

Karakteristiek rekenen en wiskunde

Kenmerken van het leergebied

Gebruiken en begrijpen van wiskunde, waaronder rekenen, is belangrijk voor het functioneren in de samenleving, bij het uitoefenen van een beroep en voor het maken van keuzes in het persoonlijke leven. Om kansengelijkheid te bevorderen, is het nodig dat alle leerlingen een goede basis meekrijgen. Alle leerlingen moeten vlot en wendbaar leren rekenen en zich ontwikkelen tot gecijferde burgers.

Gecijferdheid stelt mensen in staat om de werkelijkheid te begrijpen en informatie op waarde te schatten. In het funderend onderwijs leren leerlingen met wiskunde informatie en verschijnselen in de wereld om hen heen op eigen niveau te doorgronden. Het herkennen en gebruiken van wiskunde in bekende en nieuwe situaties draagt bij aan hun verdere wiskundige ontwikkeling.

Dit leergebied gaat over *wiskundige concepten* als getallen, verhoudingen, data en grootheden. Leerlingen leren hiermee te redeneren en rekenen, waarbij handelen en denken samengaan. Zo verwerven leerlingen parate kennis, vaardigheid in het uitvoeren van procedures, en inzicht. In samenhang hiermee leren ze *wiskundige denk-werkwijzen* als wiskundig probleemoplossen en wiskundig modelleren.

Onderwijs in rekenen en wiskunde bereidt leerlingen voor op de gedigitaliseerde wereld, die vraagt om flexibel en functioneel omgaan met ICT en de daarbij gebruikte abstracte wiskundetaal. Leerlingen leren wiskundetaal en wiskundige representaties te lezen, te interpreteren en op juistheid te beoordelen. Dit draagt bij aan de ontwikkeling van een kritische houding, die belangrijk is om te kunnen omgaan met de toenemende hoeveelheid kwantitatieve informatie van nieuwsbronnen en sociale media. Leerlingen leren ook wiskundetaal en wiskundige representaties te gebruiken om wiskundige aanpakken en redeneringen helder te verwoorden, te representeren en uit te wisselen.

Het onderwijs stimuleert de ontwikkeling van een wiskundige attitude en van plezier, zelfvertrouwen en doorzettingsvermogen bij wiskunde. Een belangrijk doel van het leergebied rekenen en wiskunde is om leerlingen in aanraking te brengen

met wiskunde in verschillende verschijningsvormen en toepassingen binnen en buiten school. Hierdoor ervaren ze het nut en de kracht van wiskunde.

Samenhang binnen het leergebied

Wiskunde vormt een samenhangend geheel. Tussen wiskundige concepten bestaan allerlei relaties. Zo hangen de bewerkingen met getallen onderling samen en kennen het getallensysteem en het metriek stelsel eenzelfde decimale structuur. Om wiskunde wendbaar te kunnen gebruiken, ontwikkelen leerlingen kennis van en inzicht in die relaties. Zo leren leerlingen flexibel en handig rekenen, efficiënte procedures gebruiken en verantwoord schatten en afronden. In het primair onderwijs leren en gebruiken ze de onderlinge samenhang tussen bijvoorbeeld gehele getallen, decimale getallen, breuken en procenten; in het voortgezet onderwijs gaat het bijvoorbeeld om de samenhang tussen kansen en verhoudingen.

Wiskundige concepten en wiskundige denk-werkwijzen kunnen niet los van elkaar worden gezien en worden in samenhang aangeboden. Zo kan wiskundig probleemoplossen gaan over getallen, maar ook over andere wiskundige concepten. Wiskundige denk-werkwijzen toepassen op verschillende concepten biedt leerlingen gelegenheid de vele gebruiksmogelijkheden van wiskunde te ervaren. Hierdoor ontwikkelen en versterken leerlingen hun wiskundig inzicht en wiskundige attitude.

