets-

pakket beschreven. Daarna volgt een overzicht van de eerste toetsresultaten bij de doelgroep.

2 hoe zit WISCAT-pabo in elkaar?

Het toetspakket voor rekenen heeft de naam WISCAT-pabo gekregen. WISCAT is een acroniem voor WISKunde/rekenen Computergestuurd Adaptief Toetspakket. De toevoeging pabo is nodig omdat voor andere doelgroepen ook WISCAT-pakketten ontwikkeld zijn of nog worden.



figuur 1: schematische weergave van WISCAT-pabo

Figuur 1 is een sterk vereenvoudigde schematische weergave van het toetspakket (waarbij, zoals gezegd, de technische infrastructuur buiten beschouwing is gelaten). WISCAT-pabo bestaat uit vier componenten die samen zorgdragen voor de samenstelling, afname, beoordeling en rapportage van toetsen bij kandidaten. Dat werkt globaal als volgt: het toetsalgoritme is een computerprogramma dat regels bevat die precies specificeren hoe tijdens een computergestuurde toetsafname een toets moet worden samengesteld uit een opgavenbank. In de opgavenbank liggen itemteksten, bijbehorend illustratiemateriaal en kwaliteitsgegevens opgeslagen over elke afzonderlijke opgave. De afnamemodule presenteert opgaven één voor één op het scherm, scoort de gegeven antwoorden van de kandidaat als goed of fout en geeft dit resultaat steeds door aan het toetsalgoritme. Als het toetsalgoritme de toets beëindigt, zorgt de rapportagemodule voor de terugkoppeling van resultaten naar kandidaat en docent. Aan drie van deze componenten zal hieronder meer in detail aandacht worden besteed.

de opgavenbank

De opgavenbank bevat een kleine duizend opgaven die tezamen een operationalisatie vor-

men van het begrip rekenvaardigheid. Figuur 2 laat zien welke domeinen met hoeveel items in de opgavenbank vertegenwoordigd zijn.¹

Domein	Aantal opgaven	Waarvan hoofdrekenen
Basisoperaties, zoals optellen, aftrekken, delen, vermenigvuldigen.	181	141
Operaties met breuken, procenten, verhoudingen en decimale getallen.	431	152
Meten met enkelvoudige en samengestelde grootheden.	175	23
Meetkunde. Interpreteren van plattegronden en ruimtelijke figuren.	113	
Statistische gegevens ordenen, weergeven, samenvatten en interpreteren.	33	
Verbanden beschrijven met (woord)- formules en daarmee rekenen. Grafieken en tabellen aflezen en interpreteren.	51	
Totaal	966	316

figuur 2: beschrijving van de opgavenbank van WISCAT-pabo.

vraagtypen

Om docenten zo min mogelijk te belasten met extra werk heeft de opdrachtgever besloten tot een computergestuurd toetspakket. Dit legde uiteraard beperkingen op aan de te gebruiken vraagtypen. Bij de constructie van opgaven is gewerkt met twee vraagtypen die zich goed lenen voor geautomatiseerde scoring: de meerkeuzevraag en de kort-antwoordvraag. Bij dit laatste vraagtype gaat het om een opgave waarbij de kandidaat antwoord moet geven door één getal, woord of symbool in te vullen in een antwoordveld.

Het zal duidelijk zijn dat het met dit type vragen niet mogelijk is om zicht te krijgen op de aanpak die kandidaten hanteren bij het oplossen van de rekenopgaven. Dat hoeft ook niet, want het doel van WISCAT-pabo is het vaststellen van een minimaal noodzakelijk geacht rekenvaardigheidsniveau en niet het opsporen van eventuele leerbelemmeringen of misconcepties op rekenkundig gebied.

moeilijkheidsgraad van de opgaven

Alle opgaven zijn vooraf getest bij eerstejaars pabo-studenten om zo bruikbare gegevens te krijgen over belangrijke kwaliteitsaspecten, zoals de moeilijkheidsgraad. De moeilijkheidsgraad van de afzonderlijke opgaven is in hoge mate bepalend voor de meetkwaliteit van de samen te stellen toets. Het vaststellen van de moeilijkheidsgraad van een opgave is echter een kunst op zich. De meest gebruikte maat voor het beschrijven van de moeilijkheidsgraad van een item is de p -waarde. Dit is de proportie van een groep personen die het

$$p_i(\theta) = P(X_i = 1 \mid \theta) = \frac{\exp(a_i(\theta - \beta_i))}{1 + \exp(a_i(\theta - \beta_i))};$$

θ = de vaardigheid van de persoon; β_i = de moeilijkheidsgraad van item i ;
 a_i het discriminerend vermogen van item i (Verhelst, 1993).

betreffende item correct beantwoord heeft. Een lage p -waarde wordt in verband gebracht met een moeilijk item en een hoge p -waarde met een gemakkelijk item. Helaas is de p -waarde afhankelijk van het vaardigheidsniveau van de groep personen bij wie het betreffende item is afgenomen. Die eigenschap maakt de p -waarde ongeschikt als maat voor de moeilijkheidsgraad van items die bedoeld zijn voor herhaald gebruik.

Recente ontwikkelingen binnen de psychometrie hebben het probleem van de zogenoemde steekproefafhankelijke p -waarden opgelost door in een model de relatie tussen de moeilijkheidsgraad van het item en de vaardigheid van de persoon expliciet te beschrijven. Binnen de itemresponstheorie (IRT) zijn verschillende modellen geformuleerd waarvan we er hier één beschrijven. In dat model is de moeilijkheidsgraad van een item gedefinieerd als de vaardigheid waarbij de kans op een correct antwoord precies 50 procent is. Een voorbeeld kan dit verduidelijken.

Als we bij hoogspringen de lat precies zo hoog leggen als de sportvrouw of -man kan springen (dat wil zeggen op een hoogte die het gemiddelde is van alle lathoogten waar die persoon overheen gesprongen is), mogen we verwachten dat hij of zij in de helft van alle gevallen erover zal springen en in alle andere gevallen de lat eraf zal 'springen'. Als de moeilijkheidsgraad van het item groter is dan het vaardigheidsniveau van de persoon, wordt de kans op een correct antwoord kleiner dan 50 procent (de lat wordt er vaker afgesprongen dan dat de sporter erover heen springt). Is de moeilijkheidsgraad van het item kleiner dan het vaardigheidsniveau dan wordt de kans op een correct antwoord groter dan 50 procent (de sporter springt vaker over de lat dan dat hij deze eraf springt). Dit proces wordt in een wiskundig model beschreven waarin de kans gespecificeerd wordt op het geven van een goed antwoord door een persoon met een bepaalde vaardigheid. Deze kans is uiteraard afhankelijk van itemkenmerken, zoals de moeilijkheidsgraad en het discriminerend vermogen.

schaalconstructie

In proefafnamen bij meer dan 2500 eerstejaars pabo-studenten zijn, in een proces dat 'kalibreren' heet, uit de afnamegegevens de moeilijkheidsgraad en het discriminerend vermogen van elk item geschat. Met de geschatte parameters kon vervolgens worden gecontroleerd of het gekozen wiskundige model een goede beschrijving en voorspelling is van de proefafnamegegevens. Items die zich niet 'gedroegen' volgens het model werden verwijderd. De resterende items hadden een moeilijkheidsgraad die geldig is voor elke toekomstige kandidaat uit de doelgroep. Deze items konden geordend worden naar moeilijkheidsgraad om zo een schaal te vormen voor het meten van rekenvaardigheid. Het schaalbegrip houdt in dat een student, die een bepaald item correct beantwoordt, met een grotere kans

ook correct zal antwoorden op items met lagere schaalwaarden. Echter, naarmate items met hogere schaalwaarden worden aangeboden, zullen de kansen op een correct antwoord steeds verder afnemen.

items en studenten op dezelfde schaal

Het grote voordeel van de aldus geconstrueerde rekenvaardigheidsschaal is niet alleen dat het nu mogelijk is om een gewenst beheersingsniveau te definiëren dat onafhankelijk is van de gebruikte toets (de cesuurscore op de schaal geldt voor elke uit de geschaalde opgavebank samen te stellen toets), maar ook dat de moeilijkheidsgraad van toetsopgaven en de rekenvaardigheid van personen op dezelfde schaal te positioneren zijn. Op die laatste eigenschap komen we terug bij de bespreking van het toetsalgoritme. Eerst gaan we in op het gewenste beheersingsniveau.

hoe goed moeten eerstejaars pabo-studenten kunnen rekenen?

Het construeren van een rekenvaardigheidsschaal is alleen zinnig als op die schaal ook een punt aanwijsbaar is dat bereikt moet zijn om een positieve beslissing over voortzetting van de studie te kunnen nemen. Bij het ontwikkelen van zo'n kwantitatieve beheersingsstandaard is uitgegaan van de in kwalitatieve termen omschreven standaard zoals die door een cesuurcommissie van pabo-rekendocenten is vastgesteld: Eerstejaars pabo-studenten moeten aan het eind van het eerste inschrijvingsjaar even goed kunnen rekenen als een goede leerling uit groep 8 van het basisonderwijs. Met een goede leerling bedoelde de cesuurcommissie een leerling wiens rekenprestaties tot de beste 20 procent van groep 8 leerlingen behoren. Door een deel van de opgavenbank ook te laten maken door een representatieve steekproef van leerlingen uit groep 8 kon de vaardigheidsverdeling van deze groep worden afgebeeld op de voor de pabo-studenten geconstrueerde schaal. Binnen die vaardigheidsverdeling is het punt op de schaal gezocht waaronder de prestaties van 80 procent van de groep 8 leerlingen vallen. Dat punt (schaalwaarde 103 op een schaal met een bereik van 0 tot 200) is de cesuur die door WISCAT-pabo gebruikt wordt voor het nemen van zak-/slaagbeslissingen.

het toetsalgoritme²

Doordat de vaardigheid van personen, de moeilijkheidsgraad van opgaven en de beheersingsstandaard op één en dezelfde schaal zijn af te beelden, wordt de weg vrijgemaakt voor adaptief toetsen. Bij een adaptieve toets wordt de moeilijkheidsgraad van de toets zorgvuldig afgestemd op de vaardigheid van de kandidaat. Dat is praktisch gezien alleen uitvoerbaar bij computergestuurde toetsafnamen waar toetssamenstelling en toetsafname ongeveer op hetzelfde moment kunnen plaatsvinden. Globaal werkt het adaptieve algoritme ongeveer als volgt:

- 1 Er wordt een opgave gepresenteerd op het beeldscherm.
- 2 De student geeft antwoord.
- 3 Het programma scoort het antwoord als 'goed' of 'fout' en schat op grond van alle tot dan beschikbare itemscores wat de vaardigheid is van de student.

- 4 Het programma beslist of de toets al beëindigd mag worden of dat er een nieuwe opgave moet worden aangeboden.
- 5 Als het laatste het geval is, wordt een opgave uit de opgavenbank geselecteerd die zo goed mogelijk past (onder andere qua moeilijkheidsgraad) bij de geschatte vaardigheid van de betreffende student. Meer nauwkeurig geformuleerd komt het erop neer dat die opgave wordt gekozen die op dat moment van de toetsafname de meeste informatie kan geven over de vaardigheid van de kandidaat. Of nog anders gezegd: een opgave die de vaardigheid van de kandidaat kan schatten met de kleinste meetfout.
- 6 Zodra de laatste opgave van de toets beantwoord is, krijgt de student de toetsuitslag op het scherm te zien.

Door deze speciale manier van toetssamenstelling krijgt elke kandidaat een toets te maken die nauwkeurig op zijn of haar vaardigheid is afgestemd. Het belangrijkste voordeel daarvan is dat daarmee toetsen verkregen worden die nauwkeuriger meten dan traditioneel samengestelde toetsen. Dit voordeel kan uiteraard ook 'benut' worden door een bepaalde meetnauwkeurigheid te bereiken met een kortere toets dan gebruikelijk. Verder is het zo dat elke student op zijn eigen niveau wordt uitgedaagd waardoor toetsen nooit te moeilijk of te makkelijk zijn. Dit heeft als bijkomend voordeel dat elke kandidaat een andere toets maakt waardoor de noodzaak vervalt om alle kandidaten op hetzelfde moment te toetsen. En ten slotte moet het voordeel van de vergelijkbaarheid van toetsprestaties genoemd worden. Doordat toetsscores worden omgezet in vaardigheidsschattingen op de geconstrueerde vaardigheidsschaal kunnen prestaties op toetsen direct met elkaar vergeleken worden. Dat is erg handig als men de voortgang wil beoordelen van kandidaten in het betreffende domein.

Adaptief toetsen kent ook nadelen. Zo houdt een adaptieve procedure geen rekening met de inhoudelijke opbouw van een toets. Dat is voor de pabo- rekentoets een ongewenste eigenschap want er dient een profielscore gegenereerd te worden met het oog op snelle, doelgerichte remediëring in geval van onvoldoende beheersing.

Om dit toch te kunnen bereiken zijn aan het adaptieve algoritme restricties opgelegd voor wat betreft toetslengte en inhoudelijke itemselectie. De toetslengte is vast en bedraagt vijftig items. Deze moeten zodanig gekozen worden dat voldoende items worden aangeboden uit alle deeldomeinen waarvoor een profielscore moet worden opgesteld:

- hoofdrekenen;
- basisvaardigheden;
- breuken, procenten, verhoudingen en decimale getallen;
- meten en meetkunde.

De opgelegde restricties hebben evenwel tot gevolg dat het adaptieve algoritme niet altijd het item zal selecteren dat vanuit psychometrisch oogpunt gezien de beste keuze zou zijn.

Er zijn nog andere mechanismen werkzaam die het adaptieve algoritme verhinderen om steeds het best passende item te kiezen. Die mechanismen hebben tot doel om over- en onderbenutting van de opgavenbank zoveel mogelijk tegen te gaan. Van overbenutting wordt gesproken als er items zijn die heel vaak geselecteerd worden in een toets. Onderbe-

nutting verwijst naar de situatie dat er items zijn die bijna nooit geselecteerd worden. Overbenutting is ongewenst, omdat dit de geheimhouding van het toetsmateriaal ernstig bedreigt, vooral in opleidingssituaties waar cursisten na elkaar in plaats van tegelijk getoetst worden. Onderbenutting is ongewenst, omdat slechts beperkt gebruik wordt gemaakt van de voorhanden zijnde items. Beide situaties versterken elkaar en zullen leiden tot een versnelde veroudering van de opgavenbank.

Om overbenutting tegen te gaan wordt in WISCAT-pabo een procedure toegepast die moet garanderen dat een item uit de itembank niet vaker dan in 30 procent van de af te nemen toetsen wordt opgenomen (Sympson & Hetter, 1985). Sympson & Hetter-achtige methoden voor afnamecontrole zijn effectief in het tegengaan van overbenutting van bepaalde items in een opgavenbank, maar helpen niet (voldoende) in het tegengaan van onderbenutting van de opgavenbank. Revuelta en Ponsoda (1998) hebben de zogenaamde progressieve methode voor afnamecontrole voorgesteld om onderbenutting tegen te gaan. Bij deze methode vindt itemselectie plaats op basis van een mix van aselechte trekking en maximale informatie (zie punt 5 in de beschrijving van het toetsalgoritme) bij de lopende vaardigheid. Deze methode heeft uiteraard als nadeel dat puur toeval een (kleine) invloed heeft op de itemselectie. Eggen (2001) heeft deze methode gegeneraliseerd naar de situatie waarin de oorspronkelijke progressieve methode slechts werkzaam is in een (nader te definiëren) eerste deel van de toets, waarna wordt overgegaan op de exclusieve selectie op basis van maximale informatie.

de rapportagemodule

Zodra de laatste toetsopgave beantwoord is, krijgt de kandidaat de (voorlopige) uitslag te zien op het beeldscherm. In het eerste operationele jaar werden de resultaten gepresenteerd in de vorm van een grafisch scoreprofiel. Dat is een grafisch weergegeven overzicht van de behaalde resultaten op de hele toets en op de vier onderdelen. Helaas bleken de grafisch weergegeven schalen onvoldoende bestendig tegen de verschillende beeldschermresoluties die scholen hanteren waardoor sommige studenten tegenstrijdige informatie kregen over de uitslag.

Historisch overzicht per student Resultaten voor Katinka de Jonge³, nr 2006453			
Landelijk vastgestelde norm: 103			
poging	1	2	3
datum afname	06-09-05	12-01-06	06-06-06
Toetsresultaat	88 (O)	97 (O)	105 (V)
Hoofdrekenen (15)	96	103	109
Niet-hoofdrekenen (35)	91	95	102
Basisvaardigheden (20)	95	100	111
Breuken, proc., enz. (15)	84	99	102

Meten/meetkunde (15)	69 *	72 *	99
----------------------	------	------	----

figuur 3: individueel resultatenoverzicht (O) = onvoldoende; V = voldoende;
 * blijft significant achter bij toetsresultaat)

Daarom werd besloten het grafisch scoreprofiel te vervangen door een eenvoudige zak- of slaagmededeling en een expliciete vermelding van het onderdeel of de onderdelen waarvan het resultaat significant achterblijft bij het resultaat op de hele toets.
 Voor docenten of andere supervisors produceert de rapportagemodule meer cijfermatig georiënteerde resultaten die naar keuze per individu of per groep opgemaakt kunnen worden (fig.3).

3 de kwaliteit van WISCAT-pabo

de meetnauwkeurigheid

In een adaptieve toets worden de items opgenomen die de meeste informatie geven over de vaardigheid van de getoetste persoon. De informatie in een item en ook in alle items die de toets vormen, hangt direct samen met de nauwkeurigheid waarmee de vaardigheid van een persoon gemeten kan worden. Hoe meer informatie een toets kan genereren over de vaardigheid van een persoon des te groter de nauwkeurigheid waarmee gemeten wordt.
 De nauwkeurigheid van WISCAT-pabo is op twee manieren onderzocht:

- op basis van gesimuleerde afnamen;
- op basis van operationele afnamen.

gesimuleerde afnamen

Bij een simulatiestudie worden tijdens een toetsafname voor fictieve kandidaten (waarvan de vaardigheid gekozen wordt door de onderzoeker) op de volgende wijze de antwoorden gegenereerd:

- De ware vaardigheid (het vaardigheidsniveau dat de onderzoeker kiest en waar de simulatie mee start) van de fictieve kandidaat wordt gekozen.
- Het eerste aan te bieden item wordt aselect gekozen uit de opgavenbank.
- Met de dan beschikbare parameters wordt het gebruikte IRT-model geëvalueerd, uitmondend in een kans op correcte beantwoording van het betreffende item.
- Daarna wordt een aselect getal g getrokken uit het interval $(0,1)$. Voor kandidaat v met vaardigheid θ_v en item i wordt het van toepassing zijnde IRT-model geëvalueerd. Als $p_i(\theta_v) \geq g$ wordt het item gescoord als ‘correct beantwoord’ in het andere geval als ‘fout beantwoord’.
- De lopende vaardigheidsschatting wordt vervolgens gebruikt voor de selectie van het volgende item.

Op basis van deze simulatiestudie is een gemiddelde standaardfout voor de hele toets

gevonden van 8,78 (uitgedrukt op een getransformeerde schaal). De standaardfout van een vaardigheidschatting vindt een zinvolle toepassing in de constructie van betrouwbaarheidsintervallen voor de ware vaardigheid van een persoon: $(\theta_k - \gamma.se(\theta_k), \theta_k + \gamma.se(\theta_k))$. Daarbij is γ een te specificeren constante die afhangt van de gewenste nauwkeurigheid. Als bijvoorbeeld $\gamma = 1,6449$, dan kan hiermee een 90 procent betrouwbaarheidsinterval voor de ware vaardigheid worden bepaald.

operationele afnamen

Op grond van de afnamegegevens van kandidaten gedurende het eerste operationele jaar is de betrouwbaarheid geschat van WISCAT-pabo met een in de literatuur voor adaptieve toetsen gebruikelijke methode (Thissen, 2000).

