



Universiteit  
Utrecht

# NWD 30

5 & 6 april 2024

Freudenthal Instituut





Welkom

Met trots presenteren wij u het programma voor alweer de 30<sup>e</sup> Nationale Wiskunde Dagen. Dit jaar heeft de programmacommissie een speciale lustrumeditie voorbereid. Met extra feestelijke opening en muzikale accenten in de plenaire lezingen van vrijdag. We sluiten af met een oude bekende, Marcel Vonk. Zo zien we in het programma maar ook buiten het programma veel "Gouden Ouden", een selectie uit de hoogtepunten van de afgelopen 10 jaar.

Wij wensen jullie veel inspiratie bij het inschrijven op de presentaties en meer nog tijdens de conferentie!



### **De organisatie van de NWD**

Joke Daemen, Saskia Klaasing, Anna Shvarts en Mariozee Wintermans

ps met dank aan Tom Goris die voor ons de poster ontwierp. Hij liet zich inspireren door het Top2000 café.

## Organisatorische mededelingen

De Nationale Wiskunde Dagen vinden plaats in NH De Leeuwenhorst te Noordwijkerhout (Langelaan 3). U bent op vrijdagochtend 5 april 2024 welkom vanaf 9:00 uur. Vanaf dan kunt u zich aanmelden en uw spullen kwijt in de daartoe aangewezen bagagekamers. Vanaf de lunch kunt u uw kamersleutel ophalen bij de receptie van NH De Leeuwenhorst. Achter in dit boekje vindt u een plattegrond van NH De Leeuwenhorst.

### Busservice

Voor de treinreizigers is er een gratis busservice geregeld. Er rijdt een extra bus naar De Leeuwenhorst. Deze vertrekt om 10:05 uur vanaf station Leiden – uitgang Centrum. Let op: dit is niet de reguliere Leeuwenhorst Express. Zaterdagmiddag na de lunch kunt u met de bus terug naar station Leiden.

### Inschrijving werkgroepen

Voor alle parallelsessies (blok 1 t/m 4) dient u zich van te voren in te schrijven via de NWD app. Meer informatie hierover ontvangt u via de mail. Op uw badge, die u bij aankomst op de conferentie ontvangt, kunt u zien of u geplaatst bent in de sessie van uw keuze.

### Lezingen en zalen

Alle plenaire lezingen zijn in het Atrium. De zaalindeling van de parallelsessies vindt u in de NWD 2024 app.

### NWD secretariaat

De NWD heeft haar secretariaat in Boston 10, vanaf de hoofdingang links. Hier is vrijwel continu iemand aanwezig voor al uw vragen en opmerkingen. De organisatie is te herkennen aan de shirts met NWD logo.

### Overige activiteiten en mededelingen

Op de NWD gebeurt veel! In de NWD 2024 app kunt u een overzicht van onze extra activiteiten vinden.

Voor de drankjes bij de borrel, het diner en later op de avond kunt u munten kopen vanaf 17:00 uur bij de daarvoor bestemde NH-balie. U kunt daar pinnen en contant betalen. Eventuele overige aankopen (bijv. op de informatiemarkt) dient u contant te betalen (in De Leeuwenhorst is geen geldautomaat). Ontbijt, lunches en diner vinden plaats in de restaurants. U kunt hier zelf een plekje zoeken.

## Programmaoverzicht NWD30

De NWD heeft drie plenaire lezingen en vier blokken met parallelsessies. In de binnenpagina's van dit boekje beschrijven we alle lezingen en workshops.

vrijdag 5 april 2024

09:00 uur	Incheckbalie opent
11:00 uur	Opening
11:30 uur	Plenaire lezing: Eugenia Cheng
12:30 uur	lunch
<b>13.45 – 14:30/14:45 uur</b>	<b>blok 1</b>
<b>15:15 – 16:45 uur</b>	<b>blok 2</b>
17:00 – 18:00 uur	Borrel
18:15 uur	Diner
20:15 – 21:00 uur	Plenaire lezing: : Leo Blokhuis, Elmer Sterken en Tom Goris
21:30 – 0:30 uur	Avondprogramma

zaterdag 6 april 2024

7:00 uur	Funrun
7:30 – 9:00 uur	Ontbijt
<b>9:15 – 10:00/10.15 uur</b>	<b>blok 3</b>
<b>10:30 – 11:15 uur</b>	<b>blok 4: Semi-plenair</b>
11.45 – 12.30 uur	Plenaire lezing: Marcel Vonk
12:30 – 13:00 uur	Sluiting
13:00 uur	Lunch

## Overzicht thema's

### QED **Bewijzen, logica, paradoxen**

Wiskunde is niet compleet zonder bewijzen. Maar wat als een geclaimd bewijs te moeilijk wordt om met de hand te controleren; kan de computer het dan? Is bewijzen hetzelfde als logisch denken? Zijn alle waarheden wel bewijsbaar? Is het in de wiskunde niet minstens even belangrijk om iets te ontdekken dan om het te bewijzen? En wat is een acceptabel bewijs: via een computer algoritme, via plaatjes, via natuurkunde,...? In dit thema gaan we deze vragen exploreren, inclusief het gebruik van interactieve computertools voor de klas.



### **Krommen**

Cirkels, parabolen, cycloïden: dit zijn maar enkele voorbeelden van krommen in het vlak. Is ook een rechte lijn een kromme? Een cirkel maak je met een passer, maar ook voor veel andere krommen zijn mechanische constructies met stangen mogelijk. Als je een kromme 'parametriseert', dan ontstaat extra informatie: waar 'begint' de kromme, hoe snel en hoeveel keer wordt die doorlopen? Je ontwerpt zelf krommen als modellen voor paaseieren. Of om te vermijden dat je op de weg of op een spoorlijn uit de bocht vliegt. Hopelijk vlieg je in die workshop zelf niet uit de bocht. Tot slot hoeft je niet in het vlak te blijven. Je maakt kennis met het Frenet-apparaat waarmee de kromming en de 'torsie' van een ruimtekromme beschreven worden.

6



### **De wiskunde van het (vals) spelen**

Valsspelen is een vlag die vele ladingen dekt. In dit thema onderzoeken we de wiskundige aspecten van bedrog in verschillende contexten. We verkennen onderwerpen zoals speltheorie, strategieën, eerlijke verdeling, en de logica achter bedrog in communicatie. Daarnaast duiken we in de wereld van geheime codes en cryptografie, en ontdekken we hoe wiskunde een rol kan spelen bij het breken van geheimen. We bekijken ook de kunst van het goochelen en hoe je het publiek kan misleiden door middel van wiskundige trucs. Tenslotte krijgen we een inkijkje in oplostekniken en strategieën teneinde elke NRC sudoku te kraken.



### **Wiskunde werkplaats**

In de jaren negentig van de vorige eeuw werd al geëxperimenteerd met het wiskunde-werklokaal. In de geest van Fröbel richtten scholen een ruimte in met oase, ijzerdraad, tangen, plakband, papier en tekenmateriaal. Daar kon je creatief bezig zijn en wiskunde leren door dingen te maken. In dit thema pakken we dit fenomeen weer op en krijgt het een modern jasje beïnvloed door ontwerpend leren en maakonderwijs. Je kunt aan de slag gaan met ontwerpen voor 3D-printers, veelvlak-lampen en gehaakte oppervlakken. Kortom, bijdragen in dit thema hebben een hoog werk-gehalte waarin je op een andere en creatieve manier met wiskunde bezig kunt zijn. Inspiratie nodig voor een wiskundewerklokaal op uw school? Volg dit thema!



## **Geschiedenis - didactisch: hoe kan je dat in je les inzetten?**

Wiskunde is een ontwikkelend en dynamisch vakgebied, maar dat zie je alleen als je oog hebt voor de geschiedenis van de wiskunde. Wiskundedocenten ontdekken steeds vaker de waarde van de geschiedenis van en voor hun vak. Ze laten hun leerlingen in de wiskundeles kennis maken met de geschiedenis waardoor ook zij ervaren dat wiskunde voortdurend in beweging is.

In dit thema kun je je heerlijk laten onderdompelen in de geschiedenis van de wiskunde. Dat is sowieso een inspirerende ervaring. Bovendien kun je kant-en-klare lessen bekijken die aansluiten op het curriculum zodat ook je leerlingen daar blij van worden.



## **De wiskunde van 30 jaar geleden**

Wat was er dertig jaar geleden “hot” in de wiskunde, en hoe werkt dat vandaag de dag door? In 1994 kwam Andrew Wiles met zijn bewijs van de laatste stelling van Fermat, kort daarvoor publiceerde Ingrid Daubechies haar invloedrijke boek over wavelets. In 1994 onthulde Peter Shor zijn factorisatie-algoritme op quantumcomputers, wat (hypothetisch) de veiligheid van al onze bestaande cryptografie aan het wankelen bracht. En wie herinnert zich nog de schoolwiskunde uit de jaren 1990, met “grafien en matrices” en “kijkmeetkunde”? Met dit thema gaan we terug in de tijd, maar kijken tegelijk ook naar heden en toekomst van deze onderwerpen.



## **Wiskunde en kunst**

Zowel wiskundigen als beeldend kunstenaars raken vaak gefascineerd door structuren, regelmatige patronen, wetmatigheden en chaos, zowel in kleur als ook in de vorm van het kunstwerk. Ook in de muziek komen patronen, structuren en wetmatigheden terug. Bijvoorbeeld op het gebied van samenklanken en de bouw van toonsystemen. Die structuren hebben vaak wiskundige trekken. Reden om er op de NWD (weer) eens aandacht aan te besteden.

In deze themalijn komt een veelheid aan kunstvormen terug, die geïnspireerd zijn door de wiskunde (of omgekeerd), denk aan muziek, het analyseren van kleur, graankunstwerken in het landschap tot het maken van Keltische knopen, en uiteraard weer prachtige strandtekeningen.