In een doorlopende leerlijn worden de wiskundige kennis, vaardigheden en inzichten die leerlingen opdoen in het primair onderwijs onderhouden en uitgebreid in het voortgezet onderwijs. Zo maken leerlingen in het voortgezet onderwijs kennis met nieuwe getallen, zoals irrationele getallen. De wiskundige concepten worden in het voortgezet onderwijs verder uitgebreid met vergelijkingen en kans. Wiskundige denk-werkwijzen worden uitgebreid met aantonen, dat een opmaat vormt voor bewijzen in de bovenbouw van havo en vwo. Leerinhouden die niet van belang zijn voor de doorlopende leerlijn naar de bovenbouw vmbo, maar wel voor de doorlopende leerlijn naar de bovenbouw havo-vwo, zijn opgenomen in de aanvullende doelen voor havo-vwo. Wiskundige bewerkingen, wiskundige denk-werkwijzen en wiskundetaal worden in alle schoolsoorten verder

uitgebreid en krijgen betrekking op geavanceerdere wiskunde. In de bovenbouw van alle schoolsoorten worden wiskundige concepten en wiskundige denk-werkwijzen verder verbreed en verdiept. Zo is in de bovenbouw vmbo aandacht voor wiskundige concepten en wiskundige denk-werkwijzen in concrete situaties. Bij wiskunde maatschappij in havo en vwo is aandacht voor sociaaleconomische thema's en daarvoor relevante statistiek.