In het studiejaar 2006-2007 werd WISCAT-pabo 17699 keer afgenomen: 17610 afnamen bij pabo studenten en 89 afnamen bij kandidaten in een vooropleiding, die van plan waren zich het volgende studiejaar in te schrijven bij een pabo. De geschatte betrouwbaarheid (geoperationaliseerd als de proportie ware variantie in de geobserveerde testvariantie) in deze groepen bedroeg 0,90 als alleen de pabo studenten werden meegenomen en 0,91 als de schatting gebaseerd werd op alle 17699 kandidaten.

de beslissingsnauwkeurigheid

Wat is de kwaliteit van beslissingen die over studenten genomen worden? Bij het nemen van beslissingen over studenten op basis van toetsresultaten kunnen twee fouten gemaakt worden:

- de vaardigheid van de student wordt ten onrechte beoordeeld als voldoende (het resultaat op de toets voldoet aan de norm maar in werkelijkheid schiet de vaardigheid tekort);
- de vaardigheid van de student wordt ten onrechte beoordeeld als onvoldoende (het resultaat op de toets voldoet niet aan de norm maar in werkelijkheid is de vaardigheid toereikend).

Omdat het vaststellen van de ware vaardigheid praktisch gezien niet haalbaar is, is de kwaliteit van genoemde beslissingen moeilijk te achterhalen. Simulatiestudies kunnen een uitweg bieden. Op basis van het gekozen itemresponsmodel kan een toetsafname gesimuleerd worden waarbij zowel het ware vaardigheidsniveau (het vaardigheidsniveau dat de onderzoeker kiest en waar de simulatie mee start) als het geschatte vaardigheidsniveau (de schatting van de vaardigheid nadat de laatste toetsopgave ‘beantwoord’ is) bekend zijn en met elkaar vergeleken kunnen worden en het resultaat van die vergelijking te classificeren in een van de volgende categorieën (fig.4).

Als dit een groot aantal keren wordt herhaald voor ‘kandidaten’ van uiteenlopende vaardigheid, dan wordt een goed beeld verkregen van de kwaliteit van beslissingen die theoretisch haalbaar is.

	geschatte vaardigheid
--	-----------------------

ware vaardigheid		onvoldoende	voldoende
	onvoldoende	Correcte zakbeslissing	Ten onrechte genomen slaagbeslissing
	voldoende	Ten onrechte genomen zakbeslissing	Correcte slaagbeslissing

figuur 4: correcte en incorrecte zak-/slagbeslissingen.

De uitgevoerde simulatiestudies met vijfduizend fictieve kandidaten hebben geleid tot het opstellen van een tabel voor beslissingsnauwkeurigheid (fig.5). In deze figuur staan percentages correcte en incorrecte beslissingen gebaseerd op toetsscores die onder het gebruikte itemresponsmodel gegenereerd zijn conform de hierboven beschreven simulatie-procedure. De percentages geven een indicatie voor de omvang van de beslissingsfouten die in reële toepassingssituaties te verwachten zijn(fig.5).

ware vaardigheid		geschatte vaardigheid	
		onvoldoende	voldoende
	onvoldoende	42,4	5,9
	voldoende	5,7	46,0

figuur 5: percentage correcte en incorrecte beslissingen op basis van gesimuleerde toetsafnamen volgens het WISCAT-pabo toetsalgoritme.

De tabel laat zien dat in ruim 88 procent van alle gevallen een correcte beslissing wordt genomen. Dit mag geïnterpreteerd worden als een hoge beslissingsnauwkeurigheid.

validiteit

Een belangrijk kwaliteitskenmerk is de validiteit van een toets. Strikt genomen is de term ‘valide toets’ verkeerd; toetsen zelf kunnen niet valide zijn. Validiteit heeft betrekking op de beslissingen die op grond van de toetsuitslag genomen worden. Dit betekent in principe dat een toets in situatie A valide kan zijn (lees: tot valide beslissingen leidt) en in situatie B niet. Daarom moet voor elke nieuwe toepassing de validiteit opnieuw onderzocht worden. Er zijn verschillende bronnen waaruit geput kan worden om een bijdrage te leveren aan het bewijs van validiteit (Messick, 1989).

inhoud-gerelateerd bewijs

Voor de operationalisatie van het construct ‘rekenvaardigheid’ zijn items ontwikkeld op basis van eindtermen die oorspronkelijk zijn opgesteld voor het vak rekenen-wiskunde, zoals dat verzorgd wordt in de lagere niveaus van de volwasseneneducatie. Dit eindtermen-document is op haar beurt grotendeels ontleend aan de kerndoelen voor rekenen in het basisonderwijs (Ministerie van Onderwijs, 1993). Beide documenten zijn opgesteld door rekenspecialisten uit de betrokken onderwijstypen en zijn het resultaat van vele screenings-

en verbeteringsronden. Het is daarom aannemelijk dat deze documenten een deugdelijke beschrijving geven van wat in de betreffende onderwijstypen onder rekenvaardigheid begrepen wordt. Een commissie van pabo-rekendocenten heeft bevestigd dat het betreffende eindtermendocument, na een lichte aanpassing, ook een goede beschrijving gaf van de gewenste rekenvaardigheid van eerstejaars pabo-studenten. Op grond van dit aangepaste eindtermendocument zijn items ontwikkeld die tezamen het zogeheten ‘doeldomein’ (Kane, 2006) vormen, ten aanzien waarvan we de verwachte score van een kandidaat willen weten. De verwachte score wordt geschat op grond van de prestatie op een toets, die een representatieve steekproef vormt uit het doeldomein.

construct-gerelateerd bewijs

Een belangrijke bron voor validering is onderzoek waaruit geconcludeerd kan worden dat de toets het construct meet waarin de toetsgebruiker geïnteresseerd is. Een construct is een hypothetische kwaliteit van een persoon (bijvoorbeeld rekenvaardigheid) die aanwezig verondersteld wordt om het gedrag van die persoon te kunnen verklaren. Het onderzoek dat in het kader van de proefafnamen werd uitgevoerd om de kwaliteit van de opgaven te beproeven, kan als bewijsbron in bedoelde zin fungeren. Dergelijk onderzoek beoogt een schaal te construeren voor het veronderstelde construct. De schaal wordt opgebouwd uit alle items die zich volgens een vooraf gespecificeerd itemresponsmodel ‘gedragen’. Van die items kan gezegd worden dat ze allemaal hetzelfde construct meten. Omdat een belangrijke eigenschap van de itemresponsentheorie is dat de vaardigheid van een persoon geschat kan worden met elke willekeurige deelverzameling van items (= toets) uit de geschaalde opgavenbank, kan een toetsgebruiker erop vertrouwen dat elke toets die uit de opgavenbank wordt samengesteld het construct meet, mits de kandidaat deel uitmaakt van de populatie waarvoor de schaal geconstrueerd is. Omdat de toetsen die door WISCAT-pabo worden afgenomen, zijn samengesteld uit een geschaalde opgavenbank mag daaruit geconcludeerd worden dat ze het construct meten dat aan de schaal ten grondslag ligt. Nader onderzoek zal uit moeten wijzen of dit construct als rekenvaardigheid getypeerd mag worden of dat er misschien (ook) een andere vaardigheid in het geding is. Vanuit de theorie over het gemeten construct kunnen bijvoorbeeld hypothesen geformuleerd worden over relaties met scores afkomstig van andere instrumenten (convergente en discriminerende validering) (Messick, 1989). Dergelijk onderzoek werd mogelijk gemaakt door het normeringsonderzoek dat werd uitgevoerd voor de ontwikkeling van een cesuurscore voor WISCAT-pabo.

		Taken							
Taken		1	2	3	4	5	6A	6B	7
1	Begrijpend lezen								
2	Woordenschat	0,56							
3	Spelling	0,53	0,41						
4	Informatiebewerking	0,56	0,51	0,54					

5	Herkennen persoonsvorm	0,32	0,17	0,44	0,38				
6A	Rekenen Eindtoets Basisond.	0,47	0,43	0,54	0,64	0,31			
6B	Rekenen pabo	0,42	0,39	0,54	0,54	0,33	0,67		
7	Schrijven	0,60	0,46	0,58	0,64	0,50	0,56	0,53	
	Aantal proefpersonen	323	323	323	323	323	323	323	323
	Aantal items	30	30	30	30	30	21	9	30

figuur 6: intercorrelatie tussen taken in Proeftoets 1

		Taken						
Taken		1	2	3	4A	4B	5	6
1	Aardrijkskunde							
2	Natuuronderwijs	0,43						
3	Geschiedenis	0,61	0,56					
4A	Rekenen Eindtoets Basisond.	0,46	0,43	0,47				
4B	Rekenen pabo	0,45	0,43	0,46	0,65			
5	Natuuronderwijs	0,47	0,60	0,58	0,40	0,38		
6	Aardrijkskunde	0,65	0,49	0,60	0,47	0,45	0,55	
	Aantal proefpersonen	458	458	458	458	458	458	458
	Aantal items	30	30	30	19	11	30	30

figuur 7: intercorrelaties tussen de taken in Proeftoets 10

In dat verband konden intercorrelaties berekend worden tussen de verschillende taken, waaronder ook taken bestaande uit WISCAT-pabo items, die proefpersonen gemaakt hadden in het kader van een proeftoetsing voor de Eindtoets Basisonderwijs 2002.

Figuur 6 en 7 geven een overzicht van alle berekende intercorrelaties tussen de taken (subtoetsen) van respectievelijk Proeftoets 1 en Proeftoets 10, zoals gemaakt door leerlingen in groep 8 in het kader van de proeftoetsing Eindtoets Basisonderwijs 2002. Ten behoeve van onderhavig onderzoek naar de constructvaliditeit van WISCAT-pabo zijn taak 6 (uit Proeftoets 1) en taak 4 (uit Proeftoets 10) hier opgesplitst in subtaak A, bevattende een set rekenitems voor de Eindtoets Basisonderwijs en subtaak B, bevattende een set rekenitems voor WISCAT-pabo.

Dat beide rekentaken hoog met elkaar correleren ($r_{6A,6B} = 0,67$ en $r_{4A,4B} = 0,65$), terwijl de correlaties met de andere taken beduidend lager zijn, is een sterke aanwijzing voor de constructvaliditeit van WISCAT-pabo.

Nog een aanwijzing voor de constructvaliditeit van WISCAT-pabo heeft betrekking op het - tijdens de proefafname van de WISCAT-pabo opgavenbank - gevonden verschil in gemiddelde toetsscore tussen mannen en vrouwen. Dit grote verschil (vrouw: gemiddelde geschatte vaardigheid = 96,88; man: gemiddelde geschatte vaardigheid = 118,70) kon niet verklaard worden door de verschillen in vooropleiding. Het is bekend uit de literatuur (Van der Velden, 1996) dat rekenprestaties van mannen en vrouwen vaak significant van elkaar verschillen, in die zin dat mannen hoger scoren dan vrouwen, terwijl die verschillen zich niet voordoen bij een schoolvak als bijvoorbeeld taal. Ook dit is een aanwijzing dat met de opgavenbank en de toetsen die eruit worden samengesteld vooral rekenvaardigheid wordt gemeten.

Een andere construct-gerelateerde bewijsbron voor de validiteit van de toetsscores die WISCAT-pabo oplevert, is gebaseerd op de proefafnamen van de opgaven uit de opgavenbank. De antwoorden die proefpersonen uit diverse doelgroepen tijdens de verschillende proefafnamen gegeven hebben, werden behalve voor het schatten van de moeilijkheidsgraden van de items ook gebruikt om een beeld te krijgen van de gemiddelde vaardigheid van studenten afkomstig uit verschillende vooropleidingen (fig.8).

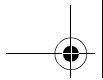
Vooropleiding	Gemiddelde vaardigheid	Standaarddeviatie
mbo	84,7	30,6
havo	104,7	30,7
vwo	129,2	37,7
Totaal	100,0	30,0

figuur 8: gemiddelde en standaarddeviatie vaardigheid pabo-eerstejaars naar vooropleiding (proefafname resultaten)

In figuur 8 zijn de gemiddelden en standaarddeviaties van de geschatte vaardigheden van deze groepen uitgedrukt op de schaal voor rekenen-wiskunde. De gevonden verschillen tussen de gemiddelde vaardigheidsschattingen liggen in de verwachte richting: mbo'ers scoren gemiddeld lager dan havisten die op hun beurt gemiddeld weer lager scoren dan de vwo'ers. De ruim zeventienduizend operationele afnamen gedurende het eerste invoeringsjaar bevestigen de verschillen in rekenvaardigheid tussen de vooropleidingen (fig.9).

Vooropleiding	Gemiddelde deviatie	Standaarddeviatie
mbo	94	27,7
havo	109,8	26,4
vwo	137,3	32,6
Totaal	105	30,2

figuur 9: gemiddelde en standaarddeviatie vaardigheid pabo-eerstejaars naar vooropleiding (operationele resultaten).



De duidelijke en statistisch significante verschillen tussen de gemiddelde vaardigheids-schattingen, in de intuïtief veronderstelde richting, zijn een steuntje in de rug voor de veronderstelling dat met deze opgaven verschillen in rekenvaardigheid tussen personen geme-ten kunnen worden.

4 de operationele resultaten

Tijdens de studie jaren 2006-2007 en 2007-2008 zijn meer dan 30.000 toetsen afgenomen. Hiermee is een schat aan informatie verworven over de behaalde toetsprestaties en over de ervaringen van de gebruikers. Achtereenvolgens zullen we in deze en de volgende para-graaf aandacht besteden aan deze onderwerpen. In totaal werd WISCAT-pabo in 2006-2007 17.610 keer en in 2007-2008 15.124 keer afgenomen. De gemiddelde scores per type voor-opleiding staan in figuur 10.

De verschillen tussen de gemiddelden van de studenten met verschillende vooropleiding zijn in de verwachte richting en zijn statistisch significant. Er is een fors effect van de voor-opleiding op de WISCAT-pabo score. Ook tekent zich duidelijk een toename in de gemid-delde score af bij alle vooropleidingen ten opzichte van 2006-2007.

Vooropleiding	Gemiddelde 2007-2008 (sd)	Gemiddelde 2006-2007 (sd)
mbo	98,9 (27,6) (N=6481)	94,0 (27,7) (N=7817)
havo	112,7 (26,0) (N=6628)	109,8 (26,4) (N=1872)
vwo	142,8 (34,0) (N=992)	137,3 (32,6) (N=1453)
Onbekend	117,0 (36,6) (N=1023)	102,4 (32,96) (N=168)
Totaal	109,1 (30,3) (N=15124)	105,0 (30,2) (N=17610)

figuur 10: WISCAT-pabo score en vooropleiding.

Als we kijken naar de gemiddelde scores op de deelvaardigheden in het studiejaar 2007-2008 (fig.11), dan zien we dat de verschillen tussen de vooropleidingen nagenoeg gelijk zijn.

Vooropleiding		WISCAT Score	Score hoofd-rekenen	Score niet-hoofd-rekenen	Score basisvaardigheden	Score breuken e.d.	Score meten
mbo	Gemiddelde	98,9	102,4	97,6	98,7	98,1	100,5
	Std. deviatie	27,6	39,5	26,3	29,6	30,2	32,8
havo	Gemiddelde	112,7	117,4	110,9	114,3	112,4	111,8
	Std. deviatie	26,0	38,15	24,9	27,9	29,2	31,6
vwo	Gemiddelde	142,8	149,5	139,4	140,5	142,9	143,3
	Std. deviatie	34,0	41,1	33,5	35,3	35,5	37,3
Onbekend	Gemiddelde	117,0	122,3	114,9	115,8	117,9	117,1
	Std. deviatie	36,6	45,5	35,6	37,0	39,3	40,0
Totaal	Gemiddelde	109,1	113,4	107,3	109,4	108,7	109,4
	Std. deviatie	30,3	41,3	29,1	31,9	33,0	34,8

figuur 11: gemiddelde totaal- en deelscores per vooropleiding in studiejaar 2007-2008

Binnen een vooropleidingsgroep zijn er nauwelijks verschillen tussen de deelvaardigheden basisvaardigheden, breuken en meten. Het is wel zo dat vooral havisten en vwo'ers relatief iets hoger scoren op hoofdrekenen ten opzichte van niet-hoofdrekenen. Ten opzichte van 2006-2007 is in deze algemene trends niets veranderd.

De geconstateerde algemene vooruitgang is ook bij alle deelvaardigheden aanwezig met een enkele uitzondering: de vwo'ers zijn ten opzichte van 2006-2007 veel vooruit gegaan

met de score op de basisvaardigheden en bijna niet met de gemiddelde scores op breuken.

In totaal maakten in het schooljaar 2007-2008 10.072 verschillende kandidaten een of meerdere keren de toets. Dat zijn er 906 minder dan in het schooljaar 2006-2007. De verhoudingen van de aantallen per vooropleiding zijn in beide jaren ongeveer gelijk (fig. 12).

Vooropleiding	Percentage 2007-2008	Percentage 2006-2007
mbo	41,6	39,8
havo	48,8	48,4
vwo	9,6	11,7

figuur 12: percentage ‘unieke’ kandidaten per vooropleiding.

Het percentage studenten dat uiteindelijk slaagde voor de toets is gestegen van 75,6 procent in studiejaar 2006-2007 naar 79,1 procent in studiejaar 2007-2008 (fig. 13). De verschillen tussen de vooropleidingen zijn groot. Bijna alle vwo’ers, ruim 85 procent van de havisten en 65 procent van de mbo’ers heeft in het schooljaar 2007-2008 uiteindelijk voldaan aan de vastgestelde norm. Voor elke vooropleidinggroep liggen deze percentages, respectievelijk 5 procent, 3 procent en 2,5 procent voor mbo, havo en vwo, hoger dan in het schooljaar 2006-2007.

vooropleiding		Geslaagd in 2007-08		Geslaagd in 2006-07	
		nee	ja	nee	ja
mbo	aantal	1323	2527	1709	2614
	%	34,4	65,6	39,5	60,5
havo	aantal	611	3898	865	4390
	%	13,6	86,4	16,5	83,5
vwo	aantal	24	862	65	1207
	%	2,7	97,3	5,1	94,9
onbekend	aantal	147	680	40	88
	%	17,8	82,2	31,2	68,8
Totaal	aantal	2105	7967	2679	8299
	%	20,9	79,1	24,4	75,6

figuur 13: geslaagd en vooropleiding

5 enkele ervaringen van gebruikers

De ervaringen van gebruikers, studenten en docenten, zijn tot op heden niet systematisch

bevraagd. Toch is het mogelijk, doordat studenten en docenten de ontwikkelaars van het toetspakket soms op eigen initiatief benaderden, een indruk te krijgen van wat de belangrijkste ‘pijnpunten’ zijn van de inzet van WISCAT-pabo. De meest saillante stellen we hieronder aan de orde.

moeilijk te begrijpen scoring

Bij conventionele toetsen wordt de toetsscore (meestal uitgedrukt als het aantal correct beantwoorde opgaven) via een of andere eenvoudige transformatie omgezet in een schoolcijfer of zak-/slaagbeslissing. Voor studenten zijn dergelijke relaties tussen toetsscore en beslissing inzichtelijk en daardoor acceptabel. Bij adaptieve toetsing is die relatie aanzienlijk complexer en bijgevolg minder inzichtelijk en acceptabel voor studenten. Ook voor de docenten is het meestal onduidelijk hoe zak-/slaagbeslissingen gerelateerd zijn aan de toetsprestaties. Het is begrijpelijk dat studenten daar opmerkingen over maken en om opheldering vragen. Alhoewel de gebruikte scoreprocedures op brede schaal geaccepteerd worden door psychometrici en goed gedocumenteerd zijn in de psychometrische literatuur, is het bijzonder lastig ze voor leken op een begrijpelijke wijze uit te leggen.

adaptiviteit zou stress oproepen

Voor studenten verschilt het maken van een adaptieve toets op bepaalde punten wezenlijk van het maken van een conventionele toets.