## **Gouwe ouwen van de afgelopen jaren**

“Er zijn zoveel mooie presentaties, die ik elk jaar weer mis”, een veelgehoorde klacht in onze evaluaties. Tijdens deze 30e NWD lijkt het ons daarom leuk om een deel van die mooie presentaties nogmaals uit te nodigen. Geen sinecure, de lijst hooggewaardeerde workshops en presentaties is lang. Er zijn sprekers die al bijna traditie zijn geworden in de NWD (denk aan Rob van Oord), sommige onderwerpen missen actualiteitswaarde (corona). Deze hebben we weggelaten en dan nog hebben we genoeg voor de komende NWD's. Dit jaar plenair op vrijdagavond de statistieken van de Top2000, een eerdere lezing die geactualiseerd en verrijkt is. Daarnaast hebben we op diverse plaatsen in het programma de onbekend gebleven toppers geplaatst. Maar ook in de wandelgangen kunt u van nog niet traditie geworden evenementen genieten. Je herkent ze aan de oorkonde



## Wiskunde in andere (school!) vakken

Wiskunde is een universele denk- en werkwijze, die overal ter wereld hetzelfde is en in allerlei vakken gebruikt wordt. Voor leerlingen is dat niet altijd zichtbaar. Zij zien lang niet altijd het nut en de bruikbaarheid van het gemanipuleer van  $x$  en  $y$  en drie- en vierhoeken. In dit thema gaat het over het zichtbaar maken en verbeteren van die samenhang tussen wiskunde en andere vakken. Natuurlijk zal natuurkunde aan de orde komen, maar ook een vak als geschiedenis blijkt verrassende wiskundige toepassingen te hebben



## Wiskunde en Taal

Taal is vast niet het eerste waar je aan denkt bij wiskunde, maar wiskunde en taal komen elkaar verrassend vaak tegen en misschien wordt met dit thema *Taal Zeg Maar Echt Jouw Ding* (...Paulien Cornelisse...). Van het leren van wiskunde (hoe speelt meertaligheid een rol?) tot wiskundige achtergronden van taalmodellen en ChatGPT. Ook bij (serieuze) puzzels uit de wereld van de talen, zoals het ontcijferen of herkennen van teksten, vormen wiskunde en logisch denken onmisbaar gereedschap. Er is zelfs een taalkundeolympiade (voor leerlingen uit het voortgezet onderwijs) met een hoofdrol voor logica. Maar ook bij de worsteling, nu en in vroegere tijden, om wiskunde helder weer te geven, kun je niet om taal heen: moet het maar liever 'in woorden', of in goed gekozen symbolen, of toch maar een mix? Kortom, stap de wereld van taal binnen, maar vergeet je wiskundebagage niet!

8



## Moeilijke lezing

Is er gevorderde wiskunde uit de bovenbouw of begin van het vervolgonderwijs nodig voor het volgen van de lezing/workshop, dan geven we dit aan met het hiernaast afgebeelde icoon.



## Diversen



## Docentenprijs

- 45 Duur workshop/lezing
- 60 Duur workshop/lezing
- 90 Duur workshop/lezing



## Plenaire lezingen

### **Math, Art, Social Justice**

**Eugenia Cheng** | Art Institute of Chicago en University of London

Dr. Eugenia Cheng will describe her journey from “normal” apolitical mathematician, to mathematician-artist-musician. Previously shying away from discussing political and social issues, she now does the opposite and uses her math, music, and art in intertwined ways to address these topics head on.

### **Top2000**

**Leo Blokhuis, Elmer Sterken en Tom Goris** | NPO, Rijksuniversiteit Groningen en Fontys Lerarenopleiding Tilburg

25 edities van de NPO Radio2 Top2000: dat zijn maar liefst 50.000 noteringen van inmiddels bijna 5.000 titels. Uit die data zijn talloze ‘Fijne Feiten’, zoals Frits Spits ze ooit is gaan noemen, te distilleren.

Tom Goris doet dat al zo’n 15 jaar voor Radio 2 zelf en voor alle andere media, als ‘Top2000 huisstatisticus’. Elmer Sterken is econometrist en analyseert de data op wetenschappelijke wijze. Maar de gevonden ‘Fijne Feiten’ muzikaal duiden, dat kan maar één persoon: Leo Blokhuis.

Als kenner van vrijwel alle facetten van de popmuziek is hij ‘het gezicht’ van de Top2000 op TV. Een tipje van de sluier: 1971 blijkt uit de data een sleuteljaar te zijn, Leo legt uit waarom.

9



### **Van Getal naar Heelal**

**Marcel Vonk** | Universiteit van Amsterdam

Hoeveel dimensies bestaan er? Is het heelal recht of krom? Begon de oerknal vanuit een oneindig klein punt? De diepste vragen uit de natuur- en sterrenkunde hebben vaak een wiskundig antwoord. Wiskunde is dan ook de taal van de natuur. Een taal waarvoor het grote publiek soms een beetje bang is – en veel leerlingen ook – maar die angst is onterecht. Wiskunde toont juist de schoonheid van het heelal, soms zelfs beter dan woorden alléén dat kunnen. Wetenschappers worden op allerlei manieren door de wiskunde vooruitgeholpen. Getallen spelen natuurlijk een belangrijke rol, maar we hebben ook meetkunde nodig om zwarte gaten te begrijpen, en de structuur van het heelal vertaalt zich vaak in wiskundige structuren. In deze lezing laat ik zien hoe de wiskunde ons begrip van het heelal vooruit helpt, en omgekeerd.

**Blok 1** vrijdag 13:45 -14.30/14.45 uur

**QED Klopt dat wel volgens de logica?**

Alexander Holvoet | KU Leuven

60

“Dat is toch helemaal niet logisch!”, regelmatig wordt het al dan niet ‘logisch zijn’ gebruikt in discussies om redeneringen neer te halen. Zeker bij het opstellen van wiskundige bewijzen zou je verwachten dat alles volgens de regels van de logica gebeurt. Maar is dat wel zo gemakkelijk te zeggen wat wel/niet logisch is?

In deze interactieve lezing, die geen voorkennis vereist, bouw ik verder op het onderzoek vanuit mijn masterthesis. We introduceren een veelgebruikt systeem om redeneringen te analyseren: de propositielogica. Hiermee kan je sommige redeneringen dan labelen als ‘logisch’ of niet, en bepalen wiens argument de regels van het discussiëren volgt. Na die korte introductie/herhaling halen we echter allerhande tekortkomingen en verschillen met de omgangstaal boven. Je zal zien dat zelfs een wiskundige niet altijd even ‘logisch’ redeneert! We bekijken vervolgens hoe een logicus die problemen kan oplossen, en experimenteren ook zelf met enkele mogelijke antwoorden. Laat ons samen op onderzoek gaan!

10



**De coördinaten van Jan de Witt. Vergelijkingen toen en nu**

Hans Sterk | Faculteit Wiskunde en Informatica, Technische Universiteit Eindhoven

*Propositio 7.*

*Si æquatio fit  $yy \propto ax$ , vel converſim  $ay \propto xx$ : erit Locus quaëſitus Parabola.*

60

Meetkunde met coördinaten staat in één of andere vorm al sinds jaar en dag op het vwo-programma. De aandacht gaat dan bijvoorbeeld uit naar rechte lijnen en naar parabolen, ellipsen en hyperbolen (‘kegelsneden’). In (het tweede deel van) zijn werk *Elementa Curvarum Linearum* - ook wel het eerste leerboek over analytische meetkunde genoemd - beschrijft Jan de Witt (1625 - 1672) algebraïsche vergelijkingen voor deze krommen. Het vormt de aanleiding om de moderne aanpak eens naast die van De Witt te leggen. In deze presentatie/workshop belichten we enkele aspecten van het werk van Jan de Witt en gaat u zelf aan de slag met de genoemde figuren.

We gaan daarbij onder andere in op de complicaties die bij het kiezen van coördinaten kunnen optreden en de vragen (en verwarring) waartoe alleen al de vergelijking  $y=x^2$  kan leiden.



## Eerlijk zullen we alles delen ... dankzij algoritmes

**Davide Grossi** | Rijksuniversiteit Groningen: Bernoulli Institute for Mathematics, Computer Science and Artificial Intelligence/ Universiteit van Amsterdam: Institute for Logic, Language and Computation en Amsterdam Center for Law and Economics

45

In deze lezing zullen we het vraagstuk van de eerlijke verdeling van schaarse middelen onder de loep nemen: het verdelen van een zak snoep onder een groep kinderen, het toewijzen van donornieren aan patiënten en het verdelen van een stadsbudget tussen projecten van burgers. We zullen ontdekken hoe algoritmes elegante oplossingen bieden voor dergelijke gelijkverdelingvraagstukken.



## Goochelen met wiskunde

**Stijn Symens en Pascale Hepp** – Universiteit Antwerpen

Hoe zorg je voor een leuke introductie in je les? Je wilt je lessen wat opvrolijken met wat wiskundige goocheltrucs? In deze workshop zijn het niet de lesgevers, maar de deelnemers die de goocheltrucs doen. Deze workshop is bedoeld voor deelnemers die lesgeven aan leerlingen tot 14j.



## In de voetsporen van Euler: de formule van Euler afgeleid uit zijn oorspronkelijk werk.

**Diego Demaree** | Christelijk Lyceum Delft

45

Leerlingen maken in de les vaak alleen impliciet kennis met geschiedenis van de wiskunde. Slechts sporadisch wordt de lesstof ingekaderd in historisch perspectief. Hoe jammer is dat! De geschiedenis van de wiskunde biedt namelijk een rijke en interessante context die leerlingen kan laten zien waar wiskunde vandaan komt, dat wiskunde mensenwerk is en met vallen en opstaan werd en wordt ontwikkeld. In deze workshop duiken we in het werk van de grote wiskundige Leonhard Euler. We bekijken vanuit zijn oorspronkelijk werk hoe hij de formule  $e^{i\phi} = \cos(\phi) + i \sin(\phi)$  heeft afgeleid.

Het materiaal dat we gebruiken is geschikt voor 5 en 6 vwo wiskunde D. Concreet levert deze workshop dus een lessenserie op voor wiskunde D, maar deze workshop is ook geschikt voor ieder die benieuwd is naar de manier waarop Euler tot deze formule is gekomen, waaruit misschien wel de mooiste formule ooit volgt:  $e^{i\pi} + 1 = 0$ .



## Wiskunde en Wedstrijden: van darts tot schaken, en van voetbal tot volleybal

Frits Spieksma | Technische Universiteit Eindhoven

45

Elke competitie, van darts tot schaken, en van voetbal tot volleybal, heeft een planning nodig: wie speelt tegen wie, waar, en wanneer. Die planning heeft niet alleen invloed op de belangen van de betrokken partijen (spelers/teams, fans, zendgemachtigden, clubs, politie), maar ook op de uitkomst van de competitie.

We laten zien hoe een planning de uitkomst van een competitie kan beïnvloeden. We illustreren dit aan de hand van voorbeelden in voetbalcompetities. Ook komt eerlijkheid aan bod: zijn sommige schema's eerlijker dan andere? We laten dit zien aan de hand van voorbeelden in verschillende sporten zoals darts, schaken, en volleybal.



## Crocheting Mathematics

Hanne Kekkonen | Technische Universiteit Delft

45

*Deze presentatie is in het Engels*

12

Wiskunde en haken lijkt op het eerste gezicht misschien niet de meest natuurlijke combinatie. Maar haken is te zien als een wiskundig proces. Door de hoogte te variëren en het aantal steken op bepaalde plekken aan te passen, kun je een breed scala aan vormen maken. Met haken kun je ook veel modellen maken die met een andere techniek heel moeilijk te maken zijn. Je kunt veel vormen haken, bijvoorbeeld de 'Klein bottle' in freestyle, zonder exacte instructies te volgen, omdat deze oppervlakken geen strikte vorm hebben. Maar er zijn veel oppervlakken zoals bollen en schijven die een specifieke vorm hebben. Om zulke modellen te haken, heb je haakinstructies nodig, en om zulke instructies te maken, heb je een goed begrip nodig van het onderliggende wiskundige model.