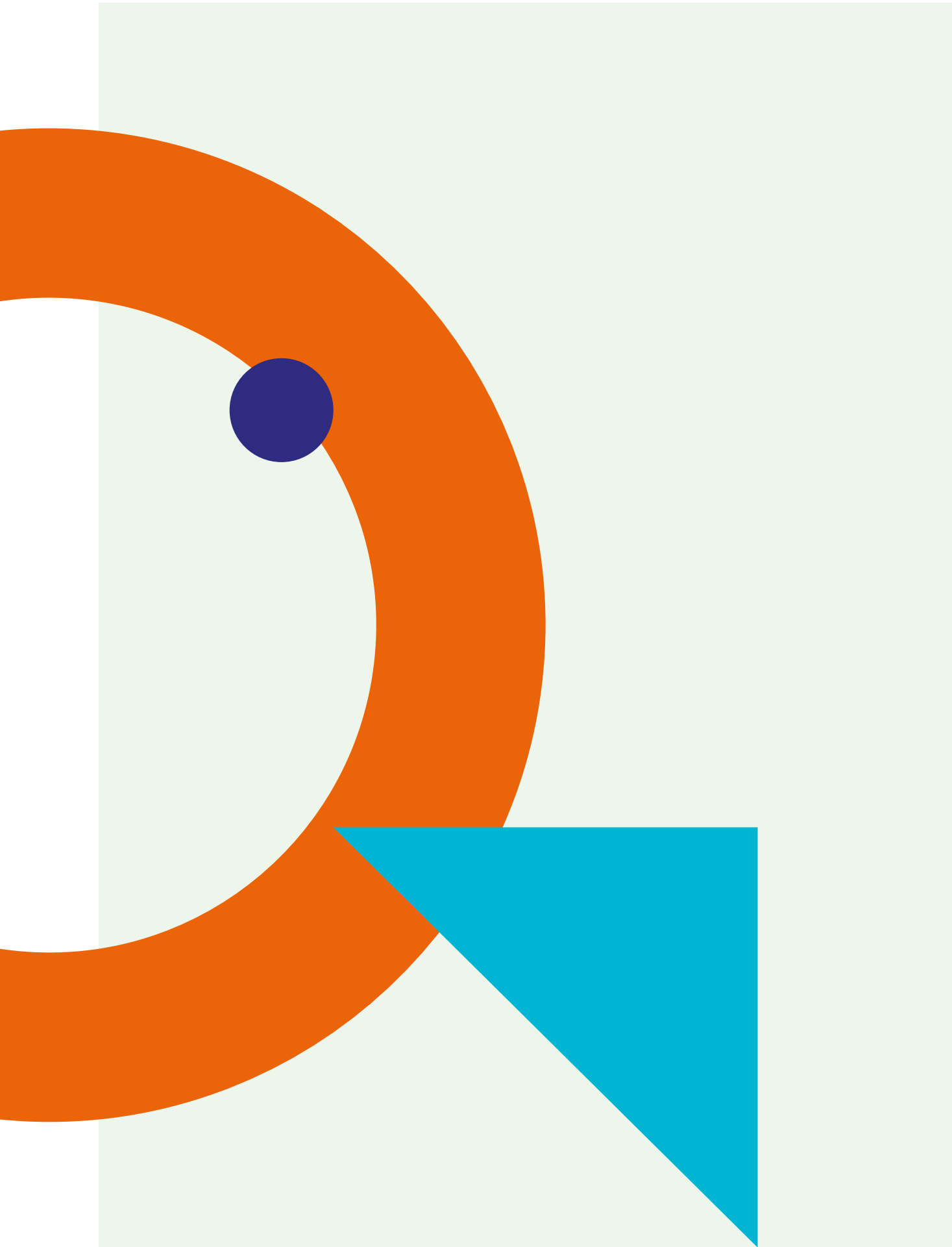
Samenhang met andere leergebieden

Wiskunde wordt toegepast in verschillende leergebieden, van mens en natuur tot kunst en cultuur. Een goede wiskundebasis helpt leerlingen daarom ook in andere leergebieden om kennis te verwerven en tot begrip te komen. Omgekeerd helpt het herkennen en gebruiken van wiskunde in andere leergebieden de wiskundebasis verder te verstevigen en betekenis te geven, zoals bij het gebruik van grootheden, procenten en diagrammen. Wiskundige aanpakken en wiskundetaal worden bij verschillende leergebieden toegepast. Het gebruiken en beschrijven van algoritmes is zowel bij wiskunde als digitale geletterdheid een belangrijke denk-werkwijze. Ten slotte helpt beheersing van wiskunde leerlingen om informatie te doorgronden, opvattingen te onderbouwen en meningen van feiten te onderscheiden. Zo draagt onderwijs in wiskunde bij aan de ontwikkeling van burgerschap en het participeren in het maatschappelijk debat.

Overzicht domeinen

De kerndoelen rekenen en wiskunde zijn onderverdeeld in drie domeinen: *wiskundige concepten, wiskundige denk-werkwijzen en wiskunde en de wereld*. Deze domeinen kunnen niet los van elkaar worden gezien, zoals is geïllustreerd in de afbeelding hieronder. Om de doelen goed te kunnen beschrijven, worden ze in dit document toch van elkaar onderscheiden.





Overzicht kerndoelen rekenen en wiskunde

Domein	Wiskundige concepten
Kerdoel 10	De leerling redeneert en rekt met getallen, grootheden en vergelijkingen A Getallen en grootheden <i>Aanvulling havo-vwo: Algebra</i> B Vergelijkingen
Kerdoel 11	De leerling interpreteert data en kansen A Data B Kans
Kerdoel 12	De leerling toont inzicht in patronen en verbanden A Patronen en verbanden
Kerdoel 13	De leerling toont inzicht bij meetkundig handelen A Meetkunde
Domein	Wiskundige denk-werkwijzen
Kerdoel 14	De leerling gebruikt wiskundige denk-werkwijzen A Wiskundig probleemoplossen B Wiskundig modelleren C Aantonen D Gebruiken en beschrijven van algoritmes
Kerdoel 15	De leerling gebruikt wiskundetaal en wiskundig gereedschap A Gebruik van wiskundetaal en wiskundige representaties B Gebruik van wiskundige instrumenten
Domein	Wiskunde en de wereld
Kerdoel 16	De leerling ontwikkelt een wiskundige attitude A Wiskundige attitude
Kerdoel 17	De leerling past wiskunde toe in bekende en nieuwe situaties A Wiskunde in de werkelijkheid B Wiskunde in verschillende leergebieden

Wiskundige concepten

Kerdoel 10 De leerling redeneert en rekt met getallen, grootheden en vergelijkingen.

10A	De leerling redeneert en rekt met getallen en grootheden. <i>Het gaat hierbij om:</i> • optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, machtsverheffen en worteltrekken; • wendbaar en met inzicht gebruiken van getallen en hun eigenschappen, en enkelvoudige en samengestelde grootheden en eenheden; • wendbaar en met inzicht gebruiken van en rekenen met verhoudingen; • relaties leggen tussen grootheden en eenheden, tussen grootheden onderling en tussen eenheden onderling; • bepalen van afmetingen en inhoud van meetkundige figuren.
Algebra	De leerling redeneert en rekt met getallen, grootheden, variabelen en algebraïsche uitdrukkingen.
Aanvulling havo-vwo	<i>Het gaat hierbij om:</i> • rekenen met standaardprocedures en eigenschappen van bewerkingen; • herleiden van algebraïsche uitdrukkingen; • gebruiken van de wetenschappelijke notatie van grote en kleine getallen; • meten van grootheden en daarbij meet(on)nauwkeurigheid en effecten daarvan bepalen.
10B	De leerling gebruikt wiskundige vergelijkingen. <i>Het gaat hierbij om:</i> • interpreteren van wiskundige vergelijkingen en gevonden oplossingen; • opstellen van vergelijkingen bij situaties; • relaties leggen tussen gegeven vergelijkingen en situaties; • oplossen van lineaire vergelijkingen.
Aanvulling havo-vwo	• oplossen van lineaire, kwadratische en machtsvergelijkingen; • oplossen van een stelsel lineaire vergelijkingen; • oplossen van ongelijkheden.