- Een opmerkelijk verschil bij het maken van een adaptieve toets ten opzichte van een conventionele (beeldscherm of papier) is dat er bij de eerstgenoemde geen toetsboekje is waar je fysiek of digitaal in kunt bladeren. De kandidaat moet de items waaruit de toets bestaat maken in de volgorde waarin ze door het toetsalgoritme gepresenteerd worden. Voor veel personen is dat onprettig, omdat ze eraan gewend zijn door een toets te kunnen bladeren voor een eerste oriëntatie op de opgaven. De dwingende noodzaak om elk gepresenteerd item onmiddellijk te moeten beantwoorden maakt hen zenuwachtig. Helaas is hier geen oplossing voor, omdat bij een adaptieve toets de samenstelling en de afname min of meer gelijktijdige processen zijn. Een goede voorbereiding op de aard van adaptieve toetsing kan helpen om minder snel gestrest te raken.
- Het feit dat de toets zich aanpast aan de vaardigheid van de student door de moeilijkheidsgraad van de volgende opgave te verhogen of juist te verlagen wordt door sommige studenten ook als een vervelende eigenschap beschouwd. Met name als er een opgave wordt gepresenteerd die opvallend eenvoudiger is dan de vorige, schijnt dit voor die studenten het signaal te zijn dat men ‘op weg is’ naar een onvoldoende resultaat. De uitwerking van de maatregel om onderbenutting tegen te gaan (zie pag.144, ‘het toetsalgoritme’) kan dit effect nog versterken omdat een puur toevallige selectie tot onverwacht makkelijke (ook onverwacht moeilijke, maar die vormen in dit kader een minder groot probleem) items kan leiden. De spanning die hiermee gepaard gaat zou de toetsprestatie in negatieve zin beïnvloeden. Op dit moment is het niet duidelijk in hoeverre deze klachten een systematisch probleem vormen en of ze werkelijk veroor-

zaakt worden door het adaptieve karakter van de toets. Wij vermoeden van niet. Dat vermoeden wordt ingegeven door de resultaten van een onderzoek dat we enige tijd geleden hebben uitgevoerd bij cursisten uit de basiseducatie. In dat onderzoek lieten we negentig cursisten elk twee rekentoetsen maken volgens het *design* in figuur 14 (Straetmans & Eggen, 1998).

Groep	Eerste toets	Tweede toets	Aantal personen
1	PBT	CBT	14
2	CBT	PBT	15
3	PBT	CAT	16
4	CAT	PBT	15
5	CBT	CAT	15
6	CAT	CBT	15

figuur 14: *design* voor onderzoek naar effect van afnameprocedure op toetsprestaties

Elke toets was samengesteld uit dezelfde opgavenbank en de toetsscores werden gerapporteerd op dezelfde onderliggende rekenvaardigheidsschaal. Het ging om een conventionele *paper-based* toets (PBT), een daaraan identieke *computer-based* toets (CBT) en een computergestuurde adaptieve toets (CAT). De inhoud van laatstgenoemde kon uiteraard niet volledig van tevoren worden vastgelegd en was dus niet identiek aan die van de andere twee toetsen. De eigenschappen van het gebruikte psychometrische model maakten het echter mogelijk om de geschatte vaardigheid op grond van een toetsprestatie op een van de hierboven genoemde toetsen direct te vergelijken met de geschatte vaardigheid op grond van een toetsprestatie op een van beide andere toetsen. De analyses lieten zien dat de gemiddelde vaardigheidsschattingen van PBT, CBT en CAT niet significant van elkaar verschilden. Wel bleken de vaardigheidsschattingen van de CAT significant nauwkeuriger dan die van beide andere toetsvormen.

eenzijdige gerichtheid op resultaat.

Sommige studenten merken op dat WISCAT-pabo zich te eenzijdig richt op de resultaten van rekenprocessen terwijl het voor (toekomstige) docenten juist zo belangrijk is om gericht te zijn op de processen zelf. Het klopt dat WISCAT-pabo geen oog heeft voor de rekenprocessen en dat alleen het resultaat telt. Daar zijn twee redenen voor. In de eerste plaats is het bij een computergestuurde toets vooralsnog niet mogelijk om het rekenproces van de kandidaat te analyseren en te beoordelen. In de tweede plaats is dat, gezien het doel van de toets, niet nodig. Het gaat niet om uitvoerige diagnostiek (opsporen en benoemen van misconcepties en leerbelemmeringen) maar om efficiënte onderscheiding van de studenten die al dan niet beschikken over de minimaal noodzakelijke voorkennis. Daarmee wil niet gezegd zijn dat het in kaart brengen en beoordelen van de aanpak niet belangrijk is; alleen moet

daar een andere toets voor worden ingezet.

6 tot slot

In dit artikel hebben we laten zien dat ingewikkelde meetproblematiek op onderwijskundig gebied het hoofd kan worden geboden door twee krachtige technologieën met elkaar te verbinden: moderne testtheorie en computergestuurde toetsing. De moderne testtheorie heeft de ontwikkeling van schalen mogelijk gemaakt waarop zowel de vaardigheid van een persoon als de moeilijkheidsgraad van toetsopgaven kan worden uitgedrukt en waarmee in principe de weg is vrij gemaakt voor toetsing-op-maat bij groepsgewijs afgenomen toetsen. Door de ontwikkeling van de personal computer kon dit ook in de praktijk worden gebracht, omdat de grote verwerkingssnelheid van een computer het mogelijk maakt de samenstelling van een toets, de toetsafname en de scoring als min of meer gelijktijdige processen af te handelen.

CAT is inmiddels de kinderschoenen ontgroeid en wereldwijd neemt de belangstelling toe om deze krachtige technologie voor concrete toetsdoeleinden in te zetten. De voordelen zijn vaak zeer aansprekend; zo ook in het geval van de toetsing van rekenvaardigheid bij eerstejaars pabo-studenten. De specifieke meetproblematiek die hierbij aan de orde was, kon dankzij de inzet van CAT het hoofd worden geboden. De eerste ervaringen zijn positief, maar lijken ons ook te leren dat acceptatie van dergelijke ingewikkelde toetsconcepten door de betrokkenen niet vanzelfsprekend is. Het is noodzakelijk om voldoende tijd en middelen vrij te maken teneinde alle betrokkenen uitvoerig in te kunnen lichten over de werkwijze en (eigen)aardigheden van CAT.

noten

- 1 De opgavenbank is, na twee operationele jaren, in september 2008 deels ververst. De tweehonderd meest gebruikte opgaven zijn vervangen door circa driehonderd nieuwe opgaven.
- 2 Lezers die meer in detail willen weten wat adaptief toetsen is en hoe het werkt, worden verwezen naar: <http://edres.org/scripts/cat/catdemo.htm>. Straetmans & Eggen (1998) en Eggen (2006)).
- 3 Gefingeerde naam.

literatuur

- Eggen, T.J.H.M. (2001). Overexposure and underexposure of items in computerized adaptive testing. *Measurement and Research Department Reports 2001-1*. Arnhem: Cito. (De aanpassing van de Revuelta & Ponsoda procedure voor onderbenutting.)
- Eggen, T.J.H.M. (2006). Adaptief toetsen in examens. *Examens*, 01-2006, 21-24.
- Kane, M.T. (2006). Content-related validity evidence in test development. In: S.M. Downing & T.M. Haladyna (eds.). *Handbook of Test Development*. Mahwah (NJ): Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Messick, S. (1989). Validity. In: R.L. Linn (ed.). *Educational Measurement (3rd ed.)*. New York: Macmillan, 13-104.
- Ministerie van Onderwijs (1993). *Besluit Kerndoelen Basisonderwijs*. 's-Gravenhage: Sdu Uitgever-

- rij.
- Revuelta, J. & V. Ponsoda (1998). A comparison of item exposure control methods in computerized adaptive testing. *Journal of Educational Measurement*, 38, 311-327.
- Straetmans, G.J.J.M. & T.J.H.M. Eggen (1998). Computerized Adaptive Testing: What it is and how it works. *Educational Technology*, 38(1), 45-52.
- Straetmans, G.J.J.M. & T.J.H.M. Eggen (1998). Comparison of Test Administration Procedures for Placement Decisions in a Mathematics Course. *Educational Research and Evaluation*, 4(3), 259-275.
- Straetmans, G.J.J.M. & T.J.H.M. Eggen (2005). Afrekenen op rekenen: Over de rekenvaardigheid van pabo-studenten en de toetsing daarvan. *Tijdschrift voor hoger onderwijs*, 23(3), 123-139.
- Sympson, J.B. & R.D. Hetter (1985). *Controlling item-exposure rates in computerized adaptive testing*. Paper presented at the annual conference of the Military Testing Association, San Diego.
- Thissen, D. (2000). Reliability and measurement precision. In: H. Wainer (ed.). *Computerized Adaptive Testing. A primer*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 159-184.
- Velden, L.F.J. van der (1996). *Context, visie, aanpak en effectiviteit. De bestrijding van achterstanden van Nederlandse leerlingen in het basisonderwijs*. Groningen: Rijksuniversiteit (proefschrift).
- Verhelst, N.D. (1993). Itemresponstheorie. In: T.J.H.M. Eggen & P.F. Sanders (red.). *Psychometrie in de Praktijk*. Arnhem: Cito, 83-178.



Serious gaming in de Rekentuin

- *spelerwijs oefenen en meten* -

Sharon Klinkenberg, Marthe Straatemeier & Han van der Maas
Universiteit van Amsterdam

1 inleiding

Internationale vergelijkingsstudies naar de resultaten van het rekenonderwijs laten zien dat Nederland goed presteert in vergelijking tot andere landen (Gravemeijer, 2007). Uit de nationale periodieke peilingen van het onderwijsniveau (PPON) komt echter naar voren dat te weinig kinderen aan het einde van de basisschool het gewenste rekenniveau (PPON-standaarden) behalen op verschillende onderwerpen van het rekenen (Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005). Alhoewel sommigen het niveau van deze standaarden in twijfel trekken (Treffers, 2007), hebben deze onderzoeken wel tot een politieke en maatschappelijke discussie over de kwaliteit van het Nederlandse rekenonderwijs geleid.

Mede naar aanleiding van deze discussie stelde het ministerie van OC&W vragen over de stand van zaken van het huidige rekenonderwijs en gewenste verbeteringen. Zowel de 'Commissie Dijsselbloem' (2008) als de 'Expertgroep Doorlopende Leerlijnen' (2008) stelden verschillende aanbevelingen op met betrekking tot het Nederlandse onderwijs in het algemeen, en het rekenonderwijs in het bijzonder. Hierin kwam onder andere naar voren dat er op een effectievere en systematischere manier getoetst moet worden in het onderwijs. Pas als er een accuraat beeld is van het niveau en de probleemgebieden van leerlingen, is het mogelijk om leerlingen effectief te ondersteunen. Er moet bovendien meer gedaan worden met deze toetsgegevens om het niveau van de leerling, de klas en het onderwijs in zijn geheel te verhogen. Verder moet er meer aandacht zijn voor het oefenen en onderhouden van de basisvaardigheden van het rekenen.

De adviezen over het regelmatig oefenen van de basisvaardigheden en het toetsen en monitoren van de ontwikkeling van kinderen kunnen ons inziens gecombineerd worden. Toetsen neemt veel onderwijstijd in beslag, terwijl kinderen in de klas al dagelijks toetsjes maken in de vorm van de sommen die zij in hun schriften maken. Alhoewel leerkrachten veel tijd besteden aan het nakijken van deze schriften, hebben ze te weinig tijd om per leerling een gedetailleerd beeld te vormen van zijn of haar sterke en zwakke punten en de specifieke fouten die gemaakt worden. Hierdoor blijft veel waardevolle informatie onbenut. Als we deze oefengegevens van de leerlingen digitaal opslaan, analyseren en aan leraren rapporteren, slaan we een grote slag. Dit is het uitgangspunt van de 'Rekentuin'¹, een nieuw *web-based* oefen-volgsysteem dat is ontwikkeld aan de afdeling Psychologie van de Universiteit van Amsterdam.

De Rekentuin gaat uit van het *Game & Train, Track & Teach* principe. Dit principe staat voor de gedachte dat kinderen door middel van het spelen (*game*) van educatieve computerspellen specifieke vaardigheden kunnen oefenen (*train*). Door het registreren van antwoorden (*track*) die kinderen geven is het mogelijk een beeld te krijgen van individuele en groepsontwikkeling. Deze informatie kan door leraren gebruikt worden om leerlingen feedback (*teach*) te geven op individuele specifieke problemen. De Rekentuin is een aantrekkelijke en motiverende webapplicatie waarin kinderen de basisvaardigheden van het rekenen kunnen oefenen en automatiseren door middel van het spelen van rekenspelletjes. Tegelijkertijd krijgen leerkrachten gedetailleerde feedback over deze oefenresultaten. De Rekentuin heeft de afgelopen twee schooljaren proefgedraaid op verschillende basisscholen in Nederland. Inmiddels valt de Rekentuin onder Oefenweb.nl, een spin-off bedrijf dat is opgestart met een startsubsidie van de Universiteit van Amsterdam, en kunnen ook nieuwe scholen, ouders en remedial teachers een abonnement op de Rekentuin nemen. In dit artikel wordt een beschrijving gegeven van de Rekentuin en de achterliggende gedachten van het programma. Tevens wordt een aantal onderzoeksresultaten gepresenteerd. De Rekentuin heeft doelen op drie niveaus; het niveau van de leerling, de leraar en de onderzoeker.

2 doelstellingen op leerlingniveau

Als je kinderen vraagt wat ze liever doen, ‘rekenommen maken’ of ‘een computerspel spelen’, dan ligt het antwoord voor de hand. De Rekentuin wil kinderen een uitdagende spelomgeving bieden, waarin zij het rekenen spelenderwijs kunnen oefenen en automatiseren en tevens hun eigen vorderingen kunnen zien. In de Rekentuin moet ieder kind inloggen om in zijn of haar eigen tuin te komen (fig.1). In deze tuin vinden zij plantjes die corresponderen met verschillende domeinen van het rekenen. De kinderen moeten de planten in hun ‘Rekentuin’ onderhouden en laten groeien. De groei van de plantjes in de tuin komt overeen met de rekenontwikkeling van het kind. Hoe beter een kind is op een bepaald domein, des te groter de plant. Door op een plantje, corresponderend met een rekendomein, te klikken wordt het bijbehorende rekenspelletje gestart. Na het verlaten van het spelletje groeit het plantje, afhankelijk van het geboekte succes op het spelletje. In de tuin van een beginnende rekenaar staat slechts één of een paar plantjes. De beschikbaarheid van moeilijkere domeinen is in de Rekentuin namelijk afhankelijk gemaakt van de prestaties op eerdere domeinen. Zo kan een kind pas gaan aftrekken als het eerst een voldoende niveau met

optellen heeft behaald.

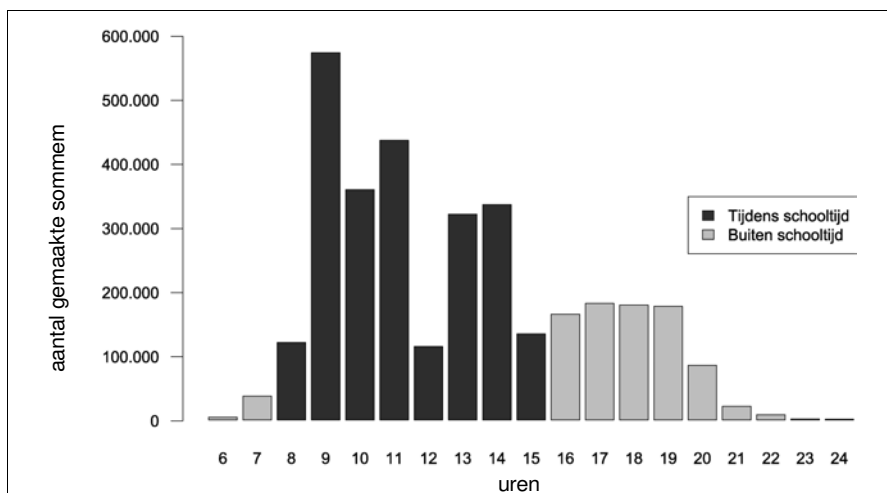


figuur 1: een screenshot van de Rekentuin

De kinderen moeten alle plantjes (en dus rekendomeinen) wel onderhouden. Als een reken-spel lang niet wordt gespeeld zal de plant langzaam verdorren en verschijnt er een gieter. De plant zal weer gaan bloeien als het kind het bijbehorende spelletje weer heeft gespeeld. Dit mechanisme is ingesteld om de continuïteit van het spelen op een speelse manier te stimuleren. Op dit moment richt de Rekentuin zich op het hoofdrekenen en bevat de domeinen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, breuken en een snelheidsmix (een mix van de vier hoofdbewerkingen met korte antwoordtijd). Aan de ontwikkeling van nieuwe domeinen, zoals tellen (voor kleuters) en klokkijken, wordt op dit moment hard gewerkt. In de Rekentuin worden sommen aangeboden die passen bij het vaardigheidsniveau van het kind. De Rekentuin maakt namelijk gebruik van een adaptieve meetmethode, waarbij de moeilijkheid van de aangeboden sommen is gebaseerd op de prestaties van het kind op eerdere sommen. Hierdoor kan ieder kind op zijn of haar eigen niveau werken en is de Rekentuin uitdagend voor zowel zwakke als goede rekenaars. Hiermee sluit de Rekentuin goed aan bij de aanbeveling van gedifferentieerd onderwijs van de 'Expertgroep Doorlopende Leerlijnen' (2008). Goede rekenaars moeten de mogelijkheid hebben om te excelleren, terwijl zwakke kinderen op hun eigen niveau moeten kunnen werken teneinde een gewenst basisniveau te behalen. Het idee achter de Rekentuin, ontleend aan de theorie over de ontwikkeling van expertise (Ericsson, 2006), is dat kinderen veel kunnen leren van frequente, korte, gerichte, op hun niveau afgestemde oefeningen. Belangrijke basisvaardigheden, zoals het automatiseren van de hoofdbewerkingen, worden geoefend door ze wekelijks twintig tot dertig minuten te laten spelen in de Rekentuin. Zo wordt er voor de leer-

kracht onderwijstijd vrij gemaakt voor verdiepend rekenonderwijs, waarbij kinderen leren om de binnen de Rekentuin geoefende basisvaardigheden toe te passen in realistische en/of complexere situaties.

De Rekentuin werkt via internet waardoor het voor kinderen mogelijk is om zowel thuis als op school te oefenen. Uit de gebruikersstatistieken valt af te leiden dat kinderen gemotiveerd zijn om in de Rekentuin te werken. In het schooljaar 2008-2009 zijn tot en met de maand mei in totaal al meer dan drie miljoen sommen gemaakt in de Rekentuin. Uit de speelfrequentie (fig.2) blijkt dat er voornamelijk op school wordt gespeeld, maar ook dat ruim 25 procent van de sommen buiten schooltijd worden gemaakt. Kinderen vinden de Rekentuin dus leuk genoeg om er ook thuis in te werken. De hoeveelheid gemaakte sommen bleek niet te verschillen tussen beginnende en gevorderde rekenaars. Dit duidt er op dat de Rekentuin aantrekkelijk en motiverend is voor kinderen van alle rekenniveaus.