Ik laat zien hoe je eenzijdige oppervlakken haakt, zoals de Möbiusband (waarschijnlijk het bekendste 'leuke' wiskundige object) en de 'Klein bottle'. Ik zal verder ingaan op hoe je exacte haakpatronen kunt berekenen voor bollen en hyperbolische oppervlakken en ik laat zien hoe je dit kunt generaliseren voor bepaalde soorten minimale oppervlakken.



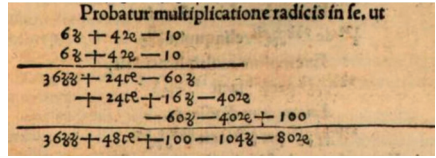
## Oude algebrannotatie en rollen van variabelen

Jeanine Daems | Hogeschool Utrecht

60

Onze algebrannotatie met letters, waarin we vaak x'en en y's voor onbekende grootheden en a's en b's voor bekende grootheden gebruiken, bestaat sinds de 17<sup>e</sup> eeuw, toen

Descartes haar introduceerde. Daarvóór zijn ook allerlei andere notaties bedacht voor variabelen, variërend van “lengte” en “breedte” in de vergelijkingen van de Babyloniërs tot notaties met aparte symbolen voor elke macht van de variabele, enzovoorts. Hoe handig waren die oude notaties, en wat zijn de eventuele voordelen van de moderne? In deze workshop bekijken we een aantal voorbeelden van oude notatie met de blik van de vakdidactiek. Welke rollen van variabelen kunnen met deze oude notaties goed worden uitgedrukt en welke misschien niet? We starten met het opruimen van de kennis over de rollen van variabelen en gaan daarna aan de slag met een aantal primaire bronnen.



### Wiskunde Vrouwen in Wikipedia

**Jenneke Krüger en Maria Vlasiou** | European Women in Mathematics -Nederland (EWM-NL)



Women in Maths Wikipedia  
WikiWiskundeVrouwen

60

Een positieve bijdrage leveren aan grotere zichtbaarheid van vrouwen in wiskunde? Dat kan door mee te doen met onze wiki edit-a-thon. Deelnemers vertalen een wikipediapagina over een vrouwelijke wiskundige in het Nederlands. Je leert hoe je zelf kunt bijdragen aan de grootste encyclopedie van onze tijd en eventueel kun je nieuwe wiki's schrijven over een vrouwelijke wiskundige (of over andere onderwerpen die je interesseren). Ook al vertaal je maar één pagina, het is leuk om met elkaar hieraan te werken en je draagt een eigen steentje bij aan grotere zichtbaarheid van vrouwen in wiskunde. Neem zelf een laptop mee als je hieraan wilt meedoen. WikiWiskundeVrouwen



### Het bruggenprobleem van Euler in de klas

**Jinte Spijker en Marije Mulder** | Hogeschool van Amsterdam

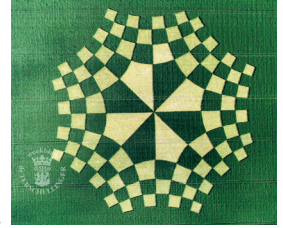
45

Veel wiskundigen zijn vertrouwd met het bruggenprobleem van Euler, maar dit boeiende onderwerp ontbreekt vaak in de reguliere lessen op de middelbare school. Daarom hebben we twee lessen ontwikkeld die gebaseerd zijn op het originele werk van Euler, waarin hij zijn bewijs van de onoplosbaarheid van het probleem uiteenzet. In deze les vertalen we het bewijs van Euler zelf naar uitdagende wiskundelessen, waardoor leerlingen de kans krijgen om het bewijs zelf te doorgronden aan de hand van het originele materiaal. Tijdens deze workshop bespreken we twee lesontwerpen die dit mogelijk maken, en ga je zelf aan de slag met een aantal van de stappen van het bewijs. De lessen zijn ook uit te voeren in de onderbouw. Benieuwd naar hoe het gebruik van primaire bronnen een toegevoegde waarde kan hebben voor jouw lessen? Kom dan vooral naar deze workshop!



## Ode aan M.C. Escher in het graan

Klaas Lakeman en Hans Kuiper | Ars et Mathesis



45

In 2018 werden in Friesland, in het kader van Leeuwarden Culturele Hoofdstad, acht graankunstwerken gerealiseerd als een ode aan de in Leeuwarden geboren kunstenaar M.C. Escher. Eén ervan, een samensmelting van twee vervormde schaakborden, met 128 velden, werd ontworpen door Hans Kuiper.

In de lezing gaat Kuiper in op het ontwerp en de uitvoering van het 2 hectare grote spectaculaire kunstwerk, terwijl Klaas Lakeman nader ingaat op de verborgen wiskunde achter het kunstwerk. De grenzen van de velden van het schaakbord zijn hyperbolen, die elkaar onder een loodrechte hoek snijden. De titel van het kunstwerk 'Conform Schaakbord' verwijst naar het recht blijven van de hoeken bij het vervormen, met uitzondering van één singulier punt in het centrum.

Kuiper en Lakeman zijn beiden bestuurslid van 'Ars et Mathesis', een platform voor mensen met interesse voor kunst in relatie tot wiskunde.



## Wiskunde en geschiedenis: een onverwachte combinatie?

Leen Dorsman | Departement Geschiedenis en Kunstgeschiedenis, Universiteit Utrecht

14

45

Wiskunde en geschiedenis worden gezien als twee volstrekt gescheiden universa. Toch zijn er soms verrassende verbindingen tussen deze twee vakgebieden. Een historisch overzicht.



## Paaseieren met parameterkrommen

Michel Roelens | UCLL Hogeschool, educatieve bachelor secundair onderwijs, Diepenbeek (België), Maria-Boodschaplyceum, Brussel (België), Tijdschrift Uitwiskeling



45

Pasen ligt net achter ons, wat een uitstekende gelegenheid biedt om het over paaseieren te hebben. We willen de vorm van een (paas)ei beschrijven aan de hand van een vlakke 'parameterkromme'. Door deze kromme rond zijn symmetrieas te wentelen, krijgen we dan een 3D-ei.

Een parameterkromme gaat verder dan alleen maar een kromme. Als we de parameter interpretern als de tijd, hebben we ook informatie over hoe de kromme wordt doorlopen: de startpositie, de snelheid langs de kromme en de eindpositie. Aangezien deze aspecten minder relevant zijn voor een ei, zullen we de parameter 'eliminieren'. Vervolgens vergelijken we de gevonden kromme met echte eieren. Hoe wiskundig is een kip eigenlijk?

Tot slot generaliseren we de toegepaste procedure, wat leidt tot ander krommen die niet allemaal op eieren lijken, zoals de beroemde 'heks' van Maria Gaetana Agnesi (17<sup>de</sup> eeuw).



## Curriculumvernieuwing: back to the future

Michiel Doorman en Rogier Bos | Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

60

Wiskunde is meer dan het leren uitvoeren van procedures zoals het oplossen van vergelijkingen en differentiëren van functies. In het wiskundeonderwijs is ook aandacht nodig voor meer creatieve aspecten als probleem oplossen en modelleren. Al in de curricula van 30 jaar geleden werd geprobeerd om deze aspecten van wiskunde een plek te geven in onderwerpen als Grafen & Matrices en Kijkmeetkunde. Is daar destijds wel iets van terecht gekomen? En hoe zit dat met de huidige plannen voor nieuwe curricula waar grafen en meetkunde een minder grote rol lijken te gaan spelen, maar waar probleem oplossen en modelleren ook weer belangrijke domeinen moeten worden? We weten inmiddels dat het moeilijk is om met eindtermen en een globaal beschreven curriculum bepaalde doelen te verankeren in ieders lespraktijk. In deze werkgroep kijken we 30 jaar terug om de huidige ontwikkelingen beter te begrijpen, looking back to the future, en vragen ons af: Wat is eigenlijk nodig om te voorkomen dat de meer creatieve doelen verdwijnen onder druk van inhoudelijke en procedure-georiënteerde doelen? Zowel de plannen van destijds en die voor de nabije toekomst, als kenmerkende wiskundige activiteiten zullen op tafel liggen, en daarmee gaan we de discussie aan over de toekomst van ons wiskundeonderwijs.

15

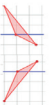


## Symmetrie in wiskunde en muziek

Mieke Schuermans, Renaat Frans en Lander Frans | Hogeschool University College Leuven-Limburg, Campus Diepenbeek, België

45

Hoe creëert een componist muziek? Worden muzieknoten gewoon willekeurig achter elkaar geplaatst of zitten er ook patronen in? Van welke patronen en symmetrieën maakt een componist allemaal gebruik om een muziekstuk te schrijven? Om deze vraag goed te kunnen onderzoeken, hanteren we een grafische notatie om muzieknoten visueel voor te stellen. Op die manier kunnen leerlingen met een minimale kennis van muziek, de wiskundige transformaties zoals spiegeling en homothetie herkennen zowel in de muziek zelf als op de grafische voorstelling ervan.



We laten de transformaties klinken en je mag zelf een compositie creëren door gebruik te maken van wiskundige transformaties.



## Wiskunde-Actief, wiskunde-methode zonder winstoogetekend van en voor collega's

Peter Boon | Numworx

60

De afgelopen jaren hebben enthousiaste docenten van het Coornhert Gymnasium samen een eigen online-lesmethode ontwikkeld voor alle jaarlagen van het VWO, inclusief filmpjes en digitale toetsen. Samen met Peter Boon van Numworx wordt er nu gewerkt aan een leerdoelengestuurde methode voor het VWO. Op basis van de opgaven die door de leerlingen worden gemaakt wordt het niveau van leerdoelen duidelijk in kaart gebracht. Zowel d.m.v. staafdiagrammen als met grafen wordt inzichtelijk gemaakt welke leerdoelen zijn gehaald en welke leerdoelen extra aandacht nodig hebben (inclusief remediërende opgaven). In het overzicht wordt ook duidelijk de afhankelijkheid van de leerdoelen in kaart gebracht.

Twee hoofdstukken zijn inmiddels gereed in betafase. Algebra 1, voor de brugklas en Gonio1 voor klas 4 wiskunde B. Deze hoofdstukken hebben we in verschillende klassen getest. Graag willen we in deze workshop jullie kennis laten maken met deze nieuwe hoofdstukken. Vanzelfsprekend zijn de hoofdstukken beschikbaar om gedeeld te worden.

16

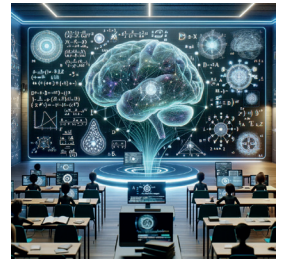


## De wiskunde achter woorden: hoe LLMs het wiskundeonderwijs kunnen transformeren

Sandjai Bhulai | Vrije Universiteit Amsterdam, faculteit der Bètawetenschappen, afdeling Wiskunde

45

In deze presentatie behandelen we de wiskunde achter Large Language Models (LLMs) en leggen we uit hoe deze baanbrekende technologie het potentieel heeft om het wiskundeonderwijs te transformeren. We onderzoeken hoe deze modellen kunnen worden ingezet om gepersonaliseerd en interactief wiskundeonderwijs te bieden. Daarnaast bespreken we de uitdagingen en kansen van het integreren van LLMs in het onderwijs en reflecteren we op de toekomstige mogelijkheden voor innovatie en verbetering in het wiskundeonderwijs.