Wiskundige concepten

Kerdoel 11 De leerling interpreteert data en kansen.

11A	De leerling interpreteert, representeert en analyseert data. <i>Het gaat hierbij om:</i> • opstellen van tabellen bij data; • beredeneerd kiezen, berekenen en interpreteren van gemiddelde, modus en mediaan en berekenen en interpreteren van spreidingsbreedte; • maken van grafische representaties van data en daaruit conclusies trekken; • beredeneerd kiezen van representaties; • interpreteren van grafische representaties en beredeneren of daarbij gepresenteerde conclusies wel, niet of deels kloppen; • grafische representaties: diagrammen, grafieken en infographics.
Aanvulling havo-vwo	• analyseren van univariate en bivariate datasets; • beredeneerd kiezen en gebruiken van meetniveaus: nominaal, ordinaal, interval en ratio; • beredeneerd kiezen, berekenen en interpreteren van spreidingsbreedte en interkwartielafstand; • vergelijken van twee datasets; • onderscheiden van correlatie en causaliteit.
11B	De leerling redeneert en rekt met kansen. <i>Het gaat hierbij om:</i> • kansen weergeven als breuk, verhouding, percentage en decimaal getal; • op basis van kansen inschatten hoe waarschijnlijk het is dat gebeurtenissen plaatsvinden; • berekenen van verwachtingswaardes.
Aanvulling havo-vwo	De leerling berekent kansen. <i>Het gaat hierbij om:</i> • berekenen van kansen met behulp van kansregels en combinatoriek; • interpreteren van empirische en theoretische kansen.

Wiskundige concepten

Kerdoel 12 De leerling toont inzicht in patronen en verbanden.

12A De leerling analyseert en redeneert over patronen en verbanden.

Het gaat hierbij om:

- herkennen, beschrijven en voortzetten van patronen in rijen getallen en figuren;
- identificeren van patronen en verbanden in datasets;
- identificeren en beschrijven van verbanden tussen grootheden;
- weergeven van patronen en verbanden in een beschrijving, tabel, grafiek en formule, en deze weergaven in elkaar omzetten;
- beschrijven en interpreteren van standaardverbanden in verschillende representaties.

Aanvulling
havo-vwo

- beschrijven van een patroon in een rij getallen met een formule;
- uitleggen wanneer een verband een functie is;
- beschrijven van het veranderingsgedrag van een functie;
- herkennen en beschrijven van standaardverbanden in verschillende representaties;
- gebruiken van de eigenschappen van standaardverbanden.

Kerdoel 13 De leerling toont inzicht bij meetkundig handelen.

13A De leerling analyseert en redeneert over de twee- en driedimensionale ruimte.

Het gaat hierbij om:

- redeneren met en over eigenschappen van meetkundige figuren en begrippen en deze eigenschappen gebruiken in berekeningen en constructies;
- redeneren met kijklijnen;
- construeren en interpreteren van tweedimensionale representaties van driedimensionale figuren en relaties leggen tussen twee- en driedimensionale representaties van figuren;
- meetkundige transformaties: verschuiven, draaien, spiegelen, vergroten en verkleinen van figuren.

Aanvulling
havo-vwo

- redeneren met hoeken en eigenschappen van hoeken in meetkundige figuren;
- berekenen van hoeken en afmetingen van rechthoekige driehoeken met goniometrische verhoudingen.

Wiskundige denk-werkwijzen

Kerdoel 14 De leerling gebruikt wiskundige denk-werkwijzen.

14A De leerling lost wiskundige problemen en toepassingsproblemen op.

Het gaat hierbij om:

- analyseren hoe een probleem met wiskunde kan worden opgelost;
- bedenken en uitvoeren van een aanpak voor een niet-routinematig oplosbaar probleem;
- gebruiken van heuristieken;
- bewerken van de uitkomsten van berekeningen tot een oplossing van een probleem;
- reflecteren op aanpak, uitvoering en oplossing.

14B De leerling maakt en gebruikt wiskundige modellen.

Het gaat hierbij om:

- weergeven van een situatie, ook met gebruik van ICT;
- selecteren van relevante kenmerken en weglaten van niet relevante kenmerken;
- beredeneerd kiezen van een geschikt model en evalueren van deze keuze;
- gebruiken van abstracte modellen om rekenaanpakken te laten zien, situaties te interpreteren en problemen op te lossen.

Aanvulling
havo-vwo

- wiskundig modelleren volgens een modelleercyclus.