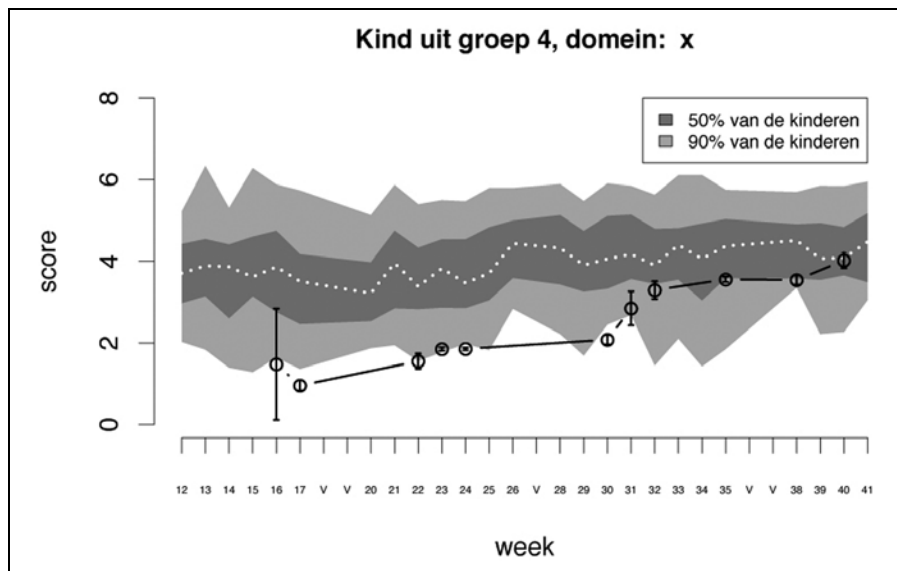


figuur 2: speelfrequentie over de uren van de dag

3 doelstellingen op leerkrachtniveau

Voor leerkrachten is de Rekentuin een modern alternatief voor het oefenen in schriftjes. Alle gemaakte sommen van de kinderen worden geregistreerd, waardoor leerkrachten zonder nakijkwerk gedifferentieerde feedback over de rekenontwikkeling van hun leerlingen krijgen. In weekgrafieken wordt de rekenontwikkeling van een individuele leerling afgezet tegen alle andere leerlingen in de Rekentuin uit dezelfde leeftijdscategorie (fig.3). De Rekentuin biedt leerkrachten dus meer dan een momentopname; het biedt ze een genormeerd beeld van de ontwikkeling van hun leerlingen met alle *ups* en *downs* die daarbij horen. Hierdoor is het mogelijk om te bepalen of een slechte prestatie het gevolg is van een 'slech-

te dag' of dat een leerling consistent laag scoort. Bovendien is het als leraar mogelijk vast te stellen of bepaalde instructies of interventies effectief zijn geweest, doordat het mogelijk is te controleren of het rekenniveau in de weken na de interventie vooruit is gegaan.

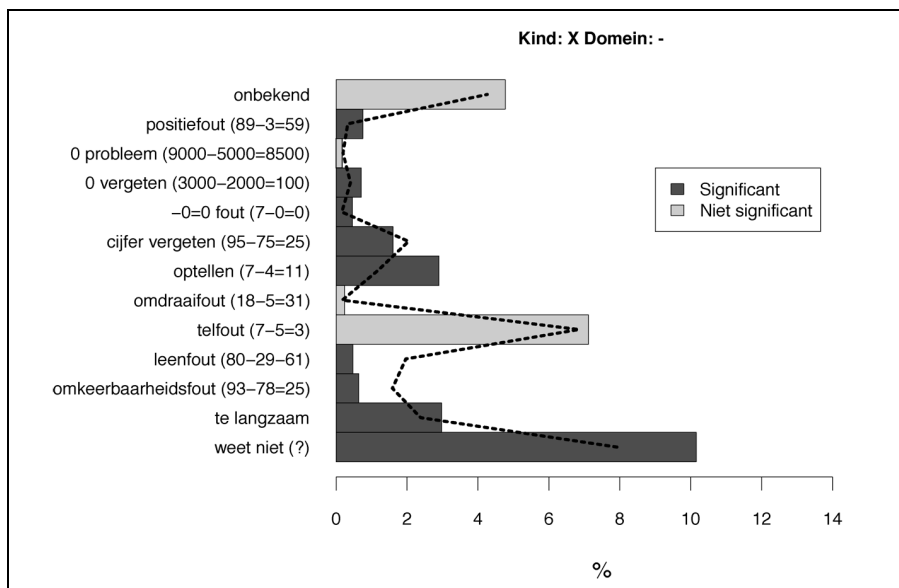


figuur 3: individuele rekenontwikkeling van een willekeurig leerling afgezet tegen de normgroep

De Rekentuin verschaft tevens inzicht in de sterke en zwakke punten van individuele leerlingen. Voor elke leerling wordt een overzicht gegeven van de slechtst en best gemaakte sommen. Voor de domeinen 'optellen' en 'aftrekken' worden foutenanalyses geboden. Voor de andere domeinen zijn deze in ontwikkeling.

Bij de foutenanalyses (fig.4) kunnen leerkrachten zien hoeveel fouten van een leerling het gevolg zijn van een foutieve strategie. Zo kan een leerkracht bijvoorbeeld ontdekken dat een kind veel problemen heeft met sommen met nullen, doordat zichtbaar is dat deze bij de som 5000-2000 niet 2000 maar 200 aftrekt en zo tot het antwoord 4800 komt, of dat een kind nog veel leenfouten maakt (bijvoorbeeld $80 - 29 = 61$). Op basis van deze gedetailleerde feedback over typische fouten kan de leerkracht individuele instructie geven. Aan de weekgrafieken kan hij of zij vervolgens zien of deze instructie effectief is geweest en

het rekenniveau omhoog is gegaan.



figuur 4: frequenties van fout typen vergeleken met de normgroep (stippellijn).
Uitgedrukt in percentages. De donkergrijze balken geven
een significant verschil weer met de normgroep

Naast gedetailleerde feedback op leerlingniveau biedt de Rekentuin ook resultatenanalyses op het niveau van de klas of de verschillende leeftijdsgroepen binnen een klas. Hiermee is het voor leerkrachten ook mogelijk om de instructie op klassikaal niveau aan te passen en zijn of haar eigen onderwijsniveau te monitoren.

4 doelstellingen op onderzoeksniveau

Voor onderzoekers levert de Rekentuin een schat aan gegevens op. Allerlei vraagstellingen uit de ontwikkelingspsychologie en de onderwijskunde zijn met deze unieke hoogfrequente dataset te beantwoorden. Wetenschappelijk onderzoek naar de dynamiek van individuele ontwikkelingsverlopen is nog grotendeels onontgonnen terrein. Oefenweb.nl en de Universiteit van Amsterdam proberen een brug te slaan tussen onderwijs en onderzoek door de geanonimiseerde data voor wetenschappelijk onderzoek te gebruiken. Dit onderzoek heeft tot doel nieuwe wetenschappelijke inzichten te verwerven, teneinde zowel de Rekentuin als daarmee het onderwijs in het algemeen te kunnen verbeteren.

5 adaptief meetsysteem

In de Rekentuin wordt een aantal nieuwe ideeën uit de psychometrie (wetenschap van het meten van psychologische vermogens) gebruikt om rekenvaardigheid te meten. De Rekentuin maakt gebruik van een nieuw adaptief meetsysteem. Dit houdt in dat de moeilijkheid van de aangeboden sommen wordt afgestemd op de vaardigheid van het kind. Hierdoor wordt het mogelijk om ieder kind, ongeacht zijn of haar rekenvaardigheid, sommen aan te bieden waarop de gemiddelde kans op correct beantwoorden 75 procent is. De aangeboden vragen zijn dus gemiddeld iets makkelijker dan de vaardigheid van het kind. Uit de resultaten van het *pilot*-onderzoek blijken de kinderen inderdaad 75 procent van de gemaakte sommen correct te beantwoorden. Dit proces van aanbieden werkt volledig automatisch, instellingen van docenten zijn dus ook niet nodig. Om dit alles mogelijk te maken wordt gebruik gemaakt van een nieuw adaptief meetsysteem, een variatie op het Elo-rating systeem (Elo, 1978) uit de schaakwereld, dat ontwikkeld is aan de vakgroep Psychologische Methodenleer van de Universiteit van Amsterdam (Klinkenberg, Straatemeier & Van der Maas, in voorbereiding).

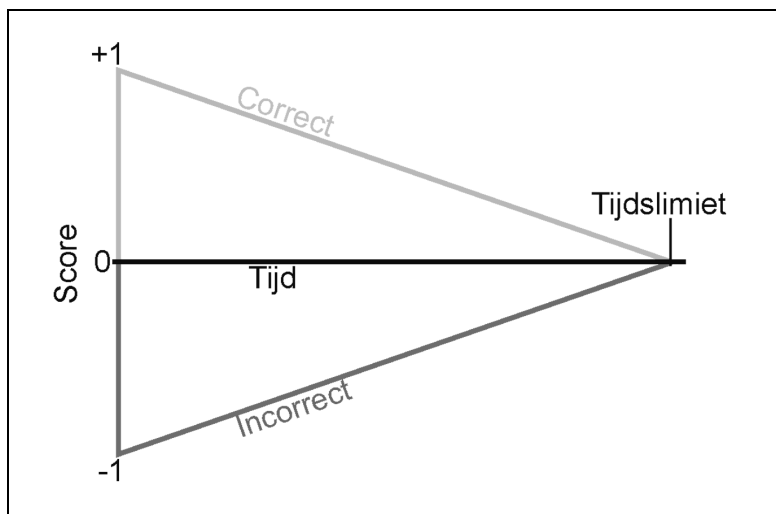
Het Elo-rating systeem is een manier om de vaardigheid van schakers te schatten. Binnen dit systeem heeft elke schaker een rating, wat een indicatie is van zijn of haar schaakvaardigheid. Als tijdens een schaakpartij een zwakke schaker wint van een sterke schaker wordt de Elo-rating van de winnaar verhoogd en die van de verliezer verlaagd. De bestaande schattingen van beide spelers waren immers onjuist, omdat er te verwachten viel dat de betere schaker de partij zou winnen. In de Rekentuin wordt hetzelfde soort ratingsysteem gebruikt, alleen is een van de spelers nu vervangen door een rekenopgave en hebben zowel de kinderen als de rekenopgaven een rating. Voor kinderen is de rating een maat voor hun rekenvaardigheid en voor de rekenopgaven is de rating een maat voor de moeilijkheid van de opgave. Als een kind een moeilijke opgave krijgt aangeboden is de kans op het correct beantwoorden van deze vraag laag. Als het kind de vraag dan toch goed beantwoordt, was de schatting van de vaardigheid van dat kind blijkbaar te laag en wordt deze verhoogd. De schatting van de moeilijkheid van de som was daarentegen blijkbaar te hoog en deze wordt verlaagd.

Op grote schaal, als er veel kinderen in de tuin spelen, convergeren de moeilijkheidsschattingen van de opgaven naar een stabiele waarde: de genormeerde moeilijkheid van de vragen. Op dezelfde manier convergeren de ratings van de kinderen naar een stabiele waarde: de genormeerde schatting van het rekenniveau van het kind. De vaardigheid van kinderen is echter niet stabiel. We hopen natuurlijk dat onder invloed van onderwijs deze vaardigheid groeit. Doordat de rating doorlopend wordt bijgehouden is het mogelijk om de ratingontwikkeling van kinderen, en dus hun rekenontwikkeling, gedetailleerd in beeld te brengen. In figuur 3 is bijvoorbeeld te zien dat na een periode van relatieve stabiliteit de vaardigheid van het kind tussen week 30 en 32 is toegenomen.

6 snelheid

Bij de rekensommen in de Rekentuïn speelt niet alleen accuratesse een rol bij het meten van de rekenvaardigheid van een kind, maar ook de reactietijd. Er wordt niet alleen meegenomen of een som goed beantwoord wordt, maar ook hoe snel een kind die oplost. De snelheid waarmee een kind een som oplost is immers ook een indicatie van de rekenvaardigheid van het kind. Kinderen die efficiënte rekenstrategieën gebruiken zullen sneller tot het juiste antwoord komen. Zo kan de som 4×2 bijvoorbeeld opgelost worden door $2 + 2 + 2 + 2$ uit te rekenen. Dit kost meer tijd dan wanneer een kind de tafel van 2 al volledig gememoriseerd heeft. In de Rekentuïn wordt een scoringsregel (Maris, 2009) gebruikt waarbij de te behalen score afhankelijk is van de reactietijd, accuratesse en tijd die een kind heeft om een som op te lossen (tijdslimiet), (fig.5). Bij een snel correct antwoord behaalt het kind een hoge score. Geeft het echter een fout antwoord, dan behaalt het kind dezelfde score, maar dan negatief. Bij snelle antwoorden staat er dus veel op het spel. Als het kind geen antwoord geeft binnen de tijdslimiet is de score nul.

Na elk antwoord wordt de vaardigheidsschatting van het kind aangepast. Deze aanpassing is afhankelijk van de behaalde score, de verwachte score en een wegingsfactor. De verwachte score is de score die men zou verwachten op basis van het verschil tussen de vaardigheid van het kind en de moeilijkheid van de aangeboden opgave. Zo is het bijvoorbeeld te verwachten dat een kind een hoge score behaalt op een voor hem of haar zeer makkelijke vraag.



figuur 5: scoringsregel

De mate waarin de rating van kinderen en vragen wordt bijgesteld is afhankelijk van de wegingsfactor (K -factor). Deze K -factor wordt mede gebruikt om de invloed van onbe-



trouwbare items op de rating van kinderen te beperken. Vragen die nog niet betrouwbaar zijn mogen immers niet te veel invloed hebben op de bijstelling van de rating van het kind. Omgekeerd geldt dat een beginnende speler niet te veel invloed mag hebben op de rating van de opgaven. De K -factor is daarom onder meer afhankelijk van hoe vaak en hoe recent een vraag beantwoord is en hoe vaak en recent een speler gespeeld heeft. Voor het bepalen van de K -factor wordt gebruik gemaakt van een simpele variant van het Glickman (2001) systeem.

7 de rekenspelletjes

In de rekenspelletjes wordt de scoringsregel expliciet weergegeven. De maximale tijd die beschikbaar is voor het beantwoorden van een som wordt weergegeven door een balk met munten (fig.6). Het aantal te verdienen munten loopt per seconde af. Bij een correct antwoord wint een kind de resterende munten en deze worden in een geldzak geplaatst. Bij incorrect antwoorden worden de resterende munten afgetrokken van de geldzak. Hierdoor wordt duidelijk dat snel gokken je veel munten kan kosten en dat overwogen antwoorden de meeste winst opleveren. Bij het verstrijken van de tijdslimiet verliest en wint het kind geen munten. Als de som te moeilijk is, is er de mogelijkheid om op een vraagteken te klikken. Dit heeft geen gevolgen voor de geldzak, want het kind verliest of wint dan geen munten. Door het gebruik van de munten is de scoringsregel eenvoudig en makkelijk te begrijpen voor kinderen. Ze snappen dat gokken riskant is maar dat ze snel moeten antwoorden

als ze voldoende zeker zijn.



figuur 6: een screenshot van het deelspel uit de Rekentuin

In de Rekentuin kunnen kinderen op dit moment oefenen met de domeinen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, breuken en met de snelheidsmix. Op alle domeinen, behalve de snelheidsmix, hebben de kinderen twintig seconden de tijd om het antwoord te geven. In de snelheidsmix is de tijdslimiet vier seconden en wordt er een mix van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen aangeboden. Uit de resultaten blijkt dat deze tijdslimieten niet te kort zijn.

In figuur 7 staan de gemiddelde reactietijden per domein. Hieruit blijkt dat de kinderen gemiddeld minder dan de helft van de tijd nodig hebben om de som te beantwoorden. Vermenigvuldigen en delen worden aangeboden met open vragen. Hierbij moeten de kinderen het antwoord met behulp van een numeriek toetsenbord op het scherm intypen. De overige domeinen worden als *multiple choice* met zes antwoordopties aangeboden.

Domein	gem	SD
Optellen	8,05	4,20
Aftrekken	7,67	4,16
Vermenigvuldigen	8,02	4,13

Delen	6,44	3,78
Mix	2,36	0,80
Breuken	5,87	3,76

figuur 7: gemiddelde reactietijd en standaarddeviatie per domein

Om de kinderen gemotiveerd te houden voor het spelen in de Rekentuin kunnen ze de verdiende munten besteden in de prijzenkast (fig.8). Hier kunnen ze allerlei prijzen kopen.



figuur 8: prijzenkast uit de Rekentuin

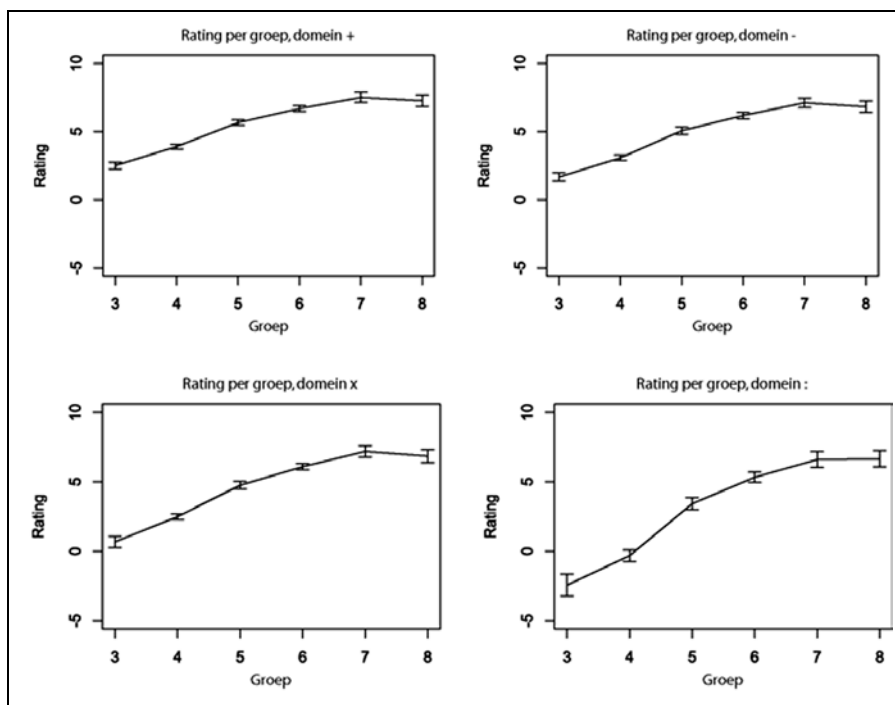
De kosten van de prijzen zijn zo gekozen dat er veel gespeeld moet worden om ze te bemachtigen. Aangezien er alleen munten worden verdiend bij het geven van correcte antwoorden wordt ook op deze manier het serieus spelen gestimuleerd. Omdat alle kinderen gemiddeld 75 procent van de sommen goed maken is de hoeveelheid munten die kinderen kunnen verdienen voor alle kinderen gelijk. De Rekentuin bevat dus twee beloningsmechanismen: de munten voor veel en regelmatig oefenen en de groei en bloei van de plantjes voor het vooruitgaan in het rekenen.

8 eerste onderzoeksresultaten

Een van de eerste onderzoeksdoelstellingen van het Rekentuinproject was om te achterhalen of deze manier van adaptief meten tot betrouwbare en valide schattingen van vaardigheden zou leiden (Klinkenberg e.a., in voorbereiding). Een simpele indicatie of de vaardigheidsschatting enigszins accuraat is, is om te kijken of de vaardigheid (rating) van kinderen

Sharon Klinkenberg, Marthe Straatemeier & Han van der Maas

oploopt naarmate ze in een hogere groep zitten.



figuur 9: rating per groep voor de domeinen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen

Een kind in groep 5 zou een hogere rating moeten hebben dan een kind uit groep 4. Uit de gegevens bleek dit voor groep 3 tot en met 7 consistent op te lopen. Groep 7 en 8 bleken op meerdere domeinen niet van elkaar te verschillen (fig.9).