## Sand drawing: geometry on the beach

Simon Beck

45

Simon Beck tekent prachtige patronen op stranden en in sneeuw, denk aan fractalen en geometrische afbeeldingen. De ontwerpen zijn zo gekozen dat ze snel te maken zijn. Veel van de ontwerpen zijn geschikte oefeningen voor scholieren en kunnen



worden getekend met meetkundige instrumenten of een eenvoudig grafisch pakket. De ontwerpen buiten tekenen is ook een waardevolle oefening in het gebruik van landmeetkundige apparatuur, teamwerk en organisatie.

Deze presentatie bestaat uit twee onderdelen die los van elkaar kunnen worden gevolgd. Vrijdag: In de presentatie op vrijdag gaat hij in op hoe de tekeningen worden gemaakt, met de nadruk op hoe ze tot groepsactiviteiten voor de leerlingen kunnen worden gemaakt.

Zaterdag: Op zaterdag maken we een echte zandtekening op het strand van Noordwijk die gefilmd wordt met een drone. We vertrekken dan vroeg, om 8:30 uur, naar het strand, zodat we op tijd terug kunnen zijn voor de semi-plenaire lezing.



## Kleur

Theo van den Bogaart | Hogeschool Utrecht

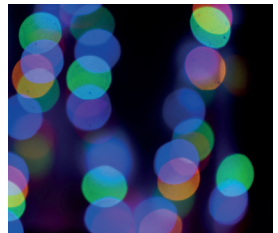
45

Wat we met rood of groen bedoelen, is wel duidelijk. Maar zodra we heel precies willen zijn, verandert dit. Zoals iedereen ervaart die wel eens verf koopt, is communicatie over kleur best lastig. Als we ergens precies in willen zijn, schiet wiskunde te hulp. In deze voordracht kijken we daarom naar de wiskunde van kleur. De centrale wiskundige activiteit is modelleren.

Dat modelleren doen we vanuit verschillende standpunten:

dat van de kunstenaar, elektrotechnicus, consument, bioloog, natuurkundige en psycholoog. Keer op keer zullen we daarbij uitkomen bij meetkunde.

We zullen constateren dat de meetkunde van kleur ons iets leert over onszelf en ook aanwezig is in onze computersoftware, smartphones en camera's. De voordracht heeft veel haakjes in de schoolwiskunde van modellen, lijnen, vlakken en de ruimte, maar bovenal biedt de voordracht een prikkelend inblikje in onze kleurbeleving. Want zien we allemaal wel dezelfde kleuren? Bestaat er zo iets als onmogelijke kleuren? En kunnen we eigenlijk wel een foto maken waarin alle kleuren perfect worden gereproduceerd? Door de nadruk op aanschouwelijke meetkunde en alledaagse ervaringen vraagt de voordracht weinig specifieke wiskundige voorkennis van de aanwezigen, buiten het werken met coördinaten.



## Blok 2 vrijdag 15:15 -16.45 uur

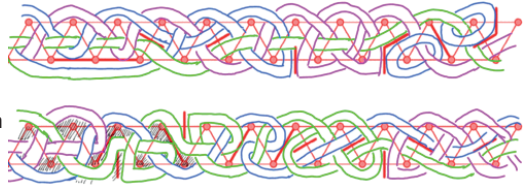


### Daar zit 'em de knoop

Annemiek van Leendert en Margot Rijnierse | Instituut Visio

90

Deze workshop gaat over Keltische knopen. Ze zijn het meest bekend voor de versiering van christelijke monumenten en manuscripten. De Keltische knopen hebben geen begin- en eindpunt. In de Keltische mythologie was de knoop daarom een symbool van oneindigheid en het eeuwige leven.



We gaan buiten, met stoepkrijt, Keltische knopen tekenen. We beginnen met een basisvorm. Door muurtjes te plaatsen komen we op prachtige nieuwe vormen. We zullen samen de wiskunde achter de Keltische knopen ontdekken. Het wordt een actieve bijeenkomst, waarin u ook nieuwe wiskunde leert. Deze workshop is geschikt voor docenten die in onder- en bovenbouw lesgeven.

18

### Wiskundig Denken, hoe doe je dat?

Chris Kooloos | Radboud Universiteit, FNWI



We weten allemaal dat je wiskunde niet leert door alleen te luisteren en te lezen, je moet het vooral ook doen! Maar wat houdt dat "doen" nou eigenlijk in? Alleen het maken van de opdrachten, dat dekt ook niet de lading. Je moet er wel echt over nadenken.

90

Een belangrijke taak voor ons als wiskundedocenten is het ontwikkelen van het wiskundig denken van leerlingen. Het doel van deze workshop is om grip te krijgen op die activiteit: wiskundig denken. Aan de hand van voorbeelden en ervaringen onderzoeken we wat het is om wiskundig te denken. Ook staan we stil bij de vraag wat dat betekent voor ons onderwijs.



### Unleashing Mathematical Creativity through Coding and 3D Printing

Christos Chytas | Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

*Deze workshop is in het Engels*

90

We nodigen wiskundedocenten uit heel Nederland uit om de kracht van 'computational thinking' te verkennen bij het vormgeven van tastbare wiskundige modellen. Deze hands-on sessie leid je door het spannende proces van het gebruik van codering om door middel van ingewikkelde 3D-modellen eenvoudige en complexe wiskundige concepten

te ontwerpen. In deze workshop ontdek je hoe je abstracte wiskundige theorieën tot leven kunt brengen, je lesmethoden kunt verbeteren en leerlingen kunt betrekken bij spannende interactieve leeractiviteiten.



## WISRUN 2024

**Desiree Agterberg, Marjolein Kool en Joke Daemen** | Hogeschool van Amsterdam, Hogeschool Utrecht, Freudenthal Instituut Universiteit Utrecht

90

Tijdens de Nationale Wiskundedagen 2019 vond voor het laatst de Wisrun plaats: een kruising van de Nationale Wetenschapsquiz, de Olympische Spelen en Holland's got talent. Sinds die tijd wordt de programmacommissie jaarlijks bestookt door overenthousiaste wiskundeleraars die smeken om een nieuwe editie van dit wonderlijke wiskundefenomeen waarin wiskundekanjers en acteertalenten gezamenlijk tot grote hoogte stijgen.

Ter gelegenheid van de 30<sup>ste</sup> NWD zal er in deze editie in 2024 weer een aflevering van de Wisrun zijn. In een zaal van de Leeuwenhorst hangen tientallen wiskundeopdrachten, die in 2 tot maximaal 10 minuten zijn op te lossen. De deelnemers werken in groepjes van vier aan een opdracht en presenteren vervolgens de oplossing aan een jury, die punten geeft voor de oplossing, maar ook voor een loepzuiver gezongen oplossing, of een oplossing geplaatst in een middeleeuwse setting met wildwesttaferelen, of een oplossing uitgevoerd in origami met brooddeeg. Creativiteit en inventiviteit kunnen roem, bewondering en extra punten opleveren. Sta echter niet te lang stil bij een voltreffer, want de klok tikt door en elke nieuwe opdracht kan nieuwe punten opleveren.

19

Welk team wordt Wisrunkampioen 2024? Aan het eind van de NWD, als traditiegetrouw de trofeeën worden uitgereikt, zal de Femke Bol van het Wisrunnen onthuld worden.

Wie aan de Wisrun deelneemt, moet meenemen: passer, rekenmachine, geodriehoek, schaar, ruitjespapier, gezond verstand en een gevoel voor humor.

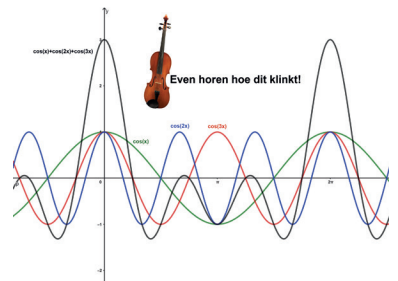


## Fourierreksen: daar zit muziek in!

**Liesel Frans** | Fontys Lerarenopleiding Sittard

90

Wiskunde en muziek. Het lijken twee gebieden die weinig met elkaar te maken hebben, maar niets is minder waar! De Oude Grieken ontdekten reeds dat wiskunde en muziek nauw verbonden zijn. Het is Jean-Baptiste Fourier die in de 18e eeuw ontdekte dat je elke periodieke functie kan schrijven als een som van sinus- en cosinusfuncties. Een geluidsgolf



van een muziekinstrument is dus niets anders dan zo'n fourierreeks! In deze workshop leer je niet alleen wat fourierreksen zijn en hoe we zo'n fourierreeks kunnen vinden, maar zullen we de reeksen ook laten klinken! Waarom klinkt een C anders op een viool dan op een fluit? Wat is het verband tussen de klankkleur van een instrument en de fourierreeks? Ben jij benieuwd naar de wiskunde achter de synthesizer? Breng dan zeker je computer, liefst met oortjes/koptelefoon mee (en installeer al even Mozilla Firefox). Dan kan je het zelf ontdekken en ervaren!



## Een reis door straat Banka

**Geke Scheepstra en Ger Scheepstra** | Maritiem Instituut Willem Barentsz onderdeel van NHL Stenden hogeschool

90

Buiten de gps gebruikt men op zee nog steeds verschillende manieren om de eigen positie te bepalen. Midden op de oceaan kan dat met behulp van de sterren en planeten.

Maar wat kunnen we doen wanneer we dicht onder de kust varen? We gaan het allemaal uitzoeken aan de hand van praktische opdrachten. Afstanden en hoekmetingen zullen ons helpen de juiste weg te vinden. Iedereen krijgt een zeekaart voor zich waarin de posities geconstrueerd kunnen worden. Een schat aan wiskundige toepassingen van de koers, eenheden, hoeken, cirkelbogen en de tangens helpen bij de navigatie. Zodat de zeeman en vracht veilig de volgende haven bereiken. En zo gaan we ons inleven in het werk van de stuurman. Verder leren we een aantal symbolen in de zeekaart te herkennen. Bijvoorbeeld wrakken en ondieptes, die een gevaar voor de navigatie kunnen vormen. Bovendien komen we te weten waarom de kapitein juist deze route door straat Banka voor het schip de Nedlloyd San Juan had uitgestippeld.



20

Een schat aan wiskundige toepassingen van de koers, eenheden, hoeken, cirkelbogen en de tangens helpen bij de navigatie. Zodat de zeeman en vracht veilig de volgende haven bereiken. En zo gaan we ons inleven in het werk van de stuurman. Verder leren we een aantal symbolen in de zeekaart te herkennen. Bijvoorbeeld wrakken en ondieptes, die een gevaar voor de navigatie kunnen vormen. Bovendien komen we te weten waarom de kapitein juist deze route door straat Banka voor het schip de Nedlloyd San Juan had uitgestippeld.

Dus neem vooral je geodriehoek, passer en liniaal mee!