14C De leerling toont de juistheid van wiskundige beweringen en redeneringen aan.

Het gaat hierbij om:

- formuleren van vermoedens en beweringen;
- gebruiken van logische redeneerprincipes en daarmee conclusies trekken;
- gebruiken van wiskundetaal en wiskundige representaties bij het formuleren en onderbouwen van een redenering;
- kritisch evalueren van eigen en andermans wiskundige redeneringen.

Aanvulling
havo-vwo

- wiskundig bewijzen van een bewering;
- verantwoorden van een redeneeraanpak in formele stappen.

14D De leerling bedenkt en beschrijft algoritmes.

Het gaat hierbij om:

- algoritmes met een beperkt aantal stappen;
- beschrijven hoe een algoritme tot een vast resultaat leidt;
- beoordelen van het resultaat van een doorlopen algoritme;
- bedenken van een algoritme voor de aanpak van een probleem;
- beschrijven van mogelijkheden en beperkingen in de bruikbaarheid van algoritmes.

Aanvulling
havo-vwo

- verbeteren van een algoritme door een aanpassing te bedenken;
- schematisch beschrijven van een algoritme.

Wiskundige denk-werkwijzen

Kerdoel 15 De leerling gebruikt wiskundetaal en wiskundig gereedschap.

- 15A

De leerling gebruikt wiskundetaal en wiskundige representaties.

Het gaat hierbij om:

 - gebruiken van wiskundige symbolen, notaties en begrippen;
 - leesbaar weergeven van berekeningen en probleemaanpakken;
 - kiezen en bedenken van representaties om berekeningen en wiskundige redeneringen weer te geven en uit te wisselen;
 - kritisch beoordelen van een representatie;
 - relaties leggen tussen verschillende representaties van een wiskundig concept.

15B

De leerling gebruikt meetinstrumenten en andere wiskundige instrumenten.

- Het gaat hierbij om:

 - beredeneerd kiezen voor gebruik van een instrument op basis van de mogelijkheden, beperkingen en meetnauwkeurigheid;
 - vooraf schatten van meetresultaten en uitkomsten;
 - gebruiken van een instrument en de bijbehorende wiskundetaal;
 - bepalen, interpreteren en beoordelen van het resultaat.

Aanvulling
havo-vwo

 - uitvoeren van berekeningen met een digitaal instrument, en aangeven van de mate van nauwkeurigheid van de verkregen uitkomst.

Wiskunde en de wereld

Kerdoel 16 De leerling ontwikkelt een wiskundige attitude.

- 16A

De school stimuleert de ontwikkeling van een wiskundige attitude bij leerlingen.

Het gaat hierbij om:

 - laten zien van het nut en de kracht van wiskunde in uiteenlopende toepassingen;
 - stimuleren van een onderzoekende en kritische houding ten aanzien van getallen en andere wiskundige informatie;
 - laten reflecteren op eigen en andermans rekenwijze en overig wiskundig handelen;
 - inzicht bieden in hoe leerlingen wiskunde kunnen inzetten in de bovenbouw en het verdere leven.

Kerdoel 17 De leerling past wiskunde toe in bekende en nieuwe situaties.

- 17A

De leerling herkent en gebruikt wiskunde in alledaagse, maatschappelijke en beroepsmatige situaties.

Het gaat hierbij om:

 - gebruiken van getallen en andere wiskundige concepten in concrete, voor de leerling relevante dagelijkse en beroepsmatige situaties;
 - gebruiken van wiskundige instrumenten bij meten en andere praktische handelingen;
 - wiskunde gebruiken bij het nemen van beslissingen en het oplossen van problemen;
 - herkennen en beschrijven dat met grafische representaties een bepaalde boodschap wordt overgebracht of benadrukt;
 - gebruiken en beoordelen van wiskundige informatie uit de samenleving en de media bij het vormen van een mening;
 - herkennen en beschrijven hoe wiskunde in allerlei beroepen op uiteenlopende manieren een rol speelt.

17B

De school ondersteunt het gebruik van wiskunde in verschillende leergebieden.

- Het gaat hierbij om:

 - aanbieden van wiskundige concepten en denk-werkwijzen in onderlinge samenhang;
 - laten zien hoe verschillende leergebieden wiskundetaal en wiskundige representaties gebruiken;
 - afstemmen hoe rekenaanpakken en andere wiskundige aanpakken bij verschillende leergebieden worden uitgevoerd;
 - laten gebruiken van wiskundige modellen, wiskundige instrumenten, algoritmes en formules in verschillende leergebieden.