Een andere manier om te onderzoeken of de rekenvaardigheidsschattingen valide zijn en dus daadwerkelijk een indicatie zijn van rekenvaardigheid, is door te bekijken in hoeverre de ratings van de kinderen overeenkomen met hun scores op de rekentoets van het leerlingvolgsysteem van het Cito. De correlaties tussen de Cito-scores en de ratings van de kinderen lagen op de verschillende domeinen tussen de $r = 0,78$ en $r = 0,84$.

De ratings van de sommen bleken te stabiliseren nadat ze ongeveer tachtig keer waren aangeboden. Vanaf dat punt bleven de ratings van sommen consistent. Dit betekent dat de schatting van de moeilijkheid van een som in het begin nog wat onnauwkeurig is, maar daarna snel accuraat wordt en ook blijft. Hiermee kunnen we stellen dat een opgave nadat deze tachtig keer is aangeboden beschouwd kan worden als betrouwbaar.

Bestudering van de ratings van de sommen kan tot interessante inzichten leiden wat betreft de informele leerlijnen van kinderen met betrekking tot de volgorde waarin zij rekensommen beheersen. De ratings van de sommen geven immers aan welke sommen kinderen



makkelijk en welke sommen ze moeilijk vinden.

Kinderen blijken bijvoorbeeld $90 + 10$ en $99 + 1$ een stuk makkelijker te vinden dan $8 + 9$, terwijl ze deze sommen pas later in hun rekenboek krijgen aangeboden. De Universiteit van Amsterdam verwacht hier op korte termijn een aantal wetenschappelijke artikelen over te kunnen publiceren.

9 de toekomst

Oefenweb.nl heeft als streven de integratie van oefenvolgsystemen, zoals de Rekentuin, in het onderwijs voor scholen zo vriendelijk mogelijk te maken. Elke school die toegang heeft tot internet kan na aanmelding direct aan de slag. Er hoeft geen speciale software geïnstalleerd te worden om gebruik te kunnen maken van de Rekentuin. Docenten hebben de mogelijkheid om veel van de rapportages *online* te raadplegen. De langetermijndoelen zijn gericht op het toegankelijk maken van de Rekentuin op *handheld* computers. Het idee hierachter is dat de integratie in de dagelijkse onderwijspraktijk een stuk eenvoudiger zal zijn als elk kind in de klas een *handheld* computer in het laatje heeft liggen.

Voor de nabije toekomst wordt er hard gewerkt aan het toevoegen van nieuwe domeinen aan de Rekentuin, zoals klokkijken. Daarnaast is Oefenweb.nl ook bezig met de ontwikkeling van een oefenvolgsysteem op het gebied van taal. Hiermee hoopt Oefenweb.nl het systematisch en effectief oefenen en toetsen van schoolse vaardigheden te bevorderen en een positieve impuls te geven aan het onderwijs in Nederland.

noot

- 1 U kunt een kijkje nemen in de Rekentuin door een demotuin aan te maken op onze website www.rekentu.nl.
Voor meer informatie kunt u mailen naar info@rekentu.nl.

literatuur

- Commissie Dijsselbloem (2008). *Parlementair onderzoek onderwijsvernieuwingen*. Den Haag: Sdu Uitgevers.
- Elo, A. (1978). *The Rating of Chessplayers, Past and Present*. New York: Arco.
- Ericsson, K.A. (2006). The influence of experience and deliberate practice on the development of superior expert performance. In: K. A. Ericsson, N. Charness, P. Feltovich & R.R. Hoffman (eds.). *Cambridge handbook of expertise and expert performance*. Cambridge, UK: CambridgeUniversityPress, 685-706.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen.
- Glickman, M.E. (2001). Dynamic paired comparison models with stochastic variances. *Journal of Applied Statistics* 28, 673-689.
- Gravemeijer, K.P.E. (2007). Reken-wiskundeonderwijs anno 2007. *Tijdschrift voor Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 26(3), 3-10.
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans (32) van het rekenwiskundeonderwijs aan het einde van basisschool 4. Uitkomsten van de vierde peiling in 2004. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau*. Arnhem: Cito.
- Klinkenberg, S., M. Straatemeier & H.L.J. van der Maas (in druk). *On the Fly Item Calibration using a new CAT procedure for computerized student progress-monitoring of math ability*.
- Maris, G. (in druk). *Scoring Rules based on Response Time and Accuracy*.
- Treffers, A. (2007). De kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(4), 11-17.



Leren van evalueren

- de lerende in beeld bij reken-wiskundeonderwijs -

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)
Flsme/Panama, Universiteit Utrecht

1 over dit verslag

Van 21 tot en met 23 januari 2009 vond de 27^{ste} Panama-conferentie plaats onder de titel 'Leren van evalueren - de lerende in beeld bij reken-wiskundeonderwijs'.

Veel deelnemers droegen aan dit conferentieverslag bij. De volgende collega's schreven deelverslagen: A. van den Akker, G. van Alst, E. Ansems, K. Bakker, D. Burger, A. Buter, H. van Doornik, I. van Dijk, Y. van der Eerden, F. Garssen, E. de Goeij, H. van Haaren, T. van der Heiden, E. van Herpen, M. Kool, T. Meeuwisse, R. Meijer, M. van Roosmalen, M. van Schaik, G. Schoeman, R. Smith, J. Stapel, E. Terlien en F. Van Mulken.

Wij maakten dankbaar gebruik van hun observaties en beschrijvingen.

Marc van Zanten opent de conferentie met een introductie op het thema 'Leren van evalueren'. Hij geeft aan dat men met evalueren verschillende bedoelingen kan hebben. Een daarvan is om er achter te komen wat een kind weet en kan. Je kunt als leraar van onderzoek naar de prestaties van leerlingen in je klas leren, door middel van analyses van toetsen of leerlingenwerk, maar ook van een reflectie op observaties of gesprekken met leerlingen. Je kunt als leraar in het basisonderwijs of docent van de opleidingen zelf onderzoek doen of het onderzoek door een ander, zoals een interne begeleider, een remedial teacher of een schoolbegeleider laten uitvoeren. Van Zanten merkt dat scholen steeds vaker voor deze laatste mogelijkheid kiezen. Daarmee verdwijnt dit onderzoek van de werkvloer en krijgt een groepsleerkracht geen gelegenheid de noodzakelijke expertise te verwerven om een dergelijk onderzoek zelf te doen.

Een andere invalshoek ten aanzien van evalueren is die van de maatschappelijke belangstelling. De analyse van de evaluatie richt zich dan op de opbrengst van onderwijs, met het doel zicht te krijgen op prestaties van leerlingen op het algemene niveau van het onderwijs. Men zoekt naar het antwoord op de vraag hoe het reken-wiskundeonderwijs er voorstaat. Daar kan een school van leren, maar ook anderen, ouders bijvoorbeeld of de politiek. Er is momenteel veel aandacht voor deze wijze van 'leren van evalueren', omdat men met een dergelijke analyse ook greep krijgt op de vraag hoe het reken-wiskundeonderwijs er over vijf jaar of tien jaar uit zal zien, om daar vervolgens op te anticiperen. Volgens Van Zanten is dit laatste niet nieuw. Er wordt al decennia aan de verbetering van het reken-wiskundeonderwijs gewerkt. Het is goed na te gaan welk effect dit heeft gehad en of er misschien bijstellingen nodig zijn.

Beide aspecten van ‘leren van evalueren’ kwamen tijdens de conferentie aan de orde. U vindt deze invalshoeken terug in dit verslag. Daarnaast besteden we aandacht aan andere, nieuwe en vernieuwende ideeën die tijdens de conferentie onder meer naar voren kwamen tijdens de vele werkgroepen en rondetafelbijeenkomsten.

2 opbouw van dit verslag

Dit verslag bestaat uit vier delen. We beginnen met de betekenis van evaluatie van het reken-wiskundeonderwijs, die bedoeld is om te komen tot een oordeel over de huidige situatie. Tijdens de conferentie presenteerden Martina Meelissen en Marjolein Drent de resultaten van het TIMSS-onderzoek vanuit een Nederlands perspectief. Het TIMSS-onderzoek biedt een internationale vergelijking van de onderwijsopbrengst voor de vakken rekenen-wiskunde, en natuur en techniek.

De lezing van de TIMSS-medewerksters krijgt een vervolg in de categoriale bijeenkomst van de onderzoekers. Marja van den Heuvel-Panhuizen en Adri Treffers zochten naar feit en fictie in de huidige discussie over rekenonderwijs. Ook Kees van Putten geeft de deelnemers in zijn lezing inzicht in de rekenprestaties van leerlingen. Van een wat andere orde is het ontwikkelen van een protocol voor de begeleiding van leerlingen met ernstige rekenproblemen, waarvoor Mieke van Groenestijn aandacht vraagt. Ook dit heeft landelijke betekenis, maar ook duidelijke verbindingen met de werkvloer.

Naast het evalueren op beleidsniveau besteden we aandacht aan ‘leren van evalueren’ in de groep en binnen de basisschool zelf. We beschouwen in dit verslag drie typen bijdragen:

- het greep krijgen op het leren van leerlingen in de basisschool en het speciaal (basis)onderwijs;
- de rol van taal in het reken-wiskundeonderwijs;
- het spanningsveld tussen onderwijsontwikkeling en ontwikkelingen binnen de vakdidactiek rekenen-wiskunde.

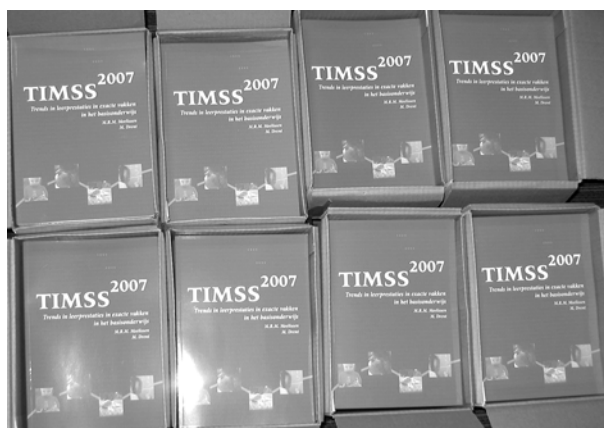
Het evalueren op het niveau van de opleiding heeft daarin een speciale plaats. Twee jaar geleden kregen de opleidingen te maken met een verplichte, landelijke toets voor rekenvaardigheid, de WISCAT-toets. De stand van zaken ten aanzien van deze toets en daarmee verbonden ontwikkelingen, zoals het samenstellen van een kennisbasis voor rekenen-wiskunde op de pabo, komen in dit verslag aan de orde.

We sluiten dit verslag af met enkele onverwachte perspectieven en reflectieve kanttekeningen.

3 evalueren van leerlingenprestaties

TIMSS

Twee Twentse onderzoekers, Martina Meelissen en Marjolein Drent, presenteren onder de titel ‘Trends in rekenprestaties van groep 6 basisonderwijs’ de resultaten van het onderzoek van het in 2007 gehouden TIMSS-onderzoek, vanuit een Nederlands perspectief (Meelissen & Drent, 2008).



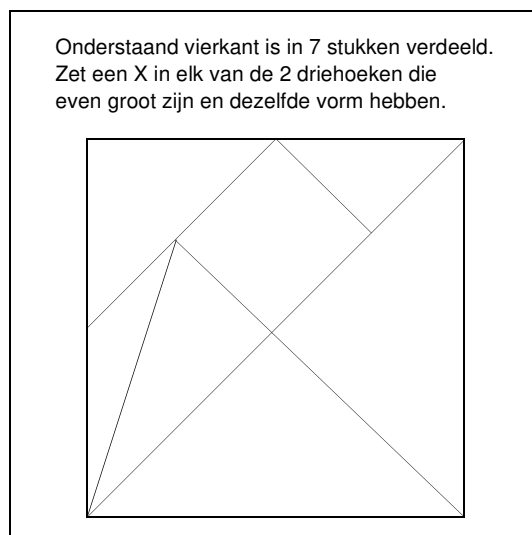
Er deden 42 landen aan het onderzoek mee. Voor Nederland ging het om ongeveer 4300 leerlingen uit groep 6 van 141 verschillende scholen. De volgende onderzoeksvraag vormde uitgangspunt bij het onderzoek:

Hoe presteren leerlingen in groep 6 voor de vakken rekenen-wiskunde en natuuronderwijs in vergelijking tot andere deelnemende landen en in vergelijking tot de resultaten van het TIMSS-onderzoek van 1995 en 2003?

Meelissen en Drent gaan overigens niet alleen op deze vraag in. Ze geven ook aan wat het reken-wiskundeonderwijs in Nederland in dit onderzoek bijzonder maakt. Zo melden ze onder meer dat Nederlandse leerlingen, met die uit Denemarken en Taiwan, het minst plezier hebben in rekenen. Verder melden zij dat met name allochtone meisjes laag scoren. De onderzoekers kunnen voor deze uitkomsten evenwel geen verklaring geven.

Nederlandse leerlingen doen het internationaal helemaal niet slecht. Zij hebben een gemiddelde score van 535, ver boven het internationaal gemiddelde van 473. Slechts Hong Kong, Singapore, Taiwan en Japan scoren significant hoger. Nederland behoort nog steeds tot de top tien van deelnemende landen, maar wordt nu wel geëvenaard door meer landen dan voorheen. De rekenprestaties van Nederlandse leerlingen laten echter een geleidelijke achteruitgang zien. In 1995 was de score 549 en in 2003 was dit nog 540. De daling ten opzichte van 1995 is significant, maar over de oorzaken kunnen de onderzoekers op grond

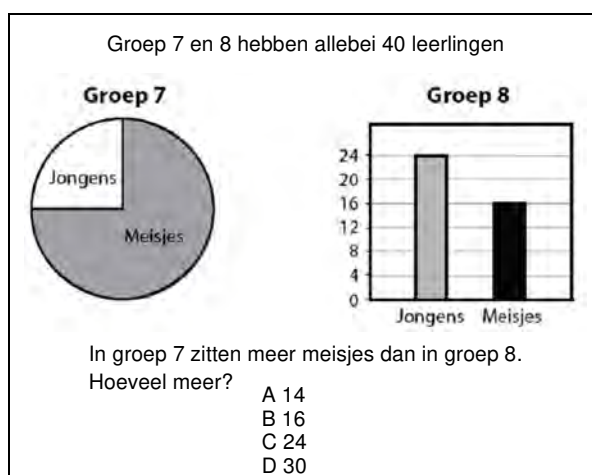
van het TIMSS-onderzoek weinig zeggen.



figuur 1: opgave (laag niveau) uit het TIMSS-onderzoek

Figuur 1 toont een toetsopgave van TIMSS op het lage niveau. Het percentage correcte antwoorden bij deze opgave is 79 procent. In Nederland haalt maar 2 procent van alle leerlingen dit laagste niveau niet. In Hong Kong is dit 0 procent, maar in een land als Jemen is dit 94 procent. TIMSS toetst ook op het zogenoemd hoge niveau. Dit hoogste niveau wordt maar door 7 procent van de Nederlandse leerlingen behaald. In Singapore, nummer één van de wereld, behaalt 41 procent van de leerlingen dit niveau. Figuur 2 laat een voorbeeld van een toetsopgave zien op dit hoge niveau. Hoewel uit de media soms een andere indruk ontstaat, blijken de rekenprestaties in Nederland, ook internationaal gezien, nauwelijks achteruit te zijn gegaan. Meelissen en Drent geven aan nuanceringen te willen bieden bij dergelijke verhalen. Niettemin ondersteunen de uitkomsten van dit TIMSS-onderzoek in beperkte mate de zorgen over het rekenonderwijs in Nederland, omdat de vaardigheid van

leerlingen de afgelopen jaren langzaam (maar significant) is gedaald.



figuur 2: opgave (hoog niveau) uit het TIMSS-onderzoek

Tijdens de categoriale bijeenkomst van onderzoekers kwam het rekenniveau verder ter sprake. Daar kwam de vraag naar voren of Nederland wel aan de hoge norm van TIMSS voor deelname voldoet. Die norm eist dat 50 procent van de scholen die in de eerste ronde worden aangeschreven, instemmen om mee te doen met het onderzoek. Die norm blijkt aanvankelijk niet te zijn gehaald. Daarom moest er ter vervanging naar gelijkwaardige scholen worden gezocht. Toen kwamen de onderzoekers op ruim 85 procent van de scholen die meededen, waarbij 85 procent positieve respons in de tweede ronde een eis van TIMSS is. De onderzoekers geven aan dat de steekproef weliswaar niet aan die hoge norm van deelname voldoet, maar dat de resultaten van het TIMSS-onderzoek in Nederland niettemin representatief zijn.

Een ander punt dat ter sprake kwam was de spreiding in vaardigheid van leerlingen. Deze blijkt in Nederland relatief klein te zijn. Het lukt Nederlandse leraren kennelijk om de niveauverschillen in de groep klein te houden.

Het TIMSS-onderzoek biedt een fraai doorkijkje in het Nederlandse reken-wiskundeonderwijs. Het toont dat er een dalende trend in rekenvaardigheid is, maar dat Nederland er anderszins goed voor staat. De dalende trend vraagt om onderzoek naar de oorzaken hiervan. Die zijn namelijk vooralsnog onduidelijk. Deze trend zou bijvoorbeeld te maken kunnen hebben met de beperkte spreiding in vaardigheid van Nederlandse leerlingen - leerlingen uit het speciaal onderwijs werden niet bij het TIMSS-onderzoek betrokken - de vaardigheid van specifieke groepen leerlingen en de waardering van Nederlandse leerlingen voor het vak rekenen-wiskunde.

feit en fictie

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

In de bijdrage van Marja van den Heuvel-Panhuizen en Adri Treffers refereren deze inleiders aan de maatschappelijke belangstelling voor rekenen-wiskunde. Onder de titel ‘Feit en fictie in de actuele rekendiscussie’ gaan zij in op het beeld dat in de media wordt geschetst van het realistisch reken-wiskundeonderwijs. Om hier greep op te krijgen, stellen Van den Heuvel-Panhuizen en Treffers eerst de vraag aan de orde waar ‘realistisch’ reken-wiskundeonderwijs eigenlijk voor staat. Dit wordt toegelicht aan de hand van een citaat van de wiskundige Polya (1948):

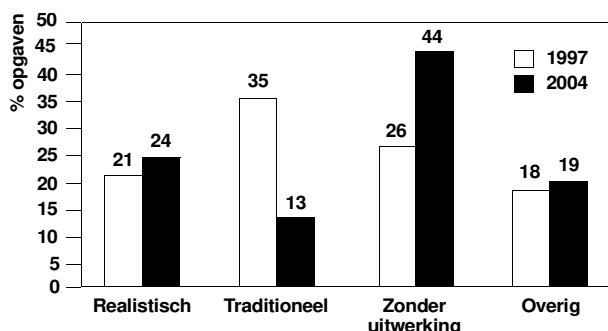
A teacher of mathematics has a great opportunity. If he fills his allotted time with drilling his students in routine operations, he kills their interest, hampers their intellectual development, and misuses his opportunity. But if he challenges the curiosity of his students by setting them problems proportionate to their knowledge and helps them to solve their problems with stimulating questions, he may give them a taste for, and some independent means of independent thinking.’ (Polya, 1948, p.v)

De inleiders geven een historisch overzicht van de ontstaansgeschiedenis van het realistisch reken-wiskundeonderwijs, van Wiskobas in de jaren zeventig tot nu. Zij maken duidelijk dat het altijd om ‘een beweging’ is gegaan, die door een grote groep geïnteresseerden en betrokkenen uit het onderwijs is gesteund. In de jaren tachtig werd het tijd voor een nationaal programma met eindtermen. Daar was een breed draagvlak voor. Ouders en leerkrachten omarmden massaal de grotere aandacht voor toepassingen en hoofdrekenen en de afnemende betekenis van het cijferen. Zo ontstond de ‘Proeve ...’-reeks (Treffers e.a., 1989, 1990, 1994 en 1996) na raadplegingen van honderden mensen. Het eerste deel van de serie boekjes met als titel ‘Proeve ...’ vormde vervolgens de basis voor de huidige kern-doelen.