De opdrachten zullen geschikt zijn voor klas 3 en 4 vmbo en 2 en 3 havo/vwo.



## Formules bij wiskunde en natuurkunde

**Harrie Eijkelhof en Peter Kop** | Universiteit Utrecht en Iclon, Universiteit Leiden

90

De taal van de wiskunde is een vanzelfsprekend hulpmiddel bij natuurkunde en andere natuurwetenschappen. Vooral wiskundige formules zijn nodig om relaties en verbanden uit te drukken. Docenten uit het hoger onderwijs geven aan dat veel eerstejaarsstudenten formules louter zien als rekentuig en niet als een relatie tussen grootheden. Er blijken veel impliciete (cultuur)verschillen te bestaan tussen de manier waarop leerlingen leren kijken naar en redeneren met formules bij de verschillende vakken. In deze werkgroep zullen we een aantal van die verschillen expliciet maken en uitdiepen

aan de hand van voorbeelden en bevindingen in het buitenland. Daarnaast willen we nadenken hoe wiskundelessen het gebruik van formules bij natuurwetenschappen zouden kunnen ondersteunen. We gaan opgaven herformuleren met aandacht voor het interpreteren van en redeneren met formules.



### **Wiskunde doen: een blokkendoos voor statistiek**

Jacoliene van Wijk | Goois Lyceum, Bussum -Freudenthal Instituut, UU

60

Hoe kun je bij statistiek alle verschillende nieuwe termen op een begrijpelijke manier stapsgewijs leren, van spreektaal naar formele wiskundetaal? Met een blokkendoos! In deze workshop gaan we aan de slag met houten blokjes. Iedere kant van een blokje staat voor een waarneming in een steekproef, bijvoorbeeld een kleur, lengte of schoenmaat. Door het sorteren van de blokken kunnen de leerlingen leren welke meetniveaus er zijn, welke verschillende centrum- en spreidingsmaten daarbij horen en of er een (soort van 3D) dotplot, staafdiagram of histogram van gemaakt kan worden. Ook geschikt voor examenklassen om de stof te herhalen!



### **Bewijzen met Plaatjes. Maar dat mag toch niet?**

Jeroen Spandaw | Technische Universiteit Delft

90

“Een plaatje is geen bewijs” heeft iedereen wel eens gehoord als het om wiskundige bewijzen gaat. In deze interactieve workshop slaan we deze “wijsheid” vrolijk in de wind onder het motto “Een plaatje zegt meer dan duizend woorden”. We gaan dus gezamenlijk op zoek naar plaatjes die ons overtuigen van wiskundige waarheden (en onwaarheden?) in allerlei domeinen van de wiskunde, waaronder meetkunde, algebra, goniometrie en functies.

De workshop richt zich zowel op docenten onder- als bovenbouw. Voor sommige voorbeelden is het handig (maar niet noodzakelijk) als u of uw buurvrouw of buurman een laptop met GeoGebra meeneemt.



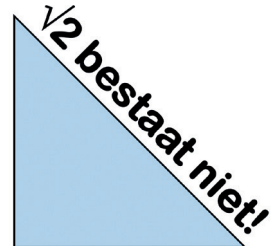
### **“ $\sqrt{2}$ bestaat niet”**

Karel Langendonck | Fontys Lerarenopleiding Tilburg

90

De titel van deze werkgroep wekt waarschijnlijk wat verbazing en misschien zelfs afgrijzen op, maar de uitspraak klopt wel als we het bekijken vanuit het oogpunt van de natuurkunde en precies dat gaan we doen in deze werkgroep. Natuurkundigen zijn

namelijk dol op wiskunde! We gebruiken (en soms misbruiken) het vak voortdurend om beknopt verbanden tussen grootheden weer te geven en relaties snel te kunnen zien. Daarbij is de benadering vanuit de natuurkunde soms net iets anders dan gebruikelijk in de wiskunde en dat gaan we in deze werkgroep nader onderzoeken. Er passeert een veelheid aan wiskundige concepten en de wijze waarop deze in de natuurkunde worden toegepast. Hoe gaan natuurkundigen met getallen om? Welke rol speelt differentiëren en integreren in de natuurkunde? Hoe gaan we om met goniometrie en hoe kun je periodieke verschijnselen hoorbaar maken? Hoe gaan we om met differentiaalvergelijkingen? Hoe kunnen we eenvoudig data verzamelen en daar verbanden in zien, ook door bijvoorbeeld gebruik te maken van de mobiele telefoon? Allemaal vragen waarop in razende vaart antwoorden komen tijdens de werkgroep. U gaat erachter komen dat wiskundigen en natuurkundigen vaak hetzelfde denken en doen, maar problemen net op een iets andere manier benaderen. Drink u na de werkgroep eens een kopje koffie met uw collega natuurkunde. Ze vallen best mee!



### 3, 2, 1...kies!

**Marianne Lponder en Jinte Spijker** | Da Vinci College Leiden - Scala College



60

Hoe kom je erachter wat je leerlingen hebben opgestoken/onthouden van de les van vandaag of gisteren? Het stellen van diagnostische vragen is een snelle en makkelijke manier om hier inzicht in te krijgen. Op basis van de uitkomst kun je beslissen hoe het vervolg van je les(sen-serie) eruit ziet.

Wij maken in onze lessen regelmatig gebruik van diagnostische vragen en zijn enthousiast over de inzichten die ze bieden. Met de werkgroep diagnostische vragen van de NVvW zijn we, samen met collega's uit het hele land, bezig met het maken en testen van nieuwe vragen. Bij elke vraag geven we aan van welke misconcept er sprake is, zodat je als gebruiker direct weet waar eventuele problemen zitten.

In deze workshop laten we je kennis maken met diagnostische vragen en hoe je ze kunt gebruiken. We gaan daarna aan de slag met het maken van vragen, die je volgende week al kunt gebruiken in je les.

Nieuwsgierig geworden? Kom dan vooral naar onze workshop en neem nu alvast een kijkje op <https://www.diagnostischevragen.nl/wiskunde>, waar al veel Nederlandstalige vragen te vinden zijn.

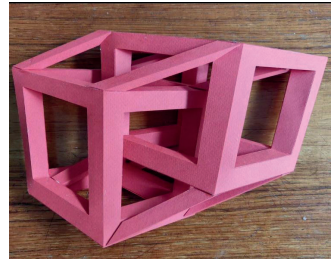


## Een hyperkubus, hoe moet je dat zien? Knutselen in de 4de dimensie.

Michiel Peereboom en Petra van Beusekom | Het Lyceum Rotterdam - Instituut Archimedes (Hogeschool Utrecht)

90

Voor de tweede keer zijn de driedimensionale, papieren kunstwerken van Michiel Peereboom te zien op de Nationale Wiskunde Dagen. Er zijn in het afgelopen jaar weer een aantal nieuwe kunstwerken bijgekomen, die allemaal te zien zijn tijdens de expositie. Het hoofdonderwerp van de werken van Michiel (IG:@peereboom2) is nog altijd perspectief. Daarnaast is daar de zogenaamde tesseract of ook wel de hyperkubus als kunstonderwerp bijgekomen.



Na een zeer positieve ervaring tijdens de NWD-editie van 2023 komen Michiel Peereboom en Petra van Beusekom dit jaar dan ook weer terug met een geheel nieuwe workshop, dit keer over de hyperkubus.

De meesten van ons hebben wel eens gehoord van het boek (of de film) "Flatland", geschreven door Edwin Abbott. De kracht van dit boek is de manier waarop het duidelijk maakt dat je je in een tweedimensionale wereld niet volledig een voorstelling kunt maken van objecten in de derde dimensie. Je zou dus verwachten dat we in een driedimensionale wereld ons eigenlijk ook geen voorstelling kunnen maken van objecten in de vierde dimensie. Maar net zoals in "Flatland", gaan we tijdens deze workshop toch een dappere poging doen.

In anderhalf uur gaan we met behulp van werkbladen, karton en tape op een creatieve manier aan de slag om te zien of we wellicht toch even om de hoek kunnen kijken in een vierdimensionale wereld. Anders dan vorig jaar werken we deze keer in groepen, we bouwen met golfkarton en tape een hyperkubus. Aan het einde van de workshop worden de onderdelen van het bouwproject ook digitaal in pdf-formaat beschikbaar gesteld. Daarnaast kunnen deelnemers zich met behulp van een werkblad verdiepen in de vierde dimensie, zodat ook de rekenaars in de groep aan hun trekken kunnen komen.



## Waarom zijn wiskundigen zo goed in taal? (De Taalkundeolympiade voor beginners)

Milan Lopuhaä-Zwakenberg | Universiteit Twente

90

De Taalkundeolympiade is een wedstrijd voor middelbare scholieren, vergelijkbaar met de Wiskunde Olympiade. In de opgaven worden de leerlingen gevraagd om de structuur te achterhalen van talen die ze niet kennen, en vaak nog nooit van gehoord hebben.

Omdat taalkennis niet van belang is, maar logisch nadenken wel, zijn het vaak de bèta-leerlingen die het goed doen bij de wedstrijd.

In deze workshop vertel ik wat de Taalkundeolympiade inhoudt, wat voor opgaven er gegeven worden, en hoe je zelf mee kunt doen. Daarnaast krijgen de deelnemers de gelegenheid om zelf met de opgaven aan de slag te gaan. Hieronder is een voorbeeldopgave.

Hieronder staan 11 Chinese geografische namen, met hun vertalingen in willekeurige volgorde:

1. 山西
2. 上海
3. 北京
4. 天山
5. 巴黎
6. 墨西哥
7. 天津
8. 北冰洋
9. 南京
10. 巴拉圭
11. 山东

24

Nanking, Parijs, Shanxi, Tianshan, Paraguay, Tianjin, Peking, Shanghai, Shandong, Mexico, Noordelijke IJszee  
Geef aan welke geografische naam bij welk nummer hoort.

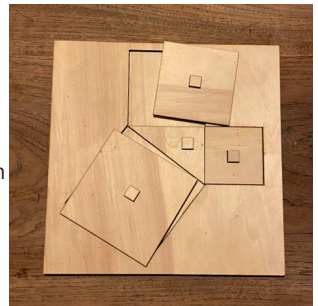


### Denken met je handen: Maken in de wiskundeles

Monique Pijls en Kirsten Knuver | Hogeschool van Amsterdam en Maakplaats 021, Amsterdam

90

Maken in de wiskundeles kan verschillende didactische doelen dienen. Bevorderen van inzicht en begrip door het werken met tastbare materialen. Leren door te ontwerpen met digitale applicaties. Of gewoonweg het plezier van knutselen en fabriceren ter verlevendiging van de wiskundeles! In de afgelopen jaren hebben wij zelf ervaring hiermee opgedaan die we in deze workshop delen. Allereerst werken wij met een vinylsnijder. Hiermee voeren leerlingen een wiskundig onderzoek uit, terwijl ze een super coole sticker maken. Je leert hoe je dit als docent begeleidt en wat er allemaal bij komt kijken om dit succesvol en leerzaam te laten zijn. Vervolgens verkennen we het programma Tinkercad en de mogelijkheden





om digitaal te werken met uitslagen en ontwerpen in 3D. Tenslotte, gaan we aan de slag met prikkelende opdrachten met de zaag. Immers, Maken gaat niet alleen om digitale fabricage, maar ook om het werken met analoge gereedschappen. Kortom, of je nou een 3D-printer op school hebt of niet, je verlaat deze workshop met genoeg ideeën om 'maken' in jouw wiskundeles in te brengen!