Treffers en Van den Heuvel-Panhuizen stellen zichzelf tijdens de presentatie de vraag wat een en ander heeft opgeleverd. Veel media-aandacht gaat uit naar dalende resultaten op het gebied van rekenen-wiskunde. Maar is er sprake van daling? De PPON¹-onderzoeken laten een vooruitgang zien bij het schattend rekenen en het getalinzicht en een achteruitgang in het onderdeel cijferen (Janssen e.a., 2005).

In 1984 was, aldus Treffers en Van den Heuvel-Panhuizen, met grote groepen betrokkenen vastgesteld dat cijferen minder belangrijk zou worden gevonden en dat er meer aandacht moest worden geschonken aan toepassingen en hoofdrekenen. De uitkomsten van de PPON-onderzoeken tonen in de loop van de tijd aan dat er voldaan wordt aan wat ruim twintig jaar geleden is afgesproken. In de publieke opinie wordt ‘rekenen’ echter vooral geassocieerd met ‘cijferen’. Dat is eenzijdig en zorgt voor een wat negatief beeld, omdat daar juist de teruggang in vaardigheid geconstateerd is.

Overigens, zo geven Treffers en Van den Heuvel-Panhuizen aan, is het onverstandig om de nadruk op het cijferen te leggen om zo het niveau te verhogen. Uit analyses van methoden bij PPON-onderzoeken blijkt immers dat de laagst scorende methoden die methoden waren die exclusief de nadruk op het cijferen legden. In bepaald opzicht vindt men adviezen om meer nadruk te leggen op het cijferen soms terug in onderzoeksrapporten, die stellen dat zwakke rekenaars gebaat zijn bij een eensporige aanpak. In het verlengde van deze opvatting worden basisschoolmethoden vernieuwd en herschreven. Men schuift daarbij



wat op naar ‘het midden’, ergens tussen ‘realistisch rekenen’ en het meer traditionele rekenen. Treffers en Van den Heuvel-Panhuizen pleiten voor vakdidactische analyses van deze nieuwe methoden.

onderzoek naar prestatiedaling bij het cijferen

Sinds 1987 onderzoekt het Cito via de PPON-onderzoeken de onderwijsopbrengsten van vrijwel alle leerstofdomeneinen van rekenen-wiskunde in het basisonderwijs. De onderzoeken laten zien dat tussen 1987 en 2004 de prestaties voor de onderdelen ‘getalbegrip’ en ‘schatten’ zijn gestegen, maar dat er sprake is van een teruggang op de schaal ‘bewerkingen’, voorheen cijferen. Op de schaal ‘optellen en aftrekken’ is sprake van een matige teruggang, op de schaal ‘samengestelde bewerkingen’ van een grote teruggang en bij ‘vermenigvuldigen en delen’ van een zeer grote teruggang.

Kees van Putten van de Universiteit Leiden gebruikt het leerlingmateriaal van het PPON-onderzoek om greep te krijgen op strategiegebruik van leerlingen bij het oplossen van problemen die vragen om de bewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Hij vraagt zich af of er een relatie bestaat tussen strategiegebruik en prestatie, of die relatie aan verandering onderhevig is en of de daling van de prestaties samengaat met bepaalde veranderingen in strategiegebruik.

In zijn lezing presenteert Van Putten zijn resultaten, waarbij hij vooral ingaat op de verschillen met betrekking tot de onderdelen delen en vermenigvuldigen. In zijn analyse onderscheidt hij vier strategieën. Voor het onderdeel ‘delen’ zijn dat (fig.3):

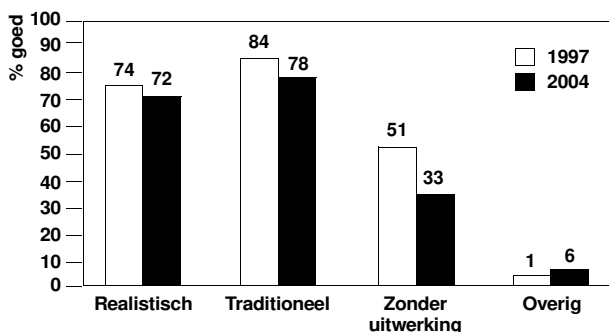
- realistisch;
- traditioneel;
- zonder uitwerking;
- overig.

figuur 3: strategiegebruik bij het delen in 1997
vergeleken met 2004

Opmerkelijk hoog is het aantal antwoorden in 2004 waarbij alleen het resultaat is opgeschreven, zonder dat daar een uitwerking bij wordt gegeven. Dit is namelijk 44 procent. Dit is ook sterk gestegen ten opzichte van 1997, toen van 26 procent van de opgaven geen uitwerking kon worden teruggevonden. Wat verder opvalt is dat in 1997 nog 35 procent

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

van de opgaven met een traditionele staartdeling werd opgelost, en dat dit aandeel in 2004 naar 13 procent is gezakt. Het aantal opgaven dat opgelost wordt met een realistische strategie stijgt in deze periode echter maar minimaal: van 21 procent in 1997 tot 24 procent in 2004. De mate waarin strategieën succesvol worden toegepast, wordt weergegeven in figuur 4.

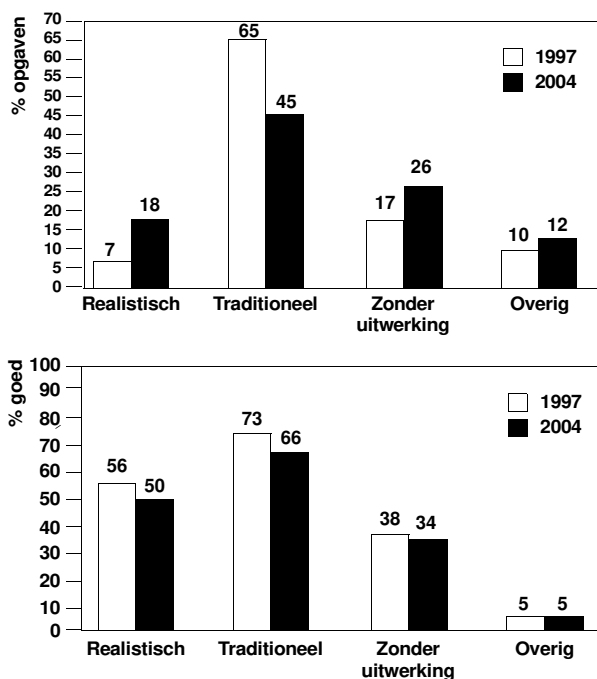


figuur 4: succesvol strategiegebruik in 1997 en 2004

Als de categorie ‘Overig’ buiten beschouwing wordt gelaten - omdat deze voornamelijk uit niet gemaakte opgaven bestaat - blijkt dat deelopgaven zonder uitwerking in beide peilingen de minst succesvolle zijn. De traditionele staartdeling blijkt in beide peilingen met succespercentages van 84 procent in 1997 en 78 procent in 2004, iets vaker tot succes te leiden dan het gebruik van een realistische strategie met succespercentages van respectievelijk 74 en 72, maar deze verschillen zijn niet significant.

Bij de bewerking ‘vermenigvuldigen’ volgen de resultaten in grote lijnen die bij het ‘delen’; een sterke afname van de prestaties, samenhangend met een afname van het gebruik van het traditionele vermenigvuldigalgoritme en een toename van het hoofdreke-

nen (dat wil zeggen: met een antwoord zonder uitwerking) (fig.5).



figuur 5: strategiegebruik en strategiesucces bij vermenigvuldigen

Als verklaring voor de daling van het peil bij het ‘delen’ en ‘vermenigvuldigen’ noemt Van Putten de volgende oorzaken:

- 1 Er heeft een verandering plaatsgevonden in het strategiegebruik:
 - het gebruik van succesvolle strategieën als de staartdeling en het traditionele vermenigvuldigalgoritme is afgenomen;
 - de afname van het gebruik van de traditionele strategieën heeft niet geleid tot een evenredige toename van de bijna net zo succesvolle realistische strategieën;
 - de riskante aanpak waarbij de leerlingen alles uit het hoofd uitrekenen en alleen het antwoord (zonder uitwerking) opschrijven is daarentegen toegenomen;
- 2 De succeskans van alle strategieën is gedaald. Dat geldt niet alleen voor de aanpak waarbij alles uit het hoofd wordt uitgerekend en alleen het antwoord wordt genoteerd, maar ook voor zowel de traditionele aanpak als voor de realistische aanpak.
- 3 De nieuwere rekenmethoden hebben zowel in negatieve als in positieve zin geen effect op het peil bij cijferend vermenigvuldigen en delen.

Van Putten komt met een viertal aanbevelingen voor verbetering van de didactiek:

- 1 Het goed leren noteren van berekeningen en tussenschappen behoeft meer aandacht.

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

- 2 Wat het hoofdrekenen betreft zullen leerlingen ook moeten leren in welke gevallen dat beslist niet handig is.
- 3 Er moet een aanvullende leerlijn worden ontwikkeld voor de overgang van het realistische delen (begrip) naar de traditionele staartdeling (efficiënte vaardigheid).
- 4 Er moet meer geoefend worden, want begrip alleen is niet voldoende om correct te leren rekenen.

In hun bijdrage reageren Van den Heuvel-Panhuizen en Treffers op deze aanbevelingen. Zij geven aan dat Van Putten beweert dat de achteruitgang in schriftelijk rekenen, bij vermenigvuldigen en delen niet wordt beïnvloed door de gehanteerde realistische of traditionele strategie. Hieruit concluderen zij dat het vervangen van de traditionele aanpak door een realistische positief heeft uitgepakt. Ook Duitse onderzoekers hebben zich over de door Van Putten gebruikte kernopgaven gebogen en onder meer vier opgaven geanalyseerd. Daaruit bleek dat drie van deze opgaven kinderen uitnodigden tot een hoofdrekenende oplossing.

pilots van het Projectbureau Kwaliteit

Simone Walvisch en Gert Gelderblom spreken namens de PO-raad. Walvisch poneert in haar bijdrage de stelling dat we de professional ruimte moeten bieden om zich te ontplooiën, omdat dit tot beter reken-wiskundeonderwijs leidt. Gelderblom van het Projectbureau Kwaliteit zoekt in het verlengde hiervan via rekenverbetertrajecten naar effectieve aanpakken om het rekenonderwijs op scholen te ondersteunen (Gelderblom, 2009). Deze rekenverbetertrajecten zijn ontwikkeld om meer leerlingen op een hoger niveau te krijgen, zoals de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen (2008) bepleit. Het instellen van rekenverbetertrajecten hangt ook samen met de situatie, gesignaleerd door de onderwijsinspectie, die 23 procent van de scholen als rekenzwak bestempelt. De rekenverbetertrajecten moeten zo worden opgesteld dat er een meetbare verbetering is van het reken-wiskundeonderwijs.

Enkele zaken blijven in de lucht hangen, zoals wat wordt bedoeld met *evidence based*, wat effectief reken-wiskundeonderwijs precies inhoudt, wat rekensterke en wat rekenzwakke scholen kenmerkt, op welke expertise van de leraar voort kan worden gebouwd en wat in het verbetertraject de betekenis van de rekencoördinator in school kan zijn.

De inbreng van Gelderblom roept vragen op. Later, in een werkgroep waaraan Gelderblom meewerkt, komen nog meer vragen op tafel, die maar ten dele beantwoord worden.

dyscalculieverklaring

De afgelopen tijd zijn nogal wat protocollen ontwikkeld rond de aanpak van dyscalculie en (andere) ernstige rekenproblemen. Op basis van deze protocollen worden zogenoemde dyscalculieverklaringen afgegeven. Er is echter nog geen overeenstemming over de vraag wanneer een leerling in aanmerking komt voor een dergelijke verklaring. Het ministerie van OC&W heeft de NVORWO² gevraagd hier duidelijkheid in te scheppen. Het doel is duidelijk te maken wanneer en door wie een dergelijke verklaring kan worden afgegeven, en

op grond waarvan die kan worden uitgereikt.

Mieke van Groenestijn informeert de conferentiedeelnemers over de voortgang van het project dat de NVORWO uitvoert (Dolk & Van Groenestijn, 2006; Van Groenestijn & Vedder, 2008).

tussentijds overzicht (1)

Een analyse op meta-niveau van het onderwijs ten aanzien van het evalueren van rekenen-wiskunde maakt een geringe teruggang in vaardigheid zichtbaar. Nadere analyses leren dat het hierbij vooral gaat om een afname in vaardigheid bij het schriftelijke rekenen. Omdat sommigen dit zien als de kern van het curriculum, wordt er aangedrongen op maatregelen. Scholen krijgen in het verlengde hiervan de aanwijzing rekenverbetertrajecten op te zetten, waarvan de opbrengst in heel het land zichtbaar zou moeten worden door een meetbare vergroting van de rekenvaardigheid van leerlingen. Referentieniveaus zijn destijds door de commissie Meijerink voorgesteld. Die zijn echter niet voor alle leerlingen haalbaar. Leerlingen met ernstige problemen met het (leren) rekenen, kregen ook eerder al aandacht. De NVORWO werkt al enige tijd aan de ontwikkeling van een landelijk protocol voor dyscalculie. Tegengestelde inzichten maken evenwel dat dit geen eenvoudige zaak blijkt en enige tijd neemt.

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

4 evalueren van de gang van zaken in de groep

kijken naar leerlingen

Jean-Marie Kraemer legt in zijn bijdrage aan de conferentie een brug tussen het evalueren van het reken-wiskundeonderwijs met het oog op doelen en de ontwikkeling van leerlingen. Hij benadrukt dat het stellen van doelen inhoudt dat er goed gekeken moet worden naar leerlingen. In zijn ogen heeft de ‘Expertgroep Doorlopende Leerlijnen’ dat onvolgende gedaan. Kraemer suggereert dat beelden van leerlingen de onderwijsinhoud moeten bepalen. Hij laat zien dat die beelden vaak anders blijken te zijn dan die van experts. Hij zet daarvoor noties van experts naast die van leerlingen. Experts typeren het onderwijs, in zijn visie, in termen van kerndoelen, tussendoelen, minimumdoelen en referentieniveaus. Bij leerlingen ligt dat anders. Zij hebben concepties van wiskundige zaken, kennen of weten procedures, gaan aan de slag met mentale objecten en beelden en zetten redeneringen op.

Het is gewenst bruggen te slaan tussen deze twee invalshoeken, wat gedaan kan worden door (toets)opgaven niet alleen te baseren op de gestelde doelen, maar ook op de concepties van kinderen. Dit kan gedaan worden door de door hen gekende procedures, mentale objecten, beelden en gevolgde redeneringen mee te nemen. Alleen dan krijgen zij, in de ogen van Kraemer, de kans werkelijk te laten zien wat zij kunnen.

meer dan toetsen alleen

Adrie Visscher pleit in zijn bijdrage voor het gebruiken van toetsgegevens om het onderwijsleerproces te verbeteren en prestaties te verhogen. ‘Van wegen wordt een varken immers niet vetter!’, stelt hij. Tweederde van de basisscholen evalueert de resultaten van de toetsen die zij afnemen niet, zeker niet systematisch. Het blijft vaak bij een summatieve evaluatie, gericht op het geven van cijfers, het maken van rapportbeoordelingen en het adviseren van het vervolgonderwijs. Visscher pleit ervoor om de toetsen ook te gebruiken voor een formatieve evaluatie, waarbij het aanpassen van de instructie en verwerking centraal staat. Hij ziet de waarde hiervan op drie niveaus: leerling-, groeps- en schoolniveau. Visscher wijst enkele elementen in het LOVS³ aan die maken dat een dergelijke formatieve evaluatie maar niet van de grond komt. De evaluatiegegevens bereiken de doelgroep niet en de resultaten worden ook niet altijd begrepen. Scholing van leraren in het gebruiken van de toetsgegevens zou hier, in de ogen van Visscher, verandering in kunnen brengen. Dit aspect wordt in een andere werkgroep uitgewerkt.

LOVS

Jan Janssen van het Cito en Marian Hickendorff van de Universiteit Leiden laten zien dat het project LOVS leraren niet aan hun lot over laat. In hun presentatie geven zij aan dat er bij het LOVS scholing ontwikkeld wordt. Dat vormt overigens niet de kern van hun bijdrage. Zij besteden veel tijd om de achtergronden en statistische technieken van het LOVS naar voren te brengen. Zij maken daarnaast duidelijk hoe het LOVS stukje bij beetje vervangen wordt door een digitale toets en hoe in dit werk waarborgen worden ingebouwd dat

deze toets dezelfde vaardigheid meet als de papieren versie. De nieuwste versie van LOVS biedt de mogelijkheid een categorieanalyse te maken. De categorieanalyse geeft aan of leerlingen sterk afwijken van de gemiddelde leerling. Zo kunnen leraren snel zien op welke specifieke onderdelen hun leerlingen uitvallen. Op dit moment inventariseert het Cito dit soort afwijkende profielen om na te gaan welke profielen vaak voorkomen en wat dat voor die leerlingen en voor het onderwijs dat zij ontvangen betekent.

De discussie naar aanleiding van deze presentatie richt zich op het talige karakter van de toetsopgaven. Dit kan er bijvoorbeeld toe leiden dat allochtone leerlingen systematisch te laag worden ingeschat. Dit brengt de discussie vervolgens op de vraag wat toetsen, als die in het LOVS, werkelijk meten. In hoeverre maken die bijvoorbeeld de gecijferdheid van leerlingen zichtbaar? Het toetsen van gecijferdheid, zo luidt een conclusie, is niet eenvoudig en in ieder geval met LOVS nog niet gerealiseerd.

leren vermenigvuldigen

Kees Buijs spreekt over een ontwerp van een leergang vermenigvuldigen met meercijferige getallen, waarop hij vorig jaar promoveerde (Buijs, 2008). Bij zijn ontwerpactiviteiten heeft Buijs ervaren hoe lastig het is om kolomsgewijs rekenen op een natuurlijke manier te laten voortvloeien uit gevarieerd hoofdrekenen. Bovendien zou de overgang naar het cijferend vermenigvuldigen in de huidige aanpak te geforceerd verlopen. Een schematische weergave van de leergang (fig.6) laat het knelpunt zien.

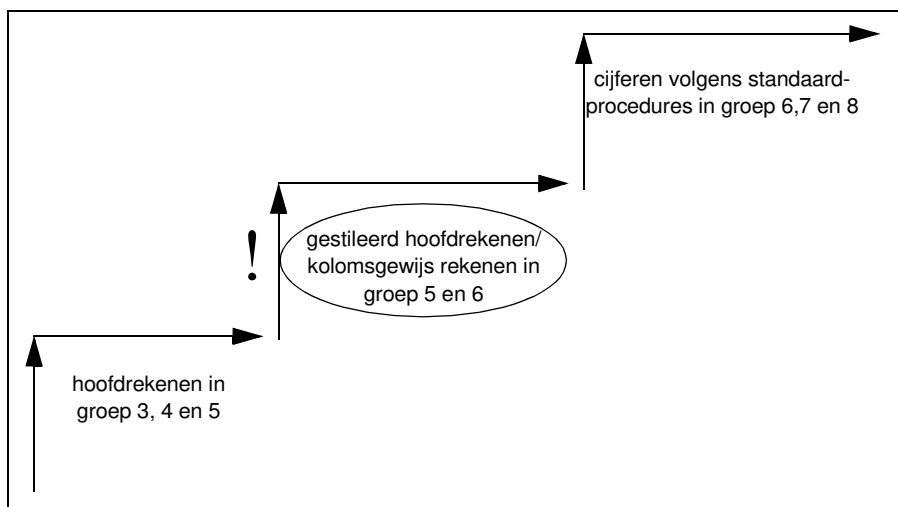
Dit knelpunt sluit, zo vertelt Buijs, wellicht aan bij de geconstateerde daling in het gebruik van hulponotaties bij het vermenigvuldigen. Een opgave uit de PPON-toets over het vervoeren van auto's met een veerpont wordt in 1997 door 75 procent van de leerlingen goed beantwoord. In 2004 is dit nog maar 60 procent. Volgens Buijs zou het leren werken met een kladblaadje ertoe leiden dat leerlingen beter uit de verf komen dan nu het geval is.