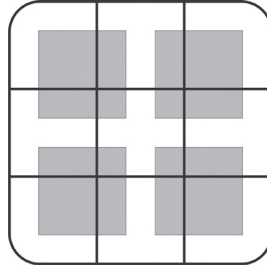
## De NRC-Sudoku

Peter Ritmeester | PZZL.com

90

Sinds 2005 maakt Peter Ritmeester een door hem bedachte sudokuvariant voor o.a. NRC Handelsblad. Vandaag een kijkje achter de schermen:

- hoe werkt de software precies: algoritmes en voorbeeldbroncode
- oplostechnieken: ook de kraks gaan hier iets leren! Wie ziet waar het eerstvolgende cijfer komt?
- lezersbrieven: verrassend en grappig :-). Telkens weer denkt men dat er iets niet klopt aan de puzzel: we zien de denkfout?



	C	C	C
A	B	B	C
A	B	B	C
A	A	A	

*Zowel voor beginners als voor experts!*



## Stangen, die aan elkaar hangen - Krommen tekenen met stangenconstructies

Rainer Kaenders | Mathematisches Institut Hausdorff Center for Mathematics  
Universiteit Bonn

90

Stangenconstructies vind je overal: in busdeuren, hijskranen, ruitenwissers, in machines, kermisattracties, etc. Al in de 19e eeuw rees de vraag welke krommen op welke manieren met stangen geconstrueerd kunnen worden. Zelfs de rechte lijn was aanvankelijk een uitdaging. In de workshop zien we hoe dat gaat: verkennen door te knutselen de veelvuldige mogelijkheden en werken langzaam toe naar het bewijs van de "Universality Theorem" van Kempe, dat elk begrensde deel van iedere reële algebraïsche kromme met stangen kan worden geconstrueerd. Daarnaast zien we voorbeelden uit de kunst, zoals de lichtinstallaties van Ivo Schoofs of de Strandbeesten van Theo Jansen.

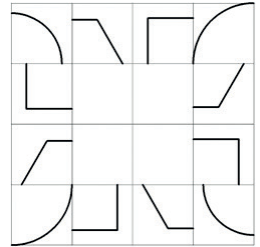


## Verborgen berichten

**Rob van Oord en Marjan Botke** | 1974-2014 Coenecoopcollege Waddinxveen, Erasmiaans Gymnasium Rotterdam en TU Delft

90

Bij deze titel denk je misschien aan cryptografie. Maar nee, deze workshop gaat over hoe je flexagons maakt. Dit zijn opgevouwen stukken papier waarin berichten of plaatjes verborgen zitten. Die komen tevoorschijn als je het vouwsel dubbelvouwt en indien mogelijk doordraait naar nieuwe aanzichten. Ik werd geïnspireerd door het boekje "flexagons" van De Wageningse Methode (maart 2020).



Het maken van het vouwsel is één kant van de zaak. Bedenken waar en hoe je van te voren (kwart delen van) je bericht op de juiste plekken op het nog lege papier moet zetten is een andere kant. Mijn kerstkaart van dit jaar was ook zo'n flexagon. In de workshop kan ik goed laten zien wat ik daarbij toen allemaal tegenkwam.

In de workshop maken we een hexa-tetra-flexagon. Hierbij worden 12 vierkantjes (tetra) op een bepaalde manier gevouwen zodat er zes (hexa) aanzichten in zitten. Elk aanzicht bestaat uit een groot vierkant, opgedeeld in 4 kleine vierkantjes. In de figuur zie je een ontwerp van zo'n flexagon. We vragen de deelnemers om zes verschillende (niet te grote) teksten, of zes verschillende, liefst symmetrische, opvullingen van vierkanten, mee te nemen. Ze moeten per kwart op vierkantjes worden gezet. Een aantal jaren geleden (NWD 2016) konden de deelnemers van de workshop Van vlak naar Volume al eens hexa-flexagons maken. Liefhebbers kunnen in deze workshop zich ook (weer) uitleven op het maken van deze flexagon. Natuurlijk kun je op internet ook YouTube filmpjes vinden waarin wordt uitgelegd hoe je de flexagons kunt maken. Maar het is veel leuker om samen in een workshop, met wat hulp van ons, dit maakproces onder de knie te krijgen.

26



## Het Raadsel Enigma

**Stijn Maatje en Raf Bocklandt** | Korteweg-de Vries Instituut (KdVI, UvA) en UvA

90

In tijden van oorlog wil je kunnen communiceren zonder dat de vijand dat kan lezen. Deze studierichting noemen we 'cryptografie' en begon 2000 jaar geleden al met de Caesarversleuteling, en is sindsdien alleen maar geavanceerder geworden. Voor en tijdens de Tweede Wereldoorlog gebruikte Duitsland de hypermoderne Enigma-machine om al hun berichten te versleutelen, zodat de geallieerden niet konden meeluisteren. Ze waren ervan overtuigd dat deze code niet te kraken was, maar niets bleek minder waar. De grootste vijand van de Enigma-machine bleek uiteindelijk wiskunde te zijn. Het waren wiskundigen die de code uiteindelijk hebben gekraakt, en die wiskunde is uiterst interessant. In deze lezing met aansluitende workshop bouw je een eigen machine na met karton en papier en leer je hoe de machine berichten versleutelt. Daarnaast laten we ook de zwakke plekken van de machine zien en vertellen we hoe je die kan gebruiken om de gecodeerde boodschappen te ontcijferen.



## Taal in de wiskundeles! Een onzichtbare barrière voor leerlingen of een kans om het begrip te ontwikkelen?

Alexander Schüler-Meyer | TU Eindhoven

45

De diversiteit in wiskundeklassen wordt steeds groter met veel verschillende talen die door leerlingen worden gesproken. Op dit moment vormen deze talen vaak een barrière voor leerlingen om wiskunde te leren. Echter, ook leerlingen met Nederlands als thuistaal hebben moeite met de vaktaal van wiskunde, bijvoorbeeld bij het lezen van een opdracht. Om te bereiken dat alle leerlingen gelijke toegang tot wiskunde hebben, ongeacht hun taalachtergrond, is het dus nodig aandacht te besteden aan taal als expliciet onderdeel van het leren van wiskunde.

In de presentatie wordt recent onderzoek naar taal in de wiskundeles vertaald naar praktische aanbevelingen voor de wiskundeles, bijvoorbeeld het explicieter maken van de taal of het geven van mogelijkheden om hun eigen taal te gebruiken voor betekenisgeving. Daarvoor worden verbanden gelegd met actuele ontwikkelingen in Nederland, zoals de nieuwe conceptkerndoelen wiskunde.

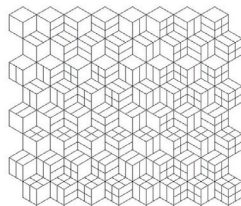


## De verborgen schoonheid van wiskunde: binaire en andere patronen

Arjan van der Meij | Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap

45

De schoonheid van de wiskunde zichtbaar maken: dat is wat ik wil. De schoonheid van de regelmaat van binaire getallen of zelfs ternaire getallen. In 2D of zelfs in 3D. Geprogrammeerd in eenvoudige programmeertalen ziet u patronen die er altijd zijn geweest maar nog nooit zijn opgediept. Geplot met een tekenrobot of ge-3D-print. Kortom: wiskunde, patronen, getallenstelsels, volledige verzamelingen en kunst



27

QED

## Piekeren over Pi

Berend Ringeling | Radboud Universiteit

60

Al eeuwen probeert men de decimalen van het getal Pi te berekenen. Al rond 2000 jaar voor Christus werd er door oud-Egyptische wiskundigen gerekend aan Pi. Inmiddels is het een vrij eenvoudige opgave om de eerste biljoen decimalen te vinden. We duiken in de experimentele wiskunde en leggen uit hoe dit te vinden is met behulp van fascinerende formules van onder andere Ramanujan. In de workshop gaan we zelf formules voor Pi afleiden en vele decimalen uitrekenen.



## Aan de slag met de top2000

**Elmer Sterken en Tom Goris** | Rijksuniversiteit Groningen en Fontys Lerarenopleiding Tilburg

45

Voortbouwend op de plenaire voordracht van vrijdagavond gaan we in deze workshop zelf aan de slag met de Top2000 'Masterfile'.

Dit Exceldocument bevat alle 25 edities van de Top2000 en bij alle titels zijn als tags toegevoegd: artiest, bouwjaar, samenstelling (bv mannelijke of vrouwelijke solist), taal, herkomst en speelduur. We gaan brainstormen over de mogelijkheden die we voor onze leerlingen zien met deze dataset. Bijvoorbeeld: in welk decennium werden gemiddeld de langste platen gemaakt. Of: hoe groot is de kans dat een plaat die tussen 1900 en 2000 staat er volgend jaar niet meer in staat.

Daarnaast zal er ook aandacht zijn voor de geavanceerde statistische analyses met begrippen als potentieel en exit-speed. We gaan ervan uit dat de deelnemers aan deze workshop zelf een laptop (uiteraard met Excel) meenemen.



## Ruimte voor thuistalen in de wiskundeles?

**Arthur Bakker** | Universiteit van Amsterdam

28

60

Een derde tot de helft van de jongeren groeit op met een andere taal dan of naast het (standaard)Nederlands; in de grote steden is dat zelfs meer dan 60%. Op veel scholen wordt verwacht dat leerlingen alleen Nederlands spreken. Deze eentalige norm – hoewel verklaarbaar – brengt nadelen en ongelijkheid met zich mee. Zo hebben meertalige kinderen vaak voorkennis in een andere taal dan het Nederlands die mogelijk onbenut blijven in een eentalig onderwijsklimaat. Steeds meer onderzoek en praktijkervaringen laten zien hoe leerlingen beter kunnen deelnemen aan de les én ze zich meer thuis voelen op school als ze op gezette tijden hun thuistaal mogen benutten. In deze workshop presenteren we recente inzichten vanuit de onderzoeksliteratuur over de inzet van meertaligheid bij rekenen-wiskunde, en gaan we vervolgens in op concrete voorbeelden uit het Multi-STEM-project. Ook is er ruimte om eigen ervaringen en mogelijke obstakels te bespreken.



## Circuits waarop je soepel door de bochten kan scheuren

**Luc Van den Broeck** | Leerkracht wiskunde, EDUGO campus De Toren Oostakker, Redactielid Uitwiskeling

45

Op welke circuits kan je soepel met een racecar door de bochten scheuren zonder aan het stuur te moeten snokken? Buiten de rechte banen en de cirkelvormige rotonden zorgen alleen de spinkrommen of de clothoïden voor zulk een extreem rijcomfort. In deze voordracht modelleren we de clothoïde als krommen waarvoor de kromming

tijdens het rijden lineair toe- of afneemt. Daarna laten we zien dat clothoiden makkelijk kunnen worden geplot als een aaneenschakeling van korte lijnstukjes. We eindigen met een project dat uitgevoerd werd door leerlingen van het vijfde jaar zonder programmeerervaring. Ze verzonnen racecircuits die enkel bestaan uit rechten, cirkels en clothoiden en programmeerden ze in Python.



## Gegoochel met getallen

### Job van de Groep

45 Job van de Groep was tot januari 2007 als docent wiskunde en schooldecaan VWO verbonden aan het Oosterlicht College in Nieuwegein. Op jeugdige leeftijd is hij gefascineerd geraakt door de magie van het goochelen. De laatste jaren hebben trucs, met een reken- of wiskundige inslag zijn speciale belangstelling.



### Rekenen is leuk (en wiskunde óók)!

Tijdens deze korte goochelcursus zal gedemonstreerd worden dat bepaalde goocheltrucs, die op reken- en wiskundig getinte principes zijn gebaseerd, uitermate geschikt zijn om een ludieke draai aan een reken- of wiskundeles te geven.

Door de wijze van presentatie - dat is bij goochelen het allerbelangrijkst! - kunnen vaak eenvoudige foefjes een magische uitstraling krijgen. Dit roept nieuwsgierigheid en verwondering op. De klassensituatie bijvoorbeeld is een uitstekend decor voor een dergelijke mysterieuze gedoe! Er zijn immers genoeg momenten waarop je als leraar even iets anders, iets bijzonders zou willen doen. Bijvoorbeeld om de aandacht van de leerlingen (weer) te vangen of gewoon om de zogenaamde laatste les van een cyclus met iets leuks te vullen. Of als zogenaamde energiegiver aan het begin van de les.

In veel gevallen is het ook mogelijk een koppeling te maken met bepaalde leerstofonderdelen (zoals de driehoek van Pascal) of met bepaalde vaardigheden (hoofd-rekenen, vermenigvuldigen en het (nieuwe) staartdelen).

De trucs die tijdens de presentatie aan bod komen, zijn vaak oud en bekend in diverse gedaantes. Ze lenen zich goed om te worden vertoond zonder al te ingewikkelde voorbereidingen, óók in de huiselijke kring! Door een magische aankleding kunnen ze als basis dienen voor echte goochelacts.

Wiskunde en goochelen een merkwaardige combinatie? Niets is minder waar! Bovendien: lijkt abracadabra niet verdacht veel op algebra?

## QED **Computers en bewijzen**

**Johan Commelin** | Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

45

ChatGPT kan aardig overtuigend meepraten over wiskunde, maar hallucineert zodra het onderwerp technisch wordt. Ondanks hilarische flaters zijn er momenteel veel interessante ontwikkelingen op het gebied van computer-gegenereerde bewijzen.

Aan de andere kant kunnen computers ook bewijzen checken. Een speciaal programma controleert of een bewijs logisch correct is terug te voeren op de axioma's via eerder bewezen lemma's en stellingen. Ook op dit gebied is in de afgelopen jaren veel gebeurd.

In deze lezing zal ik een overzicht geven van deze ontwikkelingen, en beknopt vertellen hoe verschillende Fields-medaillisten hierbij betrokken zijn. Ook zal ik een interactieve demonstratie geven waarbij de computer ons helpt om een bewijs te vinden, en het vervolgens checkt op correctheid.



## **Actualisatie examenprogramma's wiskunde havo/vwo; waar staan we nu en wat gaan we nog doen?**

**Jos Tolboom** | SLO, nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling

30

60

Met als deadline 1 juli 2024 werkt de vakvernieuwingscommissie wiskunde aan een actualisering van de vigerende examenprogramma's wiskunde havo/vwo.

In deze sessie laten Johan Brons en Jos Tolboom zien wat de huidige stand van zaken is, wat er gedaan is en wat er nog moet gebeuren. Daarnaast schetsen zij wat de meest in het oog springende verschillen zijn met de programma's die op dit moment nog inhoudelijk leidend zijn voor de praktijk van het wiskundeonderwijs.

## QED **Waarom bewijzen?**

**Karim Zahidi** | Universiteit Gent & Universiteit Antwerpen

60

Wiskundigen bewijzen stellingen. Maar waarom doen ze dat? Een voor de hand liggend antwoord is dat ze zekerheid willen of een bepaalde wiskundige uitspraak waar is. Maar, als zekerheid verschaffen de enige functie is van wiskundige bewijzen, dan is het onbegrijpelijk waarom wiskundigen blijven op zoek gaan naar nieuwe bewijzen voor reeds bewezen resultaten. In deze voordracht gaan we op zoek naar een aantal andere functies die bewijzen spelen in de wiskundige praktijk. Aan de hand van voorbeelden zal ik proberen te laten zien dat bewijzen op verschillende manieren bijdragen aan de groei van onze wiskundige kennis.

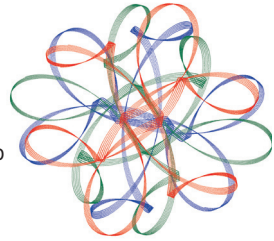


## Spiroplot: een nieuw systeem om mooie figuren te genereren

Marc van Kreveld | Departement Informatica, Universiteit Utrecht

60

Een nieuw dynamisch systeem wordt uitgelegd waarmee allerlei mooie figuren gemaakt kunnen worden. Het tekenproces is heel simpel en lijkt een beetje op de spirograaf, maar het is een ander proces waarvoor de computer nodig is. Na een korte presentatie gaan de deelnemers zelf aan de slag om het systeem te onderzoeken. Daarbij worden enkele vragen en opdrachten gemaakt. Voor het begrip is kennis van vectoren en matrices, en matrixvermenigvuldiging, nuttig maar niet strikt noodzakelijk. Een laptop is nodig; deelnemers zonder laptop kunnen samen met een andere deelnemer werken die wel een laptop heeft.



## Werken met Sheedz in je les - wiskunde met je handen

Marjan Botke | Erasmiaans Gymnasium Rotterdam en TU Delft

90

Ruimtelijke figuren maken met behulp van gevouwen modules, is een tijdrovende taak. Zeker als je grote figuren (die veel indruk maken) wilt maken. Daarom is het niet altijd geschikt om dit te doen met mijn leerlingen of studenten. Dat is jammer, want met het bouwen van deze figuren kan veel inzicht geven in bijvoorbeeld symmetrie, rotatie, hoeken, oppervlakte, inhoud en nog veel meer. Daarom werd ik heel blij toen ik kennis heb gemaakt met Sheedz.

Met dit materiaal hoef ik geen modules meer te vouwen en kan ik wel aan de slag om allerlei kleine en grote ruimtelijke figuren te maken. Samen met de maker van Sheedz heb ik met verschillende leeftijds-categorieën het materiaal uitgetoetst in de klas. Graag wil ik jullie kennis laten maken met het materiaal en wat je er mee kunt is je lessen van VMBO 1 tot en met VWO 6. We starten met de regelmatige veelvlakken, we maken duale figuren en gaan verder met het bouwen en rekenen aan grotere figuren. We nemen veel materiaal mee, zodat iedereen zelf aan het werk kan en we gezamenlijk een groot ruimtetegevoel kunnen maken.



31



## Duurzaamheid in de wiskundeles

Marloes van Hoeve | Instituut Archimedes, Hogeschool Utrecht en Waldorf Utrecht

45

Bij de NWD 2023 hebben we een prijsvraag uitgezet voor leerlingen: Wat is de beste oplossing om afval op het gebied van voedsel en verpakking te verminderen? Tijdens de voordracht gaan we de beste inzending presenteren! Daarna gaan we kijken hoe we meer docenten betrokken krijgen bij een nieuwe prijsvraag. We willen graag meer

inzendingen krijgen en - nog belangrijker - we hopen dat we met z'n allen meer gaan nadenken over duurzaamheid in de wiskundeles.

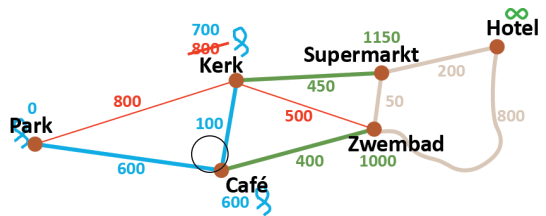


## Leerlingactiviteiten bij algoritmiëk (keuzevak informatica)

Paul Bergervoet | Stichting Informatica-actief

60

Sinds enkele jaren heeft het keuzevak informatica voor havo/vwo een nieuw examenprogramma waarin veel ruimte is voor algoritmiëk, zowel in het basisprogramma als bij de keuzethema's. Het keuzethema gaat diep: we behandelen looptijd (complexiteit) van algoritmen en ook berekenbaarheid komt aan de orde.



32

Bij de lesmethode van Informatica-actief hebben we dit keuzethema op een bijzondere manier uitgewerkt. We richten ons op het bedenken en analyseren van een algoritme als oplossing voor een probleem, niet zozeer op het leren van bekende algoritmen of het coderen van algoritmen. Daarbij komt de theorie over complexiteit en berekenbaarheid vanzelf aan de orde: als een algoritme zoveel rekentijd kost dat het praktisch niet uitvoerbaar is, dan is het geen oplossing voor je probleem!

Om dit mogelijk te maken hebben we een groot aantal werkvormen bedacht die bijdragen aan het 'denken over algoritmen'. Deze hebben verschillende niveaus, van eenvoudig tot complex. Zo werken we aan een langzaam opbouwend leerproces naar het bedenken van algoritmen. Er zijn allerlei casussen, van zoeken en sorteren tot graafalgoritmen. We gaan ook algoritmen onderzoeken met logaritmische complexiteit (binair zoeken) tot en met exponentiële zoals het handelsreizigersprobleem. Een aantal activiteiten zullen we in de workshop doen. Het begint bij het lezen, het volgen van een algoritme en eindigt bij het ontwerp. Ten slotte blijkt dat de activiteiten ook geschikt zijn voor toetsing.



## Wijnroeien

Steven Wepster | Mathematisch Instituut Universiteit Utrecht

45

Wijnroeien is de kunst om de inhoud van (wijn)vaten te bepalen met een roede, dat is een soort peil- of meetstok. Wijnroeier was een ambacht vergelijkbaar met dat van landmeter of rekenmeester. Wie waren de wijnroeiers, hoe gingen ze te werk, en hoe past dat werk in de bredere geschiedenis van de wiskunde?







## Sand drawing: geometry on the beach

Simon Beck

*Deze voordracht is in het Engels*

60

Simon Beck tekent prachtige patronen op stranden en in sneeuw, denk aan fractalen en geometrische afbeeldingen. De ontwerpen zijn zo gekozen dat ze snel te maken zijn. Veel van de ontwerpen zijn geschikte oefeningen voor scholieren en kunnen worden getekend met meetkundige instrumenten of een eenvoudig grafisch pakket. De ontwerpen buiten tekenen is ook een waardevolle oefening in het gebruik van landmeetkundige apparatuur, teamwerk en organisatie.