Op een pont kunnen in één keer 23 auto's vervoerd worden.

Hoeveel auto's kan die pont hoogstens vervoeren als hij 56 keer oversteekt? (PPON, 1997)

Dolly van Eerde beschouwt problemen met een dergelijke opdracht in haar lezing vanuit een ander perspectief. Ze laat zien welke gevolgen het niet begrijpen van één enkel woord heeft - of kan hebben - voor de oplossingsstrategie die een leerling kiest. Het verkeerd begrijpen van het woord 'pont' zou al snel tot een fout antwoord kunnen leiden. Buijs laat zien dat het groepjesmodel een belangrijke rol kan spelen bij het oplossen van vermenigvuldigingen met meercijferige getallen. Uit het maken van groepjes van tien vloeit de splitsstrategie voort, waarbij het eerste getal wordt gesplitst. Een opgave over 24 dozen met 36 rollen beschuit wordt dan - in zijn aanpak - opgelost door 20×36 en 4×36 en niet door

het foutieve 20×30 en 4×6 .



figuur 6: schematische weergave van de leerlijn cijferend vermenigvuldigen

Volgens Buijs moet er veel aandacht worden besteed aan deze strategie van 'verkeerd splitsen' om kinderen voor deze valkuil te behoeden. De door Buijs ontworpen leergang is op vijf scholen beproefd. Hij behaalde er positieve resultaten mee. Hij maakte voor zijn metingen gebruik van een onderverdeling in zwakke en sterk presterende leerlingen. Hoewel beide groepen leerlingen door de ontwikkelde leergang qua prestaties naar elkaar toegroeien, blijken de zwakste leerlingen een grotere progressie te hebben gemaakt in vergelijking met de beste leerlingen uit de onderzoeksgroep. Deze niveauverhoging kan worden verklaard door een toename in structurering van rekenstrategieën en een verdiept inzicht in vermenigvuldigstructuren.

cijferend delen

Karel Hurts en Kees van Putten gaan in hun werkgroep in op mogelijke oorzaken voor een verminderde vaardigheid bij het cijferend delen van leerlingen aan het eind van de basisschool. Ook zij brengen naar voren dat het opvallend is dat de afname in vaardigheid samenhangt met het afnemen van het maken van tussenberekeningen of andere uitwerkingen op een kladblaadje. Het niet opschrijven van tussenresultaten wijzen Hurts en Van Putten als reden aan voor een daling in vaardigheid. Zij vermoeden dat de vaardigheid van leerlingen verhoogd kan worden als leerlingen geleerd wordt tussenantwoorden te noteren.

leerbaarheid van basisoperaties

Wolter Danhof en Piet Bandstra volgen tijdens een longitudinaal onderzoek zo'n duizend leerlingen op scholen voor speciaal en reguliere basisonderwijs inzake hun ontwikkeling

van het rijgend leren hoofdrekenen. Ze gaan met name na of het rijgend leren rekenen mogelijk is voor alle sbo-leerlingen en welke leertijd het daar vraagt. En in het geval het niet lukt, zoeken zij naar kenmerken van het rekenzwakke deel van de groep. Voor die leerlingen gaan zij op zoek naar een andere manier van schriftelijk rekenen.

Voor dit onderzoek ontwierpen Danhof en Bandstra een viertal drempels, die overwonnen moeten worden voordat van goed rijgend hoofdrekenen kan worden gesproken. Ze stellen vast dat niet alle leerlingen deze drempels nemen. Leerlingen die de drempels nu niet nemen, worden verder gevolgd om in groep 7 en 8 en de brugklas na te gaan hoe dit zich eventueel vertaalt in ineffectief strategiegebruik.

tussentijds overzicht (2)

Evalueren van het reken-wiskundeonderwijs op het niveau van de groep kan alleen effectief gebeuren wanneer leraren bij het toetsen aansluiten bij het denken van de leerlingen. Daarnaast moeten zij in staat zijn om gegevens van toetsen die bedoeld zijn om de stand van zaken in het onderwijs in landelijk verband te interpreteren, te vertalen naar het onderwijs op groepsniveau. Dat vraagt veel van leraren, bijvoorbeeld grondige kennis van leerlijnen en waar daarin knelpunten kunnen optreden. En verder, zo leert de bijdrage van Danhof en Bandstra, moet een leraar over de grenzen van de eigen groep heen kunnen kijken om te kunnen bepalen wat het belang is met betrekking tot specifieke vaardigheden van leerlingen, gezien vanuit het vervolg van het onderwijs. Dat leraren hier voor een moeilijke taak staan, wordt onder meer duidelijk uit het gegeven dat ook ontwikkelaars en onderzoekers nog met de materie worstelen.

5 evalueren van prestaties van individuele leerlingen

school-, groeps- en landelijk onderwijsniveau

Het bepalen van de stand van zaken op school- en groepsniveau verloopt via het evalueren van de onderwijsopbrengst bij individuele leerlingen. Sterker, vaak is het vaststellen van het niveau van leerlingen een eerste oogmerk bij het peilen van de onderwijsopbrengst. Het LOVS is hier een sprekend voorbeeld van. Dit instrument om de onderwijsopbrengst te meten levert nauwkeurige analyses van de vaardigheden van leerlingen en laat zien in hoeverre die afwijken van een standaardvaardigheidsprofiel van leerlingen in de betreffende leeftijdsgroep. Ook de analyses van Hurts en Van Putten starten bij het analyseren van het werk van individuele leerlingen. Beide analyses worden, op geheel verschillende manieren, gebruikt om conclusies te trekken voor grotere groepen leerlingen. Het gebruik van LOVS kan leiden tot aanpassingen van het onderwijs op groeps- of schoolniveau. Hurts en Van Putten komen op grond van hun analyses tot de aanbeveling het gebruik van een kladblaadje te stimuleren. Het verbinden van bijvoorbeeld het school- en groepsniveau aan de prestaties van leerlingen heeft als voordeel dat op die manier - als het goed is - twee vliegen in één klap worden geslagen. Enerzijds kan de verkregen informatie leiden tot het helpen

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

van individuele leerlingen bij specifieke problemen. Anderzijds kunnen dergelijke problemen in de toekomst voorkomen worden, omdat de leraar of het team het onderwijs met behulp van de gegevens zodanig kan aanpassen dat zij de gesignaleerde problemen in de toekomst kunnen voorkomen.

Uit verschillende bijdragen aan de conferentie kan men concluderen dat het verre van eenvoudig is om evaluatiegegevens op verschillende niveaus met elkaar te verbinden. En dat geldt met name wanneer het gaat om leerlingen die grote moeite hebben met rekenen-wiskunde, zoals die in het speciaal basisonderwijs.

zelfscan rekenen

Basisschool 'Het Palet' in Hapert betreft haar leerlingen bij het eigen leerproces. Het doel is het onderwijs zoveel mogelijk af te stemmen op de behoeften van de leerling. Men gebruikt daarbij onder meer zowel een zogenoemde zelfscan als een leerlingportfolio.

Dit leidt volgens Thom Verheggen van 'Het Palet' tot effectieve interventies van de leraar en voor de leerlingen tot meer motivatie, zelfreflectie en een gevoel van competentie. Het afstemmingsproces begint met het in beeld krijgen van de leerling.

Omdat niet voor iedere leerling een traject kan worden bepaald, ligt het werken met groepsplannen voor de hand. 'Het Palet' gaat ervan uit dat het leren in heterogene groepen plaats vindt en niet in niveaugroepen. Men gaat er vanuit dat kinderen sneller leren als ze hun eigen leerdoelen formuleren.



Gegevens uit het leerlingvolgsysteem en het zelfbeeld, wijze van handelen en sturen van het leerproces, worden bekeken, met behulp van de door de school ontwikkelde zelfscan rekenen. Deze zelfscan is gericht op de talenten van de leerling:

- Waar ben ik al goed in?
- Wat mis ik om verder te kunnen?
- Hoe kan ik aan mijn leerdoel werken?

Het portfolio is aangrijpingspunt voor gesprekken met ouders. Het succes van het portfolio wordt bepaald door goede zelfscans en de kindvriendelijke opzet ervan. Het resultaat van de beschreven aanpak is dat nagenoeg alle ouders en alle leerkrachten het gesprek over de rekenontwikkeling van het kind zinvol vinden.

dynamisch toetsen in een ICT-omgeving

Vaardigheid in het rekenen tot 100 is cruciaal bij het verder leren rekenen. In het speciaal basisonderwijs is deze vaardigheid voor nogal wat leerlingen het hoogst haalbare. Dat is een reden om een gedegen instrument te gebruiken om te kunnen nagaan wat leerlingen op dit gebied presteren. Het door Marjolijn Peltenburg en Marja van den Heuvel-Panhuizen gepresenteerde onderzoek licht een tipje van de sluier op. Zij gaan in op vragen als: Hoe pakken sbo-leerlingen deze type sommen aan? Hoe ver komen zij met de toetsing als zij hulpmiddelen kunnen kiezen? Verbetert het inzetten van hulpmiddelen de toetsing? En welke hulpmiddelen? Bij dit onderzoek werd een ICT-omgeving ontwikkeld. Kinderen die een toets met de computer maakten, hadden de keuze om een hulpmiddel in te schakelen. De hulpmiddelen waaruit gekozen kon worden waren het 100-bord en de getallenlijn (fig.7).

figuur 7: hulpmiddelen bij toetsing

Leerlingen maken in het onderzoek een toets in een van de twee vormen: de ICT-versie of de gestandaardiseerde, papieren versie. De oplossingen van de leerlingen zijn opgenomen op video. De opnamen laten de handelingen van de leerlingen zien, met het daarbij behorende geluid. Er wordt zo ‘zichtbaar’ hoe de leerlingen werken, hoe ze de aanpak verwoorden en hoe ze denken en redeneren. Tijdens de toets denkt de leerling vaak hardop, twijfelt, zucht en kiest al of niet een hulpmiddel. De keuze van het hulpmiddel en de handelingen van de leerlingen die dan volgen, worden zichtbaar. Een en ander laat zien dat leerlingen kunnen profiteren van een ICT-aanpak.

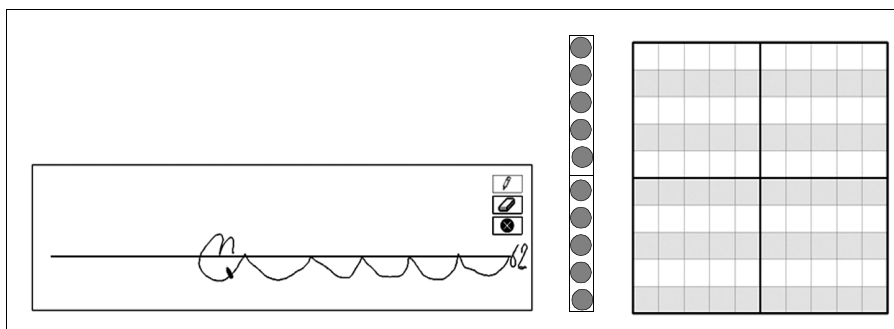
PARWO voor het speciaal onderwijs

Dirk en Hein van der Straaten gaan in op de toetsen die in het project ‘Passend Reken Wiskunde Onderwijs’ (PARWO) worden gebruikt en waarbij zogenoemde quickscans ontwikkeld worden. De quickscans zijn digitale toetsen, ontworpen om een beeld te krijgen van de ontwikkeling van de leerling ten aanzien van zijn reken-wiskundige vaardigheden. Zo brengen deze toetsen aan het licht dat leerlingen in het speciaal onderwijs formele sommen minder goed maken, omdat zij de structuur van getallen niet snel overzien of herkennen. Met de kleuren groen, oranje en rood worden leerlingenscores op de quickscan weergegeven. Zo is snel te zien op welk niveau leerlingen werken en welke moeilijkheden bepaalde leerlingen of de gehele klas met de aangeboden stof hebben. Daarbij is bewust gekozen voor bepaalde deelvaardigheden, omdat niet alles te toetsen is. De scan is vooral een signaleringsmiddel, om de leraar aan te geven waar een probleem zit en in welk opzicht extra aandacht nodig is.

6 prestaties van pabo-studenten

Sinds twee jaar gebruiken pabo's de WISCAT-toets om het niveau van rekenvaardigheid van

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)



eerstejaarsstudenten vast te stellen. Deze toets verving de toetsen die tot dan toe gebruikt werden (Van Zanten, 2006; Van Zanten & Van den Brom-Snijders, 2007). Gerard Straetmans en Theo Eggen ontwierpen de toets (2005). Zij lichten de achtergronden van de toets toe en geven aan hoe er met de toets gewerkt wordt. Vervolgens gaan zij met de aanwezigen in discussie over wat de toets meet en niet meet en over de keuze van de interface. De opgaven worden gekozen op grond van gegeven antwoorden en daarom kunnen studenten niet terugbladeren. Bovendien kunnen studenten bij hoofdrekenopgaven geen aantekeningen maken; hoofdrekenen in WISCAT is rekenen *uit* het hoofd.

Dit staat haaks op dat wat studenten in de opleiding geleerd wordt, waar hoofdrekenen, rekenen *met* het hoofd is. De WISCAT-toets meet de rekenvaardigheid van studenten en niet de gecijferdheid. De cesuur bij de toets is, stelt Straetmans, zo gekozen, dat van studenten verwacht mag worden dat zij 'boven de stof staan'.

Op grond van opmerkingen uit de zaal erkennen de onderzoekers dat het huidige toetspakket enkele beperkingen kent. Dit betreft bijvoorbeeld het beperkt aantal aangeboden opgaven. Dit tast de betrouwbaarheid weliswaar aan, zo geven Straetmans en Eggen aan, maar meer opgaven, zo betogen zij, zou tot gevolg hebben dat de toetsduur verlengd zou worden. De toets zou dan niet meer efficiënt genoeg zijn.

De toets blijkt in de praktijk bij veel studenten ongewenste emoties op te roepen. Sommigen van hen melden hun opleider, zo zegt iemand, dat hun zelfvertrouwen tijdens de toetsessie ondermijnd wordt door de onverwachte afwisseling van opgaven en de lange duur van de toets. De WISCAT-toets levert een prestatiescore op en geeft geen diagnostische informatie voor de verdere begeleiding, zoals bij de voormalige, papieren toets van de HBO-raad wel het geval was. Sommige opleiders klagen over het ongewenste effect dat de WISCAT-toets motivatie en plezier in het vak wegneemt.

Wie dit geheel overziet, kan het controversiële karakter van de huidige toetsing van de rekenvaardigheid in de pabo niet ontkennen. Sommige aanwezigen stellen voor de toets een andere rol te geven en de uitslag ervan niet te koppelen aan een bindend studieadvies. Verder zou het gewenst zijn een landelijk ingevoerde alternatieve toets met standaarden in het verlengde van de HBO-raad toets gecijferdheid te construeren.

Twee jaar na invoering van de WISCAT-toets is het echter merkwaardig stil geworden rond

deze toets. Dat is des te opmerkelijker, omdat de toets ooit is geïntroduceerd als tijdelijke maatregel. De bedoeling was immers dat de toets na twee jaar uit de pabo zou verdwijnen, omdat dan scholen van voortgezet onderwijs en het mbo de rekenvaardigheid van studenten op peil zou brengen en houden.

7 perspectieven en nieuwe ontwikkelingen

Evaluaties van het onderwijs zijn weinig waard wanneer ze niet worden aangegrepen om het onderwijs te verbeteren. Tijdens de Panama-conferentie kwamen hierbij verschillende nieuwe ontwikkelingen naar voren. Enkele bijdragen toonden hoe de didactiek van het vak kan worden geoptimaliseerd. Een enkele bijdrage betrof de organisatie van het reken-wiskundeonderwijs en andere bijdragen gingen in op manieren om de lerarenopleiding te verbeteren. We bespreken er hier enkele.

rekenen-wiskunde en taal, een didactisch duo

De belangstelling voor de rol van taal bij het leren van rekenen-wiskunde is de laatste jaren flink toegenomen. Taalzwakke, vaak allochtone leerlingen blijken zwakke resultaten in het rekenen te boeken. Dolly van Eerde pleit voor taalgericht reken-wiskundeonderwijs, als mogelijkheid om de integratie van reken-wiskundeonderwijs en taalonderwijs te bevorderen. Hierbij krijgen leerlingen tijdens reken-wiskundelessen de gelegenheid taal te ontwikkelen die samenhangt met vakinhoud. Zo worden er twee vliegen in een klap geslagen. Leerlingen leren rekenen-wiskunde en ze leren taal. Van Eerde geeft in haar lezing aan dat leraren en leerlingen zich van dit verband nauwelijks bewust zijn. Ze benadrukt dat er problemen ontstaan wanneer kinderen onvoldoende ruimte wordt geboden om hun aanpakken te verwoorden. Ook worstelen veel leerlingen in de reken-wiskundeles met voor hen onbekende woorden. Het bespreken van die woorden zou een vast onderdeel moeten zijn van de reken-wiskundeles, aldus Van Eerde. Zij spreekt in dit kader van het verwerven van een vakregister, dat bestaat uit:

- begrippen: vaktaal (bijvoorbeeld: ‘delen’, ‘ml’, ‘breuk’ en ‘tabel’), schooltaal (woorden als ‘toename’ of ‘patroon’) en alledaagse taal (bijvoorbeeld de woorden ‘parket’, ‘ingrediënten’ of ‘tussendoortje’);
- betekenissen;
- formuleringen: ‘Hoe zeggen we dit in de rekenles?’ (bijvoorbeeld de zeggwijze ‘om de drie uur’, ‘een op de vier’ en ‘los de vergelijking op’);
- specifiek wiskundige schema’s, zoals diagrammen en grafieken;
- wiskundige symbolen als ‘63’, ‘+’, ‘–’, ‘%’ en ‘>’.

Leerlingen verwerven dit vakregister door een brug te slaan tussen informele en meer formele taal. Leraren moeten leerlingen helpen deze brug te slaan, omdat ze dit niet zelfstandig kunnen. Als kinderen vooral individueel werken aan reken-wiskundeopdrachten is maar weinig zichtbaar van hun wiskundige activiteit. Uit de taal die kinderen gebruiken tij-

dens het mondelinge deel van de reken-wiskundeles is echter wel een en ander af te leiden over hun denken. Daarom is het belangrijk om interactief rekenonderwijs te geven. Als leraar kun je dan denkprocessen van kinderen observeren en er conclusies aan verbinden. Taalzwakke kinderen hanteren veelal verborgen, ineffectieve leerstrategieën. Het is belangrijk dat deze strategieën de leraar duidelijk worden, om ze vervolgens in het onderwijs aan de orde te stellen.

Interactief, probleemgeoriënteerd reken-wiskundeonderwijs

Het project 'TienVeertien' van het Freudenthal Instituut beoogt leraren steun te bieden bij een andere manier van lesgeven. Het project wil bereiken dat leraren een keer per week een 'onderzoeksles' geven. In een dergelijke onderzoeksles krijgen leerlingen gelegenheid te redeneren aan de hand van een passend probleem, aldus Frans van Galen en Barbara van Amerom. Zo'n rekenles is ook interactief, waardoor er de mogelijkheid tot discussie tussen leerlingen ontstaat. De leerkracht is daarbij gespreksleider, maar wel met een bepaalde agenda. Om op deze manier onderwijs te kunnen geven, heeft de leraar kennis en vaardigheden op vakpedagogisch en vakinhoudelijk terrein nodig. Hij of zij moet middelen aangereikt krijgen om na te denken over de volgende vragen:

- Hoe kun je het nadenken, overleggen, discussie, interactie van leerlingen bevorderen?
- Hoe voer je een klassengesprek dat tot discussie leidt?
- Welke wiskundige inhoud en didactiek horen bij dit specifieke onderwerp?