90

Deze presentatie bestaat uit twee onderdelen die los van elkaar kunnen worden gevolgd. Vrijdag: In de presentatie op vrijdag gaat hij in op hoe de tekeningen worden gemaakt, met de nadruk op hoe ze tot groepsactiviteiten voor de leerlingen kunnen worden gemaakt.

Zaterdag: Op zaterdag maken we een echte zandtekening op het strand van Noordwijk die gefilmd wordt met een drone. We vertrekken dan vroeg, om 8:30 uur, naar het strand, zodat we op tijd terug kunnen zijn voor de semi-pleinaire lezing.



## De laatste stelling van Fermat en "90's now"

Valentijn Karemaker | Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

60

Pierre de Fermat schreef in 1637 een inmiddels beroemde opmerking in de kantlijn van Diophantus' boek "Arithmetica" (zelf geschreven in de 3e eeuw voor Christus): de Fermat zou een bewijs hebben, dat helaas niet in die kantlijn paste, voor het feit dat de vergelijking  $x^n + y^n = z^n$  voor  $n$  tenminste 2 geen positieve oplossingen heeft. Dit werd bekend als "de laatste stelling van Fermat" en weerstond lange tijd alle pogingen tot verificatie. Pas meer dan drie eeuwen later, in 1994, werd het bewijs uiteindelijk geleverd door Andrew Wiles.

In deze interactieve lezing, die geen specifieke voorkennis vereist, zullen we een aantal ingrediënten van dit omvangrijke bewijs onder de loep nemen. Bovendien zullen we schetsen hoe deze technieken niet alleen een oude vraag beantwoordden, maar ook een heel nieuw vakgebied van de wiskunde schiepen: 90's now!

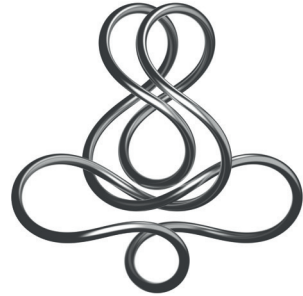


## Bijzondere krommen in de driedimensionale ruimte

Wendy Goemans | KU Leuven

45

Handboeken over elementaire differentiaalmeetkunde starten doorgaans met een (beknopte) studie van krommen in de driedimensionale ruimte. In deze lezing willen we verder gaan dan wat in de meeste handboeken te vinden is. We zullen het hebben over sferische krommen, rectificerende krommen, veralgemeende helices, ..., en de overeenkomsten tussen deze krommen. We voeren eerst het Frenet-referentiestelsel langsheen een kromme in, samen met de krommings- en torsiefunctie. We illustreren deze concepten, hun meetkundige betekenis en de bijzondere krommen met GeoGebra ([geogebra.org](http://geogebra.org)) en VisuMath ([visumath.be](http://visumath.be)) en nodigen de deelnemers uit om mee te experimenteren daarin. Tenslotte wijzen we op de lengteminimaliserende eigenschappen van de vermelde bijzondere krommen als geodeten op een oppervlak. Om dit laatste te illustreren volstaat een blad papier.





## **Aïda Paalman-de Miranda, weloverwogen wiskundige**

**Margriet van der Heijden** | Eindhoven University of Technology

45

Begin jaren vijftig reisde Aïda Paalman-de Miranda als 17-jarige van Paramaribo naar Nederland om in Amsterdam wiskunde te studeren. In 1980 werd zij benoemd tot hoogleraar wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam, tegelijk met Ruth Curtain in Groningen. Samen waren zij de eerste vrouwelijke hoogleraren wiskunde in Nederland. Voormalige studenten herinneren zich Paalman-De Miranda als een heel inspirerende docent met hart voor de wiskunde. Wie was haar eigen docent? Wat bepaalde haar keuze voor wiskunde? En waaraan werkte zij binnen dat vak?



## **Kabouters en het keuzeaxioma**

**Alex van den Brandhof** | Docent wiskunde op Gymnasium Muttenz in Zwitserland en freelance wetenschapsjournalist voor NRC

45

Toen ik wiskunde studeerde, in de tweede helft van de jaren negentig van de vorige eeuw, kwam ik erachter dat er schitterende raadsels bestaan over kabouters met gekleurde mutsen. Raadsels waarvan je in eerste instantie denkt, dat kán toch niet! Maar waarvan toch echt een geniale oplossing bestaat. In de afgelopen twee decennia is het aantal kabouter-raadsels gestaag gegroeid. Vanwege hun context worden ze vaak geschaard onder de 'recreatieve wiskunde', maar bij veel van zulke problemen blijken de kabouters veel te hebben aan zuiver wiskundige concepten als modulorekenen, binaire rekenkunde, Hammingcodes en Motzkinpaden. De laatste jaren is het begrip 'hat guessing number' zelfs een vakbegrip geworden in de grafentheorie. De scheidslijn tussen 'recreatieve wiskunde' en 'zuivere wiskunde' verdwijnt daardoor vanzelf. Aan het begin van deze eeuw bedachten een paar wiskundigen een raadsel waarbij oneindig veel kabouters in het spel zijn. Voor de oplossing is het 'keuzeaxioma' uit de verzamelingenleer vereist. Na een introductie over raadsels met eindig veel kabouters bespreek ik in mijn voordracht de oneindige variant. De beste raadsels over kabouters met gekleurde mutsen zijn gebundeld in mijn recent verschenen boek *De kabouterformule*, dat na de voordracht te koop zal zijn.



## Kiessystemen & Zetelverdelingen: de wiskundige motor achter verkiezingen

Filip Moons | Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

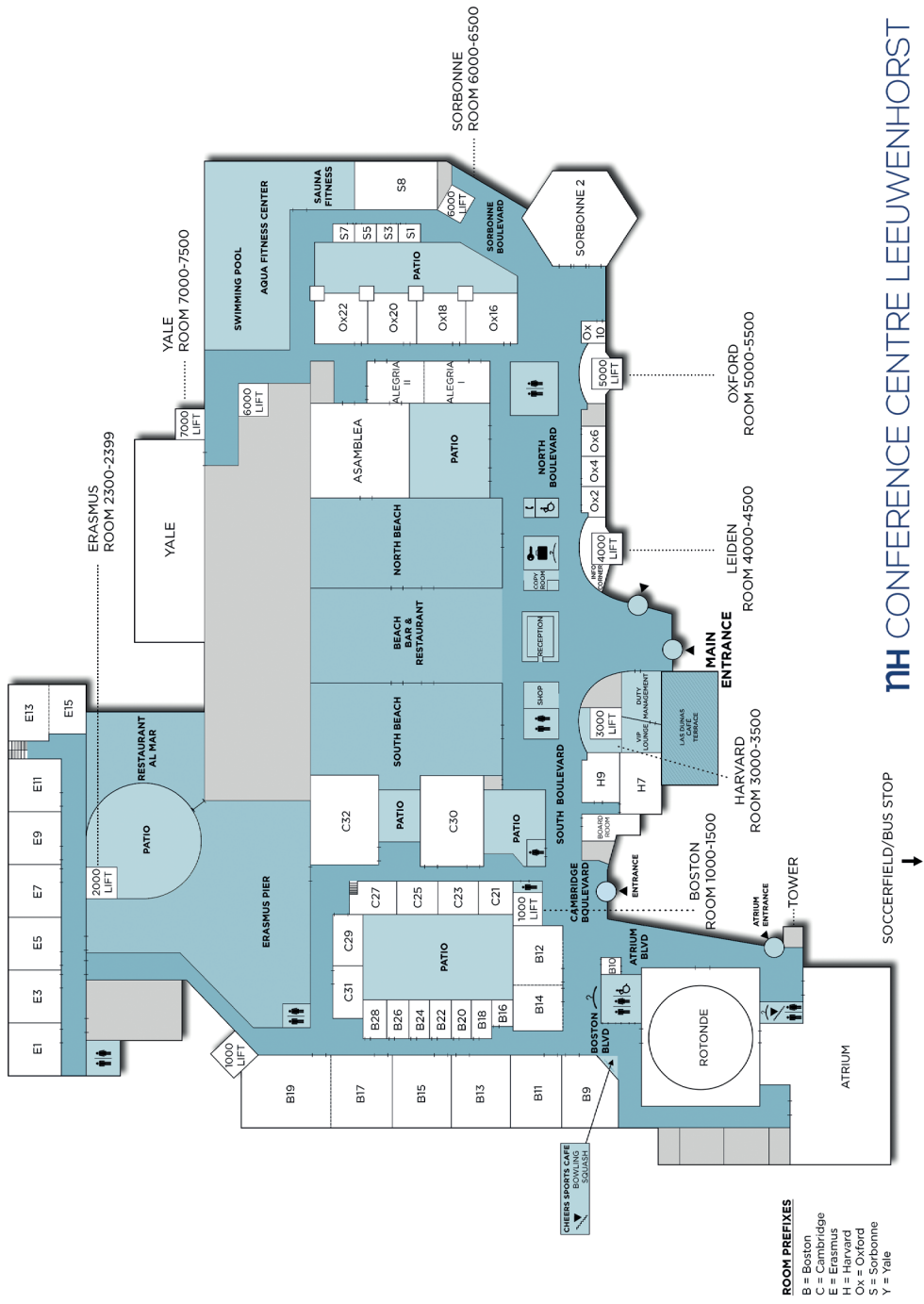
45

Geert Wilders veroverde in de afgelopen Tweede Kamerverkiezingen maar liefst 37 zetels, en D66 miste op 160 stemmen na een 10e zetel. Daarnaast zit er in de Tweede Kamer een veel bonter allegaartje van partijen dan in vergelijkbare assemblees in de buurlanden. De gekke Duitsers hebben dan weer een parlement (de Bundestag) waarvan de grootte varieert van 598 tot wel 900 parlementszetels, afhankelijk van de kiesuitslag. In België hebben Franstaligen dan weer veel minder stemmen nodig voor een zetel in het federaal parlement dan Vlamingen. Verklaringen voor al deze fenomenen? Pure wiskunde! Elk kiessysteem is een prachtig staaltje wiskunde dat de uitslag hoe dan ook op een bepaalde manier zal vertekenen. Uit Arrow's stelling der onmogelijkheid weten we bijvoorbeeld dat het nooit helemaal zal lukken om de verkiezingsuitslag perfect te laten weerspiegelen in zitjes in de Tweede Kamer. In deze sessie gaan we in op verschillende kiessystemen en rekenen we met de uitslagen van de laatste Tweede Kamerverkiezingen. Uit de bijhorende wiskundige algoritmes destilleren we inzichtelijk de eigenschappen van elk verdelingssysteem. Na deze sessie zal geen enkele verkiezing meer hetzelfde zijn en zet je spontaan je wiskundige bril op bij kiesuitslagen.



eduwinkel [www.eduwinkel.nl](http://www.eduwinkel.nl)





- ROOM PREFIXES**
- B = Boston
  - C = Cambridge
  - E = Erasmus
  - H = Harvard
  - O = Oxford
  - S = Sorbonne
  - Y = Yale

**nh CONFERENCE CENTRE LEEUWENHORST**