Het blijkt dat in de korte tijd dat het project loopt, in het onderwijs veranderingen op vakpedagogisch terrein zijn opgetreden. Zo is er nu meer afwisseling tussen klassikaal lesgeven en groepswork, krijgen leerlingen meer gelegenheid hun resultaten te presenteren, is er ruimte voor leerlingen om te redeneren en zijn er meer momenten voor leerlingen om met elkaar te discussiëren.

begripsvorming met het digibord

Monica Wijers en Helen Reed doen onderzoek naar het digitale schoolbord als hulpmiddel in de reken-wiskundeles, met het oog op het realiseren van begripsvorming. Omdat het onderzoek nog pril is, kunnen zij nog weinig resultaten melden. Wel komen uit de werkgroep verschillende manieren naar voren om met het digibord begripsvorming te stimuleren. Zo bleek bijvoorbeeld dat grafische mogelijkheden het mogelijk maken de werkelijkheid goed in beeld te brengen, onder andere met behulp van foto's en dat het digibord animaties mogelijk maakt. Het kan zo het gebruik van verschillende modellen ondersteunen. Een conclusie was dat de fase van het zelf ontdekken doen, bijvoorbeeld met schaar en papier, niet klassikaal door de leraar op het digibord overgenomen kan worden. Verder onderzoek moet concrete richtlijnen voor het gebruik van het digibord opleveren.

8 opleiding

kennisbasis voor de pabo

In de 'Kwaliteitsagenda Krachtig Meesterschap voor het opleiden van leraren 2008-2011' (OCW, 2008) heeft staatssecretaris Bijsterveldt aangekondigd dat de tweedegraads lerarenopleidingen en pabo's voor alle vakgebieden een kennisbasis dienen vast te stellen en eindtermen en daarop gebaseerde toetsen moeten invoeren. Op de lerarenopleiding voor het basisonderwijs gebeurt dit allereerst voor de vakken taal en rekenen-wiskunde. Ten tijde van de conferentie werd er nog aan de kennisbasis gewerkt.⁴ De conferentie vormt een uitgelezen moment om opleiders te laten meepraten en meedenken over de invulling van de kennisbasis.

Een van de dilemma's waar de ontwikkelgroep mee zit, is hoe globaal c.q. gedetailleerd de kennisbasis moet worden beschreven. Een ander dilemma betreft de relatie tussen onderbouw en bovenbouw. Welke kennis van de reken-wiskundendidactiek hoort bij de onderbouw, welke bij de bovenbouw en welke kennis hoort thuis in een gezamenlijk deel?

In de bespreking van de plannen bleek dat men van mening was dat de didactiek, zoals neergelegd in de TAL-boeken (Treffers e.a., 1999; Van den Heuvel-Panhuizen e.a., 2001; Van den Heuvel-Panhuizen & Buijs, 2004; Van Galen e.a., 2005; Gravemeijer e.a., 2007) in het gezamenlijke deel van de opleiding thuishoren. Daar zouden alle studenten kennis van moeten nemen, gezien het feit dat de pabo opleidt voor de groepen 1 tot en met 8 van de basisschool. Ook mogen doorgaande leerlijnen niet uit het oog worden verloren. Kennis van de onderbouw bestrijkt bijvoorbeeld ook de voorschoolse periode en tot kennis van de bovenbouw behoort ook kennis van de doorgaande leerlijn naar het voortgezet onderwijs, zo was de algemene teneur.

'Kennisbank Rekenen' voor pabo en primair onderwijs

Ook de 'Kennisbank Rekenen' (fig.8) voor de pabo was ten tijde van de conferentie volop in ontwikkeling.⁵ Naar analogie van de 'Kennisbank Wiskunde' voor het voortgezet onderwijs, die al enkele jaren in gebruik is, maakt het Ruud de Moorcentrum nu een kennisbank voor het basisonderwijs. In de werkgroep tonen Ortwin Hutten, Anneke Noteboom, Gé Nielissen en Henk Staal de stand van zaken op dat moment. Daarbij wordt duidelijk dat voor deze kennisbank er enkele essentieel andere keuzen zijn gemaakt dan voor de 'Kennisbank Wiskunde'. Bij de 'Kennisbank Rekenen' gaat het bijvoorbeeld om vakinhoudelijke thema's, als de begripsvorming bij het meten en algemeen didactische thema's als kleuterwiskunde en dyscalculie. Daarbij wordt, aldus de ontwerpers, geen standpunt ingenomen. De kennisbank schrijft dus geen didactiek voor, maar biedt wel specifieke

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

onderwerpen.

figuur 8: Kennisbank rekenen

In de werkgroep verkennen ontwerpers samen met de deelnemers de mogelijkheden van de kennisbank voor de opleiding. Daarbij komt aan de orde in hoeverre de kennisbank aansluit bij de voortgangstoets (een toets die op enkele pabo's wordt gebruikt om periodiek de voortgang van studenten te peilen), hoe samenhang gerealiseerd wordt en details naar voren komt, hoe het nalaten van het maken van keuzen tot uiting komt in de presentatie van leerlijnen. De kennisbank vormt een aanvulling op de informatie die met betrekking tot het reken-wiskundeonderwijs op internet te vinden is. Het helpt studenten in de ogen van de ontwikkelaars bij het op waarde schatten van informatie.

vakinhoudelijk praktijkonderzoek door pabo-studenten

Fermi-problemen zijn genoemd naar de Nobelprijswinnaar Enrico Fermi (1901-1954). Hij stelde ooit de vraag: 'Hoeveel pianostemmers zijn er in Chicago?' Hij wist een zeer goede schatting te geven. Hij vond dat ieder weldenkend mens dergelijke problemen zou moeten kunnen aanpakken (Bergman & Bergsten, 2007). Francien Garssen is opleider. Zij gebruikt de Fermi-problemen in de minor 'Onderzoekend Ontwerpen rondom Leerprocessen' om een onderzoeksmatige houding bij studenten te bevorderen. Zij geeft haar studenten kenmerken van dergelijke problemen mee:

- het gaat om een realistische context;
- leerlingen moeten zelf relaties en structuur aanbrengen;
- het gaat om problemen waarin getallen afwezig zijn;
- de problemen moeten discussie uitlokken.

Een van haar studenten is Jasper Jansen. Hij laat zien hoe hij zelf met dit principe aan de

slag ging. Op een foto staat een meisje en een walviskaak. De vraag die erbij wordt gesteld luidt: 'Hoe groot zal de walvis ongeveer geweest zijn?' De studenten denken na over mogelijke oplossingen van kinderen, om daardoor te ontdekken dat de leerlingen vaak wat anders doen dan je als leraar verwacht. De studenten hadden verwacht dat de leerlingen een walvis zouden gaan tekenen en dan daarmee zouden gaan schatten. Ook tijdens de werkgroep werd deze vraag gesteld en toen bleek dat de aanwezigen eveneens niet makkelijk reacties van kinderen konden inschatten.

tussentijds overzicht (3)

Leraren prikkelen om in het onderwijs dat zij geven meer open vragen te stellen, is niet eenvoudig, zo leert de ervaring. Het initiatief om dit in een specifiek op rekenen-wiskunde toegespitste minor een kernpunt te maken getuigt daarom van enige moed. Wellicht weet Jasper, die nu nog student is, zijn enthousiasme in de nabije toekomst over te brengen op zijn collega's, zodat het met leerlingen in gesprek gaan over open problemen, stukje bij beetje gebruikelijker wordt in de reken-wiskundelessen.

Het werkelijk in gesprek gaan met leerlingen veronderstelt dat je als leraar voldoende reken-wiskundige kennis en vaardigheden hebt om dat aan te gaan. Je moet dan in staat zijn onverwachte reacties te plaatsen om er vervolgens adequaat te reageren, om daarbij niet alleen je eigen spoor te volgen, maar ook rekening te houden met dat van de kinderen. De kennisbasis en - in mindere mate - de kennisbank zijn bedoeld om hier waarborgen te bieden. Naast de wiskundige attitude die een leraar nodig heeft om echte problemen met kinderen aan te pakken, vormt kennis een belangrijk ingrediënt van de competenties die een leraar voor het vak rekenen-wiskunde nodig heeft.

9 terugblik

rekendidactiek in de twintigste eeuw

Regelmatig zijn geluiden te horen als zou het vroeger allemaal beter zijn geweest. Zo ook voor het reken-wiskundeonderwijs. Ed de Moor kiest voor zijn bijdrage aan de conferentie een andere invalshoek vanuit het verleden. De huidige discussie over het reken-wiskundeonderwijs is in zijn ogen pas goed te begrijpen, wanneer we die in een historisch perspectief beschouwen.

De Moor wijst erop dat de Nederlander Jan Versluys (1845-1920) een van de belangrijke vernieuwers van het rekenonderwijs in de vorige eeuw was. In 1874 publiceert deze zijn boek 'Methoden bij het onderwijs in de wiskunde en bij de wetenschappelijke benadering van dat vak', wat eigenlijk het eerste Nederlandse boek is met aandacht voor de didactiek van de wiskunde en waarin enkele didactische principes naar voren komen, die ook nu nog opgeld doen. Vrijwel alle pedagogen uit die tijd hameren op inzicht, aanschouwing, beperking van 'denksommen', op het belang van het hoofdrekenen en van praktische toepassingen. In de loop van de tijd verschuift het accent meer en meer naar de praktische waarde van het rekenen. Maar er zijn ook 'tegenbewegingen'. Zo verschijnen aan het begin van de

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

twintigste eeuw de rekenboekjes van Bouman en Van Zelm, waarin rijen sommen zijn opgenomen, gerangschikt op soort.



Vanaf de jaren twintig zien we dat men zich in Nederland gaat oriënteren op Groot Britannië en de Verenigde Staten. De Brit Ballard en de Amerikaan Dewey pleiten voor praktisch toegepast, eenvoudig rekenonderwijs. Diels en Nauta schrijven hun methode 'Fundamenteel Rekenen', die gebaseerd is op het werk van Ballard. Diels schrijft ook een boekje over 'De Noodzakelijkheid van den Vakonderwijzer', een pleidooi voor de rekenspecialist *avant la lettre*.

Aanvankelijk gebeurt er na de oorlog niet veel aan de inhoud van het rekenonderwijs. Wel ontstaat er meer en meer behoefte om het accent te verleggen naar het zelfstandig werken. In de jaren 1960-1970 verschijnen methoden waarin de nadruk ligt op (tempo)differentiatie en individualisering. De leraar is in de rekendidactiek die uit deze visie voortvloeit, vooral organisator en controleur van het leerproces. In deze periode komt de *New Math* op, ook in Nederland, zij het vooral in het voortgezet onderwijs. Wijdeveld, Goffree en Treffers startten in 1971 met vernieuwing van het rekenonderwijs die tot op heden de koers van het Nederlandse reken-wiskundeonderwijs uitmaakt. Tussen 1971 en 1981 werd er een geheel nieuwe en eigentijdse visie ontwikkeld door het Wiskobas-team, die ook in materialen werd geconcretiseerd. Het ging de Wiskobas-medewerkers onder meer om een halt toe te roepen aan de in hun ogen ongewenste trend van de moderne wiskunde.

Ten slotte geeft De Moor aan wat in de historie van het reken-wiskundeonderwijs constant zijn. Hij noemt onder meer:

- het streven naar inzichtelijk rekenonderwijs;
- het uitgangspunt zoeken in de psychologische en/of genetische aanpak, dat wil zeggen dat de ontwikkeling van het kind als leidraad in de didactiek geldt;
- de afwisseling van formele en praktische doelen;
- aandacht voor de differentiatieproblematiek;
- de klachten over een te geringe rekenvaardigheid.

De genoemde constanten vinden we voor een deel terug in het huidige tijdsgewricht, waar geringe rekenvaardigheid van aanstaande leraren tot overheidsingrijpen leidde. We vinden in de huidige discussie ook signalen als zou het vroeger allemaal beter zijn geweest, omdat het onderwijs zich toen zou hebben gericht op gedegen oefenen van de vier hoofdbewerkingen. De bijdrage van De Moor leert dat dit het verleden geen recht doet en dat het verder vroeger zeker niet altijd beter was.

de ogen van een kritische vriend

Vele bijeenkomsten als Panama-conferenties en publicaties in vakbladen maken dat ‘ingewijden’ een goed idee hebben wat ze zich kunnen voorstellen bij realistisch reken-wiskundeonderwijs. Theo Wubbels toonde tijdens de conferentie wat er gebeurt als een minder ingewijde op zoek gaat naar wat hij zich voor moet stellen bij realistisch reken-wiskundeonderwijs (Van Gool, 2008). Wubbels zoekt op het internet en vindt enkele uitgangspunten van het realistische reken-wiskundeonderwijs.

Met drie uitgangspunten, waarvan twee van Freudenthal (1983; 1991) en een van Grave-meijer (2007) in de hand, zoekt hij of realistisch reken-wiskundeonderwijs wel bestaat:

- *guided reinvention*;
- *didactical phenomenology*;
- *emergent modelling*.

Wubbels concludeert dat hij nog geen goede voorbeelden gezien heeft, waarin deze uitgangspunten naar voren komen.

opbrengst

Aan het eind van dit verslag komen we bij de vraag wat de 27^{ste} Panama-conferentie het reken-wiskundeonderwijs heeft gebracht. Evalueren, zoals dat tijdens de conferentie aan de orde was, betrof onder meer het evalueren op meta-niveau van het reken-wiskundeonderwijs in Nederland. Dit ligt in het verlengde van de maatschappelijke belangstelling voor het rekenen op de basisschool en de lerarenopleiding. De maatschappij vraagt bewijzen dat het goed gaat met het reken-wiskundeonderwijs en dat is op zich goed nieuws, want dat betekent dat reken-wiskundeonderwijs de volle belangstelling heeft.

Dit neemt niet weg dat het nadrukkelijk evalueren op algemeen niveau het evalueren van het onderwijs op leerling-, groeps- en schoolniveau kan vertroebelen. En omdat de kern van het onderwijs in de praktijk van de school ligt, kan dat niet de bedoeling zijn. De conferentie bood aanknopingspunten om het evalueren op de drie genoemde niveaus met elkaar te verbinden, zodat de evaluaties elkaar versterken en leiden tot werkelijke verbeter-

Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

ringen van het onderwijs op de werkvloer.



Tijdens de zogenoemde rondetafelgesprekken richtten Erica de Goeij en Sylvia van Os zich, onder de titel 'beeld van het kind', op het evalueren op leerlingniveau vanuit hun opleidingsonderwijs. 'Hoe krijg je als student een zo goed mogelijk beeld van een kind als rekenaar?', was de vraag die zij aan de orde stelden. Zij werkten dat in een vijftal onderdelen uit. Zij noemden dit 'bronnen voor de beeldvorming': het leergesprek, observaties tijdens de les, de analyse van het leerlingenwerk, het vergelijken van de resultaten van leerlingen op toetsen en op het leerlingvolgsysteem en - uiterst belangrijk voor de leraar-in-opleiding - informatie uit gesprekken met de leraar.

De leraar blijft de belangrijkste sleutel tot goed reken-wiskundeonderwijs. Die moet daarom goed in staat zijn evaluaties van zijn of haar onderwijs te duiden. De leraar moet kennis hebben van perspectiefvolle didactische aanpakken om het onderwijs telkens aan de leerlingen aan te passen. Deze conferentie leerde dat het goed is om na te gaan of het onderwijs het bedoelde effect resorteert. De vraag of en hoe verschillende uitgangspunten van realistisch reken-wiskundeonderwijs in iedere les naar voren komen, is minder van belang.

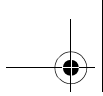
noten

- 1 PPON: Periodieke Peilingen van het OnderwijsNiveau.
- 2 NVORWO: Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-WiskundeOnderwijs.
- 3 LOVS: Leerling- en OnderwijsVolgSysteem, een programma dat door het Cito werd ontwikkeld.
- 4 De meest recente versie van de kennisbasis rekenen-wiskunde vindt u op: www.kennisbasispa-bo.nl.
- 5 De kennisbank rekenen vindt u op: www.kennisbankrekenen.nl.

literatuur

Bergman, J. & C. Bergsten (2007). *On the use of realistic Fermi problems in introducing mathema-*

- tical modelling in upper secondary mathematics*. Paper presented at ICTMA13 (July 2007).
- Buijs, K. (2008). *Leren vermenigvuldigen met meercijferige getallen*. Utrecht: Freudenthal Instituut (proefschrift).
- Dolk, M. & M. van Groenestijn (2006). *Dyscalculie in discussie*. Assen: Van Gorcum.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Galen, F. van, E. Feijs, N. Figueiredo, K. Gravemeijer, E. van Herpen & R. Keijzer (2005). *Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen. Tussendoelen Annex Leerlijnen Bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Gelderblom, G. (2009). *Iedereen kan leren rekenen*. www.rekenpilot.nl
- Gool, A. van (2008). Hoe realistisch is realistisch reken-wiskundeonderwijs? - een voordracht van Theo Wubbels. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 27(3/4), 12-14.
- Gravemeijer, K.P.E. (2007). Emergent and modelling as a precursor to mathematical modelling. In: W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn & M. Niss (eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study*. (pp. 137-144). New York: ICMI / Springer.
- Gravemeijer, K., N. Figueiredo, E. Feijs, F. van Galen, R. Keijzer & F. Munk (2007). *Meten en meetkunde in de bovenbouw. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Groenestijn, M. van & J. Vedder (2008). *Dyscalculie in discussie, deel 2*. Assen: Van Gorcum.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, K. Buijs & A. Treffers (red.) (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den & K. Buijs (red.) (2004). *Jonge kinderen leren meten en meetkunde. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Meten en meetkunde onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans (32) van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4; uitkomsten van de vierde peiling in 2004*. PPON-reeks 32. Arnhem: Cito.
- Meelissen, M.R.M. & M. Drent (2008). *TIMSS 2007; Trends in leerprestaties in exacte vakken in het basisonderwijs*. Enschede: Universiteit Twente; vakgroep onderwijsorganisatie en -management.
- OCW (2008). *Krachtig meesterschap. Kwaliteitsagenda voor het opleiden van leraren 2008-2011*. Den Haag: Ministerie van OC&W.
- Pólya, G. (1948). *How to solve it. A new aspect of mathematical method* (5th print). Princeton: New Jersey Princeton U.P.
- Straetmans, G.J.J.M. & T.J.H.M. Eggen (2005). Afrekenen op rekenen. Over de rekenvaardigheid van pabo-studenten en de toetsing daarvan. *Tijdschrift voor Hoger Onderwijs* 23(3), 123-139.
- Treffers, A., E. de Moor & E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool; deel 1: overzicht einddoelen*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A. & E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool; deel 2: basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A. & E. de Moor (1994). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool; deel 3A: breuken*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A., L. Streefland & E. de Moor (1996). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool; deel 3B: kommagetallen*. Tilburg: Zwijsen.
- Treffers, A., M. van den Heuvel-Panhuizen & K. Buijs (red.) (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Zanten, M. van (2006). Gecijferdheid op de pabo: leren versus selecteren. *Reken-wiskundeonderwijs*:



Ronald Keijzer & Hans ter Heege (red.)

onderzoek, ontwikkeling, praktijk 25(1), 9-15.

Zanten, M. van & P. van den Brom-Snijders (2007). Beleidsagenda lerarenopleiding leidt tot niveauverlaging - Gehanteerde rekenvaardigheids- en gecijferdheidstoetsen. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk* 26(1), 19-23.